



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол $\alpha = 45^\circ$ с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета $L = 20$ м.

1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью V_0 к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна $H = 3,6$ м.

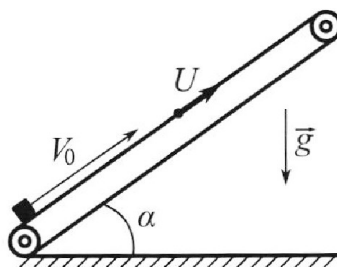
2) На каком расстоянии S от точки старта находится стенка?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0,6$ (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 6$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = 0,5$.

Движение коробки прямолинейное.



1) Какой путь S пройдет коробка в первом опыте к моменту времени $T = 1$ с?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью $U = 1$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 6$ м/с (см. рис.).

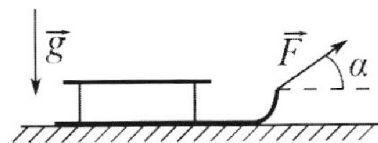
2) Через какое время T_1 после старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 1$ м/с?

3) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки обратится в ноль во втором опыте? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии K на одинаковых участках пути.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии K действие внешней силы прекращается.



1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Найдите перемещение S санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения g . Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.



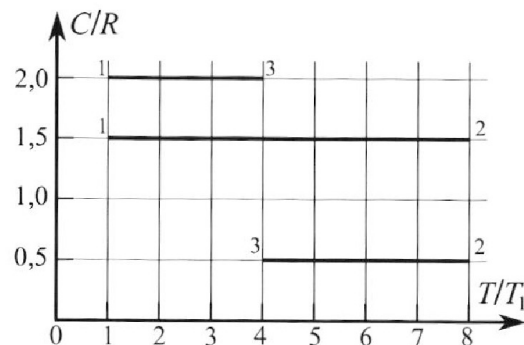
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

Вариант 10-02

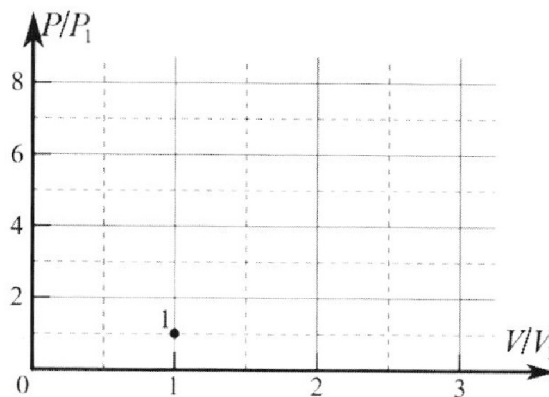
Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна $T_1 = 200$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

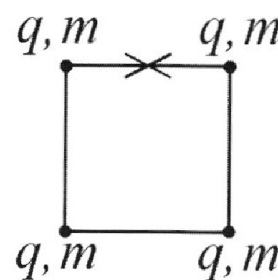


- 1) Найдите работу A_{31} внешних сил над газом в процессе 3-1.
- 2) Найдите КПД η цикла.
- 3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной a (см. рис.). Сила натяжения каждой нити T .

- 1) Найдите абсолютную величину $|q|$ заряда каждого шарика. Одну нить пережигают.
- 2) Найдите кинетическую энергию K любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.
- 3) На каком расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)? Электрическая постоянная ϵ_0 . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.



1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1.

1) для случая (без стены)

Дано:

$\alpha = 45^\circ$

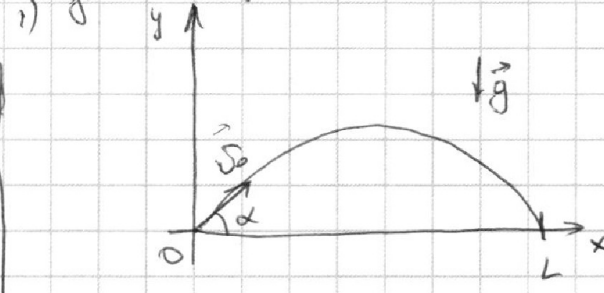
$L = 20 \text{ м}$

$H = 3,6 \text{ м}$

$g = 10 \text{ м/с}^2$

$v_0 = ?$

$S = ?$



$$x(t) = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t$$

$$y(t) = v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

Пусть T_n — время, за которое тело ~~приземлится~~ окажется на земле ($T_n \neq 0$)

$$y(T_n) = 0 \Rightarrow v_0 \cdot \sin \alpha \cdot T_n - \frac{gT_n^2}{2} = 0$$

$$T_n \neq 0 \Rightarrow$$

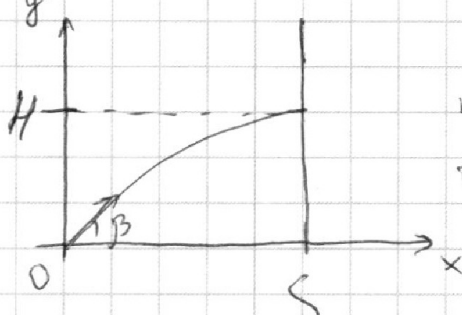
$$\Rightarrow T_n = \frac{2v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$$

$$x(T_n) = L = \frac{2v_0 \cdot \sin \alpha \cdot v_0 \cdot \cos \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{L \cdot g}{\sin 2\alpha}} = \sqrt{\frac{20 \cdot 10}{1}} = 10\sqrt{2} \text{ (м/с)}$$

Ответ: $v_0 = \sqrt{\frac{L \cdot g}{\sin 2\alpha}} = 10\sqrt{2} \text{ м/с}$

2)



Т.к. футболист направляет мяч под разными углами и $\max H = 3,6 \text{ м}$, то ~~ввод~~ рассмотрим случай, где $H = 3,6 \text{ м}$ — $\max$ высота подъема мяча.

