



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 10

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

- [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N1

Заметим, что если abc минимально, то оно не включает
в себя множители кроме 2 и 7, поэтому мы можем
представлять a, b, c в виде:

$$a = 2^{\alpha_1} \cdot 7^{\beta_1}; b = 2^{\alpha_2} \cdot 7^{\beta_2}; c = 2^{\alpha_3} \cdot 7^{\beta_3}, \text{ тогда}$$

$$ab = 2^{\alpha_1 + \alpha_2} \cdot 7^{\beta_1 + \beta_2} = 2^{\alpha_1 + \alpha_2} \cdot 7^{\beta_1 + \beta_2}, \text{ аналогично}$$

$$bc = 2^{\alpha_2 + \alpha_3} \cdot 7^{\beta_2 + \beta_3}$$

$$ac = 2^{\alpha_1 + \alpha_3} \cdot 7^{\beta_1 + \beta_3}$$

Из условия задачи мы можем вывести первое равенство
на следующий линейной:

$$\begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 \geq 15 \\ \alpha_2 + \alpha_3 \geq 17 \\ \alpha_1 + \alpha_3 \geq 23 \end{cases} \quad \begin{cases} \beta_1 + \beta_2 \geq 11 \\ \beta_2 + \beta_3 \geq 18 \\ \beta_1 + \beta_3 \geq 39 \end{cases}$$

Сложим первое и поделим на 2 и получим:

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \geq 23,5 \quad \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq 34, \text{ но } \beta_1 + \beta_3 \geq 39, \Rightarrow$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \geq 28, \text{ т.к. } \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in \mathbb{N} \quad \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq 39$$

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3 \in \mathbb{N}$, т.к. иначе числа a, b, c были бы рациональны.

Из первенства следует, что $abc = 2^{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \cdot 7^{\beta_1 + \beta_2 + \beta_3} \geq 2^8 \cdot 7^{39}$.

Пример: $a = 2^{11} \cdot 7^{11}$ $ab = 2^{15} \cdot 7^{11} ; (2^{15} \cdot 7^{11})$

$$b = 2^4 \cdot 7^0 \quad bc = 2^{17} \cdot 7^{28} ; (2^{17} \cdot 7^{28}) \quad abc = 2^{28} \cdot 7^{39}$$

$$c = 2^{13} \cdot 7^{28} \quad ac = 2^{24} \cdot 7^{39} ; (2^{23} \cdot 7^{39})$$

Ответ: $2^{28} \cdot 7^{39}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N²

$$\frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} = \frac{a+b}{a^2+2ab+b^2-2ab-2ab} = \frac{a+b}{(a+b)^2-2ab}, \text{ но условно}$$

$$(a+b) : m$$

$$((a+b)^2 - 2ab) : m \Rightarrow (-2ab) : m \quad [\text{и.к. } (a+b) : m \Rightarrow (a+b)^2 : m, \text{ а}$$

если $(-2ab) \nmid m$, то a делится на ~~m~~ и не делится]

Чтобы a и b были общими множителями, и.к. дробь не скралась, а это значит, что a и b тем образом множатся
или с a , или с b ①, и.к. $ab \nmid m$, а значит $(-2) : m$

