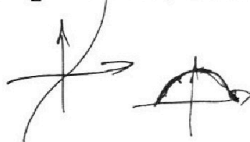


$$(\cos^{-2})' = -2 \cdot \cos^{-3} \cdot \cos' = -2 \cos^{-3} \cdot (-\sin) = 2 \cos^{-3} \sin$$

# Олимпиада «Физтех» по физике, 45600

февраль 2023

Вариант 10-02



Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и

$$\operatorname{tg}' = \left( \frac{\sin}{\cos} \right)' = \frac{\sin' \cos - \cos' \sin}{\cos^2} = \frac{\cos^2 + \sin^2}{\cos^2} = \frac{1}{\cos^2}$$

$$\frac{0,4}{0,16} = \frac{1}{0,4}$$

$$\frac{16}{16} = \frac{0,8}{0,4}$$

1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол  $\alpha = 45^\circ$  с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета  $L = 20$  м.

1) Найдите начальную скорость  $V_0$  мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью  $V_0$  к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна  $H = 3,6$  м.

2) На каком расстоянии  $S$  от точки старта находится стенка?

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

$$H = V_0 \sin \alpha t - \frac{g t^2}{2} = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{g} - \frac{2 V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$L = V_0 \cos \alpha t = V_0 \cos \alpha \cdot \frac{2 V_0 \sin \alpha}{g}$$

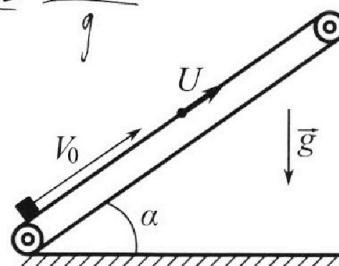
$$= \frac{2 V_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$$

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол  $\alpha$  такой, что  $\sin \alpha = 0,6$  (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость  $V_0 = 6$  м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте  $\mu = 0,5$ .

Движение коробки прямолинейное.

$$S_m = \frac{V_0^2}{2a}$$



1) Какой путь  $S$  пройдет коробка в первом опыте к моменту времени  $T = 1$  с?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью  $U = 1$  м/с, и сообщают коробке скорость  $V_0 = 6$  м/с (см. рис.).

2) Через какое время  $T_1$  после старта скорость коробки во втором опыте будет равна

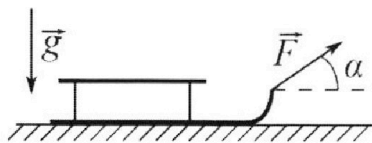
$$U = 1 \text{ м/с? } (2 \text{ с})$$

3) На каком расстоянии  $L$  от точки старта скорость коробки обратится в ноль во втором опыте? Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии  $K$  на одинаковых участках пути.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом  $\alpha$  к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии  $K$  действие внешней силы прекращается.



1) Найдите коэффициент  $\mu$  трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Найдите перемещение  $S$  санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения  $g$ . Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

$$A_{тр} = \mu N S \Rightarrow S = \frac{A_{тр}}{\mu mg} = \frac{K}{\mu mg}$$

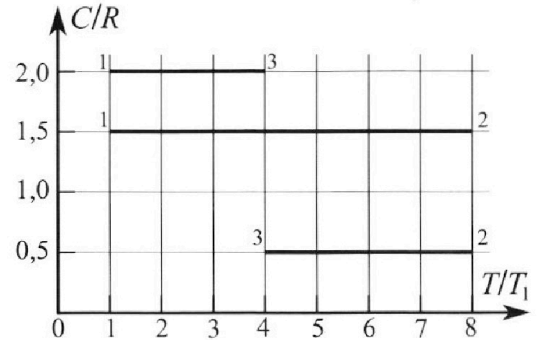
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

## Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости  $C$  газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна  $T_1 = 200$  К, универсальная газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/(моль·К).



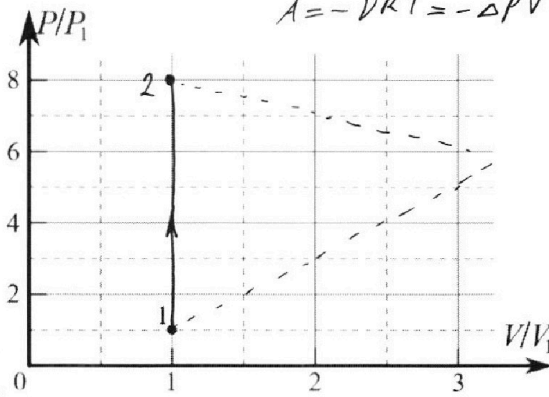
1) Найдите работу  $A_{31}$  внешних сил над газом в процессе 3-1.

