



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leqslant 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a = 2^n \cdot 7^n \cdot x$$

x, y, z - неприводимые числа

$$b = 2^{14-n} \cdot 7^{10-n} \cdot y$$

$$c = 2^{20-n} \cdot 7^{37-n} \cdot z$$

$$ab = 2^{14} \cdot 7^{10} xy$$

$$ac = 2^{20} \cdot 7^{37} xz$$

$$bc = 2^{34-2n} \cdot 7^{47-2n} yz$$

Число x приводимо, значит $x, y, z = 1$

$$bc = 2^{34-2n} \cdot 7^{47-2n} \Rightarrow n \leq 8 \text{ б/c}$$

Число b больше n , число c меньше n $\Rightarrow n = 8$ $bc = 2^{18} \cdot 7^{31}$

$$a = 2^8 \cdot 7^8$$

$$b = 2^6 \cdot 7^2$$

$$abc = 2^{26} \cdot 7^{39}$$

$$bc = 2^{12} \cdot 7^{23}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2. \frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab}$$

некорректно

некорректно

некорректно

$$\frac{a}{b} \text{ некорректно} \quad \frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab}$$

Заметим, что max значение эта дробь может принимать - это

$$a+b \Rightarrow \frac{a+b}{a^2 - 8ab} \text{ максимум, } \frac{a+b}{a} \text{ максимум, } \frac{a+b}{2} \text{ не максимум} \Rightarrow$$

\Rightarrow max значение этого выражения это 8 $\Rightarrow a+b=8$, $a=1$ $b=7$

$$\frac{1+7}{(1+7)^2 - 8 \cdot 7} = \frac{1}{8-7} = 1 \quad m=8$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

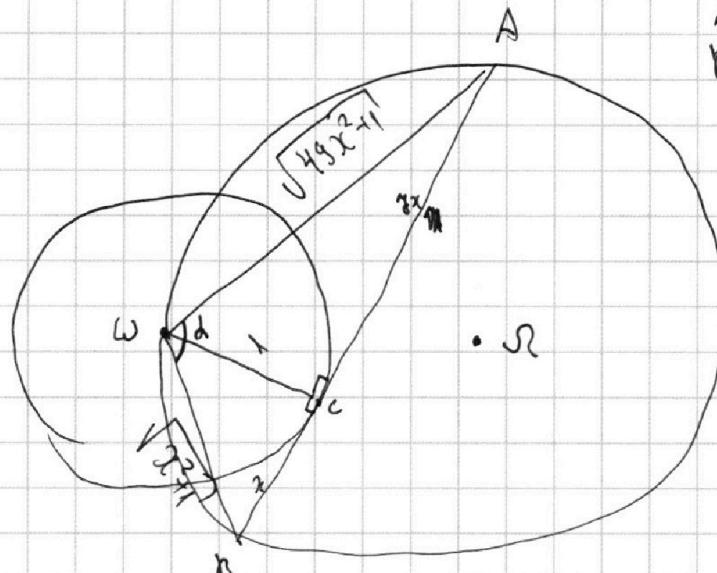
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Число



$$AC = 7x, BC = x$$

$$\omega = 1, R = 5$$

AB?

1) ω_C - радиус окружности $\omega \Rightarrow \omega_C = 1$ m.u. AO - исходная $\Rightarrow \omega_C \perp AB$

2) по т. Евклида между ω_B и ω_A $\omega_B = \sqrt{x^2 + 1}$, $\omega_A = \sqrt{1 + 49x^2}$

3) т.ч. $\angle AOB = 1$ m.u. sin для $\triangle AOB$ $\frac{AB}{\sin 1} = 2R$ $\sin 1 = \frac{49x}{R} = \frac{49x}{5}$

4) $S_{AOB} = \frac{1}{2} \cdot \omega_C \cdot AB = 49x$

$$S_{AOB} = \frac{\sin 1}{2} \cdot \omega_A \cdot \omega_B = \frac{2x}{5} \cdot \sqrt{49x^2 + 1} \cdot \sqrt{x^2 + 1}$$

$$49x = \frac{2x^2}{5} \cdot \sqrt{49x^2 + 1} \cdot \sqrt{x^2 + 1}$$

$$\begin{array}{r} 99 \\ 49 \\ \hline 951 \\ 4851 \\ \hline 3960 \\ 4851 \\ \hline 137 \\ 137 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$100 = 49x^4 + 50x^2 + 1 \quad \phi = 2500 + 4 \cdot 49 \cdot 99 = 2500 + 4 \cdot 4801 =$$

$$+ \text{m.u. } x^{2=0} \quad x^2 = \frac{-50 + \sqrt{2500 + 4 \cdot 49 \cdot 99}}{98} = \frac{-50 + 4 \sqrt{1369}}{98} = \frac{-50 + 4 \cdot 37}{98} = \frac{148 - 50}{98} = \frac{98}{98} = 1$$

$$x^2 = 1 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow AB = 8$$

Число

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$y = 4 - 8x < 0$$

~~Методом подстановки~~

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 2 - 7x + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$2x^2 - 5x + 3 = (2 - 7x)^2 + 2x^2 + 2x + 1 + 2(2 - 7x)\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$2 - 7x - (2 - 7x)^2 = 2(2 - 7x)\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

Рассмотрим случай, когда $x \neq \frac{2}{7}$

$$1 - 2 + 7x = 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$7x - 1 = 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$x = \frac{1}{7}$$

$$49x^2 - 14x + 1 = 8x^2 + 8x + 4$$

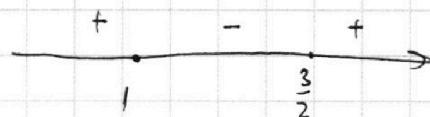
$$41x^2 - 16x - 3 = 0 \quad \text{ДА} \quad D = 22^2 + 3 \cdot 4 \cdot 41 = 484 + 492 = 976 = 4^2 \cdot 61$$