$$a \equiv b \pmod{m}$$

① Если бы были, то $a+b = x \cdot a$

$b = a(x-1) \Rightarrow$ дробь содержит на дне
произвольное

Ответ: 9

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

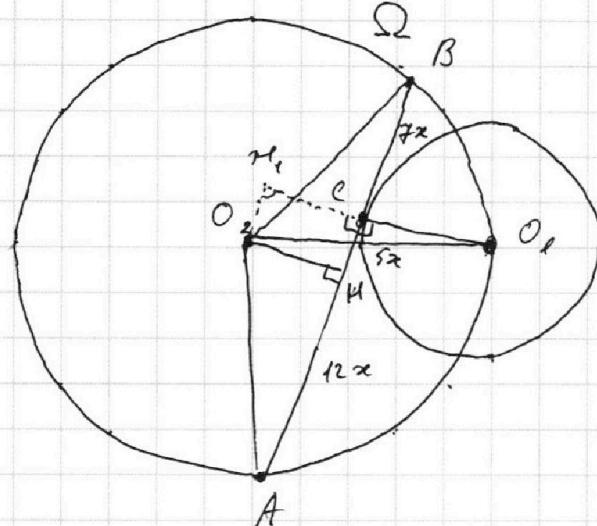
7

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3



$$O_2 - \text{г.} \Omega \text{ и } O_1 - \text{г.} \omega$$

Пусть $BC = 7x$, тогда

$$AC = 12x, \text{ а } AB = 8x + 12x = 20x$$

Проведем O_2H - перпендикуляр

из г. Ω к AB . По

$$\text{ свойству } AH = HB = \frac{24x}{2} = 12x$$

находим CH :

$$CH = BH - CB = 12x - 7x = 5x$$

Обозначим O_2H за h

Докажем O_2HC - гипотенузная O_2CH_1 .

$$O_2H_1 = CH = 5x; O_2H = H_1C = h; C \in H_1O_1, \text{ т.к. } \angle H_1CH = \angle O_2CH = 90^\circ$$

рассмотрим прямоугл. треугр. $O_2H_1O_1$: по Т. Пифагора:

$$O_2H_1^2 + H_1O_1^2 = O_2O_1^2$$

$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$

$$5x^2 + h^2 + 14x^2 + 49 = 169$$

$H_1C + CO_1 = h + r(\omega)$

$$25x^2 + h^2 + 14x^2 + 49 = 169$$

рассмотрим $\triangle O_2HA$, он тоже прямоугл. и по т. Пиф.

$$O_2A^2 = HA^2 + O_2H^2$$

$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$

$$r(\Omega) \quad 12x \quad h$$

$$169 = 144x^2 + h^2$$

Приравняем:

$$25x^2 + h^2 + 14x^2 + 49 = 144x^2 + h^2$$

$$14x^2 = 11x^2 - 49$$
$$h = \frac{12}{2}x^2 - \frac{49}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Подсчитали засо 8 т. Ладр для х О₂ НА:

$$\left(\frac{17}{2}x^2 - \frac{7}{2}\right)^2 + 144x^2 = 13^2$$

$$\cancel{\frac{17^2}{4}x^4} - \frac{17 \cdot 7}{2}x^2 + \frac{49}{4} + 144x^2 = 169 \quad | \cdot 4$$

$$289x^4 - 238x^2 + 49 + 576x^2 = 676$$

$$289x^4 + 338x^2 - 627 = 0$$

$$\begin{cases} x^2 = 1 \rightarrow \text{подбираем} \\ x^2 = -\frac{627}{289} \rightarrow \text{нот. Всема } (D > 0, \text{н. } D = 338^2 + 627 \cdot 289 \cdot 4) \end{cases}$$

↑ не подходит

$$\text{Значим } x = 1$$

$$AB = 24x = 24$$

$$\text{Ответ: } 24$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 2x$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = (3x^2 - 6x + 2) - (3x^2 + 3x + 1)$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = (\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1})(\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1})$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1} \quad ①$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 \quad ②$$

$$①: \sqrt{3x^2 - 6x + 2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1} \quad |^2$$

$$\begin{cases} 3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1 \\ 3x^2 + 3x + 1 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 1 = 2x \\ 3x^2 + 3x + 1 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ 3 \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{4} + 1 = 1 \frac{10}{16} > 0 \end{cases}$$

$$②: \sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 \quad |^2$$

$$3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 + 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2}\sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1$$

$$6x^2 - 3x + 3 + 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2}\sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1$$

$$\text{Рассмотрим } 6x^2 - 3x + 3; \quad 6x^2 - 3x + 3 = 3(2x^2 - x + 1)$$

$$2x^2 - x + 1$$

$$\text{Вершина: } -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{4}, \quad \text{дискрим. знак.} - 2 \cdot \frac{1}{16} - \frac{1}{4} + 1 = \frac{7}{8}, \quad \text{значит}$$

$$6x^2 - 3x + 3 \geq 3 \cdot \frac{7}{8} > 1, \quad \text{то тогда } 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2}\sqrt{3x^2 + 3x + 1} < 0,$$

