



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-12; 24)$ ,  $Q(3; 24)$  и  $R(15; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N1

Заметим, что так как  $ac : 7^{37}$ , то и  $abc : 7^{37} \Rightarrow abc = 7^{37} \cdot k, k \in \mathbb{N}$

Пусть  $ab = 2^{14} \cdot x \cdot 7^{10}$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{17} \cdot y$$

$$x, y, z \in \mathbb{N}$$

$$ac = 2^{20} \cdot 7^{37} \cdot z$$

Тогда  $(abc)^2 = ab \cdot bc \cdot ac = 2^{51} \cdot 7^{64} \cdot xyz$

$$abc = 2^{25} \cdot 7^{32} \cdot \sqrt{xyz} \cdot 2$$

$abc \in \mathbb{N}$ , поэтому  $\sqrt{xyz} \cdot 2$  должно быть квадратом

какого-либо числа. Тогда  $\sqrt{xyz} \cdot 2 \geq 4$ . Тогда минимальное

значение  $\sqrt{xyz} \cdot 2 = 4 \Rightarrow abc$  Тогда  $\sqrt{xyz}$  должно быть

целым  $\Rightarrow abc = 2^{26} \cdot 7^{32} \cdot \frac{\sqrt{xyz}}{2}$ . Тогда  $abc : 2^{26}$ .

Значит  $abc : 2^{26}$  и на  $7^{37}$  Тогда минимальное значение  $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$

Пример:  $a = 2^9 \cdot 7^{10}$   $ab = 2^{14} \cdot 7^{10} : 2^{14} \cdot 7^{10}$

$$b = 2^5$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{27} : 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$c = 2^{17} \cdot 7^{27}$$

$$ac = 2^{21} \cdot 7^{37} = 2^{20} \cdot 7^{37}$$

Ответ:  $2^{26} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N2

Заметим, что  $a|b : m$ .

Тогда  $a$  взаимнопросто с  $m$ ,  $b$  тоже.

Итак, пусть  $a = kx$ ,  $m = ky$ , но тогда  $a|b : k \Rightarrow k|b : k$

~~$x|y = 1$~~

$b : k$

Но  $a$  и  $b$  взаимно  
просты.

т.к.  $\frac{a}{k}$  взаимнопросто  $k$ .

$$\frac{a|b}{a^2 - b^2} = \frac{a+b}{(a+b) - 2ab} = \text{делим на } m$$

$$(a|b) : m \Rightarrow 2ab : m$$

$$\text{Но } a \text{ и } b \text{ взаимнопросто с } m \Rightarrow \frac{2ab}{a} = 2b : m \Rightarrow \frac{2b}{b} : m \Rightarrow 2 : m$$

$$\text{Но тогда } m = 2.$$

Пример:  $a=1, b=7$

$$\frac{1+7}{1^2 - 6 \cdot 1 \cdot 7 + 7^2} = \frac{8}{1+42+49} = \frac{8}{92}$$

Ответ: при  $m=2$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

*N<sup>3</sup> продолжение*

$$4ga^2 + 50a - 99 = 0$$

$$4ga^2 - 4ga + 99a - 99 = 0$$

$$(4ga + 99)(a - 1)$$

~~Реш.~~  $a = -\frac{99}{4g}$  или  $a = 1$

Поскольку  $a = \sqrt{x}$ , то  $a \geq 0 \Rightarrow a = 1$

$$x^2 = 1 \Rightarrow x = 1 \quad AB = 8A = 8$$

Ответ: 8.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

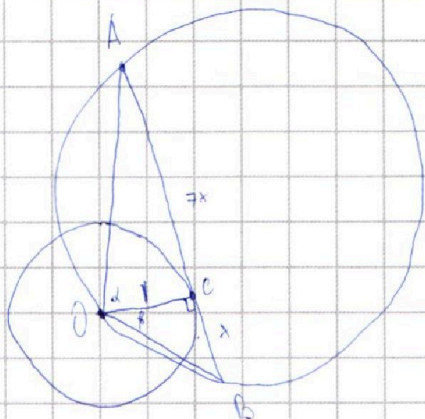
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N3

Рисунок  $AC = 7x, BC = x$

$OC = 1$



По теореме синусов  $\frac{AB}{\sin \angle AOB} = 2R = 10$

(т.к.  $OC \perp AB$ )

$\sin(\alpha + \beta)$

$AO = \sqrt{49x^2 + 1}$   $BO = \sqrt{x^2 + 1}$

Рисунок  $\angle AOC = \alpha, \angle COB = \beta$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha =$

$$= \frac{1}{\sqrt{49x^2 + 1}} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} + \frac{7x}{\sqrt{49x^2 + 1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{8x}{\sqrt{49x^2 + 1} \sqrt{x^2 + 1}}$$

$$\frac{8x}{\sqrt{49x^2 + 1} \sqrt{x^2 + 1}} = 10 \Rightarrow \sqrt{49x^2 + 1} \sqrt{x^2 + 1} = 10$$

$(49x^2 + 1)(x^2 + 1) = 100$

Рисунок  $a = x^2$

$49a^2 + 50a + 1 = 100$   $49a^2 + 50a + 1 = 100$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№4

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = (2x^2 - 5x + 3) - (2x^2 + 2x + 1)$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = \left( \sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \right) \left( \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \right)$$

$$\text{либо } \sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 0, \Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1 \Leftrightarrow x = \frac{2}{7}$$

$$\text{либо } \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1 \Rightarrow 4x^2 - 3x + 3 + 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 0$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 1 + 2x^2 + 2x + 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 7x - 1$$

$$4 \cdot 8x^2 + 8x + 4 = 49x^2 - 14x + 1$$

$$45x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{22 \pm 4\sqrt{61}}{82}$$

$$D = 22^2 + 4 \cdot 45 \cdot 3 = 484 + 540 =$$

$$= 1024 = 32^2$$

$$x = \frac{22 \pm 32}{82}$$

$$x = \frac{54}{82}$$

Ответ:  $x = \frac{2}{7}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5 продолжение.