Значит $v_y(T_e) = 0$, где T_e — время, за кот. мяч поднимется на $\max$ высоту.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} v_y(\tau_e) &= v_0 \cdot \sin \beta - g \cdot \tau_e \Rightarrow \tau_e = \frac{v_0 \cdot \sin \beta}{g} \\ H = y(\tau_e) &= \cancel{v_0 \cdot \sin \beta \cdot \tau_e} - \frac{g \cdot v_0^2 \cdot \sin^2 \beta}{2g} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \beta}{2g} - \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \beta}{2g} \\ &= \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \beta}{2g} \Rightarrow \sin^2 \beta = \frac{2gH}{v_0^2} = \frac{\sqrt{2gH}}{v_0} \\ \cos^2 \beta &= 1 - \frac{2gH}{v_0^2} = \frac{\sqrt{v_0^2 - 2gH}}{v_0} \\ S = x(\tau_e) &= v_0 \cdot \cos \beta \cdot \tau_e = \frac{v_0 \cdot \sqrt{2gH}}{v_0 \cdot g} \cdot v_0 \cdot \frac{\sqrt{v_0^2 - 2gH}}{v_0} \\ &= \sqrt{\frac{2H}{g}} \cdot \sqrt{v_0^2 - 2gH} = \sqrt{\frac{2H}{g}} \cdot \sqrt{\frac{L \cdot g}{\sin \alpha} - 2gH} \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 3,6}{10} (200 - 72)} = \sqrt{2 \cdot 0,6^2 \cdot 2^7} = 16 \cdot 0,6 = 9,6 \text{ (м)} \\ \text{Ответ: } S &= \sqrt{\frac{2H}{g} \left(\frac{L \cdot g}{\sin \alpha} - 2gH \right)} = 9,6 \text{ (м)} \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N2.

Дано:

$$\sin \alpha = 0,6$$

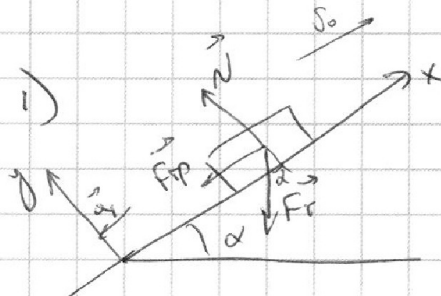
$$v_0 = 6 \text{ м/с}$$

$$\mu = 0,5$$

$$T = 1 \text{ с}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$u = 1 \text{ м/с}$$



$$\sin \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\cos \alpha = \frac{4}{5}$$

$$Ox: -ma_z - F_{\text{тр}} - F \cdot \sin \alpha - F_{\text{тр}}$$

$$Oy: 0 = N - F_{\text{тр}} \cdot \cos \alpha$$

$$F_{\text{тр}} = \mu \cdot N = \mu mg \cos \alpha$$

$$ma_z = mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha$$

$$a_z = g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

Проверим через какое время тело остановится:

$$v_x(t) = v_0 - a_z t$$

$t_{\text{ост.}}$ - время, когда тело останов.

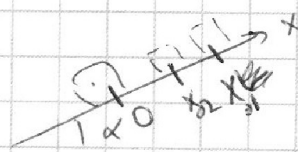
$$v_x(t_{\text{ост.}}) = 0 = v_0 - a_z t_{\text{ост.}}$$

$$t_{\text{ост.}} = \frac{v_0}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} = \frac{6}{10 \cdot (0,6 + 0,5 \cdot 0,8)}$$

$$= 0,6 \text{ (с)}$$

Т.к. $t_{\text{ост.}} < T$, то значит тело развернется и

поедет вниз.



Пусть 0 - там где тело изнач. было,

x_0 - коор., где тело остан.

$$S = x_0 + x_0 - x_2 = 2x_0 - x_2$$

$$\frac{v_0^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} = \frac{v_0^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$$

x_2 - коор., при $T = 1 \text{ с}$. Тогда

$$x_0 = x_1(t_{\text{ост.}}) = \frac{v_0^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

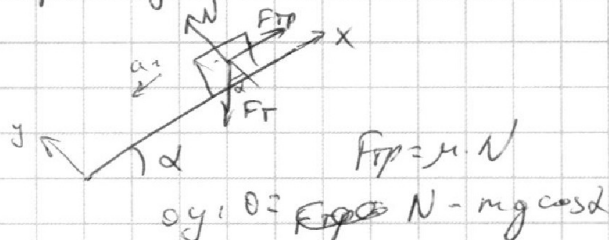
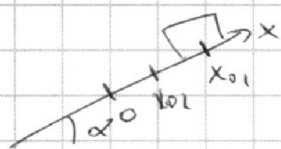
1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Найдём x_{02} : Рассмотрим движение после остановки:



$$Ox: -ma_2 = F_{tr} - mg \sin \alpha$$

$$ma_2 = -\mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha$$

$$a_2 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$x_2(t) = x_{01} - \frac{a_2 \cdot t^2}{2} \Rightarrow x_{02} = x_2(T - t_{\text{ост}}) =$$

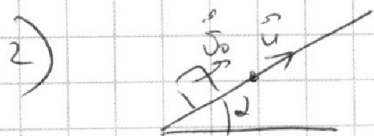
$$= \frac{v_0^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} - \frac{g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)(T - t_{\text{ост}})^2}{2}$$

$$S = \frac{v_0^2}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} - \frac{v_0^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} + \frac{g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)(T - t_{\text{ост}})^2}{2} =$$

$$= \frac{v_0^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} + \frac{g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)(T - t_{\text{ост}})^2}{2} = \frac{36}{20} + \frac{10(0,6 - 0,4) \cdot 0,4^2}{2} =$$

$$= 1,8 + 0,16 = 1,96 \text{ (м)}$$

Ответ: $S = 1,96 \text{ (м)}$



Пересаждем в СО ленты транспортера

Значит скорость коробки $v_1 = v_0 - u$

$$v_1(t) = (v_0 - u) - a_1 \cdot t \quad v_1(T_1) = 0 \Rightarrow T_1 = \frac{v_0 - u}{a_1} = 0,5 \text{ (с)}$$

(a_1 — из п.1.)