что невозможно, значит корней нет

Ответ: $\frac{1}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

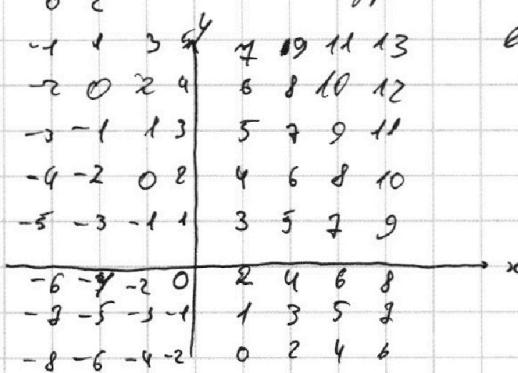
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5

Каждой парной четной (x, y) сопоставлено число
 $2x + y$,

Рассмотрим как будет выглядеть плоскость:



Например - 1 клетка, пересечение
осей: $(0, 0)$

Заметим, что все прямые
виде $y = -2x + b$, $b \in \mathbb{N}$

без четных чисел сдвиг
одинаковые числа, то

дополняются:

$$2x + y = 2x + (-2x + b) = b$$

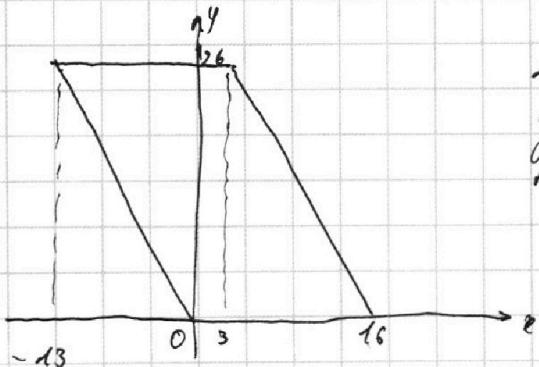
Условие для парных четных: $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$

$$(2x_2 + y_2) = 14 + (2x_1 + y_1)$$

т.е. где член на прямой $y = -2x + b$ четно

сопоставлены числа на прямой $y = -2x + b + 14$

Повторяя рассмотрим наш параллельный л.



левая сторона задается
уравнением $y = -2x$, значит
то эти все нормы будут
иметь $2x + y = 0$ и их надо
будут 14 (от -13 до 0 вкл.)
от -13 до 0 вкл.)

Однако будет сдвиг на $y = -2x + 14$ на сумму 13: ~~плюс 14~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Оригиналы от 1 до 25 через 2 ($1; 3; 5; \dots; 25$)
Две пары будут $y = -2x + 2$, а начиная с 0 их будет
14 и т.д.

Каждаяическая $2x+y$ будет иметь 13 чисел, а
членов: 14

$$\text{Последнее } 2x+y = 2 \cdot 16 + 0 = 32.$$

Несколько будем соотствовать $2x+y$ так, чтобы
 $(2x_2+y_2) = 14 + (2x_1+y_1)$

14	0
15	1
16	2
:	
31	17
32	18

На членах у нас будет
 $14 \cdot 14 = 196$ пар

На нечетных - $13 \cdot 13 = 169$ пар,
при этом пары одинак

изменяются.

Членов всего ~~10~~¹⁰, нечетных: 9
 $(0, 2, 4, \dots, 18)$ $(1, 3, 5, \dots, 17)$