$$x = \frac{6 \pm 4\sqrt{61}}{82}$$

$$\left\{ x = \frac{6 \pm 4\sqrt{61}}{82} \right.$$

$$2x^2 - 5x + 3 \geq 0$$

$$(x-1)(2x-3)$$



$x = \frac{1 - 4\sqrt{61}}{82}$ н不符, т.к. все отрицательные
числа недопустимы

$$x = \frac{6 + 4\sqrt{61}}{82} < 1 \Rightarrow \text{точка недопустима}$$

Ответ: $x = \frac{6 + 4\sqrt{61}}{82} \quad x = \frac{2}{7}$

I-



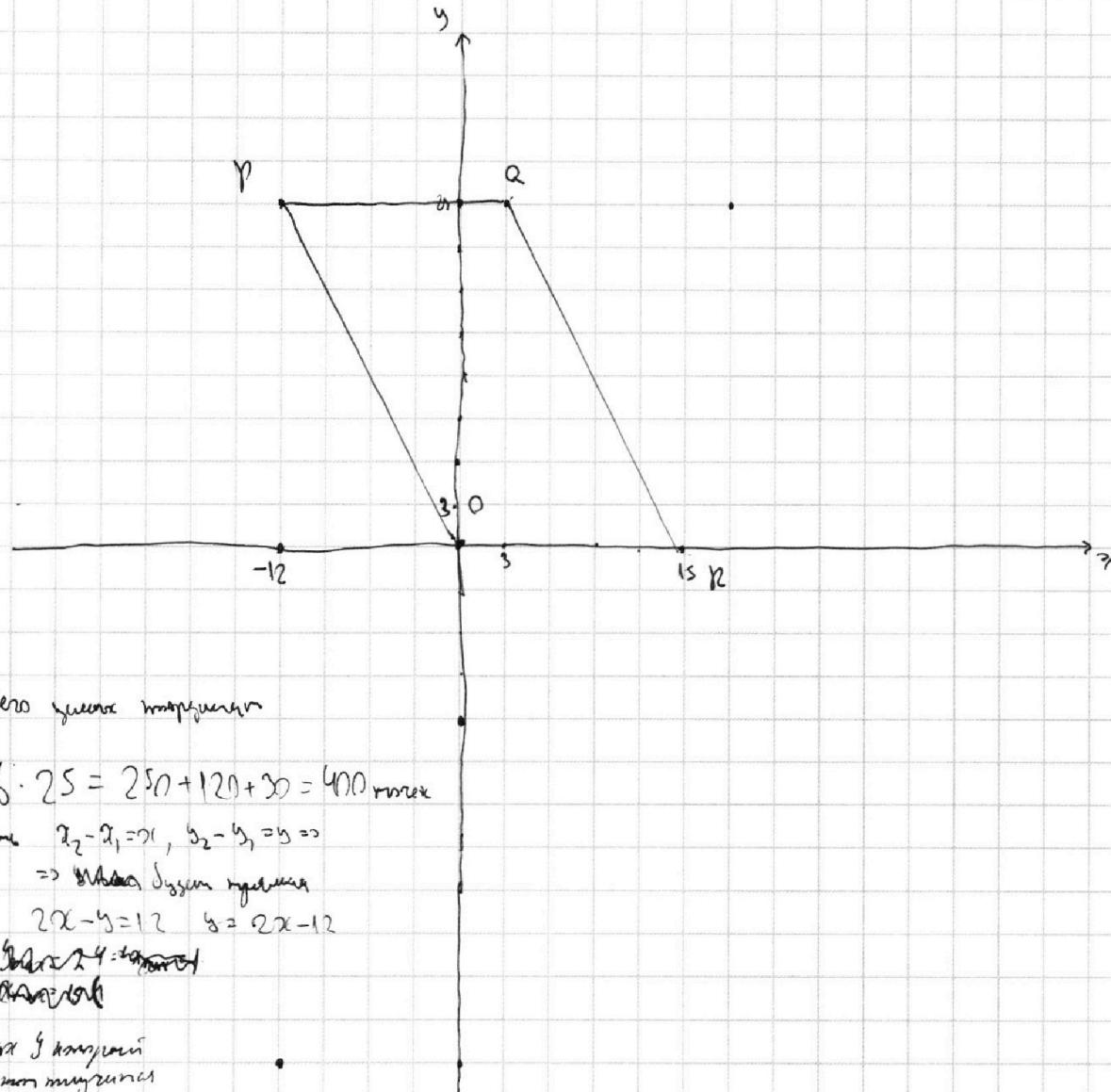
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



I-

I-

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax - by + 10b = 0 \\ ((x+2)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

$$(x+2)^2 + y^2 - 1 \geq 0$$

$(x+2)^2 + y^2 = 1$ для $y=0$ точка $(-3, 0)$ $x^2 + y^2 = 4$ точка $(0, 2)$ $R=2$