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: $T_1 = \frac{v_0 - u}{a_1} = \frac{v_0 - u}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} = 0,5 \text{ (с)}$

3) Остаемся в СО ленты транспортера

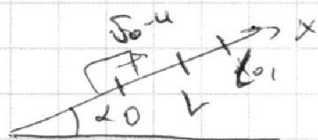
Если скорость в лабораторной СО > 0 , то

в СО ленты она $= -u$

Но т.к. в момент T_1 в СО ленты $v_{коробки} = 0$,

то ~~здесь~~ составим новый закон движения:

$v_2(t) = -a_2 \cdot t$ (a_2 - из пункта 1)



x_0 - коор., когда тело остановится (относ. ленты)

Искомое L будет координатой,

где $v_2 = -u$ (относ. ленты)

$u = a_2 \cdot T_2 \Rightarrow T_2 = \frac{u}{a_2}$

$L = x_2(T_2) = x_0 - \frac{a_2 \cdot T_2^2}{2} = x_0 - \frac{u^2}{2a_2}$

$x_0 = x_1(T_1) = (u + v_0)T_1 - \frac{a_1 \cdot T_1^2}{2}$

$L = \frac{v_0^2 - u^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} - \frac{(v_0 - u)^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} - \frac{u^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$

$= \frac{u^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} = \frac{64 \cdot 25}{2 \cdot 10 \cdot (0,6 + 0,4)} = \frac{1}{2 \cdot 10 \cdot (0,6 + 0,4)} = \frac{25}{20} = \frac{1}{4} = 1 \text{ (м)}$

Ответ: 1 м

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

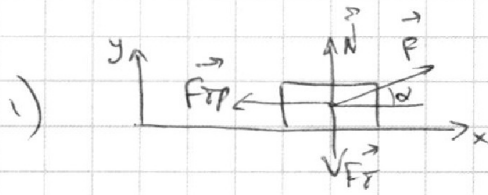
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3.

Дано:
 K, α, g

Реш

1) μ - ?
2) S - ?



1)

$$Oy: N + F \cdot \sin \alpha - mg$$

$$F_{тр} = \mu \cdot N = \mu mg - \mu \cdot F \cdot \sin \alpha$$

$$Ox: ma = F \cdot \cos \alpha - \mu mg + \mu \cdot F \cdot \sin \alpha \quad (1)$$

3C91

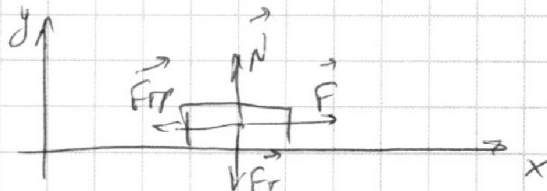
$$F \cdot \cos \alpha \cdot S_1 = K + \mu (mg - F \cdot \sin \alpha) \cdot S_1$$

$$S_1 = \frac{v^2}{2a} = \frac{K}{ma} = \frac{K}{F(\cos \alpha + \sin \alpha) - \mu mg}$$

$$\frac{F \cdot \cos \alpha \cdot K}{F(\cos \alpha + \sin \alpha) - \mu mg} = K + \frac{(\mu mg - \mu \cdot F \cdot \sin \alpha) \cdot K}{F(\cos \alpha + \sin \alpha) - \mu mg}$$

~~$F \cos \alpha - \mu mg$~~

2)



$$Oy: N = mg$$

$$Ox: F - F_{тр} = \mu mg$$

$$ma = F - F_{тр} \quad (2)$$

$$ma \quad (1) - (2)$$

$$0 = F \cdot \cos \alpha - \mu mg + \mu \cdot F \cdot \sin \alpha - F + \mu mg$$

$$F \cdot \cos \alpha + \mu \cdot F \cdot \sin \alpha = F$$

$$\cos \alpha + \mu \sin \alpha = 1$$

$$\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\text{Ответ: } \mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

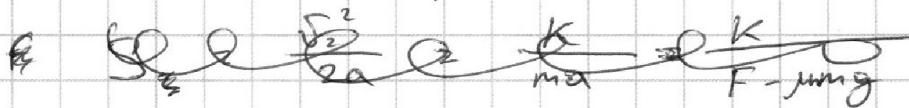
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2) ЗОЗ гла второго случая:



~~$K = \mu mg \cdot S$~~ $K = \mu mg \cdot S$

$$S = \frac{K}{\mu mg} = \frac{K \cdot \sin \alpha}{mg(1 - \cos \alpha)}$$

Ответ: $S = \frac{K \cdot \sin \alpha}{mg(1 - \cos \alpha)}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

НЧ.
Дано:
 $T_1 = 200 \text{ K}$
 $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{K}}$
 $\nu = 1 \text{ моль}$

Из данного графика: $T_2 = 8T_1$; $T_3 = 4T_1$
 $C_{V1} = 2R$
 $C_{V3} = \frac{1}{2}R$
 $C_{12} = \frac{3}{2}R \Rightarrow$ В процессе 1-2, $V = \text{const}$

$$A_{12} = 0$$

Т.к. $\nu = 1 \text{ моль}$, то его сразу возьмем по сравнению.

1) A_{31} - ?

2) η - ?

3) график

$$Q_{31} = A_{31} + \Delta U_{31}$$

A_{31} - работа соверш.