Значит всего пар: $10 \cdot 126 + 9 \cdot 169 = 3489$

Ответ: 3489 пары могли

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

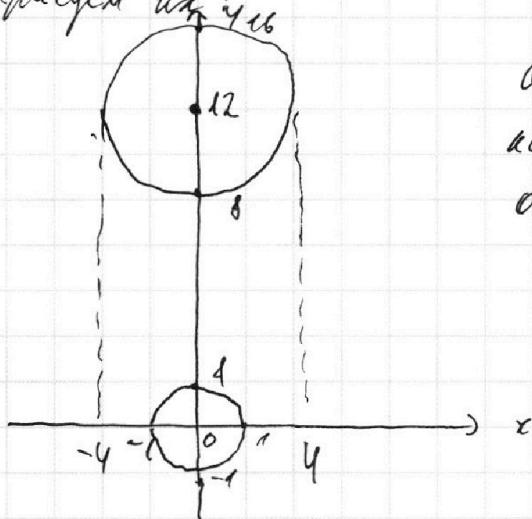
26

$$\begin{cases} ax^2 + y - 8b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ax^2 + y - 8b = 0 \\ x^2 + y^2 - 1 \leq 0 \\ x^2 + (y - 12)^2 - 16 \geq 0 \\ x^2 + y^2 - 1 \geq 0 \\ x^2 + (y - 12)^2 - 16 \leq 0 \end{cases}$$

Замечаем, что это
уравнение описывает

карусель из 4-х

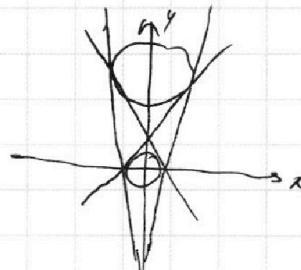


$ax^2 + y - 8b = 0$ - прямая, которая
как-то проходит через
область.

\leq значит, что прямая
входит в область (+касательна)

\geq значит, что спаривает (+кас.)

Роз сказав решення, що може бути роз'язок ура-
внення областю, що єслі она зміниться
по касательної, то розв'язок буде відсутнім. Значить,
що $ax^2 + y - 8b = 0$ - касательна до області області
у якій є решення





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

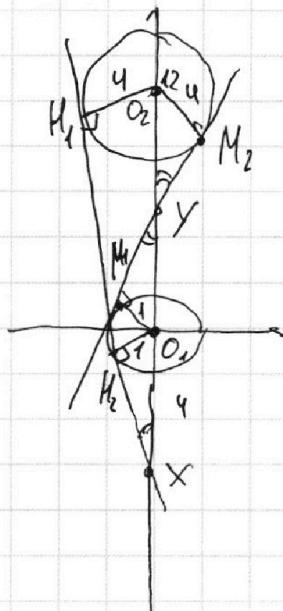
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

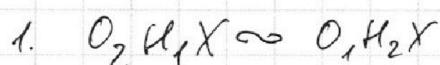
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Найдём их точку пересечения с осью y :

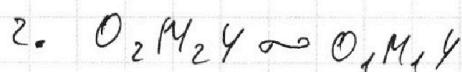


$$r_{\text{наш}} = \sqrt{d^2 - r^2} = \sqrt{12^2 - 4^2} = \sqrt{144 - 16} = \sqrt{128} = 8\sqrt{2}$$



$$\frac{O_2 H_1}{O_1 H_2} = \frac{O_2 X}{O_1 X}$$

$$4 = \frac{O_2 X}{O_1 X} ; O_2 O_1 = 12 \Rightarrow O_1 X = 4$$



$$\frac{O_2 M_2}{M_1 O_1} = \frac{Y O_2}{Y O_1}$$

$$4 = \frac{Y O_2}{Y O_1} ; O_1 O_2 = 12 \Rightarrow O_2 Y = 9,6$$

$$O_1 Y = 2,4$$



Дано все соотношения



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 1
<input type="checkbox"/> | 2
<input type="checkbox"/> | 3
<input type="checkbox"/> | 4
<input type="checkbox"/> | 5
<input type="checkbox"/> | 6
<input type="checkbox"/> | 7
<input type="checkbox"/> |
|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

 МФТИ.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

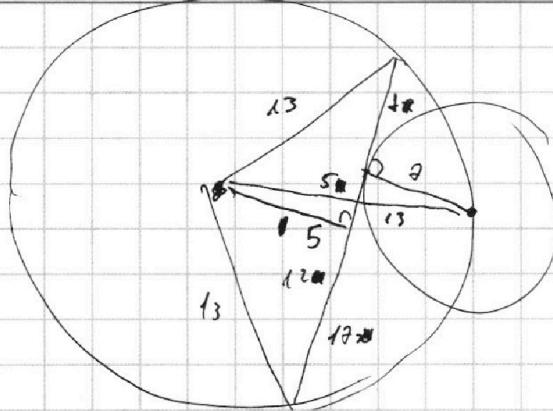
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



