



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1) [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2) [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3) [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4) [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5) [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.

6) [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7) [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a = 2^n \cdot 7^n \cdot x$$

x, y, z - натуральные числа

$$b = 2^{14-n} \cdot 7^{10-n} \cdot y$$

$$c = 2^{20-n} \cdot 7^{37-n} \cdot z$$

$$ab = 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot xy$$

$$ac = 2^{20} \cdot 7^{37} \cdot xz$$

$$bc = 2^{34-2n} \cdot 7^{47-2n} \cdot yz$$

Чтобы произведение было целым числом $x, y, z = 1$

$$bc = 2^{34-2n} \cdot 7^{47-2n} \Rightarrow n \leq 8 \quad \text{всё}$$

чем больше n , тем меньше bc числа $\Rightarrow n = 8 \quad bc = 2^{18} \cdot 7^{31}$

$$a = 2^8 \cdot 7^8$$

$$b = 2^6 \cdot 7^2$$

$$abc = 2^{26} \cdot 7^{39}$$

$$bc = 2^{12} \cdot 7^{29}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2. \frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$$

~~написано~~

~~написано~~

$$\frac{a}{b} \text{ не сократили} \quad \frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$$

Заметили, что так как этот знаменатель может сократиться - это

$$a+b \Rightarrow \frac{a+b}{-8ab} \text{ сократили, } \frac{a+b}{a} \text{ не сократили, } \frac{a+b}{2} \text{ не сократили} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{так как это можно сократить это } 8 \Rightarrow a+b=8, a=1, b=7$$

$$\frac{1+7}{(1+7)^2-8 \cdot 7} = \frac{1}{8-7} = 1 \quad m=8$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

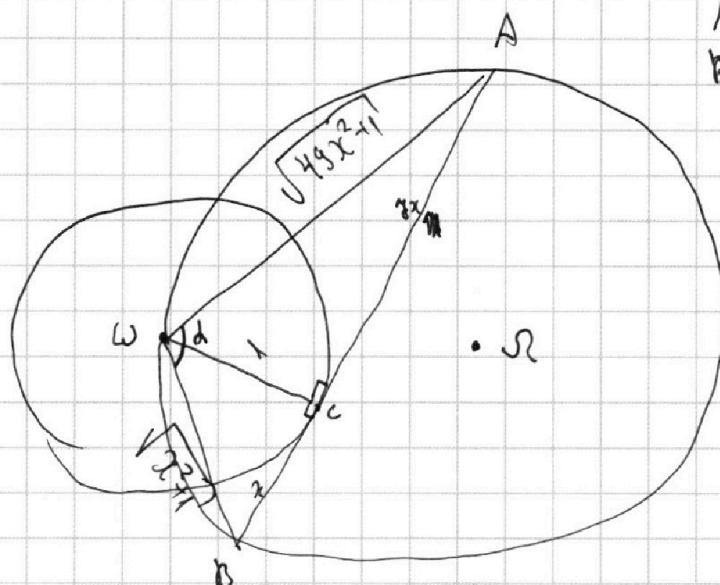
1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



ЧУВ



$AC = 7x, \quad x = x$
 $R = 1, \quad R = 5$
 $AB = ?$

1) WC - радиус окружности $\omega \Rightarrow WC = 1$ т.к. AO - перпендикуляр $\Rightarrow WC \perp AB$

2) т.к. AO перпендикуляр WB и WA $WB = \sqrt{x^2 + 1}, \quad WA = \sqrt{1 + 49x^2}$

3) пусть $\angle AWB = \lambda$ т.к. \sin угла $\triangle AWB$ $\frac{AB}{\sin \lambda} = 2R \quad \sin \lambda = \frac{4x}{R} = \frac{4x}{5}$

4) $S_{ABW} = \frac{1}{2} \cdot WC \cdot AB = 4x$

$$S_{ABW} = \frac{\sin \lambda}{2} \cdot WA \cdot WB = \frac{2x}{5} \cdot \sqrt{49x^2 + 1} \cdot \sqrt{x^2 + 1}$$

$$4x = \frac{2x}{5} \cdot \sqrt{49x^2 + 1} \cdot \sqrt{x^2 + 1}$$

$$\begin{array}{r} 99 \\ + 49 \\ \hline 151 \\ 3960 \\ \hline 4851 \end{array}$$

$$100 = 49x^4 + 50x^2 + 1 \quad D = 2500 + 4 \cdot 49 \cdot 99 = 2500 + 4 \cdot 4851 =$$

$$+ \text{т.к. } x^2 > 0 \quad x^2 = \frac{-50 + \sqrt{2500 + 4 \cdot 49 \cdot 99}}{98} = \frac{-50 + 4 \sqrt{1369}}{98}$$

$$= \frac{-50 + 4 \cdot 37}{98} = \frac{149 - 50}{98} = 1$$

$$x^2 = 1 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow AB = 8$$

$$\begin{array}{r} 21904 \\ 10952 \\ \hline 054762 \\ 24382 \\ \hline 136934 \\ 3711 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

~~Wavy scribbles~~

~~Wavy scribbles~~
 $2x^2 - 5x + 3 \geq 0$
 $2x^2 + 2x + 1 \geq 0$
 между собой 0

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 2 - 7x + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$2x^2 - 5x + 3 = (2 - 7x)^2 + 2x^2 + 2x + 1 + 2(2 - 7x)\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$2 - 7x - (2 - 7x)^2 = 2(2 - 7x)\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$x = \frac{2}{7}$ решение

Рассмотрим случаи, когда $x \neq \frac{2}{7}$

$$2 \cdot \frac{4}{49} - \frac{10}{7} + 3 \geq 0 \Rightarrow$$

\Rightarrow решить x методом

$$1 - 2 + 7x = 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$7x - 1 = 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$x \geq \frac{1}{7}$$

$$49x^2 - 14x + 1 = 8x^2 + 8x + 4$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$D = 22^2 + 3 \cdot 4 \cdot 41 = 484 + 492 = 976 = 4^2 \cdot 61$$

