



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен  $\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}$ , девятый член равен  $x + 3$ , а пятнадцатый член равен  $\sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $2 : 5$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $100 \times 400$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a < b$ ,
- число  $b - a$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a^2 + b = 710$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

значит  $x+3 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot k^2$ , возведем обе части в квадрат, получим  $(x+3)^2 = (25x-9) \cdot (x-6) \cdot k^4$ , мы помним, что  $k^4 = \left(\frac{1}{\sqrt{|x-6|}}\right)^4 = \frac{1}{|x-6|}$ , тогда  $(x+3)^2 = (25x-9)(x-6) \cdot \frac{1}{|x-6|}$ , дальше разберем два случая, 1) - когда  $x > 6$ ; 2) - когда  $x < 6$  ( $x \neq 6$ , иначе  $b_7 = 0$ , но  $b_7 \neq 0$ ).

$$1) \begin{cases} (x+3)^2 = \frac{(25x-9)(x-6)}{|x-6|} \\ x > 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 6x + 9 = \frac{(25x-9)(x-6)}{x-6} \\ x > 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 6x + 9 = 25x - 9 \\ x > 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 19x + 18 = 0 \\ x > 6 \end{cases}$$

Вывод  $x^2 - 19x + 18 = 0$

$$\begin{cases} (x-1)(x-18) = 0 \\ x > 6 \end{cases}$$

Поскольку  $1 < 6$ ,  $x=1$  нам не подходит и остается  $x=18$

$$2) \begin{cases} (x+3)^2 = \frac{(25x-9)(x-6)}{|x-6|} \\ x < 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 6x + 9 = \frac{(25x-9)(x-6)}{-(x-6)} \\ x < 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 6x + 9 = -(25x-9) \\ x < 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 31x = 0 \\ x < 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(x+31) = 0 \\ x < 6 \end{cases}$$

тогда  $x=0$  или  $x=-31$ , но если  $x=-31$ , то  $b_7 =$

$$= x+3 = -28, \text{ но } b_7 = b_7 \cdot k^2,$$

где  $b_7 > 0$  и  $k^2 > 0$ , значит  $b_7 > 0$ ,

тогда  $b_7 \neq -28$ , тогда  $x \neq -31$ .  
Остается  $x=0$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение: Пусть <sup>M1</sup> первый член нашей геометрической прогрессии - это  $b_1$ ,  $m$ -ый член прогрессии - это  $b_m$ , а шаг геометрической прогрессии - это  $k$ . Тогда по условию

$$b_1 \cdot k^6 = b_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}; \quad b_1 \cdot k^8 = b_9 = x+3; \quad b_1 \cdot k^{14} = b_{15} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}.$$

(в ней нет 0)

Заметим тогда, что наша прогрессия - ненулевая и кроме конечной член (кроме, возможно, первого) равен 0, но тогда

$$b_9 = 0 \Rightarrow x+3 = 0 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow \sqrt{(25x-9)(x-6)} = \sqrt{-84 \cdot (-9)} \neq 0,$$

но  $\sqrt{(25x-9)(x-6)} = b_7$  и должно равняться нулю.

Также заметим, что  $b_7 > 0$  (так как это квадратный корень из числа, то  $b_7 \geq 0$  и мы доказали, что  $b_7 \neq 0$ ), тогда  $(25x-9)(x-6) > 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 25(x - \frac{9}{25})(x-6) > 0 \Rightarrow x \in (-\infty, \frac{9}{25}) \cup (6, +\infty).$$

Также  $k \neq 0$  (иначе последоват прогрессия нулевая), тогда  $k^2 > 0$ .

Заметим, что  $k^8 = \frac{b_1 \cdot k^{14}}{b_1 \cdot k^6} = \frac{b_{15}}{b_7} = \frac{\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}$

$$= \frac{\sqrt{25x-9}}{\sqrt{(25x-9)(x-6)^4}} = \frac{1}{(x-6)^2} \Rightarrow k = \frac{1}{\sqrt{|x-6|}}.$$

Тогда заметим, что  $x+3 = b_9 = b_1 \cdot k^8 = b_1 \cdot k^6 \cdot k^2 = b_7 \cdot k^2 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot k^2,$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение: Пусть отрезки  $AD$  и  $EC$  пересекаются в точке  $K$ , тогда по условию