внешними силами, то.

$$Q_{31} = -A_{31} + \Delta U_{31}$$

$$\Delta U_{31} = -\frac{3}{2}R(T_3 - T_1) = -\frac{3}{2}R \cdot 3T_1 = -\frac{9}{2}RT_1$$

$$Q_{31} = -C_{V1} \cdot \Delta T_{31} = -2R \cdot 3T_1 = -6T_1 \cdot R$$

$$A_{31} = \Delta U_{31} - Q_{31} = -\frac{9}{2}RT_1 + 6T_1 \cdot R = \frac{3}{2}RT_1 = 3831 = 2493 \text{ Дж}$$

Ответ: $A_{31} = \frac{3}{2}\nu RT_1 = 2493 \text{ Дж}$

2) $\eta = \frac{A_{1231}}{Q^+}$, Q^+ - кол-во теплоты, получ. во всем цикле

$Q_{31} < 0$ (т.к. $T_1 < T_3$), $Q_{23} < 0$ (т.к. $T_3 < T_2$)

$$Q^+ = Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = \frac{3}{2}R(T_2 - T_1) = \frac{21}{2}R$$

$$A_{1231} = A_{23} - A_{31} = Q_{23} - \Delta U_{23} - A_{31} = -C_{V3} \cdot (T_2 - T_3) + \frac{3}{2}R(T_2 - T_3) - \frac{3}{2}RT_1 = R(T_2 - T_3) - \frac{3}{2}RT_1 = 4RT_1 - \frac{3}{2}RT_1 = \frac{5}{2}RT_1$$

$$\eta = \frac{A_{1231}}{Q^+} = \frac{\frac{5}{2}RT_1}{\frac{21}{2}R} = \frac{5}{21}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

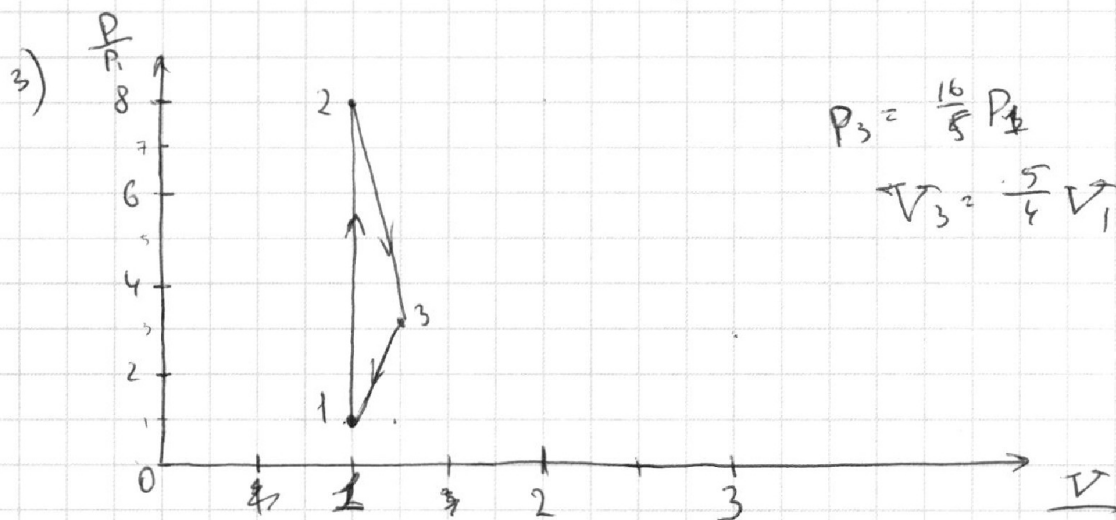
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\eta = \frac{A_{1231}}{Q^+} = \frac{\frac{5}{2} RT_1}{\frac{21}{2} RT_1} = \frac{5}{21}$$

Ответ: $\eta = \frac{5}{21}$



$$P_3 = \frac{16}{5} P_1$$

$$V_3 = \frac{5}{4} V_1$$

Т.к. $C_{12} = \frac{3}{2} R$, то $\frac{1-2}{V} = \text{const} \Rightarrow V_2 = V_1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{P}{T} = \text{const} \quad \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \quad \frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1} = 8$$

В 2-3:

$$\frac{P V}{T} = \text{const}$$

$$\frac{P_2 \cdot V_2}{T_2} = \frac{P_3 \cdot V_3}{T_3}$$

$$\frac{8 P_1 V_1}{8 T_1} = \frac{P_3 V_3}{4 T_1}$$

$$P_3 \cdot V_3 = 4 P_1 \cdot V_1$$

$$A_{23} = \int_{V_2}^{V_3} P dV = 4 P_1 V_1 \ln 2$$

$$|A_{31}| = \frac{3}{2} R T_1 \ln 2 = \frac{3}{2} P_1 \cdot V_1$$

Т.к. $A_{31} = \frac{3}{2} P_1 V_1$ то A — площадь под графиком, то
для 3-1 — наклонная прямая $\Rightarrow |A_{31}| = \frac{1}{2} \cdot (P_3 + P_1) \cdot (V_3 - V_1)$

$$A_{23} = \frac{1}{2} \cdot (P_3 + P_2) (V_3 - V_2) = \frac{1}{2} \cdot (P_3 + 8 P_1) (V_3 - V_1)$$

$$\frac{P_3 + 8 P_1}{P_3 + P_1} = \frac{8}{3} \Rightarrow 3 P_3 + 8 P_1 = 3 P_3 + 24 P_1 \Rightarrow 16 P_1 = 5 P_3 \Rightarrow \frac{P_3}{P_1} = \frac{16}{5} = 3.2 P_1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Р5.

Дано:

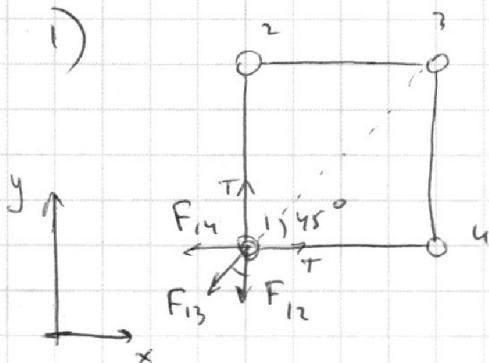
$a, T,$

ϵ_0

1) $|q|$?

2) K ?