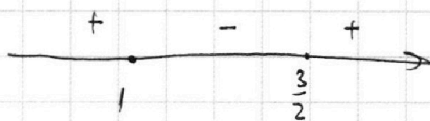
$$x = \frac{6 \pm 4\sqrt{61}}{82}$$

$$x = \frac{6 \pm 4\sqrt{61}}{82}$$

$$x = \frac{6 \pm 4\sqrt{61}}{82}$$

$$2x^2 - 5x + 3 \geq 0$$

$$(x-1)(2x-3)$$



$$x = \frac{6 - 4\sqrt{61}}{82} \text{ не подходит, т.к. все отрицательные числа не подходят}$$

$$x = \frac{6 + 4\sqrt{61}}{82} < 1 \Rightarrow \text{также не подходит}$$

Ответ: $x = \frac{6 \pm 4\sqrt{61}}{82} \quad x = \frac{2}{7}$

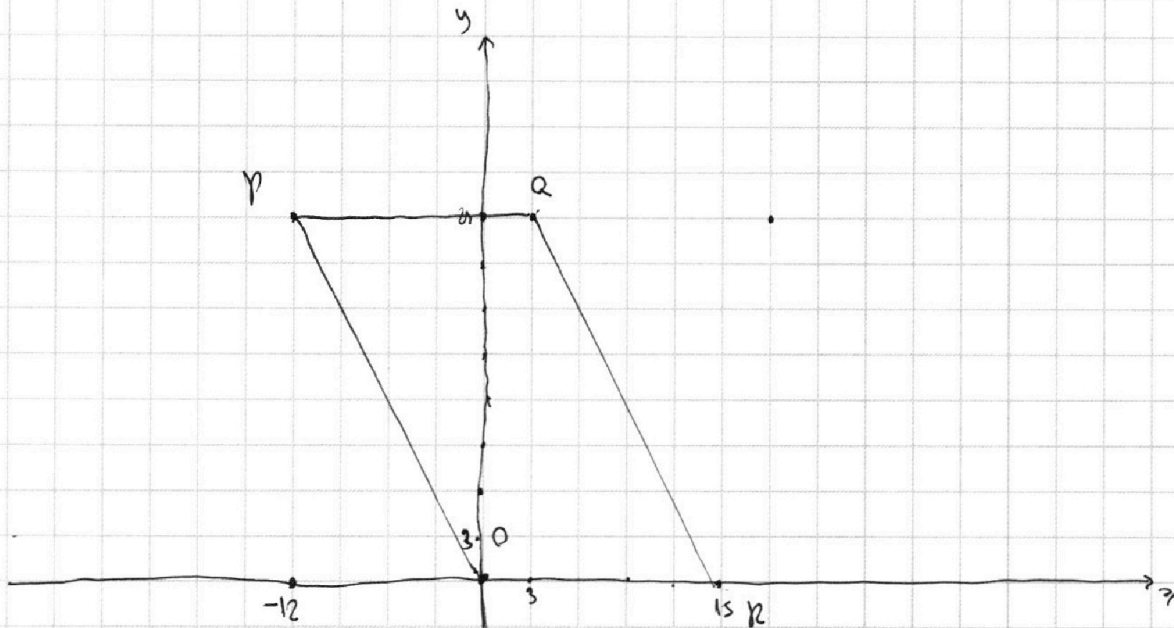
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Всего у нас три участка

$$16 \cdot 25 = 250 + 120 + 30 = 400 \text{ кмч}$$

мысли $x_2 - x_1 = 21$, $y_2 - y_1 = 3 \Rightarrow$

\Rightarrow система уравнений

$$2x - y = 12 \quad y = 2x - 12$$

~~$2x - 4 = 12$~~

~~$2x = 16$~~

max y достигается
в точке $x = 30$.

Handwritten signature

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} ax - 4 + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

$$(x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$$

$$(x+8)^2 + y^2 = 1 \text{ центр } (-8; 0) \quad x^2 + y^2 = 4 \text{ центр } (0; 0) \quad R=1 \quad R=2$$

все это фигуры кругов является
решением 2 неравенств, и также
то что на окружности

$$y = ax + 10b - \text{это}$$

прямая коэффициенты $a -$

для отклонения угла наклона

прямой, а коэффициент b сдвигает

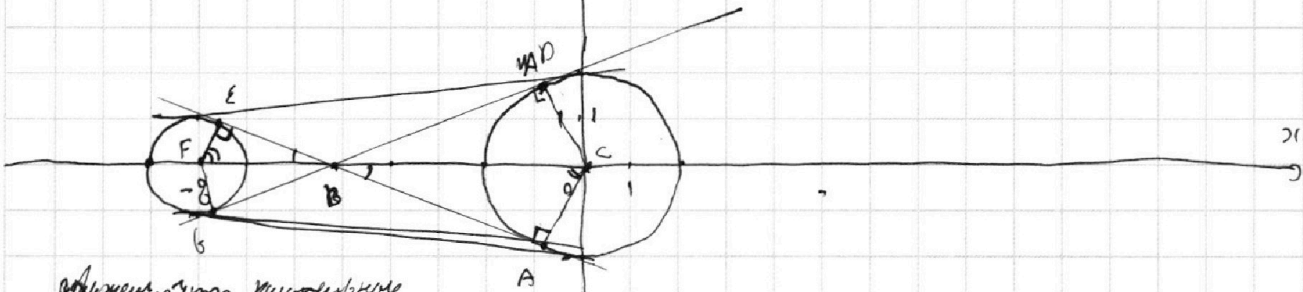
прямую, вверх и вниз

2 решения будут когда прямая

касается обеих окружностей

~~касается обеих окружностей~~

~~касается обеих окружностей~~



показано, что касательные

касательная к двум окружностям

касательная

$$\angle AFE = \angle AFC = \angle CFE = \angle$$

$$\angle FEA = \angle FAC, \text{ EA касательная} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle FEA = \angle FAC$$

$$\angle EFA = \angle FEA = \angle CFE = \angle CAF$$

лучше если мы будем использовать

$$DE \perp FC \text{ касательная } \angle FED = \angle CDF \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle GDF = \angle CDF \text{ где } G \text{ на } DE \text{ касательная}$$

$$\angle GDF = \angle CDF \text{ где } G \text{ на } DE \text{ касательная}$$

$$\angle GDF = \angle CDF \text{ где } G \text{ на } DE \text{ касательная}$$

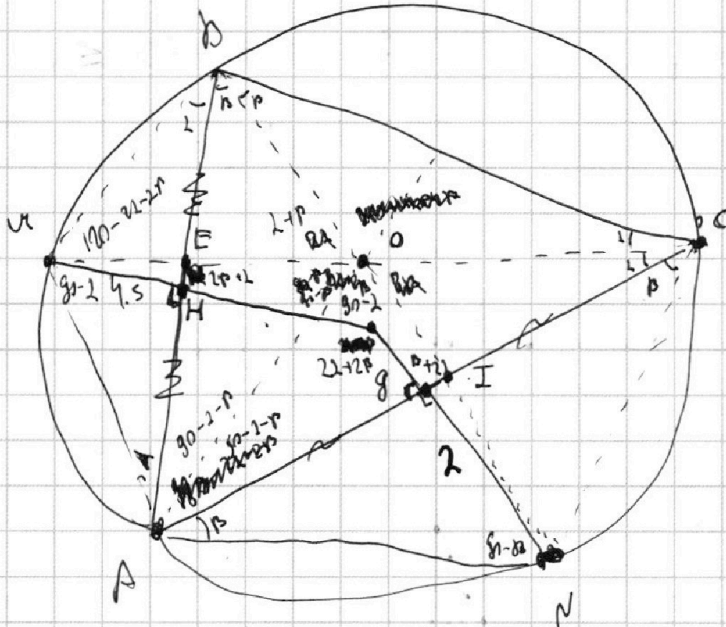
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