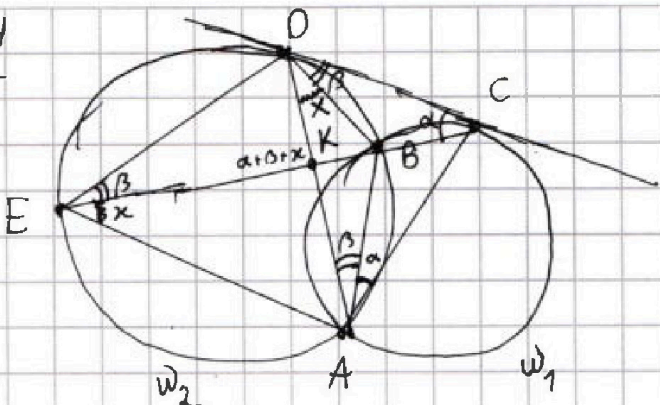
$$\frac{CK}{KE} = \frac{2}{5}. \text{ Пусть } \angle DEB = \beta, \text{ тогда } \angle BDK = x, \angle CAB =$$

$= \alpha$ . Поскольку  $\angle DEB$  и  $\angle DAB$  опираются на  $\cup PB$ , то  $\angle DAB = \angle DEB = \beta$ , также, так как  $DC$  - касательная к  $\omega_2$ , то  $\angle BDC = \angle BED = \angle DEB = \beta$ .

Поскольку  $CD$  - касательная к  $\omega_1$ , то  $\angle BCD = \angle BAC = \angle CAB = \alpha$ ,  $\angle EKD$  как внешний для  $\angle DKC$   $\triangle DKC$ , равен  $\angle KDC + \angle KCD$ , тогда  $\angle EKD = \angle KDC + \angle KCD = (\angle KDB + \angle BDC) + \angle BCD = \alpha + \beta + x + \beta + \alpha$ . Запишем

теорему синусов для  $\triangle EDK$ , получим  $\frac{EK}{ED} = \frac{EK}{\sin(\alpha + \beta + x)} = \frac{\sin(180^\circ - \angle DEK - \angle DKE)}{\sin(\alpha + \beta + x)} = \frac{\sin(180^\circ - \alpha - 2\beta - x)}{\sin(\alpha + \beta + x)}$ . Запишем

теорему синусов для  $\triangle KDC$ , получим  $\frac{KC}{DC} = \frac{DC}{\sin(180^\circ - \alpha - \beta - x)} \Rightarrow \frac{KC}{DC} = \frac{\sin(\beta + x)}{\sin(\alpha + \beta + x)}$ . Тогда  $\frac{2}{5} \cdot \frac{ED}{DC} = \frac{CK \cdot ED}{KE \cdot DC} = \frac{KC}{DC} \cdot \frac{EK}{ED} = \frac{\sin(\beta + x)}{\sin(\alpha + \beta + x)} \cdot \frac{\sin(\alpha + \beta + x)}{\sin(180^\circ - \alpha - 2\beta - x)} = \frac{\sin(\beta + x) \cdot \sin(\alpha + \beta + x)}{\sin(\alpha + 2\beta + x) \cdot \sin(\alpha + \beta + x)} = \frac{\sin(\beta + x)}{\sin(\alpha + 2\beta + x)}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Запишем теорему синусов для  $\triangle ADC$ , получим  $\frac{AD}{\sin \angle DCA} = \frac{AC}{\sin(\alpha+x)} \Rightarrow \frac{AC}{AD} = \frac{\sin(\alpha+x)}{\sin(180^\circ - \angle CDA - \angle CAD)} = \frac{\sin(\beta+x)}{\sin(\pi - \beta - \gamma - \alpha - \alpha)}$

$$= \frac{\sin(\alpha+x)}{\sin(\alpha+2\alpha+x)}. \text{ Тогда } \frac{2}{5} \cdot \frac{ED}{DC} = \frac{\sin(\alpha+x)}{\sin(\alpha+2\alpha+x)} = \frac{AC}{AD}. \text{ Запишем}$$

теорему синусов для  $\triangle AED$  ( $\angle BEK = \angle BDK = x$ , они оба опираются на  $UBA$ ), получим  $\frac{AD}{\sin(\beta+x)} = \frac{ED}{\sin(\alpha+\alpha)}$