Тогда рассмотрим сколько вообще пар точек прямых. Из 10. (Все  
линии точки от 0 до 1) К каждой прямой  $13 \cdot \frac{24}{2} = 156$  точек.

Тогда если еще прямые, то ~~для~~ по ним  $13 \cdot 13$  пар точек  
(13 вариантов для выбора точки на первой прямой, для каждого  
из них 13 вариантов выбора точки на 2-й прямой).

И так для 10 пар прямых всего  $1690$  пар точек.

Ответ: 1690.

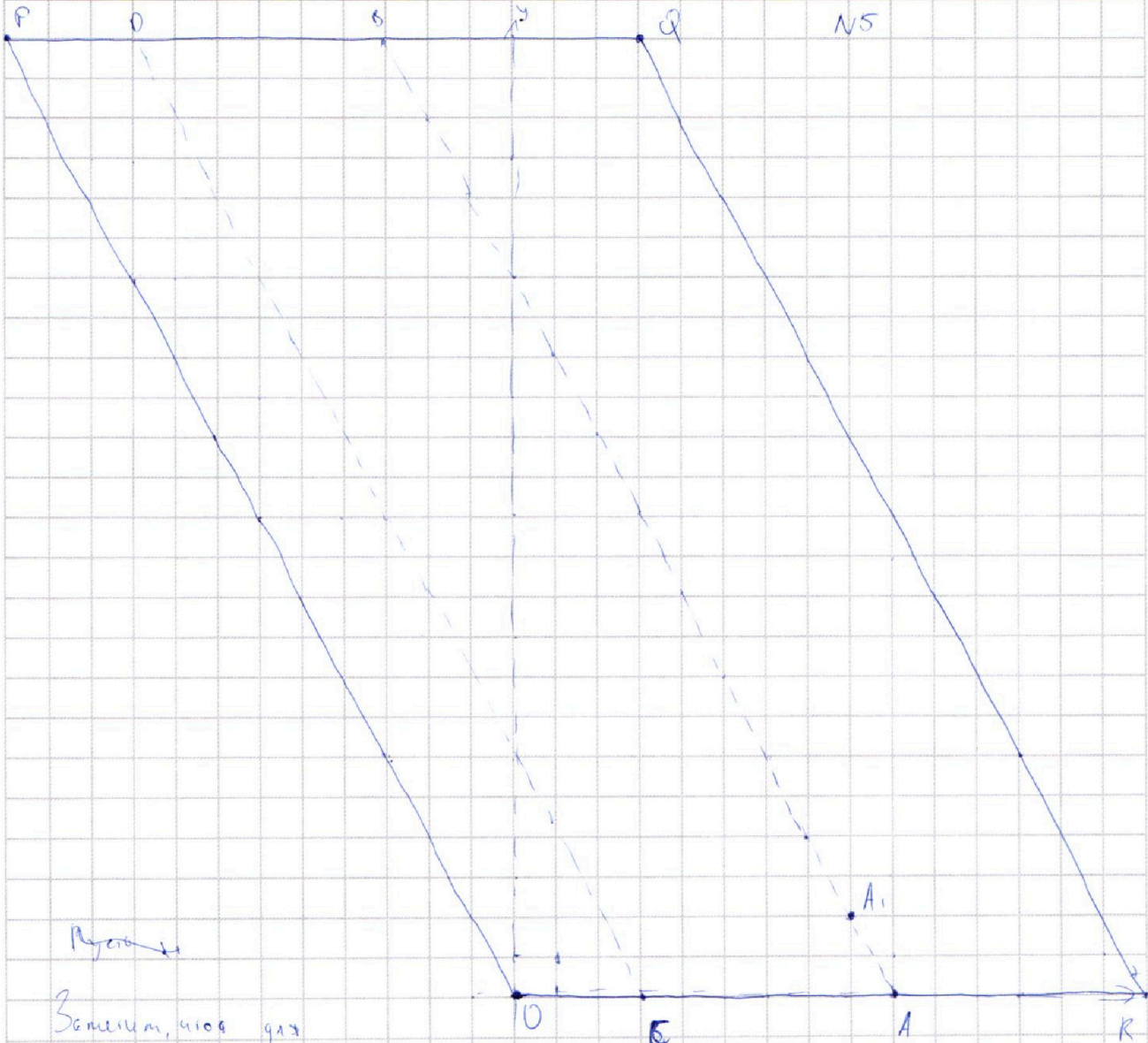
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть

Заметим, что для

точки  $O, O$  парой будут все целые точки,

лежащие на прямой  $y = 12 - 2x$ , а также на прямой  $y = -12 - 2x$ .

Таким образом для всех целых точек на прямой  $AB$  будет

получить все целые точки прямой  $CD$  и  $RQ$ . (Так как для  
точек  $A$  и  $A_1$   
2 прямые будут совпадать,  
т.е.  $y$  или  $2x + y_1 = 2x_2 + y_2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

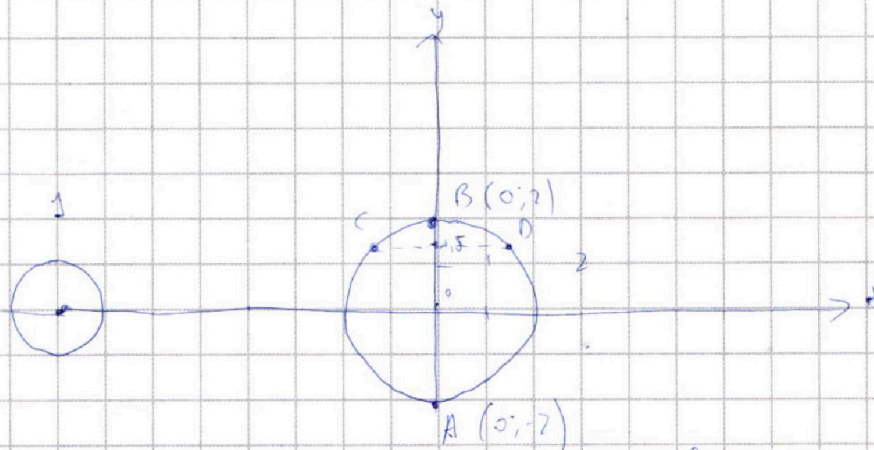
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№6.