AO-?
~~МММММММ~~

п.к. AC - биссектриса дуги $BA \Rightarrow CM$ - биссектриса, $AM \perp CN \Rightarrow$

$\Rightarrow O$ (центр внешней окружности) лежит на пересечении MC и BN

$MC \perp AD \Rightarrow \angle MAH = \angle MDA$ (по углам) $\Rightarrow MO = MA$

$\triangle MOH = \triangle MHA$ по двум сторонам и $\angle MOH = \angle MHA$,
 $\angle MOH = \angle MAH \Rightarrow MC$ - биссектриса, $AM \perp CN \Rightarrow MC$ - биссектриса - это
центр окружности описанной около ABC

AD тоже биссектриса, п.к. т. O - пересечение биссектрис
дуги $\angle MOH = 2$, $\angle ACH = p$, $\angle HCA = p$, $\angle HCA = p$ (равные углы на равных дугах (равные углы
равных дуг))

$\angle BAC = 140 - 22 - 2p$, $\angle BAO = 90 - 2 - p$, п.к. биссектриса

$\angle AEO = 2p + 2 \Rightarrow \angle EOA = 90 - p$

$\angle AIO = 22 + p$, $\angle AOI = 90 - 2$ ~~т.к.~~ $\Rightarrow \triangle AON$ равнобедренный
 $\triangle AOM$ равнобедренный
 $AM = MO$, $AN = NO$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \text{~~10/10~~}$$

$$\frac{10}{10} = \frac{10}{10}$$

$$a = \frac{6b \pm \sqrt{36b^2 - 4b^2}}{2} = \frac{6b \pm \sqrt{32b^2}}{2} = 3b \pm b\sqrt{8}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ 9 \ 9 \\ + \ 4 \ 9 \\ \hline 8 \ 9 \ 1 \\ \hline 4 \ 8 \ 5 \ 1 \end{array}$$

$$a - 3b = 2\sqrt{2}b = a + b$$

$$a + b = a - 3b - 2\sqrt{2}b$$

$$4b = 2\sqrt{2}b$$

$$\frac{a^2 - 6ab + b^2}{a+b} = \frac{a^2}{a+b} - \frac{6ab}{a+b} + \frac{b^2}{a+b}$$

$$\frac{(a+b)^2 - 8ab}{a+b} = \frac{(a+b)^2}{a+b} - \frac{8ab}{a+b} = a+b - \frac{8ab}{a+b} = a+b - ab$$

$$8 = a+b$$

$$\frac{8}{9^2 - 8ab} = \frac{1}{8 - ab}$$

$$a+b=8$$

$$a=8-b$$

$$ab=8$$

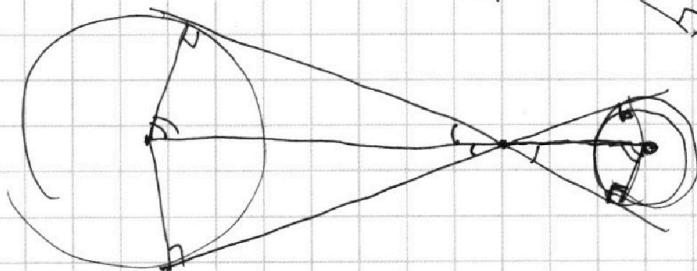
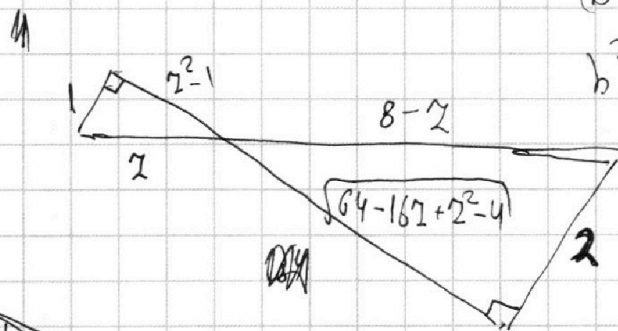
$$8a - b^2 = 8$$

$$b^2 - 8b + 8 = 0$$

$$b^2 - 8b + 8 = 0$$

$$4x = -10b$$

$$\frac{x}{2} = -10b$$





На одной странице можно оформить только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порец QR-кода недействителен!

МФТИ

$$1 \quad ab : 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc : 2^{14} \cdot 7^{14}$$

$$ac : 2^{20} \cdot 7^{34}$$

$$\begin{cases} ab = 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot x \cdot y \\ bc = 2^{14} \cdot 7^{14} \cdot y \cdot z \\ ac = 2^{20} \cdot 7^{34} \cdot x \cdot z \end{cases}$$

$$\frac{c}{a} = 2^3 \cdot 7^4$$

$$c = 2^3 \cdot 7^4 \cdot a$$

$$a^2 \cdot 2^3 \cdot 7^4 = 2^{20} \cdot 7^{34}$$

$$a^2 = 2^{17} \cdot 7^{30}$$

$$\frac{ac}{ab} = \frac{c}{b} = \frac{2^{20} \cdot 7^{34} \cdot x \cdot z}{2^{14} \cdot 7^{14} \cdot y \cdot z} = \frac{2^6 \cdot 7^{20} \cdot x}{7^{10} \cdot y}$$

$$= 2^6 \cdot 7^{20} \cdot \frac{x}{y}$$

$$c = 2^6 \cdot 7^{20} \cdot \frac{x}{y}$$

~~$$\frac{c}{b} = \frac{2^{20} \cdot 7^{34} \cdot x \cdot z}{2^{14} \cdot 7^{14} \cdot y \cdot z} = \frac{2^6 \cdot 7^{20} \cdot x}{7^{10} \cdot y}$$

$$c = 2^6 \cdot 7^{20} \cdot \frac{x}{y}$$

$$bc = 2^6 \cdot 7^{20} \cdot \frac{x}{y} \cdot y \cdot z = 2^{14} \cdot 7^{14} \cdot z$$~~

$$b^2 \cdot \frac{x}{y} \cdot 2^6 \cdot 7^{20} = 2^{14} \cdot 7^{14} \cdot y \cdot z$$

$$b^2 = \frac{2^{14} \cdot 7^{14} \cdot y \cdot z}{2^6 \cdot 7^{20} \cdot \frac{x}{y}} = \frac{2^8 \cdot 7^{10} \cdot y^2 \cdot z}{7^{14} \cdot x}$$

$$ab - bc - ac : 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot 2^{14} \cdot 7^{14} \cdot 2^{20} \cdot 7^{34} = 2^{31} \cdot 7^{64}$$

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{51} \cdot 7^{64}$$

$$abc \cdot \min = 2^{24} \cdot 7^{32}$$

$$2^{20} \cdot 7^{34}$$

$$a+c = 20$$

$$b+c = 14 \quad c = 14-b$$

$$a+b = 14 \quad a = 14-b$$

$$31 - 20 = 20$$

~~$$a+b = 14$$~~
$$2a = 20$$

~~$$b+c = 14$$~~
$$c = 14-b$$

~~$$a+b = 14$$~~
$$a = 14-b$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