( $\angle DAE = \angle DKE - \angle KEA = \alpha + \alpha + x - x = \alpha + \alpha$ ), тогда  $\frac{ED}{AD} = \frac{\sin(\alpha+\alpha)}{\sin(\beta+x)}$ . Запишем теорему синусов для

$\triangle ADC$ , получим  $\frac{AD}{\sin \angle DCA} = \frac{DC}{\sin(\alpha+\alpha)} \Rightarrow \frac{AC}{\sin(\alpha+x)} \Rightarrow \frac{DC}{AC} =$

$$= \frac{\sin(\alpha+\alpha)}{\sin(\alpha+x)}. \text{ Тогда } \frac{ED}{AD} = \frac{\sin(\alpha+\alpha)}{\sin(\alpha+x)} = \frac{DC}{AC} \Rightarrow \frac{AC}{AD} = \frac{DC}{ED}.$$

$$\text{Тогда } \frac{2}{5} \cdot \frac{ED}{DC} = \frac{AC}{AD} = \frac{DC}{ED} \Rightarrow \frac{ED^2}{DC^2} = 2,5 \Rightarrow \frac{ED}{DC} = \sqrt{2,5}$$

Ответ:  $\sqrt{2,5}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

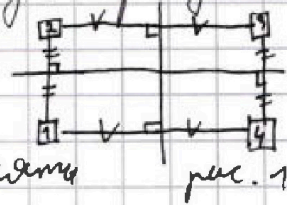


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение: <sup>N5</sup> Заметим, что если какой-то набор из восьми клеток обладает хотя бы двумя симметриями, то он обладает сразу тремя симметриями, действительно, если клетки ~~обладают~~ обладают двумя симметриями относительно двух средних линий, то у нас для каждой занятой клетки 1, должны быть заняты



еще клетки 2,  $\frac{3}{4}$  (рис. 1) симметричные относительно средних линий и клетка  $\frac{3}{4}$  (рис. 1), симметричная уже клеткам 2 и 4 относительно средних линий, тогда задан прямоугольник с центром в центре прямоугольника  $100 \times 100$  (у них средние линии совпадают), но клетки 1-3 и 2-4 - симметричны относительно центра прямоугольника, за и так для всех клеток, значит есть и центральная симметрия. Также если набор обладает симметрией



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Относительно центра и относительно одной из средних линий, то для заданной клетки 1 есть симметричная ей относительно какой-то

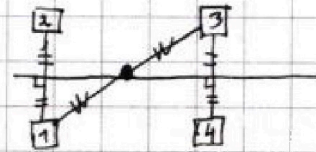


рис. 2

средней линии клетка 2 и симметричная ей относительно центра клетка 3, а для для 3-ей

клетки есть симметричная ей относительно той же средней линии (той же, что и для 1) клетка 4 (рис. 2). Тогда <sup>клетки</sup> 2-3 и 1-4 координаты на одной линии и их средние линии проходят через центр  $100 \times 400$ , тогда симметрична относительно второй средней линии так же присутствует (это мы разобрали для 4 клеток, для второй четверки аналогично), тогда набор из 8 клеток, обладающий хотя бы 2 (то есть как мы доказали

3) симметриями состоит из <sup>условных клеток</sup> двух <sup>x</sup>прямоугольников с центром в  $100 \times 400$  и

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

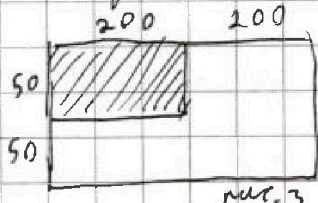


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

сторонами, параллельными сторонами  $100 \times 400$ .  
Заметим, что такой прямоугольник однозначно задается одной угловой клеткой, то есть а её можно выбрать любой из, например, углового прямоугольника  $50 \times 200$ , там этих клеток  $50 \cdot 200 = 10000$ , тогда прямоугольников  $10000$ , количество способов выбрать два из них это  $C_{10000}^2$ . Теперь посчитаем, сколько паров из восьми клеток есть для каждой из симметрий. Каждая симметрия сопоставляет каждой клетке ровно одну другую, причём второй клетке она сопоставляет первую, тогда каждая симметрия бьёт все клетки на пары (никакая клетка не симметрична сама себе), всего клеток у нас  $100 \cdot 400 = 40000$ , тогда пар будет  $20000$ , клеток у нас  $8$ , то есть это  $8$  типов