$$y = ax + 10b - \text{это}$$

прямая проходит через a -

мы знаем угол между

прямой, и круга в точке b

тогда, если на линии есть

2 решения, то это значит

нужно нарисовать обе прямые

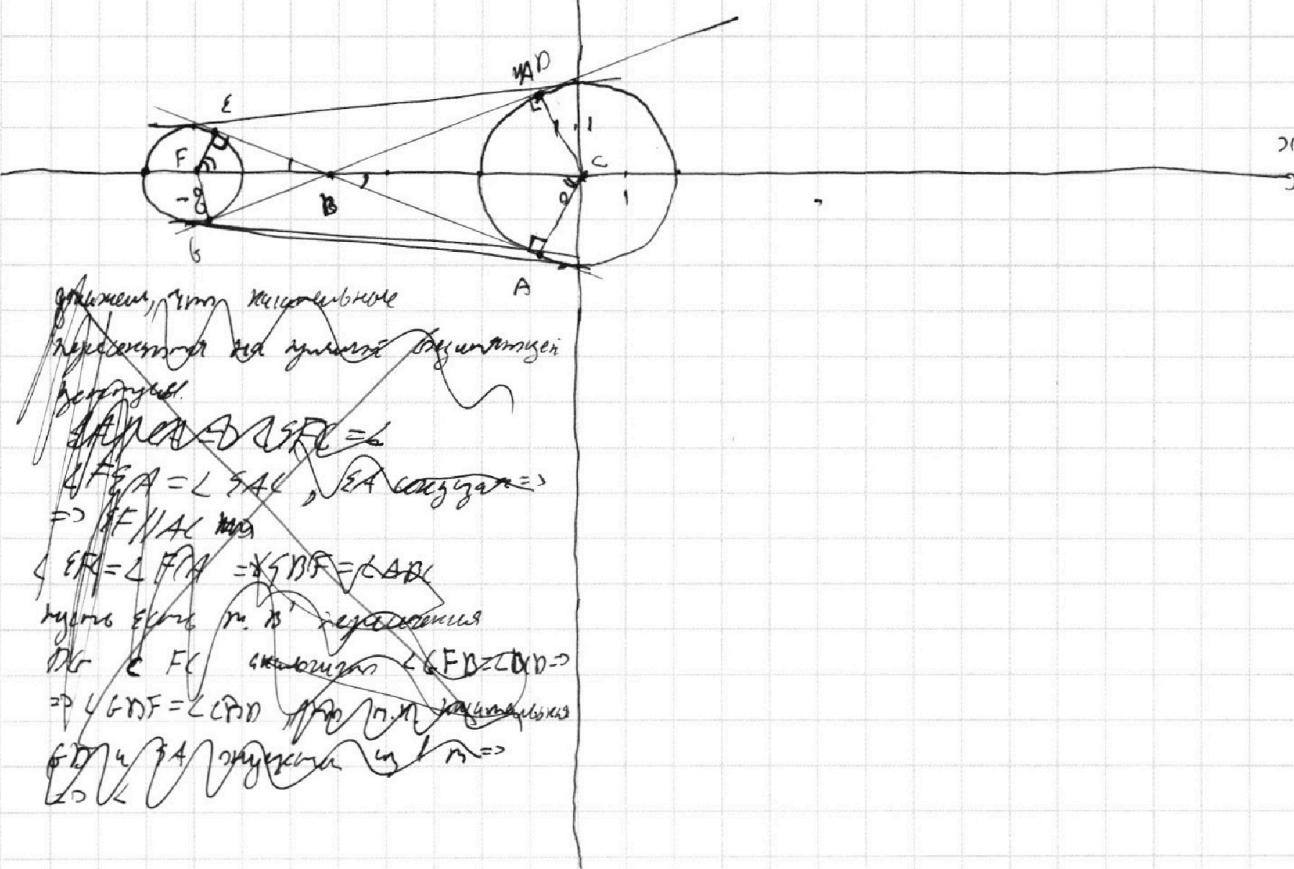
Конечно же, пересекаются они

на линии

все что выше круга лежит

засечки 2 пересекаются, и выше

то что на окружности



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

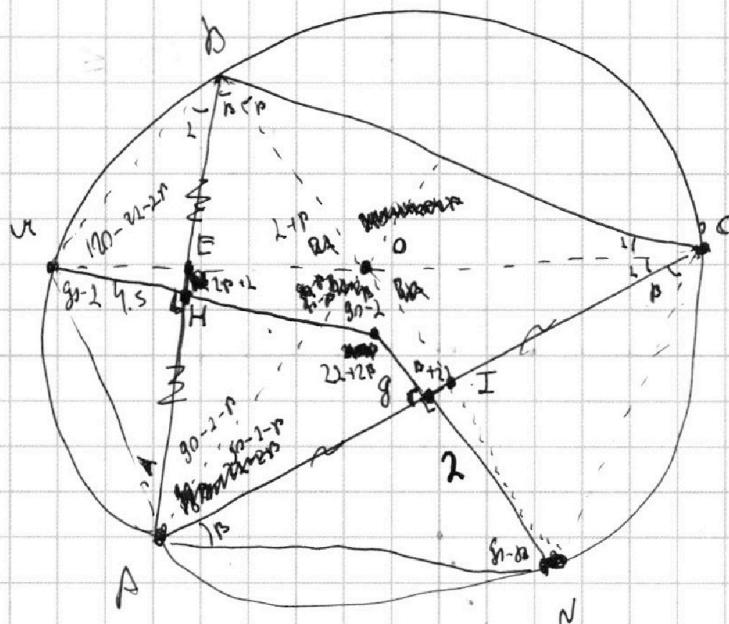
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

AO - ?



м.н. А- середина дуги $BA=0$ (А- биссектриса, аналогично $BN=0$)

$\Rightarrow O$ (единственная общая точка) лежит на пересечении $MC \cap BN$

МН \perp АВ $\Leftrightarrow \angle MAB = \angle MBA$ (из гипотезы) $\Rightarrow MB=MA$

$\Delta MNB \cong \Delta MNA$ по общей гипотезе и признаку углов $\angle MNA = \angle MNB$,
 $\angle MBN = \angle MNA \Rightarrow$ МН- биссектриса, аналогично $NK \Rightarrow$ их пересечение - это
центр тупого угла окружности ADC

АД тупое биссектриса, м.н. т.к. О - т.к. пересечение биссектрис
углов $\angle MDA=2\beta$, $\angle CAD=0$, приведенные углы на расстояние (равные дуги
равные углы)

$\angle DAC = 180 - 2\beta - 2\gamma$, $\angle BAC = 90 - 2\gamma$, н.н. биссектриса

$\angle AED = 2\gamma + \beta \Rightarrow \angle EDA = 90 - \beta$

$\angle AID = 2\gamma + \beta$, $\angle ADI = 90 - \beta$ $\Rightarrow \angle AOD$ радиус
 $\Rightarrow \angle AOD$ радиус
 $AM = MR$, $AN = NP$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} = \frac{10a+10b}{100}$$

$$a = \frac{6b \pm \sqrt{36b^2 - 4b^2}}{2} = \frac{6b \pm \sqrt{32b^2}}{2} = 3b \pm b\sqrt{8}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ 9 \quad 3 \\ + \quad 4 \quad 9 \\ \hline 8 \quad 9 \quad 1 \end{array}$$

$$a = 3b \pm 2\sqrt{2}b = a+b$$

$$a+b = a - 3b - 2\sqrt{2}b \quad \begin{array}{r} 3 \quad 9 \quad 6 \quad 0 \\ - 2 \sqrt{2}b \\ \hline 4 \quad 8 \quad 5 \quad 1 \end{array}$$

$$4b = 2\sqrt{2}b$$

$$\frac{a^2 - 6ab + b^2}{a+b} = \frac{a^2}{a+b} - \frac{6ab}{a+b} + \frac{b^2}{a+b}$$

$$\frac{(a+b)^2 - 8ab}{a+b} = \frac{(a+b)^2}{a+b} - \frac{8ab}{a+b} = a+b - \frac{8ab}{a+b} = a+b - ab$$

$$8 = a+b$$

$$\frac{8}{b^2 - 8ab} = \frac{1}{8 - ab}$$

$$a+b=8 \quad a=8-b$$

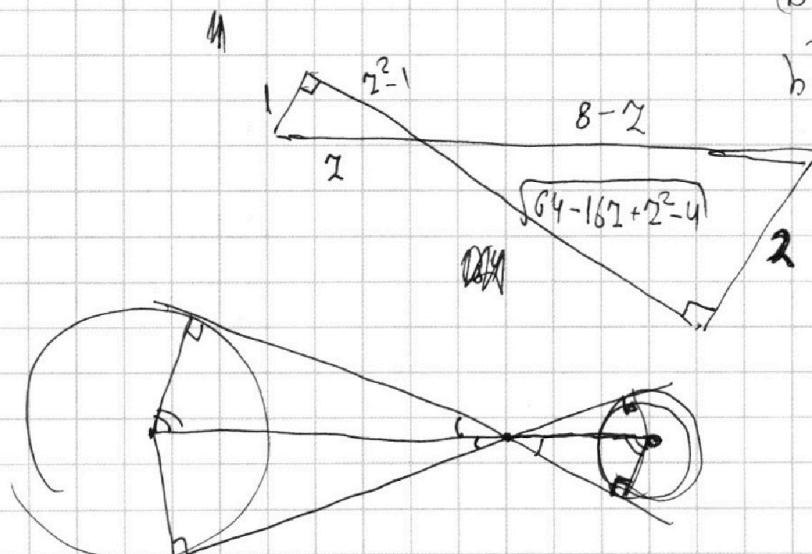
$$ab \leq 8 \quad 8b - b^2 \leq 8$$

$$\frac{b^2}{8-b}$$

$$b^2 - 8b + 8 \geq 0$$

$$ab = -10b$$

$$\frac{x}{8} = -ab$$



1



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порядок QR-кода не很重要!