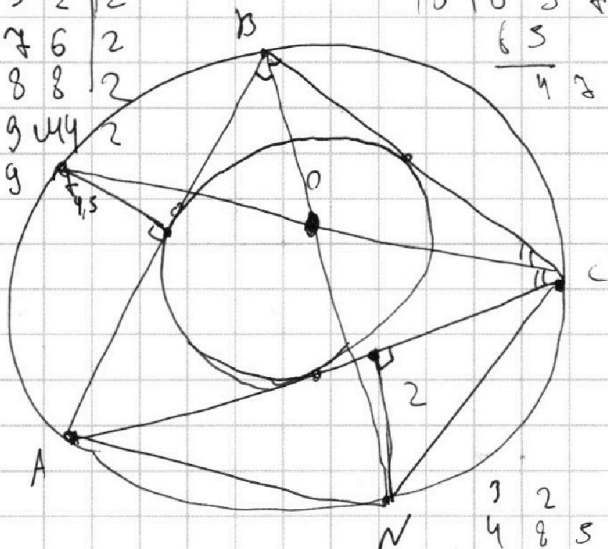
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r}
 22304 \mid 2 \\
 11152 \mid 2 \\
 05576 \mid 2 \\
 02788 \mid 2 \\
 13944 \mid 2 \\
 069
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 05 \\
 10 \overline{) 697} \\
 \underline{65} \\
 42
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 9804 \\
 \underline{2500} \\
 22304
 \end{array}$$



$$\begin{array}{r}
 7451 \\
 \underline{125} \\
 22500
 \end{array}$$

$S_{OAB} = \frac{OQ}{2} \cdot AB = \frac{8x}{2}$

$S_{OAB} = \sin \angle \sqrt{49x^2+1} \sqrt{x^2+1}$

$\sin \angle = \frac{AB}{2R} = \frac{4x}{5}$

$\frac{8x}{2} \sqrt{49x^2+1} \cdot \sqrt{x^2+1} = 8x \cdot 2$

$(49x^2+1)(x^2+1) = 100$

$49x^4 + 50x^2 + 55 = 0$

$2500 \cdot 4 \cdot 49 \cdot 100 \cdot 4 \cdot 50 \cdot 100 = 2500(1+8) - 4(100+49)$

$\sqrt[3]{1368}$

$99 \cdot 9 = 111$

$259 : 99$

$$\begin{array}{r}
 33 \\
 33 \\
 \underline{99} \\
 550 \\
 \underline{550} \\
 1099
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 21 \\
 22 \\
 \underline{32} \\
 255 \\
 \underline{1110} \\
 1365
 \end{array}$$

$$2 \cdot 2 = 4$$

$$2 \cdot 2 = 4$$

$$2 \cdot 2 = 4$$

$$2 \cdot 2 = 4$$

$$2 \cdot 2 = 4$$

$$2 \cdot 2 = 4$$

$$2 = 1 \quad 1 = 2 \quad 8 = 4$$

$$2 \cdot 2 = 4$$

$$2 \cdot 2 = 4$$

$$2 \cdot 2 = 4$$

$$2 \cdot 2 = 4$$

$$2 \cdot 2 = 4$$

$$2 - x = 12$$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

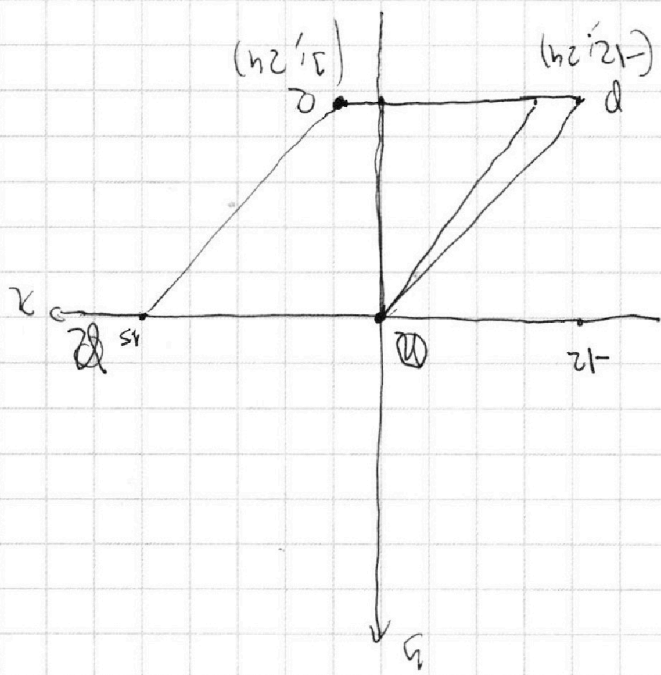
$$2 \cdot 2 = 4$$

$$2 \cdot 2 = 4$$

$$2 \cdot 2 = 4$$

$$x_6 \quad (-12; 15)$$

$$y_6 \quad (0; 24)$$



Если отмечено более одной задачей или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Форма QR-кода непустыма!

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

На одной странице можно оформить **только одну** задачу.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

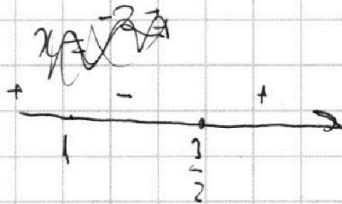
U

$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 20}}{4} = \frac{5 \pm 3}{4}$

$\frac{2}{3}$

$$\sqrt{(x-1)(2x-3)} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

0



$$(x-1)(2x-3) = (2-7x)^2 + 2x^2 + 2x + 1 + 2(2-7x)\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$-7x + 2 - (2-7x)^2 = \dots$$

$$(2-7x)(7x-1) = 2(2-7x)\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$164 \cdot 9 = 492$$

$$\begin{array}{r} \times 22 \\ 22 \\ \hline 440 \\ 484 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 492 \\ 36 \\ \hline 528 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 41 \\ 12 \\ \hline 82 \\ 410 \\ 452 \\ 061 \\ \hline 16 \overline{) 976} \\ 96 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 528 \overline{) 2} \\ 264 \overline{) 2} \\ 132 \overline{) 2} \\ 68 \overline{) 2} \\ 33 \overline{) 3} \\ 11 \overline{) 11} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 976 \overline{) 2} \\ 488 \overline{) 2} \\ 244 \overline{) 2} \\ 122 \overline{) 2} \\ \hline 64 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



3.