3) d ?



$$Oy: 0 = T - F_{12} - F_{13} \cdot \cos 45^\circ$$

$$Ox: 0 = T - F_{14} - F_{13} \cdot \sin 45^\circ$$

F_{12} — сила взаим. 1 и 2 шариков

F_{13} — сила взаим. 1 и 3 шар.

F_{14} — сила взаим. 1 и 4 шариков

$$T = F_{12} + F_{13} \cdot \cos 45^\circ = k \cdot \frac{q^2}{a^2} + k \cdot \frac{q^2}{(a\sqrt{2})^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

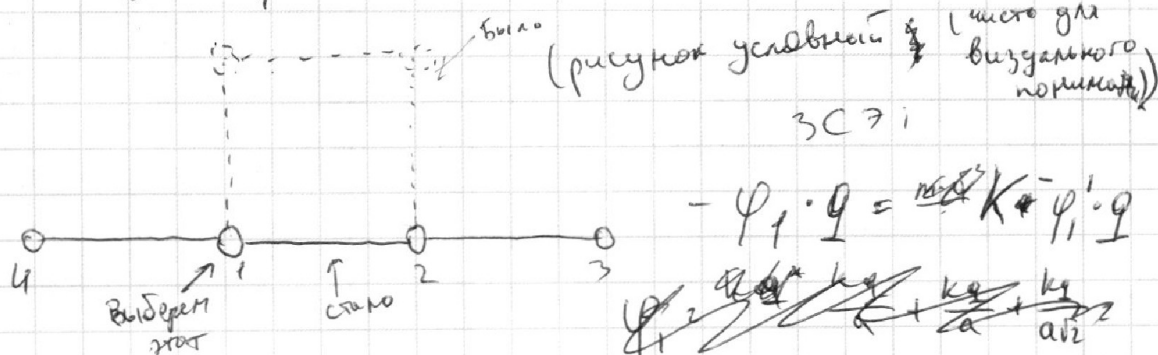
$$= k \cdot \frac{q^2}{a^2} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4} \right)$$

$$|q| = a \cdot \sqrt{\frac{T}{k \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4} \right)}}$$

Ответ: $|q| = a \cdot \sqrt{\frac{T}{k \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4} \right)}}$

$$q = a \cdot \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 T}{1 + \frac{\sqrt{2}}{4}}}$$

2)



$$\varphi_1' = \frac{kq}{2a} + \frac{kq}{a} + \frac{kq}{a} = \frac{5}{2} \frac{kq}{a} = \frac{5kq}{a}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



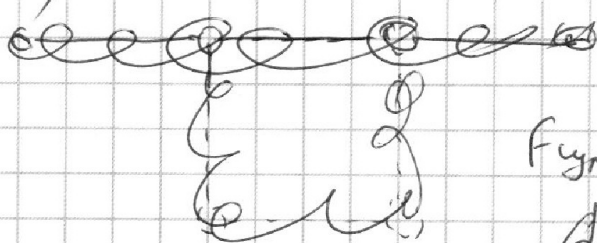
$$\varphi_1 = \frac{kq}{a} + \frac{kq}{a} + \frac{kq}{a\sqrt{2}} = \frac{2kq}{a} + \frac{kq}{2a} + \sqrt{2} = \frac{kq}{2a} (4 + \sqrt{2})$$

$$- \frac{kq^2}{2a} (4 + \sqrt{2}) = K - \frac{5kq^2}{a}$$

$$\begin{aligned} K &= - \frac{kq^2}{2a} (4 + \sqrt{2} - 10) = - \frac{kq^2}{2a} (\sqrt{2} - 6) = \\ &= \frac{(6 - \sqrt{2})q^2}{8\pi\epsilon_0 \cdot a} = \frac{(6 - \sqrt{2}) \cdot a^2 \cdot T \cdot 4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0}{(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}) \cdot 8\pi\epsilon_0 \cdot a} = \\ &= \frac{(6 - \sqrt{2}) \cdot a \cdot T}{(2 + \frac{\sqrt{2}}{2})} = \frac{(12 - 2\sqrt{2}) \cdot T \cdot a}{4 + \sqrt{2}} \end{aligned}$$

Ответ: $\frac{(12 - 2\sqrt{2}) \cdot T \cdot a}{4 + \sqrt{2}}$

3)



$$K = F_{\text{сум}} \cdot 8d$$

$$F_{\text{сум}} = F_{13} + F_{12} \cdot \sqrt{2} = \frac{k \cdot q^2}{2a} + \frac{kq^2}{a} \cdot \sqrt{2}$$

$$d = \frac{K}{\frac{q^2}{a \cdot 4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{2} + \sqrt{2} \right)} = \frac{8a \cdot 4\pi\epsilon_0 \cdot K}{q^2 (1 + 2\sqrt{2})}$$