2) Найдите КПД  $\eta$  цикла.

3) Постройте график цикла в координатах  $(P/P_1, V/V_1)$ , где  $P_1$  и  $V_1$  давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.

$$A(T) = \frac{R}{2} \cdot \Delta T = \frac{\Delta RT}{2} =$$

$$\frac{831}{2} \times \frac{P_3 V_3 - P_1 V_1}{2} = \frac{831}{2} \times \frac{P_3 V_3 - P_1 V_1}{2}$$



$$A = -\Delta U = -\Delta(PV) = -\Delta(P_1 V_1) = -P_1 V_1 \Delta \left( \frac{P}{P_1} \frac{V}{V_1} \right)$$

$$C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{\Delta U + A}{\Delta T} =$$

$$= \frac{3}{2} \frac{\Delta RT}{\Delta T} + \frac{A}{\Delta T} = \frac{3}{2} R + \frac{A}{\Delta T}$$

$$C_p = \frac{i+2}{2} R; C_v = \frac{i}{2} R$$

$$PV = \nu RT$$

$$A = (P_3 - P_1)(V_3 - V_1) + P_1 V_1 = (V_3 - V_1) \left( \frac{P_1 + P_3}{2} \right)$$

5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной  $a$  (см. рис.). Сила натяжения каждой нити  $T$ .

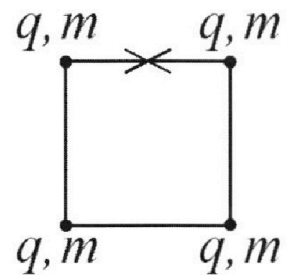
1) Найдите абсолютную величину  $|q|$  заряда каждого шарика.

Одну нить пережигают.

2) Найдите кинетическую энергию  $K$  любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расстоянии  $d$  от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)?

Электрическая постоянная  $\epsilon_0$ . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.



$$19.7 = 140 - 7 = 133$$

$$\frac{133}{4} = 33.25$$

$$W = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$\frac{23}{3} = 7.67$$

$$\frac{97}{12} = 8.08$$

$$Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23} = \frac{3}{2}(P_3 V_3 - P_1 V_1) + \frac{P_1 + P_3}{2} (V_3 - V_1) =$$

$$= \frac{3}{2} \cdot \frac{13 \cdot 23}{16} P_1 V_1 + \frac{7}{4} P_1 \cdot 19 V_1 =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

### Задача №1.

Дано:

$$\alpha = 45^\circ$$

$$L = 20 \text{ м}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

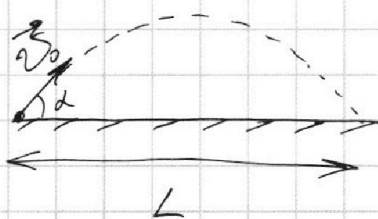
$$H = 3,6 \text{ м}$$

1)  $v_0 = ?$

2)  $S = ?$

Решение:

1)



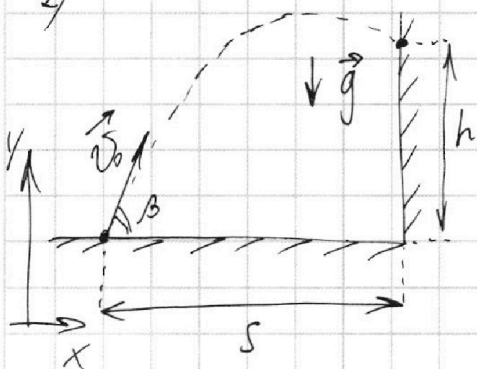
По формуле дальности полёта тела, брошенного под углом к горизонту:

$$L = \frac{v_0^2 \sin(2\alpha)}{g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin(2\alpha)}}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 20 \text{ м}}{\sin(2 \cdot 45^\circ)}} = \sqrt{200 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} = 10\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

2)