74

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 626 \\ \hline 5830 \\ -626 \\ \hline 5208 \end{array}$$

$$(h+2)^2 + 25x^2 = 13^2$$

$$h^2 + 100x^2 = 13^2$$

$$h^2 - (h+2)^2 = -119x^2$$

$$(h-h-2)(h+h+2) = -119x^2$$

$$2 \cdot 12 \cdot 2 =$$

$$= 12 \cdot 14$$

?

$$\frac{x14}{68}$$

$$\frac{12}{238}$$

$$\frac{1156}{289}$$

$$\frac{1204}{x338}$$

$$2h+2 = 13x^2$$

$$h = 2,5x^2 - 3,5 = \frac{12}{2}x^2 - \frac{8}{2}$$

$$22,25x^4 - 8,85x^2 + 12,25 + 144x^2 = 13^2 \quad | \cdot 4$$

$$8,289x^4 - 238x^2 + 586 = 13^2 \cdot 4 - 586 \quad | \cdot 4$$

$$289x^4 + 338x^2 - 626 = 0$$

$$x^2 = p \Rightarrow x = \sqrt{p} \quad x^2 = -626 \quad \text{?}$$

$$x^2 = \frac{-626}{289} \quad x = \sqrt{\frac{-626}{289}}$$

$$x^2 = \frac{626}{289} \quad x = \sqrt{\frac{626}{289}}$$

$$x = \frac{-50 \pm \sqrt{2500 + 626 \cdot 289 \cdot 4}}{289 \cdot 2} = \frac{-50 \pm \sqrt{50^2 + 289 \cdot 13^2 \cdot 4}}{289 \cdot 2} =$$

$$= \frac{-25 \pm \sqrt{25^2 + 289 \cdot 13^2}}{289}$$

$$\frac{626}{289} \quad \frac{5834}{5208}$$

$$\frac{1252}{182919}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 626 \\ \hline 144 \\ -40 \\ \hline 08 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5208 \\ \hline 48 \end{array} \quad \begin{array}{r} 651 \\ -40 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3008 \\ \hline 48 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ -626 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 626 \\ \hline 144 \\ -40 \\ \hline 38 \end{array} \quad \begin{array}{r} 25 \\ -626 \\ \hline 5634 \\ -238 \\ \hline 338 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 626 \\ \hline 144 \\ -40 \\ \hline 238 \end{array}$$

$$266$$

$$\begin{array}{r} 626 \\ \hline 144 \\ -40 \\ \hline 32 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 169 \\ \times 440 \\ \hline 626 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 240 \\ \hline 13627 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1156 \\ \hline 144 \\ -40 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 626 \\ \hline 144 \\ -40 \\ \hline 26 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 626 \\ \hline 182 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 626 \\ \hline 144 \\ -40 \\ \hline 26 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 443 \\ \hline 1329 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \hline 26 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

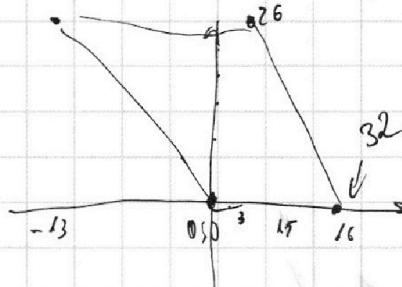


- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

на 0 из 32



$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 14$$

$$\begin{cases} y_2 - y_1 \leq 2 \\ 0 \leq y_1 \leq 15 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}AC \cdot AB = \frac{1}{2}AB \cdot BC \\ & \frac{1}{2}AC \cdot AB = \frac{1}{2}BC \cdot AC \\ & \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14 \\ x_2, y_1, y_2 \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$x_2 - x_1 \leq \frac{y_2 - y_1}{2}$$

A(x₁, y₁)

$$x_2 \in [-26; 26]$$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14 \text{ ли } 32$$