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

пары, тогда для каждой симметрии существует  $C_{20000}^4$  вариантов, тогда для трёх симметрий, с повторениями, это  $3 \cdot C_{20000}^4$ , при этом варианты для нескольких симметрий мы посчитали ровно 3 раза (для каждой из симметрий), а всего таких симметрий, как уже говорилось  $C_{10000}^2$ , тогда надо их вычесть два раза, получится  $3 \cdot C_{20000}^4 - 2 \cdot C_{10000}^2$

Ответ:  $3 \cdot C_{20000}^4 - 2 \cdot C_{10000}^2$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение: По условию №6  $(a-c)(b-c)$  - это квадрат простого числа, пусть это число  $p$ , тогда  $(a-c)(b-c) = p^2$ , у  $p^2$  есть множители  $1, p, p^2$ , и у нас есть два числа -  $(a-c)$  и  $(b-c)$  в которых лежат эти множители, укажем или в одну из чисел равно  $p^2$ , другое  $1$  или оба равны  $p$ , но если  $(a-c) = p$  и  $(b-c) = p$ , то  $a = p + c = b$ , но по условию  $a < b$ , тогда одно из  $(a-c)$  и  $(b-c)$  равно  $p^2$ , другое равно  $1$ , если  $b-c = 1$  и  $a-c = p^2$ , то  $a-b = (a-c) - (b-c) = p^2 - 1 \geq 0$ , тогда  $a \geq b$ , но по условию  $a < b$ , укажем  $a-c = 1$  и  $b-c = p^2$ , тогда  $a = c+1$  и  $b = c+p^2$ , тогда  $b-a = p^2 - 1 = (p-1)(p+1)$ , по условию  $b-a \not\equiv 3$ , если  $p \not\equiv 3$ , то или  $p-1$  или  $p+1$  делится на  $3$ , но тогда  $p^2 - 1 \equiv 3$ , тогда  $b-a \equiv 3$ , но это не так верно, тогда  $p \equiv 3$ , так как  $p$  - простое и  $p \equiv 3$ , то  $p = 3$ , тогда  $b = c + p^2 = c + 9$ , тогда  $7 \cdot 10 = a^2 + b = (c+1)^2 + c + 9 + (c+9) = c^2 + 2c + 1 + c + 9 = c^2 + 3c + 10$ , тогда  $c^2 + 3c - 700 = 0$ , тогда  $c_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 4 \cdot 700}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{2809}}{2} = \frac{-3 \pm 53}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

тогда  $c_{1,2} = \frac{-3 \pm 53}{2}$ , тогда  $c_1 = -28$ ;  $c_2 = 25$ . Если  $c = -28$ ,

то  $a = c + 1 = -27$ ,  $b = c + 9 = -19$ , тройка  $(-27; -19; -28)$

нам подходит, так как  $-27 < -19$ ;  $-19 - (-27) =$

$$= 27 - 19 = 8 \div 3; (a-c)(b-c) = (-27 - (-28))(-19 - (-28)) =$$

$$= (28 - 1)(28 - 19) = 9 = 3^2; a^2 + b = 27^2 + 19 = 702$$

~~= 729 - 19 = 710~~. ~~Тройка~~ Если  $c = 25$ , то  $a =$

$= c + 1 = 26$ ,  $b = c + 9 = 34$ , тройка  $(26; 34; 25)$ .

нам подходит, так как  $26 < 34$ ;  $b - a =$

$$= 34 - 26 = 8 \div 3; (a-c)(b-c) = (26 - 25)(34 - 25) = 1 \cdot 9 = 3^2;$$

$$a^2 + b = 26^2 + 34 = 676 + 34 = 710. \text{ Две тройки под-}$$

ходят, остальные не подходят.

Ответ:  $(-27; -19; -28)$  и  $(26; 34; 25)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда у нас осталось всего два варианта,  $x=0$  и  $x=18$ , докажем, что оба варианта подходят. Для  $x=0$ , можно взять  $b_1 = 3 \cdot 36$ .