Пусть футболист пнул мяч под углом  $\beta$  к горизонту и он прилетел в стенку на высоте  $h$ . Тогда уравнение движения мяча:

$$S = v_0 \cos \beta \cdot t \quad (\text{движение по горизонталу равномерное});$$

$$h = v_0 \sin \beta \cdot t - \frac{gt^2}{2} \quad (\text{движение по вертикали равноускоренное}).$$

$$t = \frac{S}{v_0 \cos \beta} \Rightarrow h = v_0 \sin \beta \frac{S}{v_0 \cos \beta} - \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{S}{v_0 \cos \beta}\right)^2 =$$

$$= S \operatorname{tg} \beta - \frac{g S^2}{2 v_0^2 \cos^2 \beta}.$$

Известно, что  $H$  — это максимальная  $h$ , достигаемая при некотором угле. Пусть этот угол  $\varphi$ . Найдём этот угол.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

В максимуме функции производная равна нулю.

$$h'(\beta) = \frac{S}{\cos^3 \beta} - \frac{gS^2}{2v_0^2} \cdot \frac{2 \sin \beta}{\cos^3 \beta} = \frac{1}{\cos^2 \beta} \left( S - \frac{gS^2}{2v_0^2} \cdot 2 \operatorname{tg} \beta \right)$$

$$\frac{1}{\cos^2 \varphi} \left( S - \frac{gS^2}{2v_0^2} \cdot 2 \operatorname{tg} \varphi \right) = 0; \quad \frac{1}{\cos^2 \varphi} \neq 0 \Rightarrow S - \frac{gS^2}{2v_0^2} \operatorname{tg} \varphi = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{gS}{2v_0^2} \operatorname{tg} \varphi = 1 \Rightarrow \operatorname{tg} \varphi = \frac{2v_0^2}{gS}.$$

Косинус угла выражается через тангенс как

$$\cos \varphi = \sqrt{\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}} \Rightarrow \cos^2 \varphi = \frac{1}{1 + \left(\frac{2v_0^2}{gS}\right)^2} = \frac{(gS)^2}{(gS)^2 + 2v_0^4}$$

$$h(\varphi) = H, \text{ т.е. } S \operatorname{tg} \varphi - \frac{gS^2}{2v_0^2 \cos^2 \varphi} = H$$

$$S \cdot \frac{2v_0^2}{gS} - \frac{gS^2}{2v_0^2 \cdot \frac{g^2 S^2 + 2v_0^4}{(gS)^2}} = H$$

$$\frac{2v_0^2}{g} - \frac{g^2 S^2 + 2v_0^4}{2v_0^2 g} = H \Rightarrow g^2 S^2 + 2v_0^4 = \left(\frac{2v_0^2}{g} - H\right) \cdot 2v_0^2 g$$

$$\Rightarrow S = \frac{\sqrt{\left(\frac{2v_0^2}{g} - H\right) \cdot 2v_0^2 g - 2v_0^4}}{g} = \frac{\sqrt{\left(\frac{200 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} - 3,6 \text{ м}\right) \cdot 2 \cdot 200 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} - 40000}}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}$$

$$= \frac{\sqrt{\left(200 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}\right)^2 - 40000}}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = \frac{\sqrt{(16,4 \cdot 4000 - 40000) \frac{\text{м}^4}{\text{с}^4}}}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = \frac{\sqrt{25600}}{10} \text{ м} = \sqrt{256} \text{ м}$$

$$= 16 \text{ м.}$$

$$\text{ОТВЕТ: } 1) v_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin(2\alpha)}} = 10\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$2) S = \frac{\sqrt{\left(\frac{2v_0^2}{g} - H\right) \cdot 2v_0^2 g - 2v_0^4}}{g} = 16 \text{ м.}$$

1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2.

Дано:

$$\alpha = \arcsin(0,6)$$

$$v_0 = 6 \frac{m}{c}$$

$$\mu = 0,5$$

$$T = 1 c$$

$$u = 1 \frac{m}{c}$$

$$g = 10 \frac{m}{c^2}$$

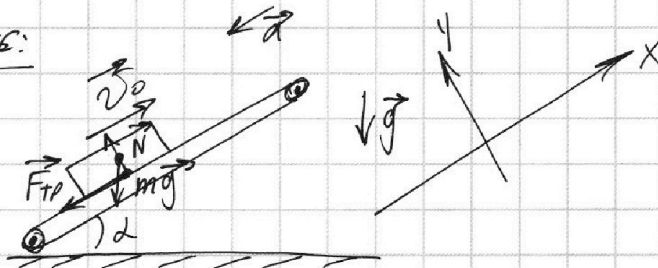
1)  $S - ?$

2)  $T_1 - ?$

3)  $L - ?$

Решение:

1)



Второй закон Ньютона для коробки:

$\vec{F}_{тр} + m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}$ , где  $F_{тр}$  — сила трения между коробкой и лентой,  $N$  — сила нормальной реакции опоры,  $a$  — ускорение коробки.