Заметим, что решениями 2-го ур-я системы  
будут точки в окр-ти.



Нам нужно, чтобы прямая  $y = a + bx$  имела с этими

окр-тиями ровно 2 общие точки. Но если  $y = a + bx$ , то если

функция возрастающая, то при  $b = -0,2$  функция проходит через

A, а значит не пересекает 1-ую окр-ть, пересекает 2-ую окр-ть

в 2-й точке (т.к. касательной к окр-ти в этой точке является

горизонтальная прямая  $y = -2$ ).

Аналогично, если функция убывающая, то при  $b = 0,2$  она проходит

через B и еще ровно столько точек другой окр-ти и не проходит

через 1-ую окр-ть. Наконец, если  $a = 0$ , то при  $b = 0,15$

функция проходит через C и D. При значении для любого a найдется

такая b. Ответ: ~~для всех~~  $a \in (-\infty; +\infty)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N7 продолжение

Итого  $\Delta I = \sqrt{2 \cdot 2} + \sqrt{2 \cdot 4} = 2 + 3 = 5$

$$\Delta I = \sqrt{2 \cdot 2} + \sqrt{2 \cdot 4} = 2 + 3 = 5$$

Итого: 5

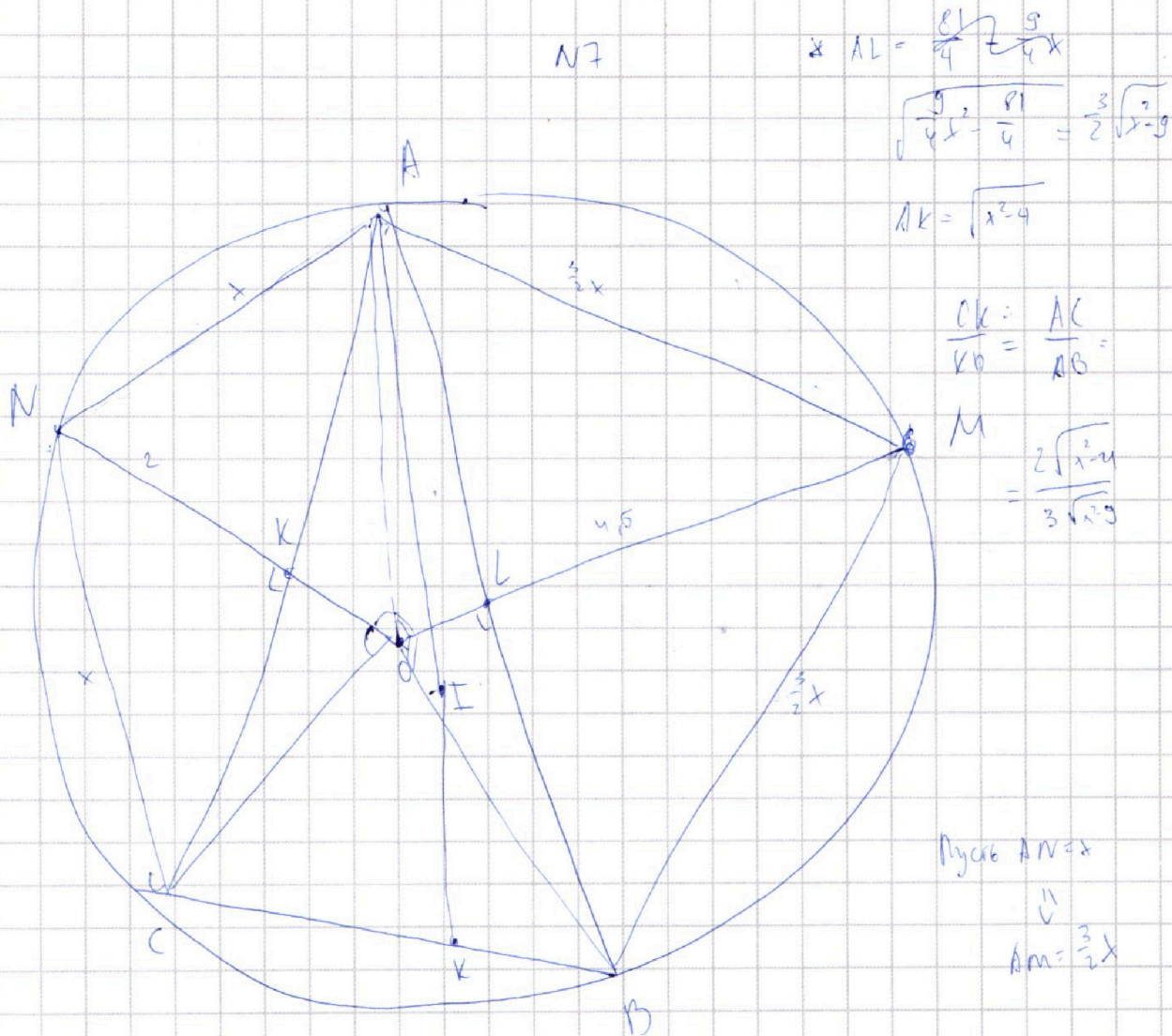
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$AN = NC$  (опор на равные дуги)

Поскольку  $AK \perp NK$  (расстояние от  $N$  до  $AC$ ) - высота в  $\triangle ANK$   
 $\perp \Rightarrow NK$  - сеп. пер. к  $AC \Rightarrow NK \perp ML$  ( $ML$  - диаметр по  $NK$ )

пересекаются в  $O$ , значит  $O$  - опус. сеп. пер.

$$S_{\triangle ANC} = \frac{AN \cdot NC \cdot \sin \angle ANC}{2} = \frac{AN \cdot NC \cdot AC}{4r} = \frac{AC \cdot 2}{2} \Rightarrow 4r = AN \cdot NC$$

Аналогично  $4r = AM \cdot MB$      $\frac{9}{4} \cdot AN^2 = AM^2 \Rightarrow \frac{3}{2} \cdot AN = AM$      $AM = \frac{3}{2} AN$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