$$u \quad k = \frac{1}{\sqrt[5]{6}}, \text{ тогда } b_7 = \cancel{b_1 \cdot k^6} = \frac{3 \cdot 6^2}{(\sqrt[5]{6})^6} = \frac{3 \cdot 6^2}{6 \cdot \sqrt[5]{6}} =$$

$$= 3 \sqrt[5]{6} = \sqrt[5]{9 \cdot 6^4} = \sqrt[5]{(25 \cdot 0 - 9)(0 - 6)} = \sqrt[5]{(25x - 9)(x - 6)},$$

$$b_9 = b_1 \cdot k^8 = 3 \cdot 6^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt[5]{6}}\right)^8 = \frac{3 \cdot 6^2}{6^2} = 3 = 0 + 3 = x + 3, \quad b_{15} = b_1 \cdot k^{14} =$$

$$= 3 \cdot 6^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt[5]{6}}\right)^{14} = \frac{3 \cdot 6^2}{6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \sqrt[5]{6}} = \frac{3}{6 \cdot \sqrt[5]{6}} = \sqrt[5]{\frac{9}{6^3}} = \sqrt[5]{\frac{25 \cdot 0 - 9}{(0 - 6)^3}} = \sqrt[5]{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}},$$

всё сходится. Для  $x=18$ , можно взять

$$b_1 = 21 \cdot 12^2 \text{ и } k = \frac{1}{\sqrt[5]{12}}, \text{ тогда } b_7 = b_1 \cdot k^6 = 21 \cdot 12^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt[5]{12}}\right)^6 =$$

$$= \frac{21 \cdot 12^2}{12 \cdot \sqrt[5]{12}} = 21 \sqrt[5]{12} = \sqrt[5]{441 \cdot 12} = \sqrt[5]{(450 - 9)(18 - 6)} =$$

$$= \sqrt[5]{(18 \cdot 25 - 9)(18 - 6)} = \sqrt[5]{(25x - 9)(x - 6)}, \quad b_9 = b_1 \cdot k^8 = 21 \cdot 12^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt[5]{12}}\right)^8 =$$

$$= \frac{21 \cdot 12^2}{12^2} = 21 = 18 + 3 = x + 3, \quad b_{15} = b_1 \cdot k^{14} =$$

$$= 21 \cdot 12^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt[5]{12}}\right)^{14} = \frac{21 \cdot 12^2}{12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot \sqrt[5]{12}} = \frac{21}{12 \sqrt[5]{12}} = \sqrt[5]{\frac{441}{12^3}} = \sqrt[5]{\frac{450 - 9}{(18 - 6)^3}} =$$

$$= \sqrt[5]{\frac{25 \cdot 18 - 9}{(18 - 6)^3}} = \sqrt[5]{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}. \text{ Всё сходится}$$