Лист №1

$$1. \quad ab : 2^{14} \cdot 3^{10}$$

$$bc : 2^{14} \cdot 3^{14}$$

$$ac : 2^{20} \cdot 3^{32}$$

$$\frac{ac}{ab} = \frac{c}{b} = \frac{2^{20} \cdot 3^{32}}{2^{14} \cdot 3^{10} \cdot 2^6} =$$

$$= 2^6 \cdot 3^{22} \cdot \frac{2^2}{3^3} b$$

$$c = 2^6 \cdot 3^{22} \cdot \frac{2^2}{3^3} b$$

$$b^2 \cdot \frac{1}{3^3} \cdot 2^6 \cdot 3^{22} = 2^{14} \cdot 3^{12} \cdot 5^2$$

$$b^2 = 2^{14} \cdot 3^{10} \cdot 5^2$$

$$ab - bc - ac : 2^{14} \cdot 3^{10} \cdot 2^{13} \cdot 3^{12} \cdot 2^{20} \cdot 3^{32} =$$

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{51} \cdot 3^{64}$$

$$abc : 2^{51} \cdot 3^{32}$$

$$abc_{\min} = 2^{24} \cdot 3^{32}$$

$$2^{20} \cdot 3^{32}$$

$$a + c = 20$$

$$b + c = 17 \quad (= 17 - 2)$$

$$a + b = 14 \quad a = 14 - b$$

$$\begin{aligned} a + b &= 14 \\ a + 17 - b &= 14 \\ a &= 14 - 17 + b \\ a &= b - 3 \end{aligned}$$

$$3^1 - 2^0 = 2^0$$

$$2^0 = 1$$

$$1 = 17 - 16$$

$$b - 3 = 16$$

$$b = 19$$

$$a = 14 - 19$$

$$a = -5$$

$$\frac{c}{a} = 2^3 \cdot 3^2$$

$$c = 2^3 \cdot 3^2 a$$

$$a^2 \cdot 2^3 \cdot 3^2 = 2^{20} \cdot 3^{20}$$

$$a^2 = 2^{14} \cdot 3^{30}$$

$$\frac{c}{a} = 2^3 \cdot 3^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

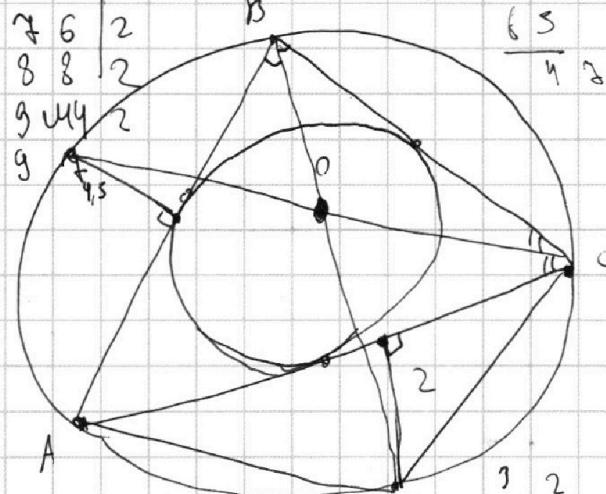


- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r|l} 2 & 2 \\ 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 0 & 5 \\ 0 & 5 \\ 0 & 2 \\ 1 & 3 \\ 0 & 6 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 0 & 4 \\ 5 & 2 \\ 7 & 6 \\ 8 & 8 \\ 9 & 4 \\ 9 \end{array}$$



$$10 \overline{) 6 \ 9 \ 4} \quad \begin{array}{r} 0 \ 5 \\ 6 \ 3 \\ \hline 4 \ 2 \end{array}$$

$$A0-7. + \begin{array}{r} 1 \ 9 \ 8 \ 0 \ 4 \\ 2 \ 5 \ 0 \ 0 \\ \hline 2 \ 2 \ 3 \ 0 \ 4 \end{array}$$

$$7 \ 4 \ 5 \ 1 \\ 1 \ 2 \ 5 \\ 5 \\ \hline 2 \ 2 \ 5 \ 0 \ 0$$

$$S \triangle AOB = \frac{OC}{2} \cdot AB = \frac{8x}{2}$$

$$19 \overline{) 4 \ 0 \ 4} \quad \begin{array}{r} 3 \ 2 \\ 4 \ 8 \ 5 \ 1 \\ 4 \ 0 \ 6 \ 0 \\ \hline 4 \ 5 \ 5 \ 1 \end{array}$$

$$S \triangle AOB = \sin 2 \sqrt{49x^2+1} \sqrt{x^2+1}$$

$$1 \ 1 \ 7 \\ 1 \ 3 \ 6$$

$$3 \ 2 \\ 4 \ 9 \ 5 \ 1 \\ 4 \ 0 \ 6 \ 0 \\ \hline 4 \ 5 \ 5 \ 1$$

$$1 \ 5 \ 8 \ 0 \ 4$$

$$\sin 2 = \frac{AB}{2r} = \frac{4x}{5}$$

$$1 \ 7 \ 1 \ 3 \ 6 \ 9$$

$$\frac{4x}{5} \sqrt{49x^2+1} \cdot \sqrt{x^2+1} = 8x \cdot 2$$

$$4 \ 1 \ 5$$

$$(49x^2+1)(x^2+1) = 100$$

$$\phi = 50 \cdot 50 + 4 \cdot 49 \cdot 50$$

$$49x^4 + 50x^2 + 50 = 0$$

$$2500 + 4 \cdot 49 + 4 \cdot 50 \cdot 100 + 4 \cdot 50 \cdot 100 = 2500(1+8) - 4(100+49)$$

$$m \sqrt{1368} \quad 37 \times 3 = 111$$

$$3 \ 3$$

$$27 \\ 37 \\ 437 \\ \hline 259$$

$$259 : 37$$

$$5 \ 5 \ 0$$

$$1 \ 0 \ 9 \ 9$$

$$1 \ 1 \ 1 \ 0$$

$$1 \ 3 \ 6 \ 5$$

$$b = 2 \cdot \sqrt{2}$$

$$b = 2 \cdot \sqrt{4}$$

$$\begin{aligned} a &= 2 \cdot \sqrt{2} \\ c &= 2 \cdot \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$b = 2 \cdot \sqrt{3}$$

$$a = 2 \cdot \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} b &= 2 \cdot \sqrt{10} \\ a &= 2 \cdot \sqrt{10} \end{aligned}$$