Ответ: $d = \frac{8a \cdot 4\pi\epsilon_0 \cdot K}{q^2 (1 + 2\sqrt{2})}$



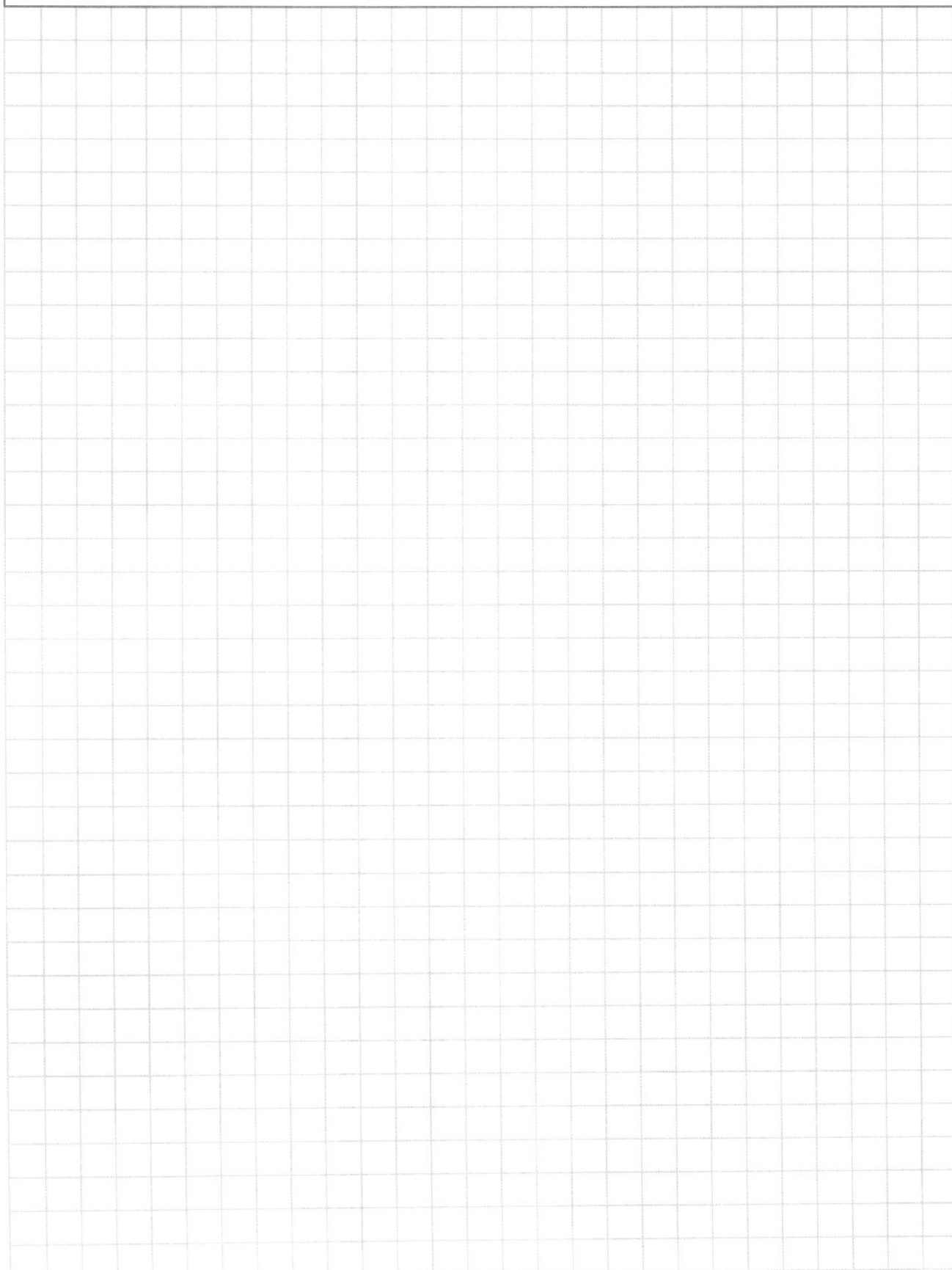
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновики.

N2.

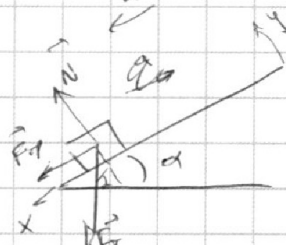
Дано:

$$\sin \alpha = 0,6$$

$$\mu = 0,5$$

$$v_0 = 6 \text{ м/с}$$

$$r = 1 \text{ м}$$



$$m \cdot \sqrt{\frac{v_0^2}{r^2} + \frac{a^2}{r^2}} = \frac{N}{r}$$

$$A_{12} = 0$$

$$A_{12} = 2 \cdot (T_1 - 4T_1) = -6T_1$$

$$K_n = 2 \cdot T_1 = 6T_1$$

$$0x: \text{cancel } ma = F_{\text{тр}} + mg \cdot \sin \alpha$$

$$0 = N - mg \cdot \cos \alpha$$

$$2 = \frac{3}{2} \cdot 10$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha = \frac{12}{5}$$

$$A_{23} = Q_{23} - U_{23}$$

$$ma = \mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5 \text{ м/с}^2$$

$$= \frac{3}{2} \cdot (-4T_1) = -6T_1$$

$$= 6 - 2 = 4T_1$$

$$a = g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) = 10(0,5 \cdot 0,8 + 0,6) = 10$$

$$\frac{8,6}{1,2}$$

$$\frac{17,2}{1,2}$$

$$\frac{17,2}{1,2}$$

$$\frac{17,2}{1,2}$$

$$\frac{17,2}{1,2}$$

$$\frac{17,2}{1,2}$$

$$\frac{17,2}{1,2}$$

$$\frac{17,2}{1,2}$$

$$\frac{17,2}{1,2}$$

$$\frac{17,2}{1,2}$$

$$\frac{17,2}{1,2}$$

$$\frac{17,2}{1,2}$$

$$\frac{17,2}{1,2}$$

$$\frac{17,2}{1,2}$$

$$\frac{17,2}{1,2}$$

$$L = \frac{v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2(g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha))} = \frac{36}{2(10 \cdot 0,8 + 0,6)} = \frac{36}{18} = 2 \text{ м}$$

$$\frac{36}{18} = 2$$

$$\frac{36}{18} = 2$$

$$\frac{36}{18} = 2$$

$$\frac{36}{18} = 2$$

$$\frac{36}{18} = 2$$

$$\frac{36}{18} = 2$$

$$\frac{36}{18} = 2$$

$$\frac{36}{18} = 2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\frac{1}{n} \Delta V = \frac{2}{3} V \quad | \cdot 2$$

$$-2V_3 + 2V_1 = 3V_1$$



Черновик:

№1.