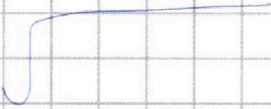
- |                                     |                                     |                          |                                     |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1                                   | 2                                   | 3                        | 4                                   | 5                                   | 6                                   | 7                                   |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик



$$4x^2 - 3x + 3 + 2\sqrt{\dots} = 0$$

$4x^2$

$$(2x + y)^2 = 4x^2 + 4xy$$

$$4xy = 3x$$

$$4y = 3$$

$$y = \frac{3}{4}$$

$48 - 9$

$$\frac{8}{49} - \frac{10}{7} + \frac{21}{7}$$

$$\sqrt{\frac{8}{49} + \frac{4}{7} + \frac{21}{7}}$$

$$\frac{11}{7} \quad \frac{21}{7}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

$$2x^2 + 2x + 1 > 1$$

$$\sqrt{2x^2 - 8x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = (2x^2 - 8x + 3) - (2x^2 + 2x + 1)$$

$$2x^2 + 2x > 0$$

$$2x^2$$

$$(2x^2 - 8x + 3) - \sqrt{2x^2 - 8x + 3} = (2x^2 + 2x + 1) - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\sqrt{2x^2 - 8x + 3} (\sqrt{2x^2 - 8x + 3} - 1) = (\sqrt{2x^2 + 2x + 1} (\sqrt{2x^2 + 2x + 1} - 1))$$

$$\sqrt{2x^2 - 8x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = \left( \sqrt{2x^2 - 8x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \right) \left( \sqrt{2x^2 - 8x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \right)$$

$$\sqrt{2x^2 - 8x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$2x + \sqrt{16 - 61}$$

$$\frac{2x + \sqrt{976}}{82}$$

$$2x^2 + 4 \cdot 41 \cdot 3$$

$$2x + 4\sqrt{32}$$

$$\sqrt{2x^2 - 8x + 3} + 2\sqrt{2x}$$

$$27$$

$$22$$

$$44$$

$$44$$

$$\sqrt{2x^2 - 8x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$(x-1)(2x-3) = \frac{4}{4 \cdot 2 \cdot 4}$$

$$164$$

$$3$$

$$4 \cdot 32$$

$$\frac{+ 1 - 1.5 +}{0 \quad 0}$$

$$6184 + 452 =$$

$$492$$

$$876$$

$$\frac{2x^2 - 8x + 3}{-2x + 1} = \frac{1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}}{1} - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\sqrt{976}$$

$$1 + 7x - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 0$$

$$8x^2 + x + 3 = 0$$

$$- 488 \cdot 2$$

$$2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1 + 7x$$

$$244$$

$$122$$

$$4 \cdot (2x^2 + 2x + 1) = 8x^2 + 8x + 4 = 1 + 7x$$

$$61$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

*Черновик*

$$ab: 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc: 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ac: 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$2^{14} \cdot 7^{10}$$
  
$$2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$a: 2^{14} \cdot 7^{10}$$
  
$$b: 2^5$$
  
$$c: 2^{12} \cdot 7^{27}$$

$$ab = 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot x$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{17} \cdot y$$

$$ca = 2^{20} \cdot 7^{37} \cdot z$$

$$a^2 b^2 c^2 = 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot 2^{17} \cdot 7^{17} \cdot 2^{20} \cdot 7^{37} \cdot xyz$$

$$abc = 2^{17} \cdot 7^{28} \cdot \sqrt{2^{51} \cdot 7^4 \cdot xyz}$$

$$= 2^{25} \cdot 7^{32} \cdot \sqrt{2 \cdot xyz}$$

$$2^{26} \cdot 7^{32}$$

$$\frac{3+5}{5^2 - 6 \cdot 5 + 5^2} = \frac{8}{9 \cdot 25 - 30} = \frac{8}{36 - 30} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$
  
$$14 + 17 + 20 = 34 + 17 = 44 + 7 = 51$$

$$\frac{1 \cdot 7}{1 - 42 \cdot 49} = \frac{7}{1 - 1764} = \frac{7}{-1763}$$

$$a = -b$$
  
$$m$$

$$\frac{a}{b}$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 8ab + b^2} = \frac{a+b}{a^2 + 2ab + b^2 - 8ab} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab}$$

$$8ab = a+b$$
  
$$m$$

$$a+b = m$$

$$8ab = m$$

$$a = -b$$

$$(a+b)^2 - 8ab = m$$

$$b \cdot b \cdot (-b) = 0$$

$$8b^2 = 0$$
  
$$m$$

$$-8b^2 = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

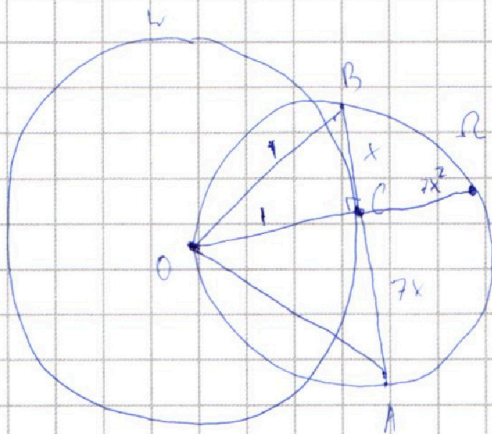
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1                                   | 2                                   | 3                                   | 4                                   | 5                                   | 6                                   | 7                                   |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