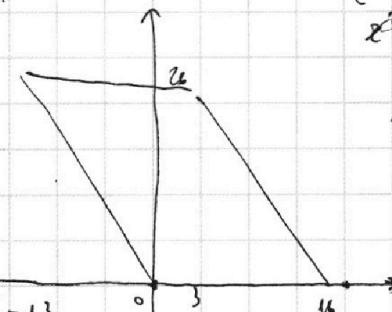
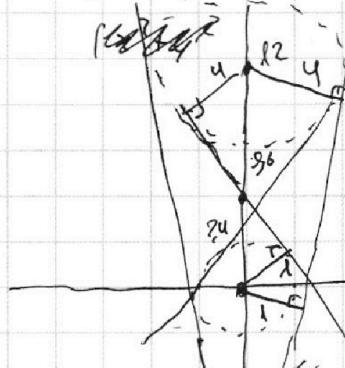
$$\begin{cases} x_2 - x_1 \leq 7 \\ y_2 - y_1 \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + y_1 - y_2 = 14 \\ y_1 \in [0; 26] \end{cases}$$

внутри (на границ.)

$$ax + by - 86 = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 11) \leq 0$$



$$y = -ax + b$$

$$\begin{cases} y = -ax + b \\ a^2 + b^2 - 1 = 0 \\ x^2 + a^2 \end{cases}$$

$$2x_2 - 2x_1 = -y_2 - 6 - 26 + y_1 \in [-6 + 26 - y_2 + y_1]$$

$$\frac{12}{5} = 2,4$$

$$\operatorname{tg} = \sqrt{15} \quad -x_1 \in \left[\frac{y_1}{2} - 6, \frac{y_1}{2} \right]$$

$$\operatorname{tg} = -\sqrt{15} \quad x_1 \in \left[-\frac{y_1}{2}, 18 - \frac{y_1}{2} \right]$$

$$2x_2 - 2x_1 \in (y_1 - 6 - 26 + y_2, y_2 + 32 - y_1)$$

$$x_2 \in \left[-\frac{y_2}{2}, 3 + \frac{26 - y_1}{2} \right]$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab; 2^{15} \cdot 7^1$$

$$bc: 2^{17} \cdot 7^{18}; ac: 2^{23} \cdot 7^{39}$$

$$a = 2^{\alpha_1} \cdot 7^{\beta_1} \cdot x, b = 2^{\alpha_2} \cdot 7^{\beta_2} \cdot y, c = 2^{\alpha_3} \cdot 7^{\beta_3} \cdot z$$

$$\begin{array}{l} 104 - 59,5 \\ + 100,8 \\ \hline 169,35 \end{array}$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 \geq 15$$

$$\beta_1 + \beta_2 \geq 11$$

$$(8,5 \times 3,5) + 144x^2 = 13^2 \\ 8,5^2 + 144x^2 + 17,5^2 = 169 \\ 72,25 + 144x^2 + 30,25 = 169 \\ 144x^2 = 169 - 102,5 \\ 144x^2 = 66,5 \\ x^2 = 66,5 / 144 \\ x^2 = 0,46 \\ x = 0,68$$

$$\alpha_2 + \alpha_3 \geq 17$$

$$\beta_2 + \beta_3 \geq 18$$

$$\alpha_1 + \alpha_3 \geq 23$$

$$\beta_1 + \beta_3 \geq 39$$

$$2(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) \geq 55$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \geq 27,5$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \geq 28$$

$$2(\beta_1 + \beta_2 + \beta_3) \geq 68$$

$$\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq 34$$

$$\text{но } \beta_1 + \beta_3 \geq 39, \text{ значит}$$

$$\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq 39$$

$$42,25x^2 + 84,5x^2 + 63500 = 0 \\ 87,75x^2 + 63500 = 0 \\ 87,75x^2 = 63500 \\ x^2 = 63500 / 87,75 \\ x^2 = 738,2 \\ x = 27,17$$