Ответ: 0; 18

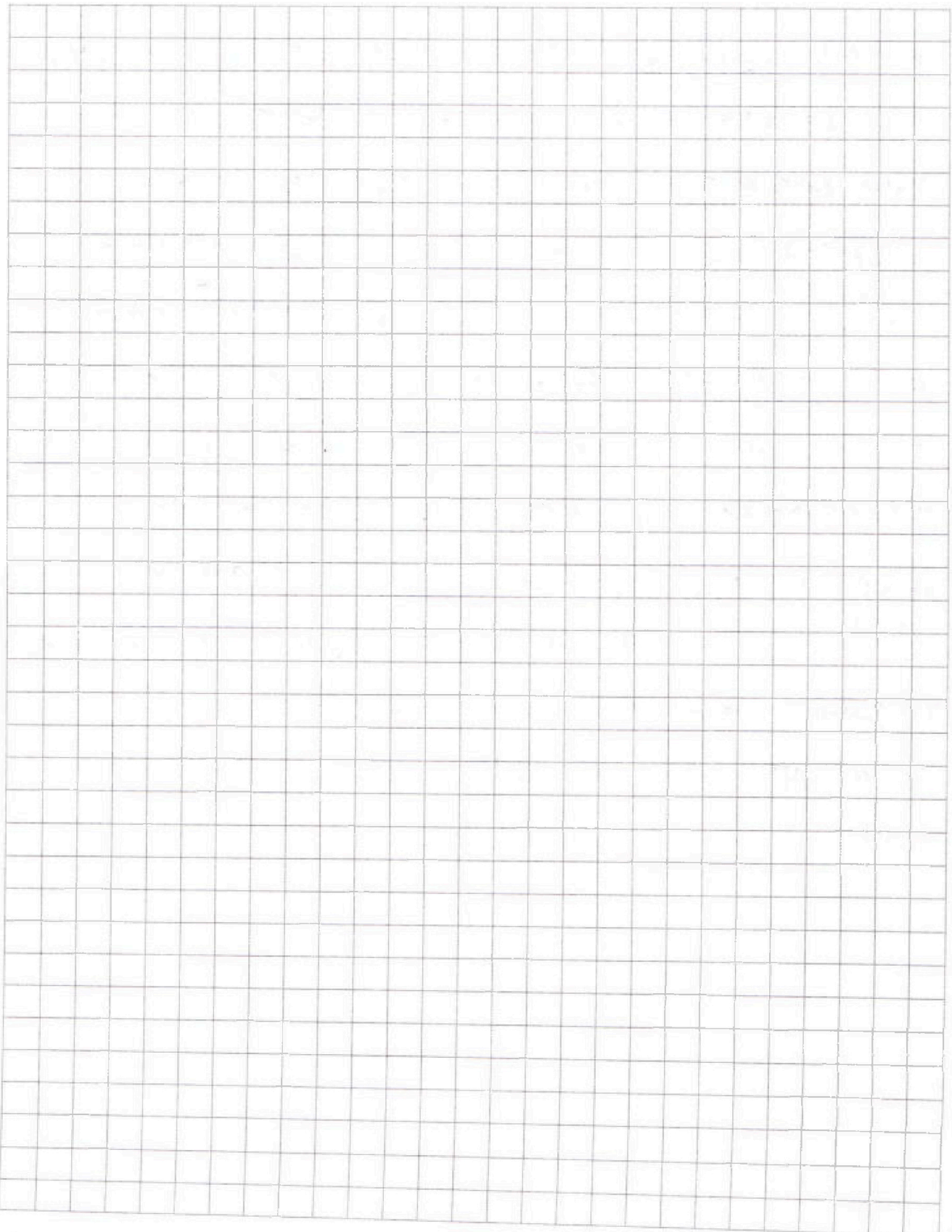


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_\_ ИЗ \_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a < b$   
 $b - a \neq 3$   
 $(a-c)(b-c) = p^2$   
 $a^2 + b = 710 \stackrel{?}{=} 2$   
 $a = 0; b = 2$   
 $a = 2$   
 $b = 1$

$\sqrt{x+5} - \sqrt{1+4z} + 4 = 2 \sqrt{y-4x-y^2+z}$   
 $|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}$   
 $z \leq 9$

$(a-c)(b-c) = p^2$   
 $a-c = 1$   
 $b-c = p^2$   
 $a = b$   
 $b-c = 1$   
 $a-c = p^2$   
 $a-b = p^2 - 1 > 0$   
 $a-b < 0$   
 $a = c+1$   
 $b = c+p^2$   
 $b-a = p^2 - 1 \neq 3$   
 $(p-1)(p+1)$   
 $p = 3$

$c = -28$   
 $a = -27$   
 $b = -18$

$c = 25$   
 $a = 26$   
 $b = 34$

$b = -53 + 9$   
 $-28 + 9 = -19$

$x \geq -5$   
 $(-52)^2 - 53 + 9 = 710$   
 $5600$   
 $5609$   
 $(-27)^2 - 27 + 9$   
 $c = -53$   
 $28 \cdot 28 + 3 \cdot 28 = 28 \cdot 31$   
 $2809$   
 $53$   
 $53$   
 $159$   
 $265$   
 $1809$   
 $a^2 + b = (c+1)^2 + c + 9 = 710$   
 $c^2 + 2c + 1 + c + 9 = 710$   
 $c^2 + 3c = 700$   
 $c^2 + 3c - 700 = 0$   
 $c_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 2800}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{2809}}{2} = \frac{-3 \pm 53}{2} = \frac{-3 \pm 53}{2}$   
 $c_1 = -28; c_2 = 25$