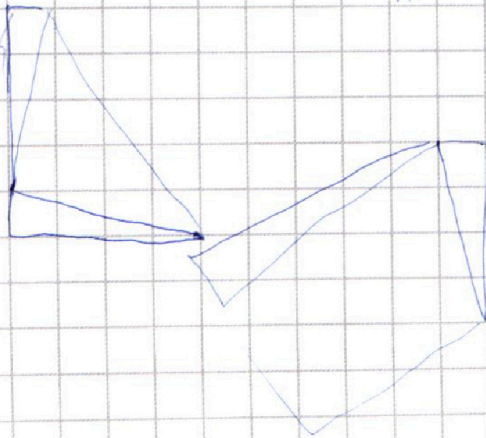
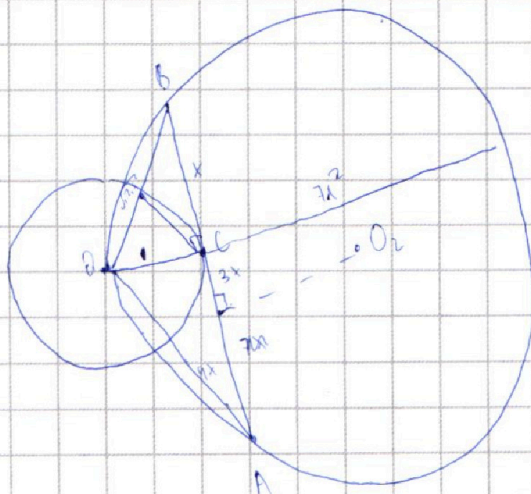
*Черновик*



AC:CB = 7

$r_R = 5$

$OC = 1$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



*Черновик*

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x \quad -45x^2$$

$$4 + 45x^2 - 28x$$

$$2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1 - 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$4x^2 - 3x + 4 = 2 - 7x \quad -45x^2 - 28x$$

$$4x^2 - 3x + 4 = 2 - 7x$$

$$4x^2 - 3x + 4 = 2 - 7x$$

$$2x^2 = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 4 + 45x^2 - 28x$$

$$4x^2 \cdot 4x^6 = (2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)$$

$$4x^8 = 4x^4 + 4x^3 + 2x^2 = 16x^3 - 10x^2 - 5x + 6x^2 + 6x + 3$$

$$0 = 4x^8 - 6x^3 - 2x^2 + 5x + 3$$

$$6x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$$

$$6 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^3 + 2 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^2 - \frac{2}{7} - 2 = 0$$

$$6 \cdot \frac{8}{7^3} + \frac{8}{7^2} - \frac{2}{7} - 2 = 0$$

$$(4 + 45x^2 - 21x + 2)^2 =$$

$$\frac{48}{7^3} + \frac{8}{7^2} - \frac{2}{7} - 2 = 0$$

$$5(-9x^2 + 5x) = 2$$

$$\frac{48}{3^3} + \frac{8}{7^2} - \frac{98}{7^3} =$$

$$-45x^2 + 8x(-9x + 5) = 2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

**МФТИ**



1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$x < \frac{2}{7}$$

1

$4x^2 -$

$$25x^2(81x^2 - 90x + 25) = 2 \cdot (2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)$$

$$2(36)^2 x^4 - 26 \cdot 90x^3 + 26 \cdot 25x^2 = 4 \cdot 81x^4 + 81x^3 + 4x^2 - 20x^3 - 20x^2 - 10x + 12x + 6$$

$$25x^2(9x - 5)^2$$

$$81x^4 - 16x^3 + 4x^2 + 4 \cdot 2x + 6$$

$$2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 < 0$$

$$x < \frac{2}{7}$$

$$-7x + 2 < 0$$

$$8 - 16 - 4 - 2x$$

$$x < \frac{2}{7} \quad (2 - 7x) < 0$$

$$2x^2 - 5x + 3 < 2x^2 + 2x + 1$$

$$-5x + 3 < 2x + 1$$

$$-5x \quad 7x >$$

$$2x >$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

Черновик

$$x = \frac{2}{7}$$

$$\sqrt{8 - 10 \cdot \frac{2}{7}} = 1$$

$$7x + \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 2 + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\sqrt{8 \cdot \frac{2}{7}} = \sqrt{13}$$

$$49x^2 + 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + 24x\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 4 + 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} + 4\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$18 \cdot \sqrt{6}$$

$$49x^2 + 14x\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 2x + 4\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\frac{11}{7}$$

$$-\frac{10}{7 \cdot 3}$$

$$-8 \cdot \frac{2}{7} \cdot 3 + \frac{4}{7} \cdot 1$$

$$-5x + 3 \quad 2x + 1$$

$$-5 - \frac{7}{2} \cdot 3$$

$$3 - \frac{10}{7}$$

$$\sqrt{2x^2 - 2x - 3x + 3}$$

$$\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$-\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{21}{7} - \frac{10}{7 \cdot 3} \cdot 18 + 6 \cdot 1 = -$$

$$-\frac{\sqrt{12}}{12} = 2 - 2 = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{2}{7}$$

$$\sqrt{(2x-3)(2x)}$$

$$2 \cdot \frac{2}{7}$$

$$\frac{3}{2}$$

$$2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 =$$

$$= \frac{9}{2} = 4,5$$

$$\sqrt{(2x-3)(2x+1)}$$

$$\frac{17}{2}$$

$$2x \cdot 8,5$$

$$4 \cdot 1,5$$

2



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1                                   | 2                                   | 3                                   | 4                                   | 5                                   | 6                                   | 7                                   |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