$$abc \geq 2^{23} \cdot 7^{39}$$

$$2\alpha_1 \geq 32$$

$$2\alpha_2 \geq 29$$

$$2\alpha_3 \geq 11$$

$$\alpha_1 = 2 \cdot 11$$

$$\alpha_2 = 2 \cdot 7$$

$$b = 2^8 \cdot 7^0 = 1$$

$$c = 2 \cdot 7$$

$$\beta_1 = 2 \cdot 7^0$$

$$\beta_2 = 2^4 \cdot 7^0$$

$$\beta_3 = 2^3 \cdot 7^0$$

$$c = 2 \cdot 7$$

$$\begin{array}{r} 238^2 \\ 158+5 \\ \hline 63500 \end{array}$$

$$25x^2 + (h+2)^2 = 13^2$$

$$25x^2 + h^2 + 4h + 4 = 169 \\ h^2 + 4h + 20 = 169 \\ h^2 + 4h - 149 = 0$$

$$h^2 + 144x^2 = 13^2$$

$$h^2 + 144x^2 = 169$$

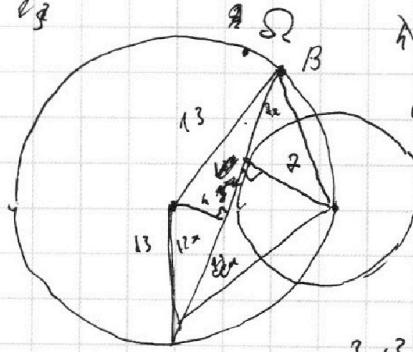
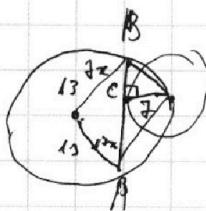
$$144x^2 = 169 - h^2$$

$$144x^2 = 169 - 119$$

$$144x^2 = 50$$

$$x^2 = 50 / 144$$

$$x^2 = 0,35$$



$$25x^2 + h^2 + 112x^2 + 4h + 4 = 169 \\ 144x^2 + h^2 + 4h - 145 = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$289x^2 + 815x - 63500 = 0$$

$$x = \frac{-815 \pm \sqrt{815^2 + 63500 \cdot 4 \cdot 289}}{2 \cdot 289}$$

$$289x^2 + 338x - 63500 = 0$$

$$x = \frac{-338 \pm \sqrt{338^2 + 2 \cdot 289 \cdot 63500 \cdot 4}}{2 \cdot 289}$$

$$\begin{array}{r} 815 \\ + 815 \\ \hline 1630 \\ \times 4085 \\ \hline 6520 \\ 69285 \\ \hline 1280 \\ \times 183515 \\ \hline 4 \\ + 33406000 \\ \hline 69285 \\ \times 3925245 \\ \hline 12695055 \\ 2539011 \\ \hline 8468 \\ 337 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 338 \\ + 338 \\ \hline 1014 \\ 1014 \\ \hline 114244 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 73406000 \\ 114244 \\ \hline 22520244 \\ 36760122 \\ 18380061 \\ 6126688 \\ 2042220 \\ \hline 680743 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 68 \\ 168 \\ \hline 1521 \\ 1960 \\ \hline 3981 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{a+b}{a^2+2ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - ab}$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 2x$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = (3x^2 - 6x + 2) - (3x^2 + 3x + 1)$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = (\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \dots)(\sqrt{3x^2 + 3x + 1} + \dots)$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1} \quad x = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{\dots} = 1$$

$$3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 + 2\sqrt{\dots} = 1$$

$$6x^2 - 3x + 3 + 2\sqrt{\dots} = 1$$

$$3(2x^2 - x + 1)$$

$$2x^2 - x + l = 1 - 2x$$

$$2x - x + l = 1 - 2x$$

$$-x = -x$$

$$l = 1$$

$$\frac{l}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} > 1$$

$$\frac{1}{2} > 1$$

$$1 > 1$$

$$2x_2 + y_2 = 14 + 2x_1 + y_1 \Leftrightarrow [y_1 : 4] \Rightarrow 2x_2 + y_2 = 2x_1 - 14 = y_2 - y_1 \Leftrightarrow [y_2 : 2]$$