✓

$$a = 2 \cdot \sqrt{8} = 4$$

$$a = 2 \cdot \sqrt{2}$$

$$b = 2 \cdot \sqrt{2}$$

$$c = 2 \cdot \sqrt{2}$$

$$a = 2 \cdot \sqrt{18} = 6$$

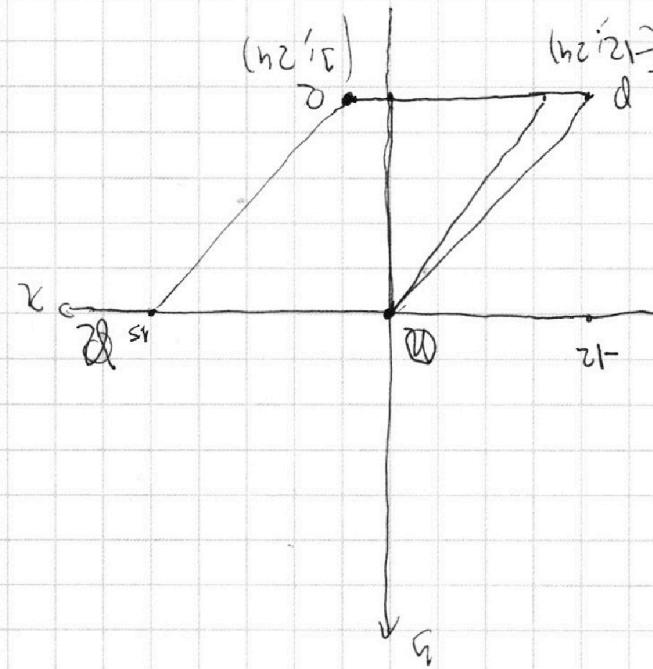
$$a = 2 \cdot \sqrt{10} = 2\sqrt{5}$$

$$a = 2 \cdot \sqrt{10} = 2\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} a &= 2 \cdot \sqrt{2} \\ b &= 2 \cdot \sqrt{2} \\ c &= 2 \cdot \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= 2 \cdot \sqrt{2} \\ b &= 2 \cdot \sqrt{2} \\ c &= 2 \cdot \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$(x_1, 0) \quad 6 \quad (x_1, -2)$$



$$2x^2 - 2x + 1 = 12$$

$$\begin{aligned} 2x^2 - 2x + 1 &= 12 \\ 2x^2 - 2x - 11 &= 0 \end{aligned}$$

MFTN

Справка о характеристиках и ее изображениях. Таблица QR-кода на странице

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7



поменяйте кратчайший путь изображения на справке:

Определите кратчайшую длину изображения.

На сколько кратчайшее расстояние от центра изображения до изображения:

На сколько кратчайшее расстояние от центра изображения до изображения:

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$x = \frac{s \pm \sqrt{25 - 24t}}{4} = \frac{6}{4}, \frac{4}{4}$$

$$\sqrt{(x-1)(2x-3)} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

У

2
7

$$\begin{array}{r} x \\ \sqrt{2x^2 - 5x} \\ \hline + \quad - \quad + \\ 1 \quad \frac{1}{2} \quad 2 \end{array}$$

$$(x-1)(2x-3) = (2-7x)^2 + 2x^2 + 2x + 1 + 2(2-7x)\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$-13x + 2 - (2-7x)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(2-7x)(7x-1) = 2(2-7x)\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$164 \cdot 3 = 492$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 2 \\ 2 \quad 2 \\ \hline 4 \quad 4 \\ 4 \quad 4 \quad 0 \\ \hline 4 \quad 8 \quad 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \quad 9 \quad 2 \\ \hline 3 \quad 6 \\ \hline 5 \quad 2 \quad 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \quad 1 \\ 1 \quad 2 \\ \hline 8 \quad 2 \\ 4 \quad 1 \quad 0 \\ \hline 4 \quad 5 \quad 2 \\ 0 \quad 6 \quad 1 \\ \hline 16 \quad \boxed{9 \quad 8 \quad 6} \\ 9 \quad 6 \\ \hline 1 \quad 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \quad 2 \quad 8 \quad | \quad 2 \\ 2 \quad 6 \quad 4 \quad | \quad 2 \\ 1 \quad 3 \quad 2 \quad | \quad 2 \\ 6 \quad 6 \quad | \quad 2 \\ 3 \quad 3 \quad | \quad 3 \\ 1 \quad 1 \quad | \quad 1 \quad 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \quad 7 \quad 6 \quad | \quad 2 \\ 4 \quad 8 \quad 8 \quad | \quad 2 \\ 2 \quad 4 \quad 4 \quad | \quad 2 \\ 1 \quad 2 \quad 2 \quad | \quad 2 \\ 6 \quad 4 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

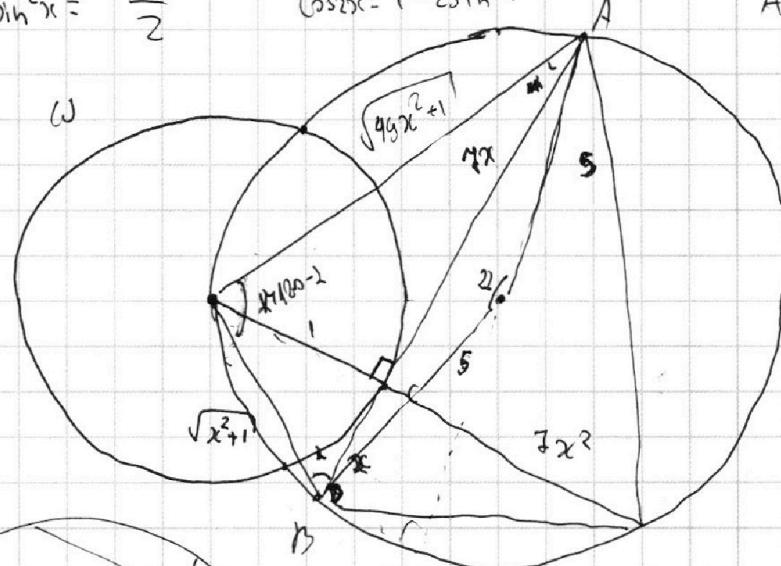
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3.