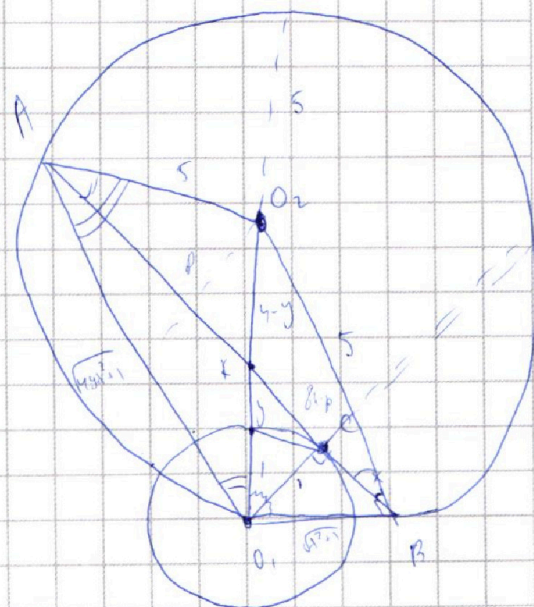
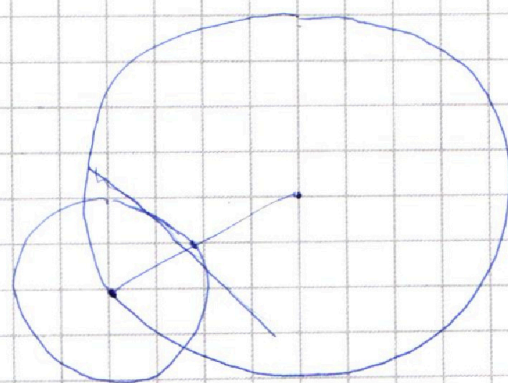
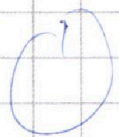
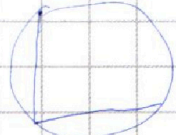
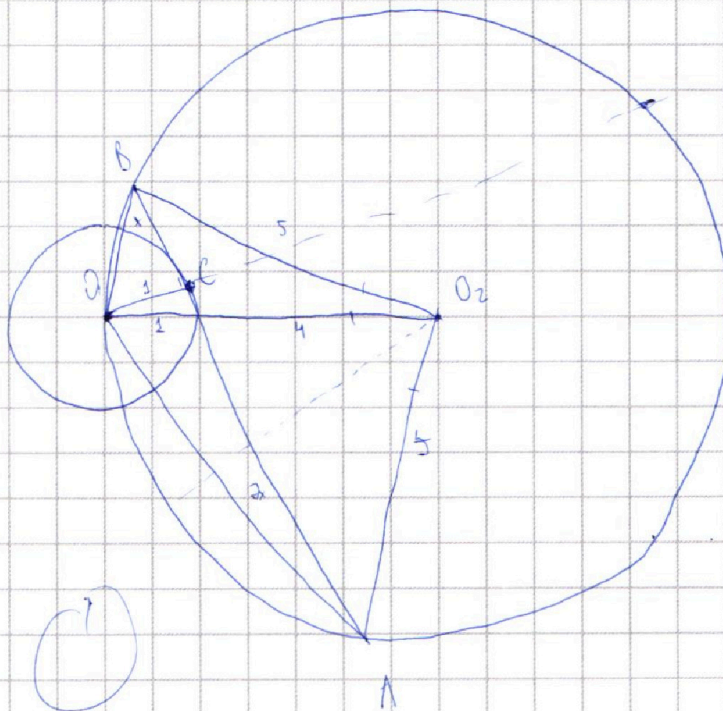
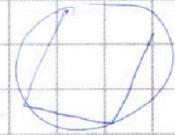
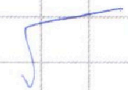


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$x \neq 7$

$7 - 7 \neq 6$

*Черновик*



$(a^2 - r^2)/r = (b+y)(a+y)$

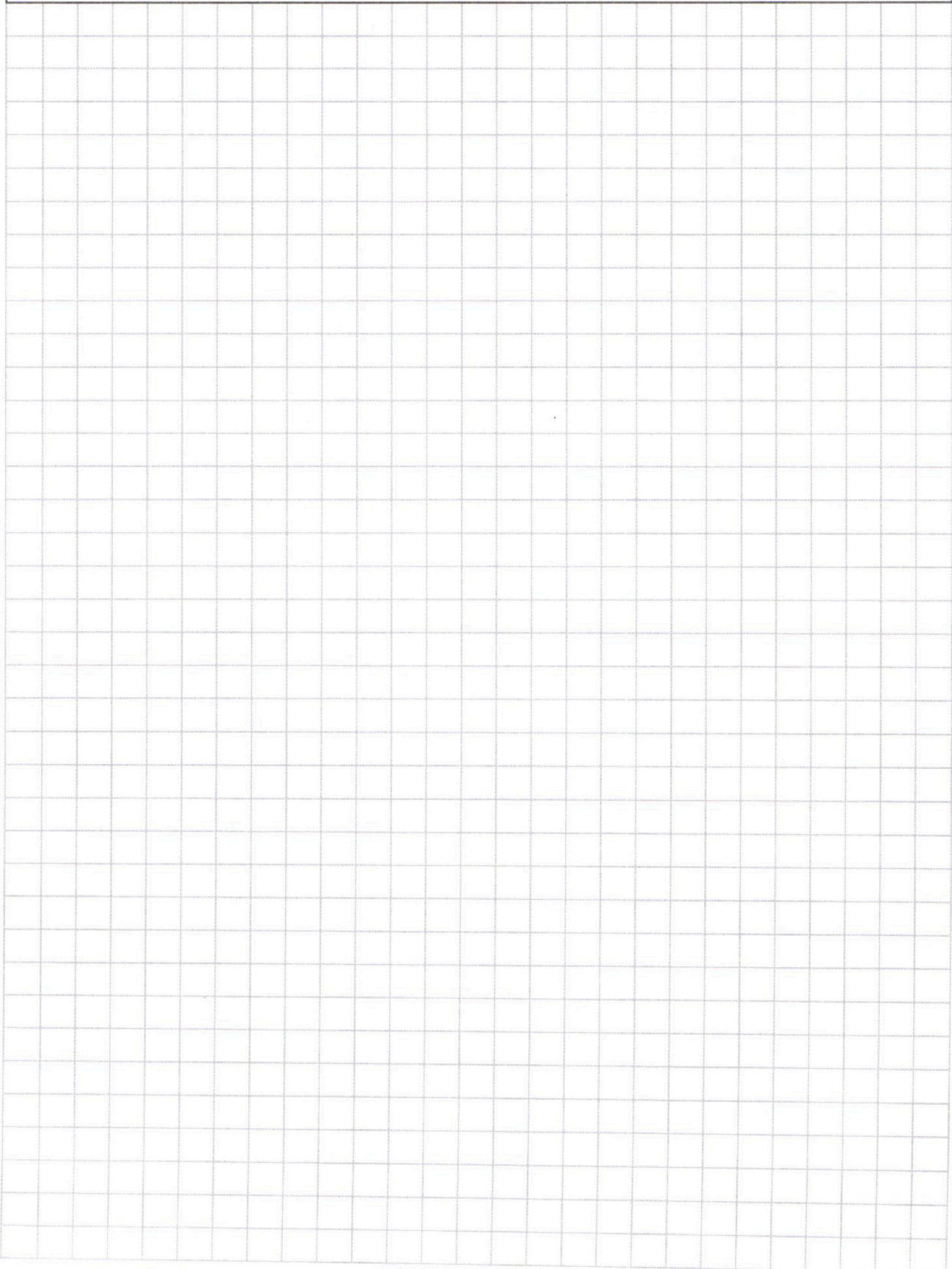


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.  
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1    2    3    4    5    6    7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