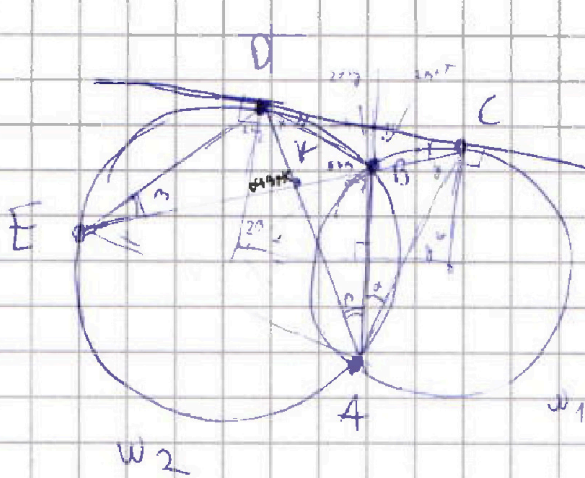


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{ED}{CD} = ?$$

$$\frac{CK}{EK} = \frac{2}{5}$$

$$2\alpha + 2\beta + \gamma = 180$$

$$\frac{\sin \gamma}{\sin(\alpha + \gamma)} = \frac{KA}{KC}$$

$$\frac{\sin(\alpha + \gamma)}{\sin \gamma} = \frac{EK}{DE}$$

$$\frac{CK \cdot DE}{EK \cdot KA}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{ED}{DE}$$

$$\frac{ED}{CB} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{DB}{BC}$$

$$\frac{\sin(\alpha + \gamma)}{\sin(\alpha + \gamma)} = \frac{DK}{AD} \cdot \frac{DC}{AC} \quad \triangle ADC$$

$$\frac{ED}{DA} \cdot \frac{EB}{DC} = \frac{AD}{AC}$$

$\triangle EDB$

$$\frac{AC}{1}$$

$\sim 4$

$$\frac{AC}{AD} = \frac{DC}{ED}$$

$$\frac{\sin(\alpha + \gamma)}{\sin(\alpha + \gamma)} = \frac{EK}{ED} \quad \triangle EKD$$

$$\frac{\sin(\alpha + \gamma)}{\sin(\alpha + \gamma)} = \frac{KC}{DC} \quad \triangle KDC$$

$$\frac{2}{5} = \frac{CK \cdot ED}{EK \cdot DC} = \frac{\sin(\alpha + \gamma)}{\sin(\alpha + \gamma)}$$

$$\frac{2 \cdot ED}{5 \cdot DC} = \frac{\sin(\alpha + \gamma) \cdot \sin(\alpha + \gamma)}{\sin(\alpha + \gamma) \cdot \sin(\alpha + \gamma)}$$

$$\frac{ED^2}{DC^2} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{ED}{DC} = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$\frac{DC}{ED} = \frac{AC}{DA} \quad \triangle ADC \quad \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + \gamma)} = 1$$

$$2\alpha + 2\beta + \gamma = 180$$

На одной странице можно оформить только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}; \quad b_9 = x+3$$

$$b_{15} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

$$b_2 = b_1 \cdot k$$

$$k^8 = \frac{k^6}{k^0} = \frac{b_{15}}{b_7} = \frac{\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}} = \sqrt{\frac{25x-9}{(25x-9)(x-6)^4}} = \frac{1}{(x-6)^2}$$

$$b_1 \cdot k^8 = x+3 \quad \cdot k^2 = x+3$$

$$k^8 = \frac{1}{(x-6)^2} \quad (25x^2 - 150x + 45) k^4 = x^2 + 6x + 9$$

$$b_1 = \frac{\cancel{x+3}}{(x-6)^3} \cdot \frac{b_1 \cdot k^2}{k^0} = \frac{x+3}{\frac{1}{(x-6)^3}} = (x-6)^3 (x+3)$$

$$b_1 \cdot k^6 = (x-6)^3 (x+3) \cdot \left( \sqrt{\frac{1}{x-6}} \right)^6 = k = \sqrt[4]{\frac{1}{x-6}}$$

$$= (x-6)^3 \cdot (x+3) \cdot \frac{1}{x-6} \cdot \frac{\sqrt[4]{1}}{\sqrt[4]{x-6}} = \frac{(x-6)^2 (x+3)}{\sqrt[4]{(x-6)^3}} = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$\frac{(x-6)^2 (x+3)^2}{x-6} = (25x-9)(x-6)$$

$$(x^2 - 12x + 36)(x^2 + 6x + 9) = 25x - 9$$

$x=1 \quad k = \sqrt[4]{\frac{1}{5}} \quad b_1 = -9^3 \cdot 4$   
 $x=0 \quad k = \sqrt[4]{\frac{1}{6}} \quad b_1 = -6^3 \cdot 3$   
 $x=-37 \quad k = \sqrt[4]{\frac{1}{37}} \quad b_1 = -37^3 \cdot (-28)$