В силу конструкции транспортера  $a$  направлено вдоль ленты. Введем ось  $x$  в этом направлении, направленную вверх. Тогда:

$$\text{ОХ: } -F_{тр} - mg \sin \alpha = -ma \Rightarrow a = \frac{F_{тр} + mg \sin \alpha}{m} = \frac{\mu N + mg \sin \alpha}{m}$$

$$\text{ОУ (}\perp\text{ОХ): } N - mg \cos \alpha = 0 \Rightarrow N = mg \cos \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{\mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha}{m} = g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)$$

В этом случае скорость обратится в ноль, т.е. коробка развернется, через время  $t = \frac{v_0}{a} = \frac{v_0}{g(\mu \sqrt{1-\sin^2 \alpha} + \sin \alpha)}$ .

$$\text{Это время } t = \frac{6 \frac{m}{c}}{10 \frac{m}{c^2} (0,5 \cdot 0,8 + 0,6)} = 0,6 c, \text{ что меньше вре-$$

мени  $T = 1 c$ . Это значит, что коробка успеет раз-

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

вернуться и начать движение вниз. Тогда:

$$S = v_0 t - \frac{a t^2}{2} + \frac{a_1 (T-t)^2}{2}$$

Ускорение при движении вниз  $a_1$  будет другим, т.к.  $F_{тр}$  сменит своё направление.

$$a_1 = \frac{mg \sin \alpha - F_{тр}}{m} = g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$S = \frac{v_0^2}{2a} + \frac{a_1 (T-t)^2}{2} = \frac{v_0^2}{2a} + \frac{g (\sin \alpha - \mu \sqrt{1 - \sin^2 \alpha})}{2} \cdot \left(T - \frac{v_0^2}{a}\right)^2$$

$$= \frac{v_0^2}{2g (\sin \alpha + \mu \sqrt{1 - \sin^2 \alpha})} + \frac{g (\sin \alpha - \mu \sqrt{1 - \sin^2 \alpha})}{2} \cdot \left(T - \frac{v_0}{g (\sin \alpha + \mu \sqrt{1 - \sin^2 \alpha})}\right)^2$$

$$S = \frac{6^2 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{2 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} + \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 0,2}{2} \cdot \left(1 \text{с} - \frac{6 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}\right)^2 = 0,3 \text{ м} + 0,16 \text{ м} =$$

$$= 0,46 \text{ м.}$$

2) Возможно два случая, два направления скорости коробки. При направлении вверх эта ситуация идентична остановке коробки в первом случае, т.к. лента — шероховатая с.о. Тогда  $T_1 = t =$

$$= \frac{v_0}{a} = \frac{v_0}{g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} = 0,6 \text{ с.}$$

Если же скорость направлена вниз, то это равносильно движению вниз со скоростью  $2u$  в первом случае. Тогда:

$$T_1 = t + \frac{2u}{a_1} = \frac{v_0}{g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} + \frac{2u}{g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

В этом случае  $T_1 = 0,6 \text{ с} + \frac{2 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} (0,6 - 0,4)} = 1,6 \text{ с}.$

3) Это равносильно движению назад со скоростью  $u$  в первом опыте, тогда время  $\tau$  до этого момента равно:

$$\tau = t + \frac{u}{a_1} = t + \frac{u}{g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)} = 0,6 \text{ с} + \frac{1 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 0,2} = 1,1 \text{ с}.$$

~~$$L = v_0 t - \frac{a t^2}{2} - \frac{a_1 (\tau - t)^2}{2} + u \tau =$$~~

~~$$= \frac{v_0^2}{2a} - \frac{a_1 (\tau - t)^2}{2} + u \tau = \frac{6^2 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{2 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} -$$~~

~~$$- \frac{0,2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} (1,1 \text{ с} - 0,6 \text{ с})^2}{2} + 1 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 1,1 \text{ с} = 1,8 \text{ м} - 0,025 \text{ м} + 1,1 \text{ м} =$$~~