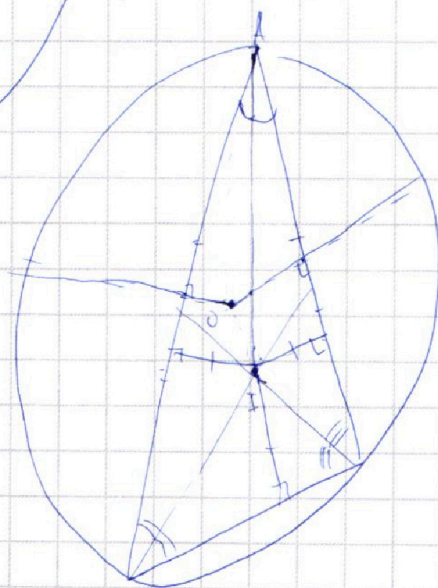
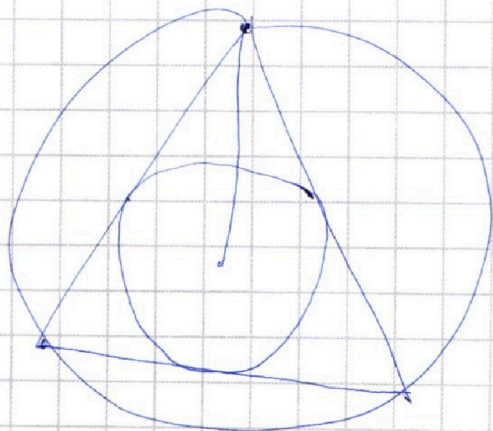
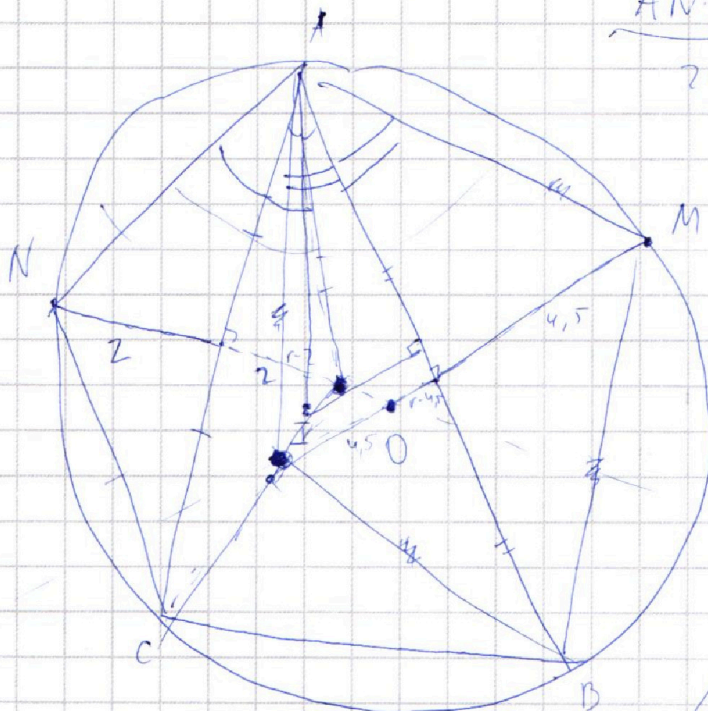
Черновик

$$AN \cdot NC \cdot \frac{AC}{2r} = 2 \cdot AC$$

$$\frac{AN \cdot NC}{2r} = 2$$

$$AN \cdot NC = 4r$$

$$AM \cdot MB = 9r$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

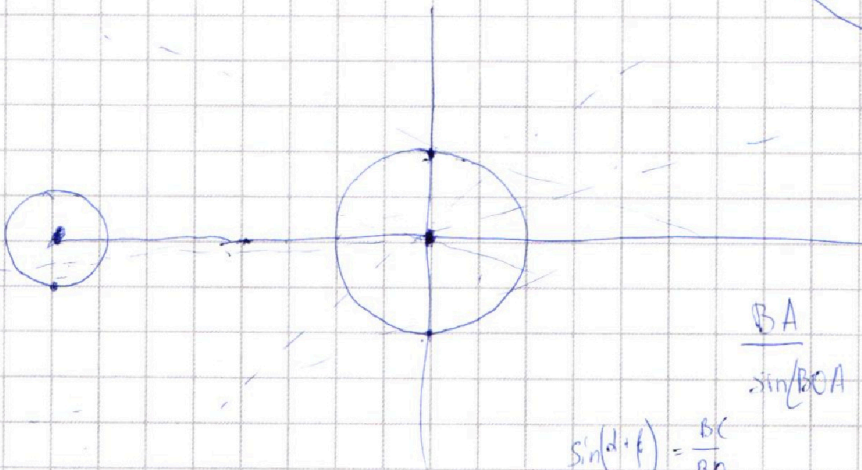
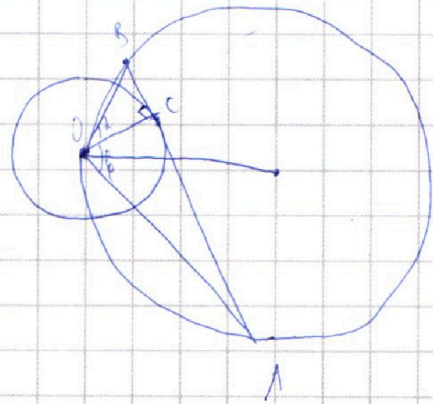
- |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1                                   | 2                                   | 3                                   | 4                                   | 5                                   | 6                                   | 7                                   |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ (x+8)^2 + y^2 - 1 = 0 \\ (x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$