$x=18 \quad k = \sqrt[4]{\frac{1}{12}} \quad b_1 = -12^3 \cdot 127$

$x^2 - 12x + 36 = 0 \quad x^2 + 37x = 0 \quad x(x+37) = 0 \Rightarrow x=0, x=-37$   
 $x^2 - 12x + 36 = (x-6)^2$   
 $x^2 + 37x = x(x+37)$   
 $(x-6)^2 = x(x+37) \Rightarrow (x-6)^2 = 37x^2$



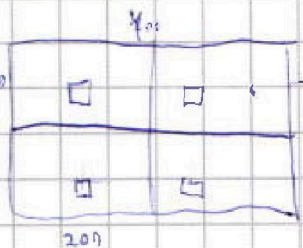
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_\_ ИЗ \_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



10000  $\sqrt{5}$   
 $C^4_{10000}$   
 $C^4_{20000}$   
 $C^4_{20000} + C^4_{20000} + C^4_{20000}$   
 $3 \cdot C^4_{20000} - 2 \cdot C^4_{10000}$

$50 \cdot 200 = 10000$   
 $C^4_{20000}$   
 $C^2_{10000}$

$b_1 \cdot k^6 = b_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$ ;  $b_1 \cdot k^8 = b_9 = x+3$ ;  $x \in (-3; \frac{9}{25}) \cup (6; +\infty)$

$b_1 \cdot k^{14} = b_{15} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$ ;  $k^8 = \frac{b_1 \cdot k^{14}}{b_1 \cdot k^6} = \frac{\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}} = \frac{1}{\sqrt{(x-6)^2}}$   
 $= \frac{1}{(x-6)^2} \Rightarrow k^8 = \frac{1}{(x-6)^2} = \frac{1}{(x-6)}$

$\sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot k^2 = b_7 k^2 = b_1 \cdot k^8 = b_9 = x+3$   
 $(25x-9)(x-6) \cdot k^4 = (x+3)^2$

$\frac{(25x-9)(x-6)}{|x-6|} = x^2 + 6x + 9$

$25x-9 = x^2+6x+9$   
 $x > 6$

$-(25x-9) = x^2+6x+9$   
 $x < 6$

$x^2 - 19x + 18 = 0$   
 $x > 6$

$x^2 + 37x = 0$   
 $x < 6$

$x_{1,2} = \frac{19 \pm \sqrt{17}}{2}$ ;  $x_1 = 18$ ;  $x_2 = 1$

$x(x+37) = 0$   
 $x = 0$ ;  $x = -37$

$x = 18$   
 $k = \frac{1}{\sqrt{12}}$   
 $\frac{1}{\sqrt{6}} = b_1 \cdot k^1 = 3$   
 $b_1 = 3 \cdot \sqrt{6}$   
 $b_7 = b_1 \cdot k^6 = \frac{3 \cdot \sqrt{6}}{6 \cdot \sqrt{6}} = \frac{1}{2}$

$x = 0$   
 $b_9 = \frac{3 \cdot \sqrt{6}}{6} = \frac{1}{2}$   
 $b_{15} = \frac{3 \cdot \sqrt{6}}{(3 \cdot \sqrt{6})^{15}} = \frac{3}{6 \cdot 6 \cdot \sqrt{6}} = \frac{1}{6 \cdot \sqrt{6}}$

$k^4 = \frac{1}{|x-6|}$   
 $k^8 = \frac{1}{(x-6)^2}$   
 $x = 18$   
 $\frac{25}{18} = \frac{25}{18}$   
 $\frac{25}{18} = \frac{25}{18}$   
 $\frac{25}{18} = \frac{25}{18}$   
 $\frac{25}{18} = \frac{25}{18}$

$b_7 = \sqrt{441 \cdot 12} = 21 \sqrt{12}$   
 $b_9 = 21$

$b_{15} = \sqrt{\frac{441}{12}} = 21 \cdot \sqrt{\frac{1}{12}}$   
 $k^2 = \frac{1}{\sqrt{12}}$ ;  $k^4 = \frac{1}{\sqrt{12}}$

$k^6 \cdot b_7 = 21 \sqrt{12}$   
 $\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{\sqrt{12}} \cdot b_7 \Rightarrow b_7 = 21 \cdot 12 \cdot \sqrt{12}$

$b_1 \cdot k^8 = \frac{21 \cdot 12^2}{(3 \sqrt{12})^8} = 21$

$b_{15} = b_1 \cdot k^{14} = \frac{21 \cdot 12^2}{(3 \sqrt{12})^{14}} = \frac{21}{12 \cdot \sqrt{12}}$