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

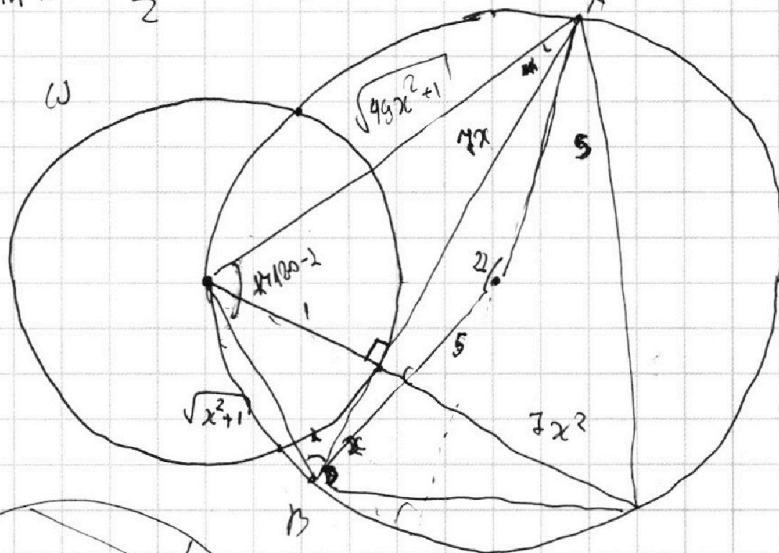
$$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$$

$$AC : CB = 7 : 1$$

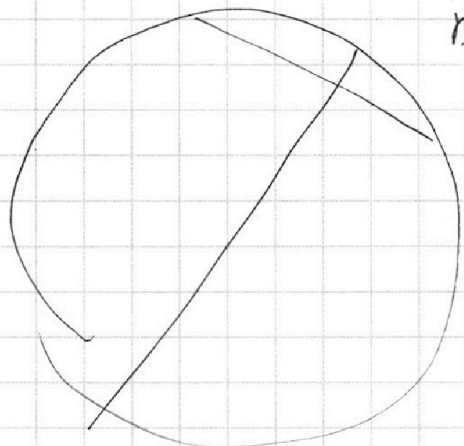
$AB = ?$

$$R_{\omega} = 1$$

$$R_{\Omega} = 5$$



$$\cos^2 x - \sin^2 x$$
$$\cos 2x = 4x^2$$



$$\frac{8x}{\sin 2x} = 2R$$

$$64x^2 = 50 - 50 \cos 2x =$$

$$= 50 - 50 + 100 \sin^2 x =$$

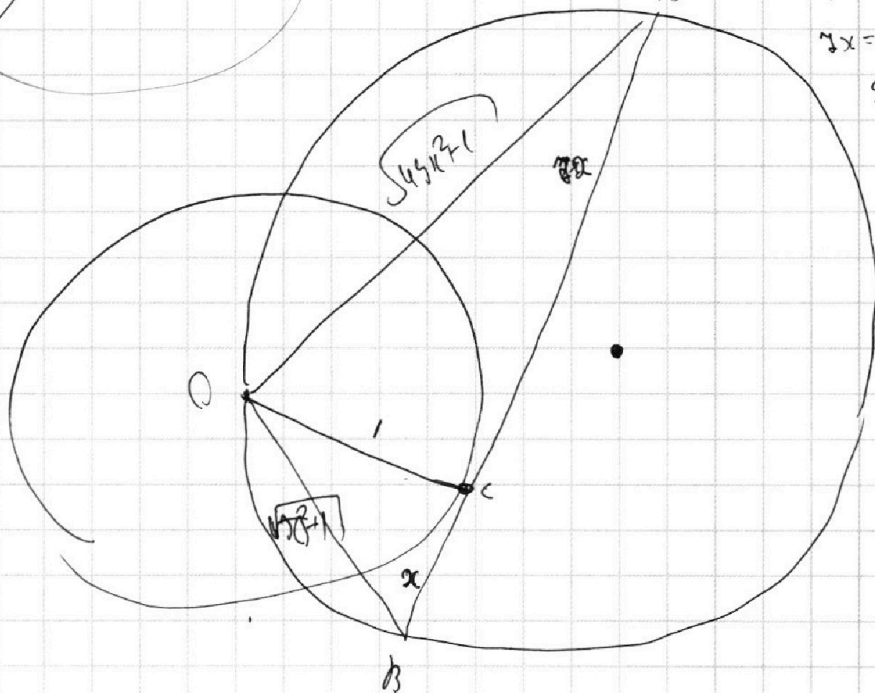
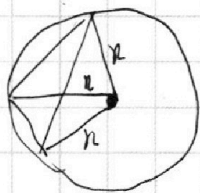
$$= 400x^2$$

$$\frac{8x}{\sin 2x} = 2R$$

$$4x = 2R \sin 2x$$

$$\sin 2x = \frac{BC \cdot AB}{OA \cdot OB}$$

$$x^2 = \frac{16x^2}{R^2}$$



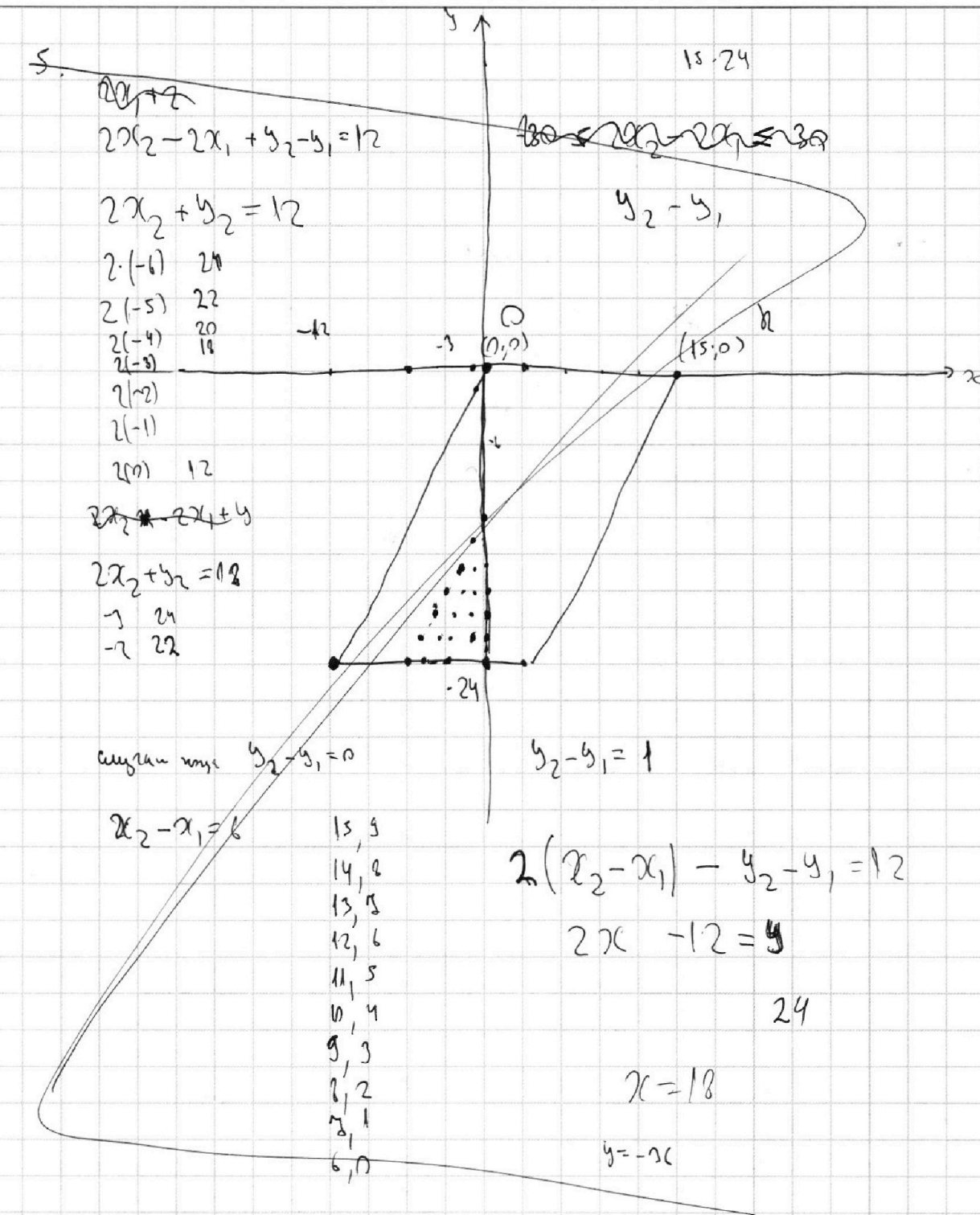
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