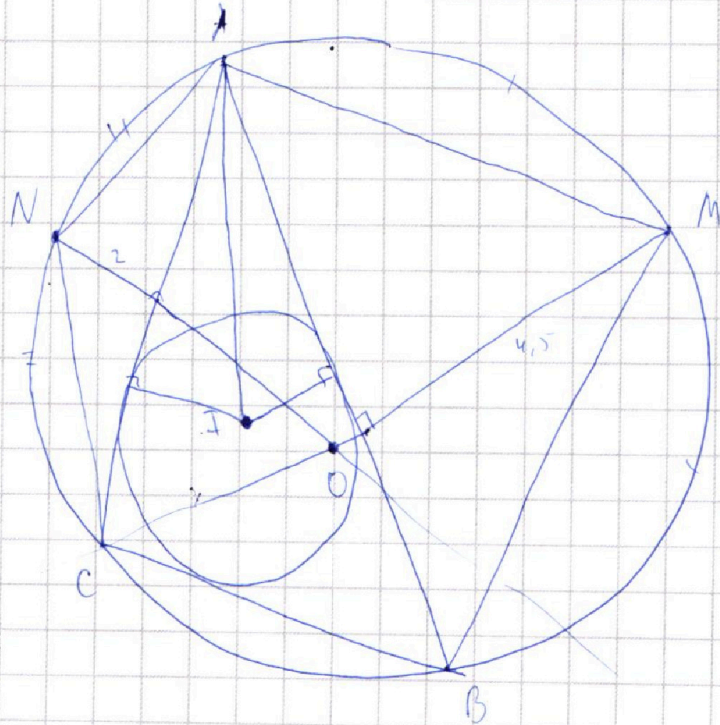
$$\frac{BA}{\sin \angle BOA} = 2R = 10$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \frac{BC}{BO}$$

$$(x+8)^2 + y^2 - 1$$

$$ax - y + 10b = 0$$

$$y = ax + 10b$$



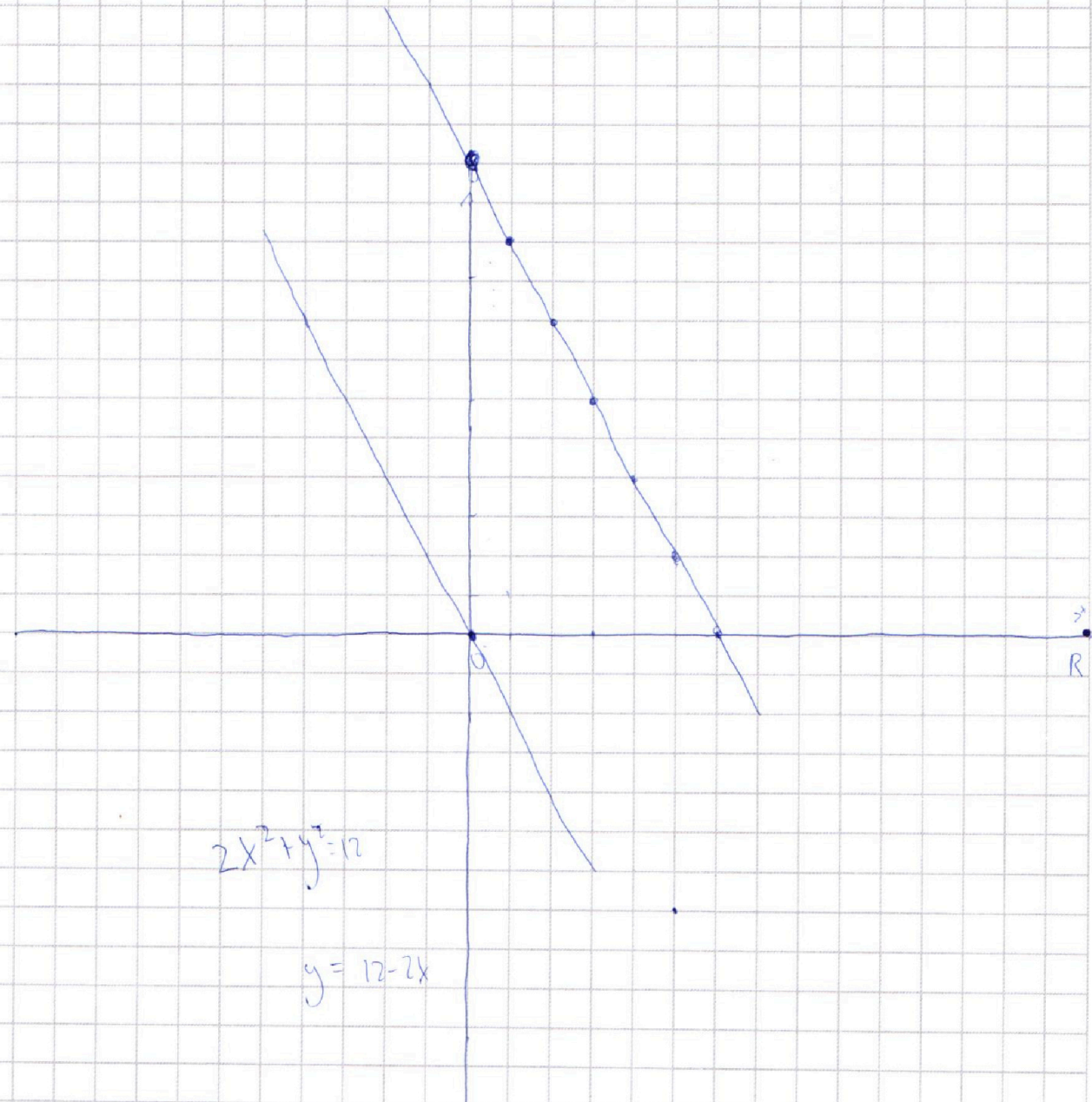
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2x^2 + y^2 = 12$$

$$y = 12 - 2x$$

$$x_1, y_1 \quad -y_2 = 1$$

$$y_2 = 12 - y_1 - 2x_1$$