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$$

(1)



$$AC : CB = 2 : 1$$

AB?

$$r_{AB} = 1$$

$$r_{AB} = 5$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\cos 2x = 2 \sin^2 x$$

$$\frac{8x}{\sin 2} = 2R \quad 64x^2 = 30 - 50 \cos 2x =$$

$$\sin^2 2 = \frac{16x^2}{R^2}$$

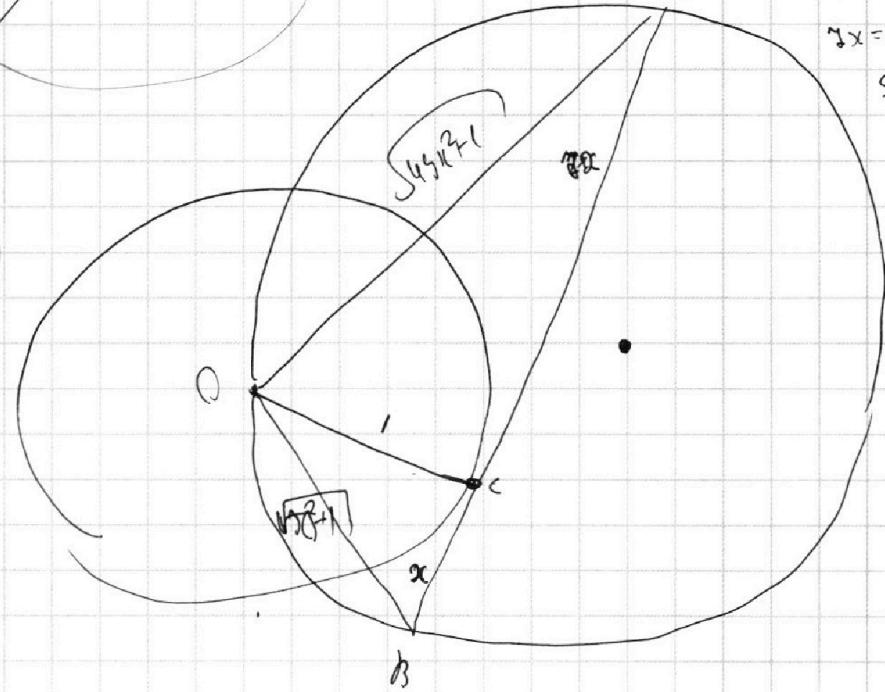
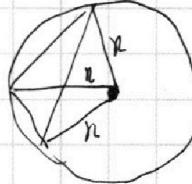
$$= 30 - 50 + 10 \cos 2x =$$

$$= 4 \cdot 16x^2$$

$$\frac{3x}{\sin 2} = 2R$$

$$3x = 2R \sin 2$$

$$\sin 2 = \frac{BC \cdot AB}{OA \cdot OB}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

5.