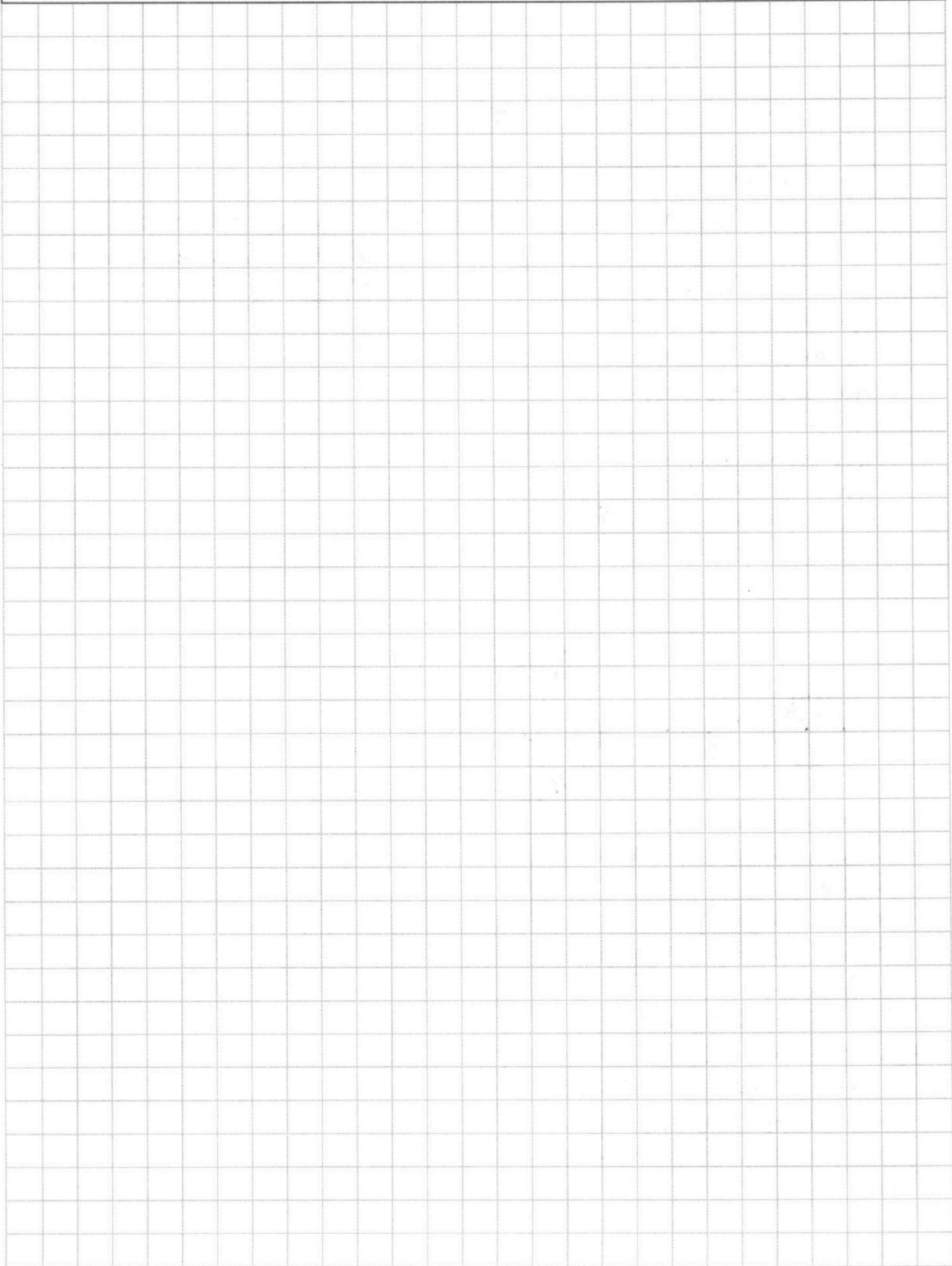
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