~~$$= 2,875 \text{ м} \approx 2,9 \text{ м}$$~~

Ответ: 1)  $S = \frac{v_0^2}{2a} + \frac{a_1 (T-t)^2}{2} = 0,46 \text{ м};$

2)  $T_1 = t = 0,6 \text{ с}$  или  $T_1 = t + \frac{2u}{a_1} = 1,6 \text{ с};$

3)  $L = \frac{v_0^2}{2a} - \frac{a_1 (\tau - t)^2}{2} + u \tau = 2,9 \text{ м}.$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

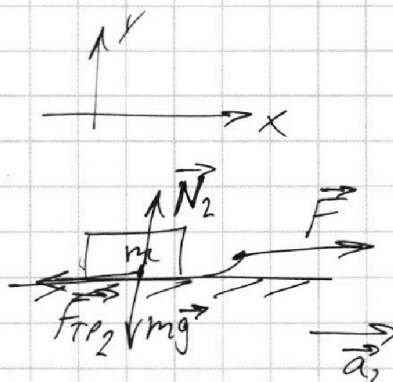
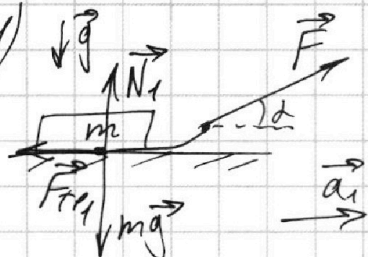
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

### ЗАДАЧА №3.

Дано:

$K, \alpha, g$   
1)  $\mu = ?$   
2)  $S = ?$

Решение:



Пусть в первом случае на санки действуют силы трения  $F_{тр1}$  и реакции опоры  $N_1$ , а во втором — соответственно,  $F_{тр2}$  и  $N_2$ . Запишем второй закон Ньютона:

$$\vec{F}_{тр1} + \vec{N}_1 + m\vec{g} + \vec{F} = m\vec{a}_1;$$

$$\vec{F}_{тр2} + \vec{N}_2 + m\vec{g} + \vec{F} = m\vec{a}_2;$$

где  $a_1$  и  $a_2$  — ускорения в первом и втором случаях соответственно.

$$Ox: F \cos \alpha - F_{тр1} = m a_1;$$

$$F - F_{тр2} = m a_2;$$

$$Oy: N_1 = mg - F \sin \alpha;$$

$$N_2 = mg.$$

$$F \cos \alpha - \mu (mg - F \sin \alpha) = m a_1; \quad F - \mu mg = m a_2.$$

Поскольку  $K$  в двух случаях одинакова и участки пути равны, ускорения также равны.

$$a_2 = \frac{F - \mu mg}{m} \Rightarrow F \cos \alpha - \mu mg + \mu F \sin \alpha = m a_1 = m a_2 =$$

$$= m \frac{F - \mu mg}{m} = F - \mu mg \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow F \cos \alpha + \mu F \sin \alpha = F \Rightarrow \mu = \frac{F - F \cos \alpha}{F \sin \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}.$$

2) Пусть после окончания разгона санки двинутся со скоростью  $v$ . Тогда:

$$K = \frac{m v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$$

Равноускоренное движение:

$$S = \frac{v^2}{2a}, \text{ где } a - \text{ускорение в этом случае;}$$

$$S = \frac{2K}{2ma} = \frac{K}{ma}$$

$$a = \frac{F_{тр}}{m} = \frac{\mu N}{m} = \frac{\mu mg}{m} = \mu g \Rightarrow S = \frac{K}{\mu mg}$$

ОТВЕТ: 1)  $\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$ ;

2)  $S = \frac{K}{\mu mg}$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

### ЗАДАЧА №4.

ДАНО:

$$\nu = 1 \text{ моль}$$

$$T_1 = 200 \text{ К}$$

$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

РЕШЕНИЕ:

1) Видно, что на участке 1-2 теплоёмкость равна теплоёмкости при постоянном объёме  $C_V = \frac{3}{2} R$ . Следова-

тельно, 1-2 — изохора  $\Rightarrow V_2 = V_1$

( $V_1, V_2, V_3$  — объёмы;  $p_1, p_2, p_3$  — давления;

$T_1, T_2, T_3$  — температуры в точках 1, 2, 3 соответственно).