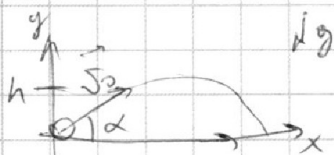
Дано:

$$\alpha = 45^\circ$$

$$L = 20 \text{ м}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$V_0 = ?$$



$$x(t_n) = V_0 \cos \alpha \cdot t_n = L$$

$$y(t_n) = 0 = V_0 \sin \alpha \cdot t_n - \frac{g t_n^2}{2}$$

$$t_n = \frac{2 V_0 \sin \alpha}{g}$$

$$L = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{L \cdot g}{\sin 2\alpha}}$$

$$C_{13} = 2 R \frac{831}{2493}$$

$$C_{12} = \frac{3}{2} R$$

$$C_{23} = \frac{1}{2} R$$

$$T_2 = 8T_1$$

$$T_3 = 4T_1$$

$$Q_{13} = C_{13} \Delta T_{13}$$

$$C_{13} \Delta T_{13} = A_{13} + U_{13}$$

$$A_{13} = \Delta U_{13} = C_{13} \Delta T_{13}$$

$$= 2 \cdot \frac{3}{2} R \cdot 3T_1 + 2 R \cdot 8T_1 =$$

$$= 20 R (4T_1)$$

$$2 R (6 - \frac{3}{2}) = \frac{3}{2} R T_1 =$$

$$\frac{\kappa V_0^2}{2} = \kappa g H + \frac{\kappa V_0^2 \cos^2 \beta}{2} = 2493 \text{ Дж}$$

$$\frac{\kappa V_0^2}{2} = \kappa g H + \frac{\kappa V_0^2 \cos^2 \beta}{2}$$

$$V_0^2 (1 - \cos^2 \beta) = 2 g H$$

$$\frac{\sqrt{2 g H}}{V_0}$$

$$= 4 R T_1$$

$$\frac{3}{2} R T_1 = \frac{3}{2} \cdot 7 =$$

$$\frac{2 g H}{g} = \frac{\sqrt{2 g H}}{g}$$

$$\frac{\sqrt{2 g H}}{g} = \frac{\sqrt{2 g H}}{g}$$

$$3 P_3 + 24 P_1 =$$

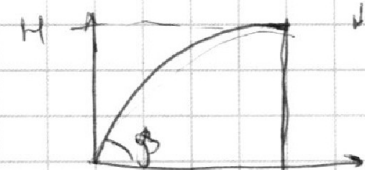
$$= 48 P_1 + 48 P_1$$

$$= \frac{\sqrt{2 g H}}{g} \cdot \sqrt{V_0^2 - 2 g H}$$

$$= \frac{\sqrt{2 g H}}{g} \cdot \sqrt{V_0^2 - 2 g H}$$

$$= \frac{\sqrt{2 g H}}{g} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 3,6}{10} \left(\frac{20 \cdot 10}{1} - 20 \cdot 3,6 \right)} = 5 P_3 = 10 P_1$$

$$P_3 = \frac{16}{5} P_1$$



$$\frac{16}{5} V_1 = 4 V_1$$

$$V_3 = \frac{5}{4} V_1 \sin \beta = \sqrt{\frac{2 g H}{V_0^2}}$$

$$V_0 \sin \beta = \frac{g t_n}{2}$$

$$\Rightarrow t_n =$$

$$S = \frac{V_0^2 \sin^2 \beta}{2 g}$$

$$S = \frac{\sqrt{2 g H} \cdot V_0 \cos \beta}{g}$$

$$\frac{\sqrt{2 g H}}{g}$$

$$V_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{2 g H}{V_0^2}}$$

$$= \frac{\sqrt{2 g H}}{g} \cdot \sqrt{V_0^2 - 2 g H}$$

$$= \frac{\sqrt{2 g H}}{g} \cdot \sqrt{\frac{2 g}{\sin^2 \alpha} - 2 g H} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3,6}{10} \left(\frac{20 \cdot 10}{1} - 20 \cdot 3,6 \right)} = 5 P_3 = 10 P_1$$

$$= \frac{\sqrt{2 g H}}{g} \cdot \sqrt{\frac{2 g}{\sin^2 \alpha} - 2 g H} = 16 \cdot 0,6 = 9,6$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 3,6}{10} \left(\frac{20 \cdot 10}{1} - 20 \cdot 3,6 \right)} = 5 P_3 = 10 P_1$$

$$P_3 = \frac{16}{5} P_1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

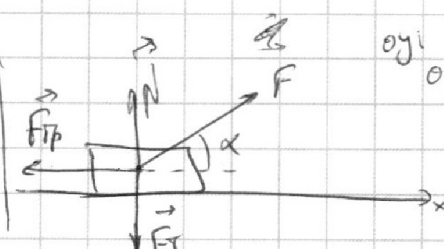
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик, y
N3



$$Oy: 0 = F \cdot \sin \alpha + N - mg$$

$$Ox: 0 = F \cdot \cos \alpha - F_{тр}$$

$$m \cdot a = F \cdot \cos \alpha - \mu mg + \mu F \sin \alpha$$

$$F \cdot \cos \alpha - \mu (mg - F \sin \alpha)$$

$$\mu = \frac{F \cdot \cos \alpha}{mg - F \sin \alpha}$$

$$S_1 = \frac{a \cdot t^2}{2}$$

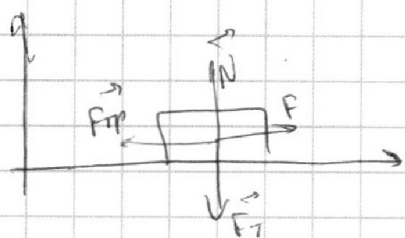
$$\frac{v^2}{L^2} = \left(\frac{v}{L} \right)^2$$

$$\frac{k}{r} = \frac{m a^2}{E}$$

$$F = m a + \mu mg$$

$$F \cdot S_1 = k + \mu mg \cdot S_1$$

$$1) F_{тр} = \mu (mg - F \sin \alpha) \quad F \cdot \cos \alpha \cdot S_2 = k + \mu (mg - F \sin \alpha) \cdot S_2$$