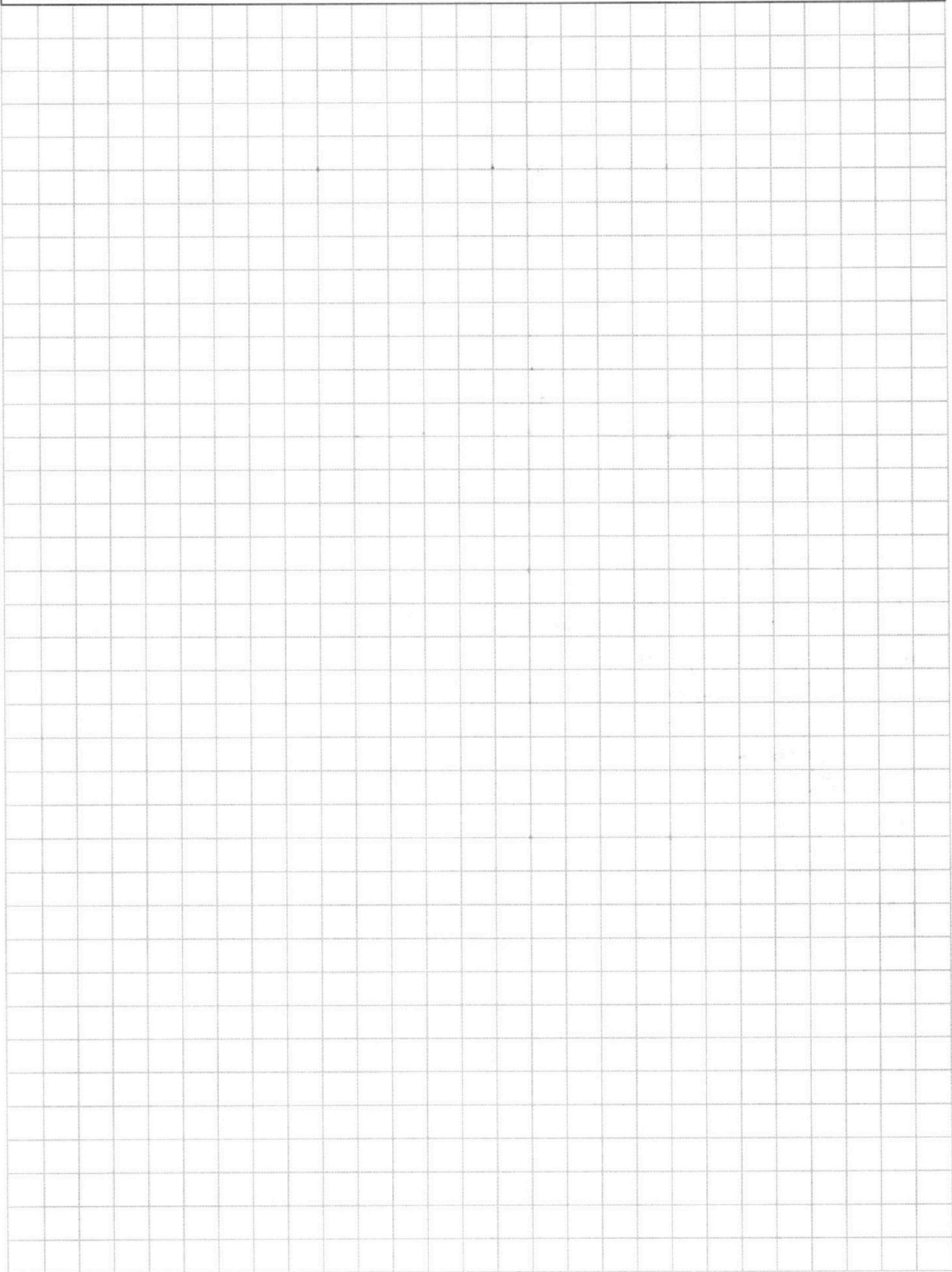


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





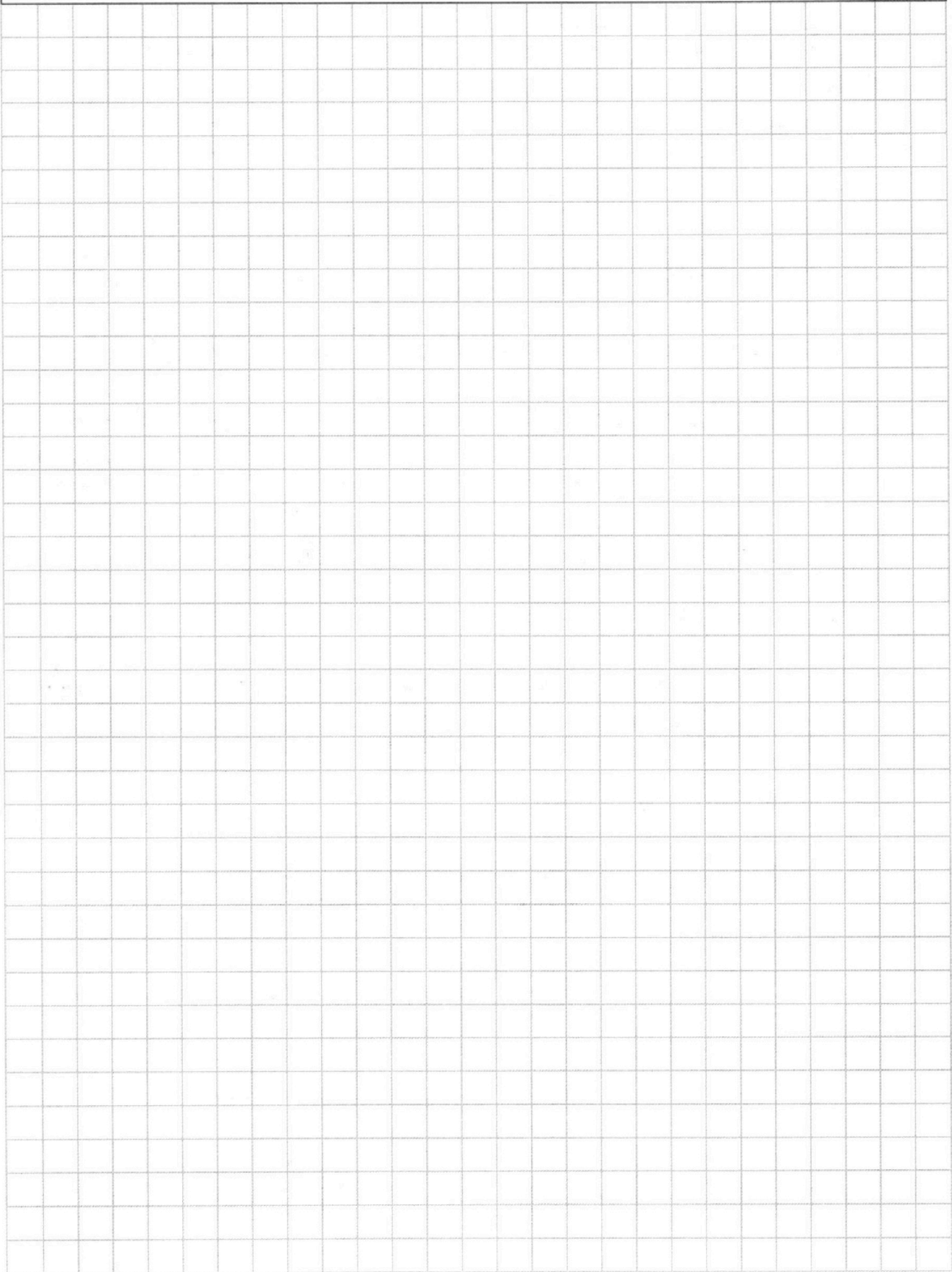
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