$$V = \nu R \frac{T}{p} \Rightarrow \frac{T_1}{p_1} = \frac{T_2}{p_2}; \text{ из графика } T_2 = 8T_1$$

$$\Rightarrow p_2 T_1 = p_1 T_2 = p_1 \cdot 8T_1 \Rightarrow p_2 = 8 p_1.$$

$$C = \frac{Q}{\nu \Delta T} = \frac{\Delta U + A}{\nu \Delta T} = \frac{3}{2} R + \frac{A}{\nu \Delta T}, \text{ где } \Delta U \text{ — изменение внутренней энергии газа, } A \text{ — работа газа.}$$

$$A = (C - \frac{3}{2} R) \cdot \nu \Delta T \Rightarrow A_{31} = - (C_{31} - \frac{3}{2} R) \cdot \nu \cdot (T_1 - T_3)$$

$$= (2R - \frac{3}{2} R) \cdot \nu \cdot (T_3 - T_1) = \frac{R}{2} \nu (4T_1 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R T_1.$$

$$A_{31} = \frac{3}{2} \cdot 1 \text{ моль} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 200 \text{ К} = 2493 \text{ Дж}$$

3) На участке 2-3  $A = -\nu R \Delta T \Rightarrow$  участок представляет из себя прямую с коэффициентом наклона -1. На участке 3-1  $A = \frac{1}{2} \nu R \Delta T$ , т.е. это прямая с коэффициентом наклона

$$\frac{1}{2}.$$

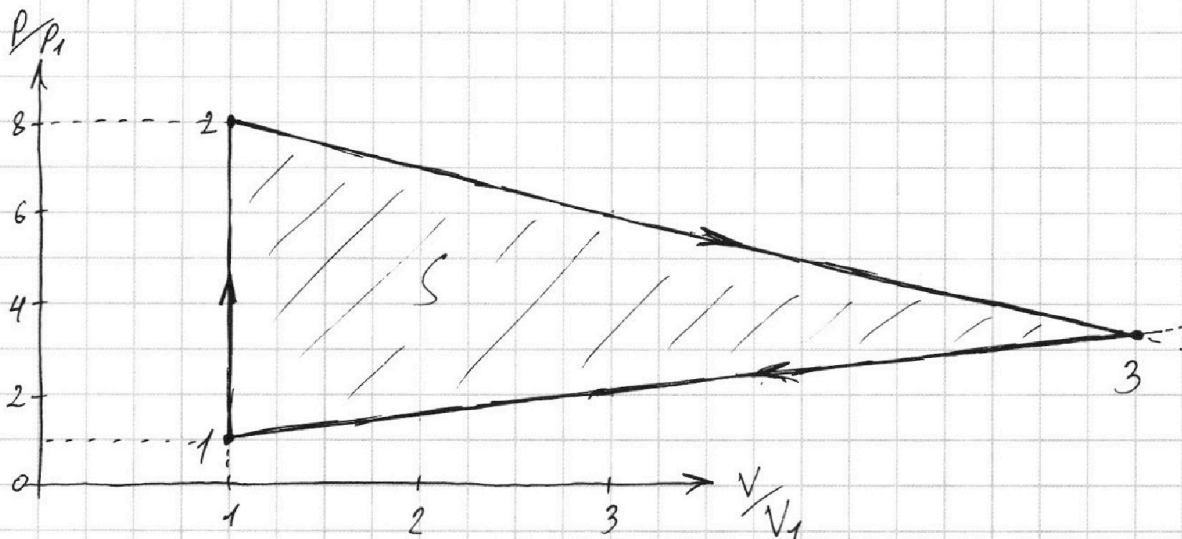
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Эти две прямые пересекаются в точке 3 с коор.  $(3\frac{1}{4} p_1; 5\frac{3}{4} V_1) \Rightarrow p_3 = \frac{13}{4} p_1; V_3 = \frac{23}{4} V_1.$

2)  $\eta = \frac{A}{Q_{\text{н}}}$ , где  $Q_{\text{н}}$  — теплота, полученная газом

$$\eta = \frac{A}{Q_{12} + Q_{23}} = \frac{S}{Q_{12} + Q_{23}} = \frac{(p_2 - p_1)(V_3 - V_1)}{2(Q_{12} + Q_{23})} = \frac{(p_2 - p_1)(V_3 - V_1)}{2 \cdot \left( \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + \frac{3}{2} (p_3 V_3 - p_1 V_1) + \frac{p_1 + p_3}{2} (V_3 - V_1) \right)}$$