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$$2x_2 + y_2 = 12$$

$$2(-6) \quad 24$$

$$2(-5) \quad 22$$

$$2(-4) \quad 20$$

$$2(-3) \quad 18$$

$$2(-2) \quad 16$$

$$2(-1) \quad 14$$

$$2(0) \quad 12$$

~~$$2x_2 - 2x_1 + y_2$$~~

$$2x_2 + y_2 = 12$$

$$-2 \quad 24$$

$$-2 \quad 22$$

$$-2 \quad 20$$

$$-2 \quad 18$$

$$-2 \quad 16$$

$$-2 \quad 14$$

$$-2 \quad 12$$

$$-2 \quad 10$$

$$-2 \quad 8$$

$$-2 \quad 6$$

$$-2 \quad 4$$

$$-2 \quad 2$$

$$-2 \quad 0$$

$$-2 \quad -2$$

$$-2 \quad -4$$

$$-2 \quad -6$$

$$-2 \quad -8$$

$$-2 \quad -10$$

$$-2 \quad -12$$

$$-2 \quad -14$$

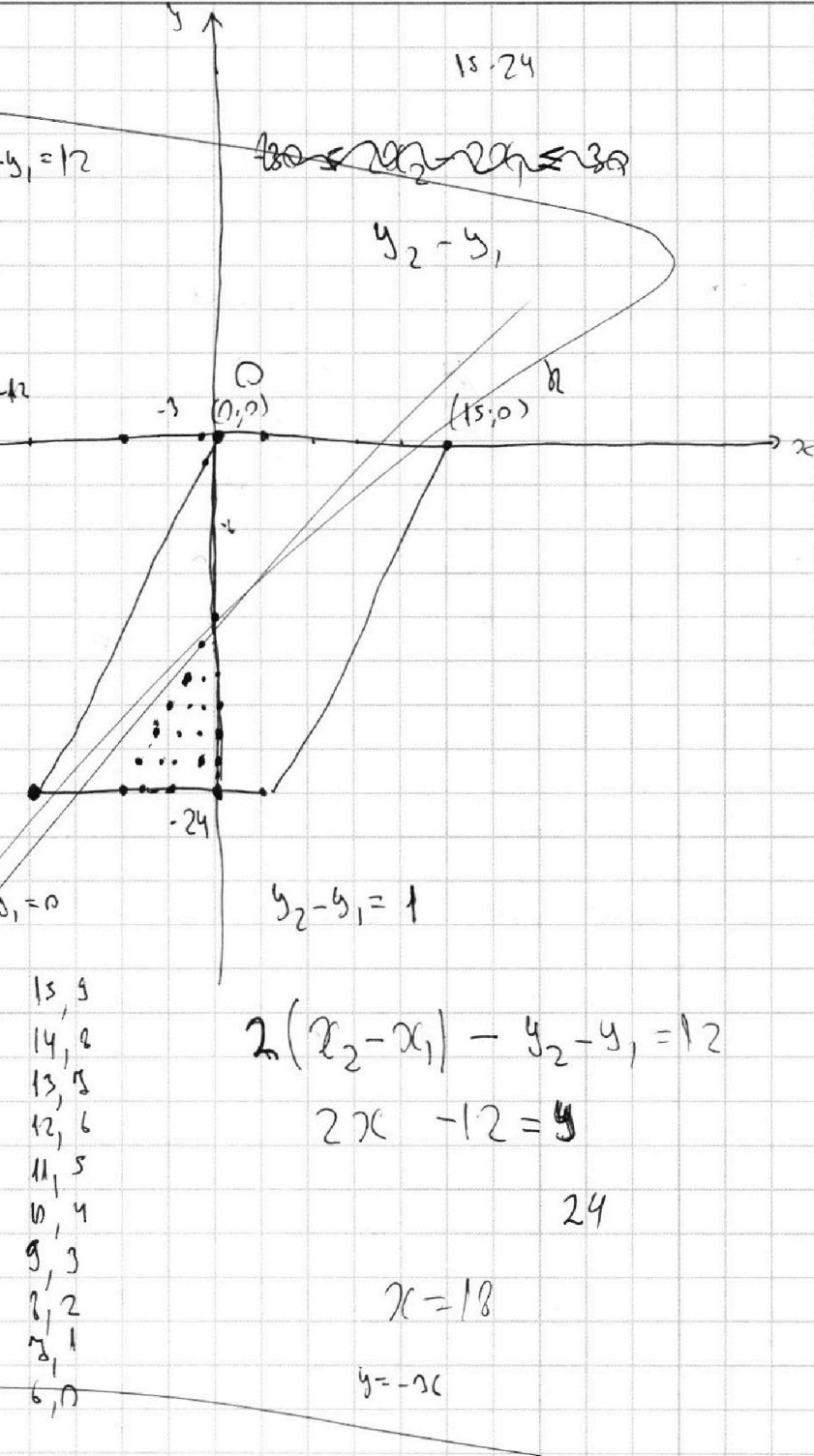
$$-2 \quad -16$$

$$-2 \quad -18$$

$$-2 \quad -20$$

$$-2 \quad -22$$

$$-2 \quad -24$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

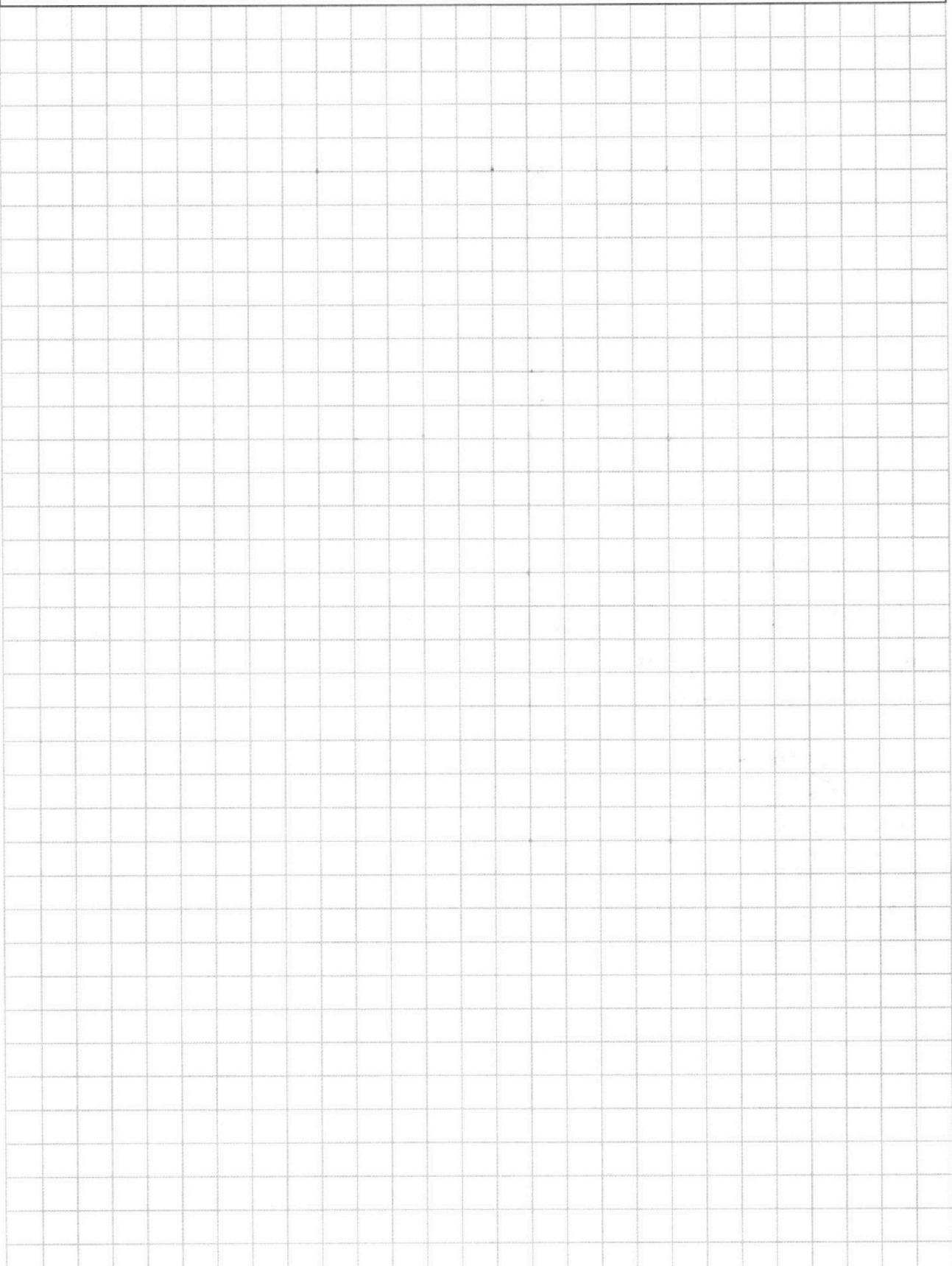
5

6

7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

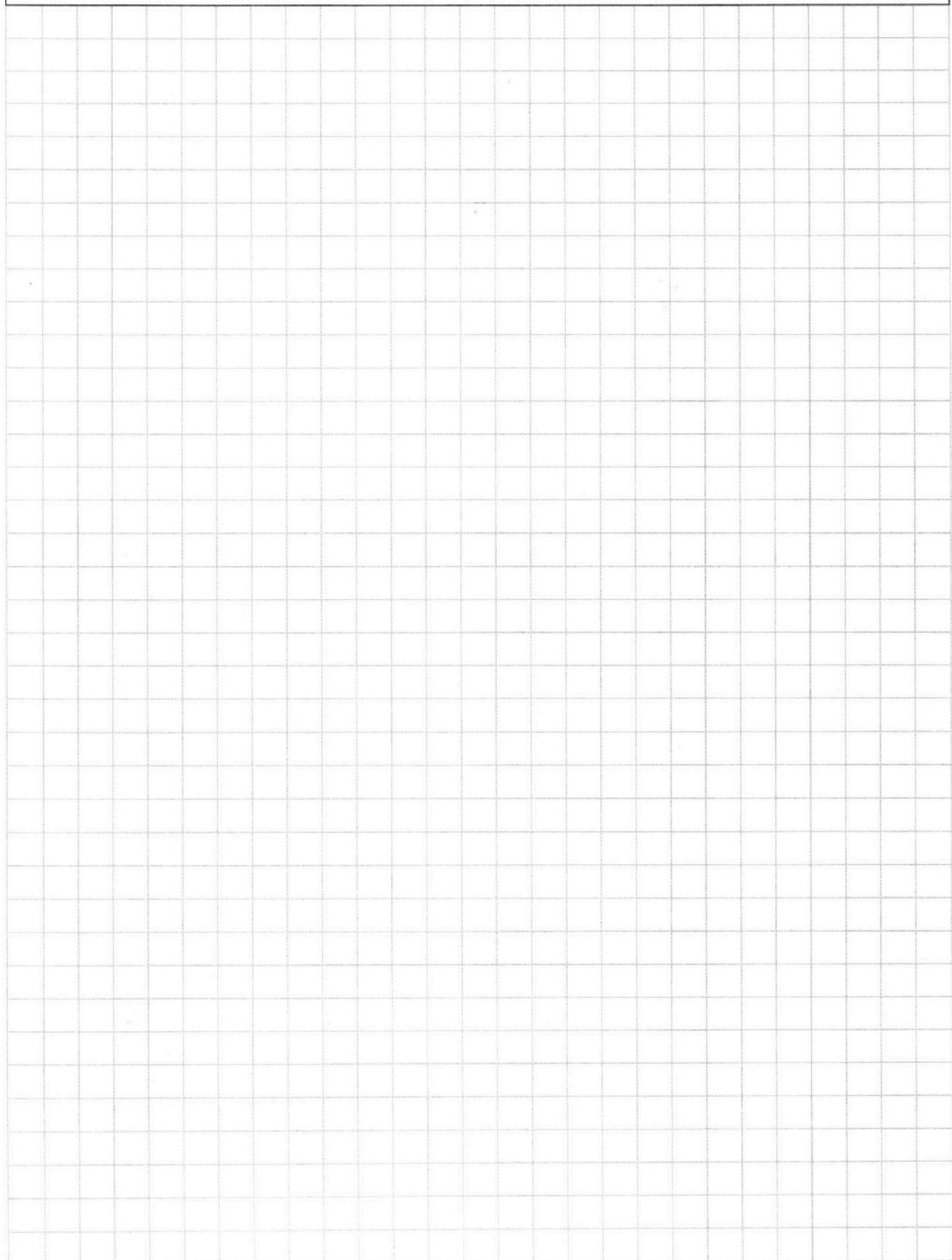
5

6

7

 МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

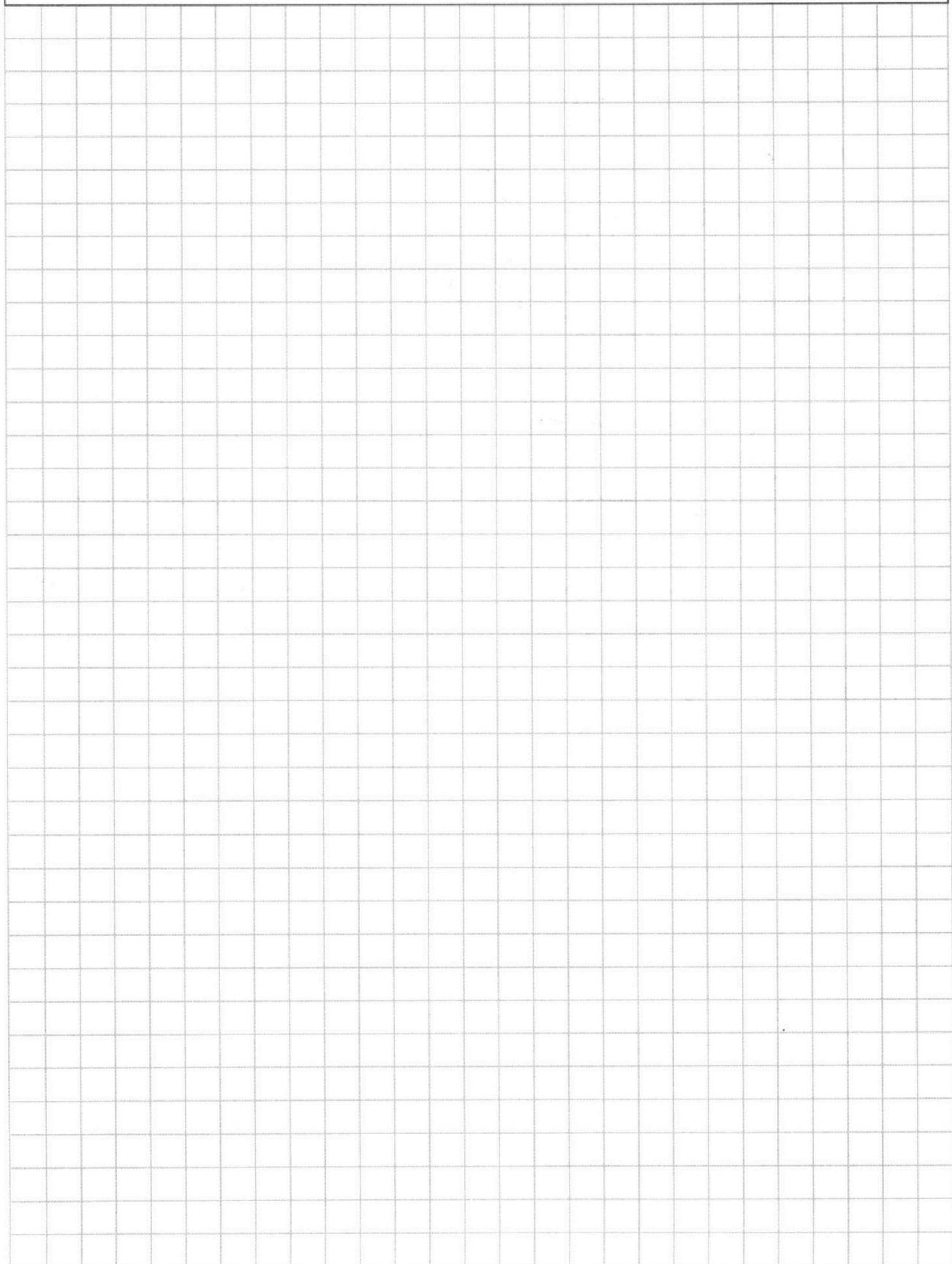
5

6

7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

 МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