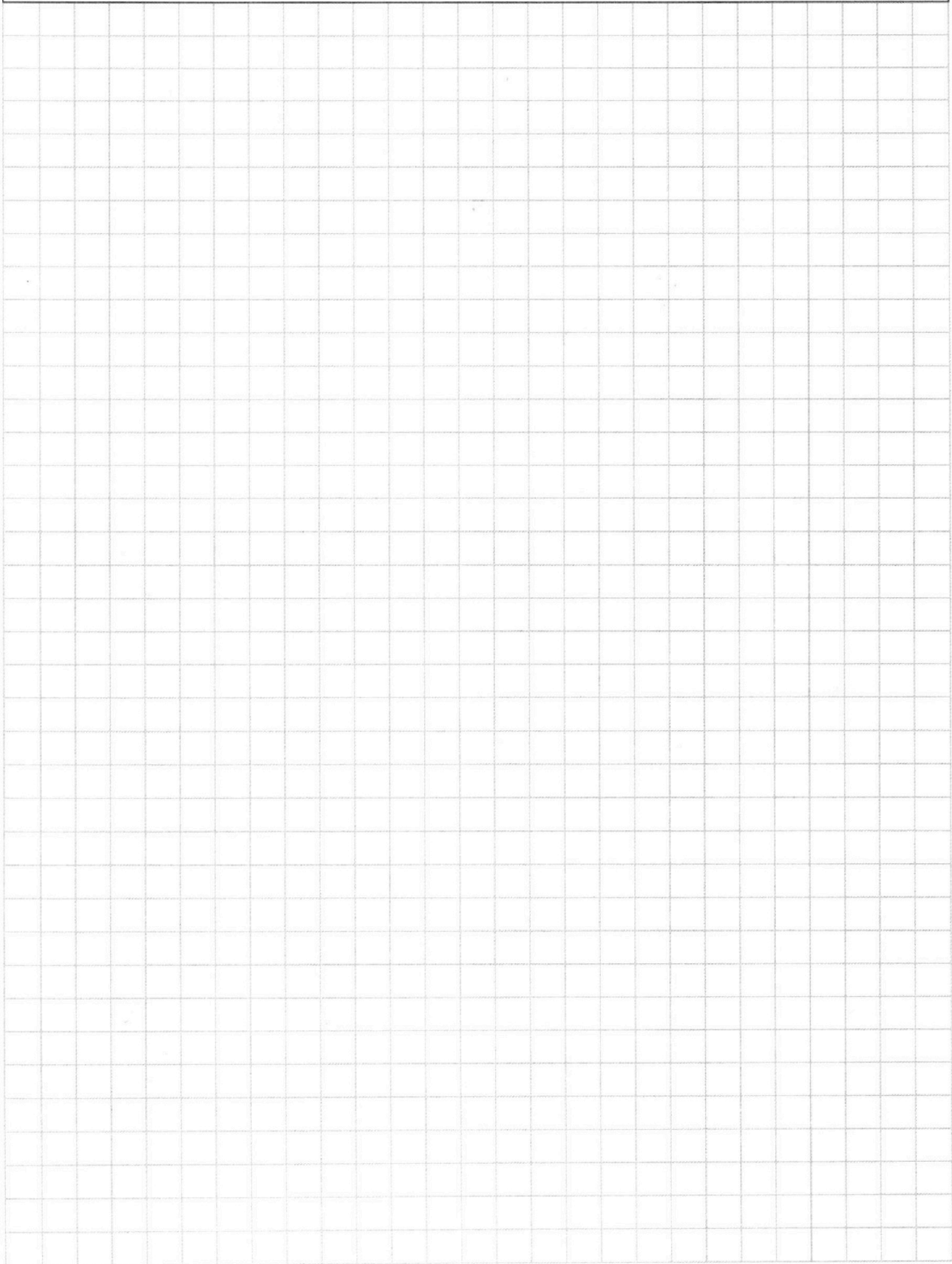
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





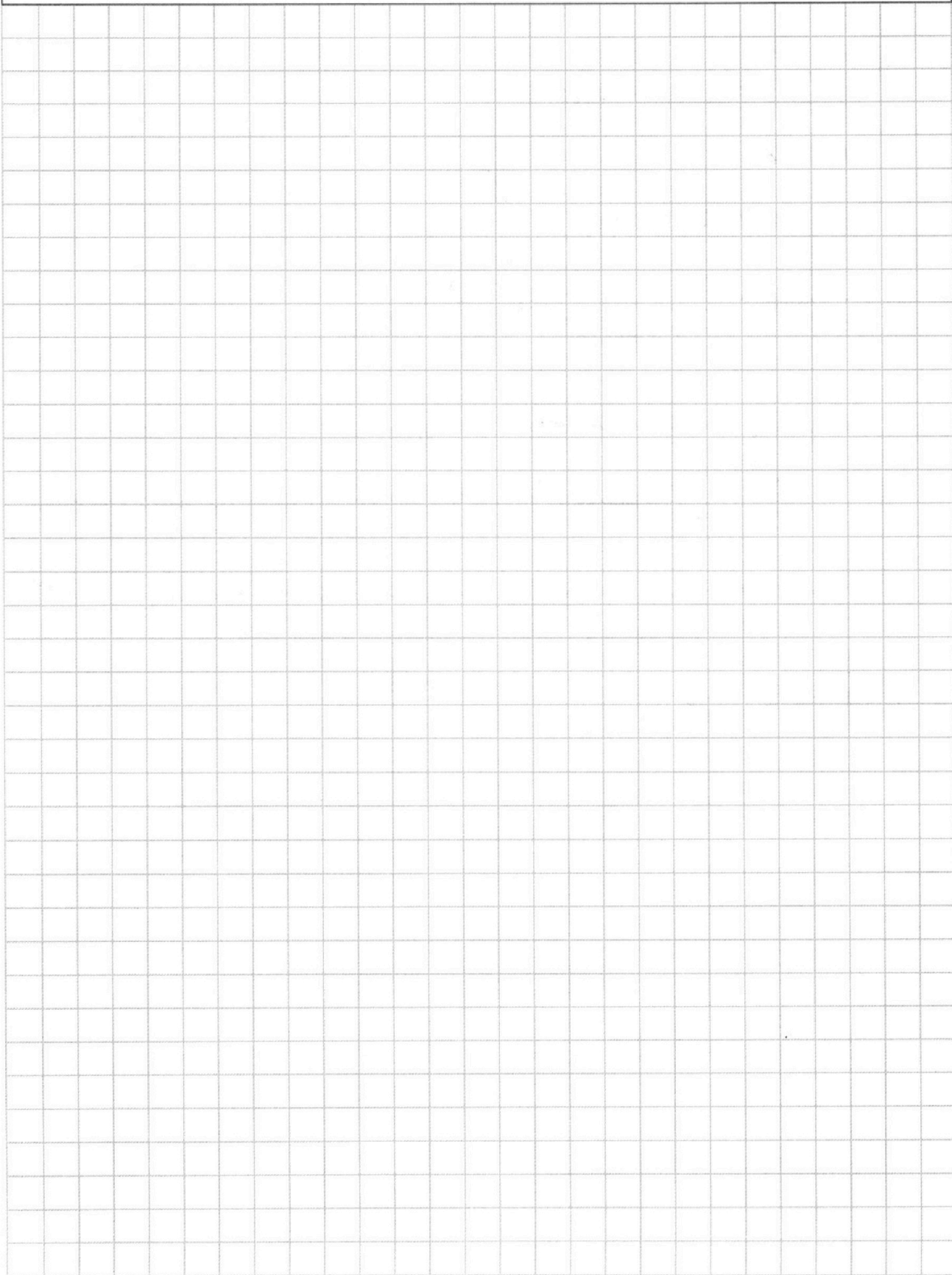
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