~~$\frac{7 p_1 \cdot \frac{19}{4} V_1}{3 \nu R \cdot 7 T_1} = \frac{19}{12} \frac{p_1 V_1}{\nu R T_1} = \frac{19}{12}$~~

ОТВЕТ: 1)  $A_{31} = \frac{3}{2} \nu R T_1 = 2493 \text{ Дж} = 2,5 \text{ кДж}$

2)  $\eta = \frac{532}{1261}$

3) ср. рас.

$$\eta = \frac{7 p_1 \cdot \frac{19}{4} V_1}{3 \nu R \cdot 7 T_1 + 3 \cdot \frac{13 \cdot 23}{16} p_1 V_1 + \frac{7}{4} p_1 \cdot \frac{19}{4} V_1} = \frac{7 \cdot 19}{3 \cdot 4 \cdot 7 + \frac{3 \cdot 13 \cdot 23}{4} + 7} = \frac{7 \cdot 4 \cdot 19}{13 \cdot 4 \cdot 7 + 13 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{532}{1261}$$

1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

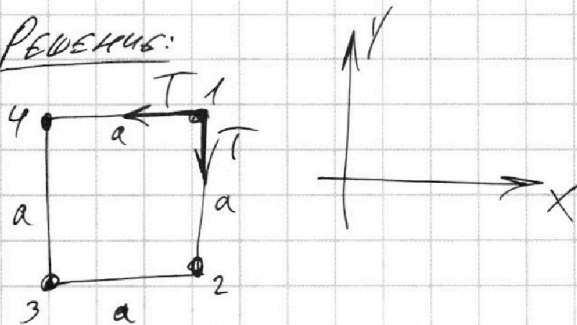
ЗАДАЧА №5.

ДАНО:

$a, T, \epsilon_0$

- 1)  $q$  - ?
- 2)  $K$  - ?
- 3)  $d$  - ?

РЕШЕНИЕ:



Второй закон Ньютона для шарика 1:

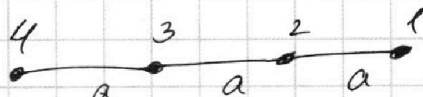
$$\text{ок: } T = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2} + \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 (a\sqrt{2})^2} \sqrt{2} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$q = \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 a^2 T}{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}}$$

2) Потенциальная энергия шарика 1 в начале:

$$W_1 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} + \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} + \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a\sqrt{2}} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \left(2 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

В конце:



$$W_2 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)$$

Закон сохранения энергии:

$$W_1 = W_2 + K \Rightarrow K = W_1 - W_2 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \left(2 + \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \left(\frac{1}{6} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

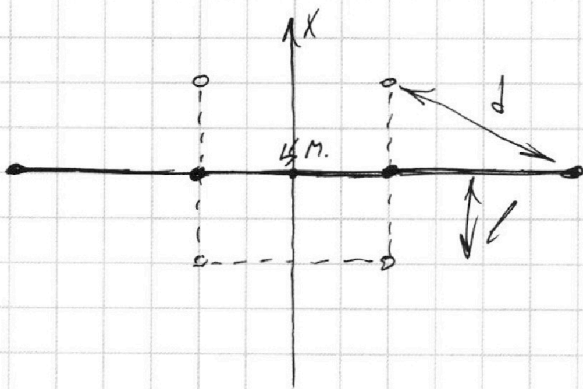
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3) Центр масс системы должен остаться на месте. Нити в конце будут натянуты, т.к. крайний и второй край шарик отталкиваются друг от друга, как и два средних. Поворачиваться и смещаться в сторону, параллельную себе, средний отрезок не будет, т.к. всё возбудится на него симметрично. Следовательно, он сместится перпендикулярно себе на некоторое расстояние  $l$ .



Поскольку центр масс вдоль нитки не смещается,  $l = \frac{a}{2}$ .

$$\text{Тогда } d = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} =$$

$$= a \sqrt{\frac{3}{4}} = a \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Ответ: 1)  $q = \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 a^2 T}{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}}$ ;

2)  $K = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \left( \frac{1}{6} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$ ;

3)  $d = a \frac{\sqrt{3}}{2}$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.  
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