$$F_{тр} = \mu mg$$

$$F \cdot S = k + \mu mg \cdot S$$

$$F \cdot \cos \alpha \cdot S = F \cdot S - F \cdot \sin \alpha \cdot S$$

$$\frac{F \cdot k}{F(\cos \alpha + \sin \alpha) - \mu mg} = \frac{k}{F \cos \alpha + \mu mg - \mu mg + F \sin \alpha}$$

$$\frac{F - \mu mg}{F(\cos \alpha + \sin \alpha) - \mu mg} = 1$$

$$F - \mu mg = F(\cos \alpha + \sin \alpha) - \mu mg$$

$$F = F(\cos \alpha + \sin \alpha)$$

$$F \cos \alpha = F - F \sin \alpha$$

$$\cos \alpha + \sin \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 0$$

$$F = \frac{k}{S_1} + \mu mg$$

$$\frac{k \cdot \cos \alpha}{S_1} \cdot S_2 + \mu mg \cdot \cos \alpha \cdot S_2 = k + \mu mg \cdot S_2 - \frac{k \cdot S_2}{S_1 \sin \alpha} - \mu mg \cdot \sin \alpha \cdot S_2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

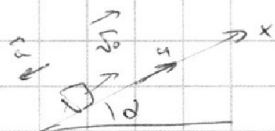
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



2) черновик: (рз)



Пересечем в СО перпендикуляр $\Rightarrow$
 v_{0x}
 $\Rightarrow v_k = v_0 - u$

Значит, нужно найти через какое время T_1

так как $v_{kH}(T_1) = 0$

$$a = g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)$$

$$v_{kH}(t) = v_k - at$$

$$v_k = a \cdot T_1$$

$$T_1 = \frac{v_0 - u}{a} = \frac{5}{10} = 0,2 \text{ (с)}$$

$$\frac{mv_k^2}{2} = mgh, \mu mgh \cdot \sin \alpha$$

$$F_{\text{тр}} = \mu mg \cos \alpha = \mu mg \cos \alpha$$

$$P = mg \sin \alpha = 6 \text{ (Н)}$$



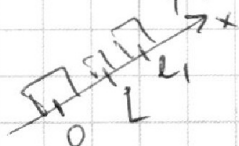
3) $v_{kH}(T_1) = 0$

$v_{kH}(T_1) = 0$

или $v_{kH}(T_2) = 0$ или $v_{kH}(T_2) = 0$ или $v_{kH}(T_2) = 0$

$$v_{kH}(t) = -a \cdot t$$

$$T_2 = \frac{u}{a} = \frac{u}{g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)} = \frac{1}{10}$$



$$x_{kH}(t) = v_0 \cdot t - \frac{at^2}{2}$$

$$x_{kH}(t) = \left(v_0 - \frac{at}{2} \right) = x_{kH}(T_1) - \frac{at^2}{2}$$

$$\Rightarrow L = x_{kH}(T_2) = v_0 \cdot T_1 - \frac{a \cdot T_1^2}{2} - \frac{a \cdot T_2^2}{2}$$

$$= v_0 \cdot T_1 - \frac{a}{2} (T_1^2 + T_2^2) = 6 \cdot 0,2 - \frac{10}{2} \cdot (0,04) =$$

$$= 1,2 - 0,25 = 0,95$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновики (20)

(22)

разворот в т. $\tau = \frac{6}{10} \Rightarrow x(t) = \frac{at^2}{2} - \frac{36}{200} x(t) = \frac{g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) t^2}{2} - \frac{36}{200} x(t) = \frac{g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) t^2}{2} - \frac{36}{200} x(t)$

$$x(t) = \frac{g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) t^2}{2} - \frac{36}{200} x(t)$$

$$x(t) = x(t - \tau) = -6 \cdot \frac{6}{10} + \frac{10 \cdot 36}{200} + 6 \cdot \frac{6}{10} - \frac{10 \cdot 16}{200} = -6 \cdot \frac{6}{10} + 1 = -1,2 + 1 = -0,2$$

$$v_x(t_{\text{нп}}) =$$



$$S = \sin \alpha (H - h)$$

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgh = mgh + \mu mg \cos \alpha \cdot S$$

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgh = mgh + \mu mg \cos \alpha \cdot S$$

key

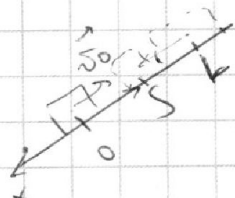
$$\frac{x \cdot \Gamma \cdot M^2}{c^2} \cdot \frac{c^2}{\Gamma \cdot M} \cdot \frac{v_0^2}{2} = (H - h) g + \mu mg \cos \alpha \cdot S$$

$$\frac{v_0^2}{2} = \frac{S}{\sin \alpha} \cdot g + \mu g \cos \alpha \cdot S$$

$$S = \frac{v_0^2}{2 \left(\frac{g}{\sin \alpha} + \mu g \cos \alpha \right)} = \frac{6^4}{2 \left(\frac{10}{0,6} + 0,5 \cdot 0,8 \cdot 10 \right)}$$

$$= \frac{6^2 \cdot 0,6}{2 \cdot 44} = \frac{6^3}{2 \cdot 124} = \frac{6^3}{248} = \frac{216}{248} = \frac{27}{31} = \frac{10 + 4 \cdot 0,6}{31} = \frac{12,4}{31} = \frac{12,4}{31}$$

$$\begin{array}{r} 248 \overline{) 124} \\ 124 \\ \hline 0 \end{array}$$



$$v(t) = \frac{v_0}{a} = \frac{6}{10}$$

$$L = -6 \cdot \frac{6}{10} + \frac{10 \cdot 36}{200} = \frac{36}{20} - \frac{36}{10} = \frac{36}{20} = 1,8$$

$$S = x(t - \tau) = L - \frac{a(t - \tau)^2}{2} = 1,8 - \frac{10 \cdot 16}{200} = 1,8 - 0,8 = 1,0$$