



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Умнож } 9x^2 - (x^2 - 2x)^2 = 2((x^2 - 2x)^2 - (6 - 9x)) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 0 = 2((x^2 - 2x)^2 - (6 - 9x)) - 9x^2 + (x^2 - 2x)^2 =$$
$$= 3x^4 - 12x^3 + 12x^2 - 9x^2 + 18x - 12 = 3x^4 - 12x^3 + 3x^2 +$$
$$+ 18x - 12, \text{ ~~то~~ поделим на 3 } x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

Спробуем заметить, что $x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 =$

$$= (x-1)(x^3 - 3x^2 - 2x + 4) = (x-1)(x-1)(x^2 - 2x - 4) = 0$$

И.е. решения этого уравнения это 1 и корни

$x^2 - 2x - 4$, которые мы найдем по формуле

корней квадратного уравнения:

$$x_1 = \frac{2 + \sqrt{4 + 16}}{2} = 1 + \sqrt{5}$$

$$x_2 = \frac{2 - \sqrt{4 + 16}}{2} = 1 - \sqrt{5}$$

Таким образом, мы получили три ответа, каждый из которых подходит по условию задачи.

Доказательство $x=1, x=1+\sqrt{5}, x=1-\sqrt{5}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Докажем, в каком случае числа $6-9x$, $(x^2-2x)^2$ и $9x^2$ являются соответственно 4-ым, 6-ым и 10-ым членами арифметической прогрессии. Заметим, что тогда и только тогда, когда $4 \cdot 9x^2 - (x^2-2x)^2 = 2 \cdot ((x^2-2x)^2 - (6-9x))$. Действительно, пусть это так, тогда пусть $a = \frac{((x^2-2x)^2 - (6-9x))}{2}$, а $b = 6-9x-4a$. Тогда рассмотрим арифметическую прогрессию, где n -ый член равен $a+b$. Тогда легко заметить, что $4a+b = 6-9x$, $(x^2-2x)^2 = 2a + 6-9x = 6a+b$, $9x^2 - (x^2-2x)^2 + 4a = 10a+b$. Теперь докажем "в обратную сторону", т.е. пусть эти выражения являются членами прогрессии $a+b$ (формула n -ого элемента прогрессии), тогда равенство $\neq 1$ очевидно (левая часть = правая часть = $4a$). Таким, т.е. x - это решение уравнения $\neq 1$, причем все меньшие решения подпадают.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4.4) \quad x - 2y < 0 \Rightarrow 2y - x < 2$$

$$2x - y > 0 \Rightarrow 2x - y \leq 1$$

Сложим и получим, что $x + y \leq 3$. Кроме,

если $x > \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{8}{3} < y < 4$

$$\frac{8}{3} - y < 2x - y \leq 1 \Rightarrow \frac{8}{3} - y < 1 \Rightarrow y > \frac{5}{3}, \text{ но тогда}$$

$$x + y > \frac{4}{3} + \frac{5}{3} = 3 - \text{противоречие. Берем } y > \frac{5}{3}, \text{ тогда}$$

$$\text{то } \frac{10}{3} - x < 2y - x \leq 2 \Rightarrow \frac{10}{3} - x < 2 \Rightarrow \frac{4}{3} < x,$$

но тогда $x + y > 3$ - противоречие с #4.

$$\text{И.е. } x \leq \frac{4}{3} \text{ и } y \leq \frac{5}{3} \Rightarrow 6x + 3y \leq 13.$$

Итак, во всех случаях $6x + 3y \leq 13$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4) \quad x \geq 0; \quad y \geq 0$$

Реш. Рассмотрим 4 неравенства

$$4.1) \quad \cancel{x - 2y \leq 2} \quad \#2: \quad x - 2y \geq 0 \Rightarrow x - 2y \leq 2$$

$$\cancel{2x - y \geq 0} \quad \#2 \quad 2x - y \geq 0 \Rightarrow 2x - y \leq 1$$

Получаем, что $x \geq 2y \Rightarrow 2x - y \leq 2x - \frac{x}{2} =$

$$= \frac{3}{2}x \leq 1 \Rightarrow x \leq \frac{2}{3}, \quad y \leq \frac{1}{3} \Rightarrow 6x + 3y \leq 5, a$$

y как есть пример на 13.

$$4.2) \quad x - 2y < 0 \Rightarrow 2y - x \leq 2$$

$$\#3: \quad 2x - y < 0 \Rightarrow y - 2x \leq 1$$

Получаем из $\#3$, что $y > 2x \Rightarrow 2y - x \leq$

$$\leq 2y - \frac{y}{2} = \frac{3}{2}y \leq 2 \Rightarrow y \leq \frac{4}{3}; \quad x \leq \frac{2}{3} \Rightarrow$$

$$6x + 3y \leq 4 + 4 = 8, a \quad y \text{ как есть пример на 13.}$$

$$4.3) \quad \left. \begin{array}{l} x - 2y \geq 0 \Rightarrow x \geq 2y \\ 2x - y < 0 \Rightarrow y > 2x \end{array} \right\} \Rightarrow x + y > 2(x + y),$$

т.к. $(x + y) > 0$, то $x + y > 2(x + y) \Rightarrow 1 > 2$, что неверно.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: 13 $x = \frac{4}{3}; y = \frac{5}{3}$ ~~не подходит~~
~~не подходит~~

$$|x - 2y| = \left| \frac{4}{3} - \frac{10}{3} \right| = |-2| \leq 2$$

$$|2x - y| = \left| \frac{8}{3} - \frac{5}{3} \right| = |1| \leq 1$$

$$6x + y = 8 + 5 = 13.$$

Решение: рассмотрим 4 случая:

1) $x < 0; y < 0$.

Равно, что $6x + 3y < 0$, а y как есть пример на 13

2) $x < 0; y \geq 0$.

Доб., что $x - 2y < 0 \Rightarrow 2y - x \leq 2$, т.к. $x < 0$,
то $2y < 2 \Rightarrow y < 1 \Rightarrow 6x + 3y < 3y < 3$,
а y как есть пример на 13.

3) $x \geq 0; y < 0$

Доб., что $2x - y > 0 \Rightarrow 2x - y \leq 1$, т.к. $y < 0$,
то $2x < 1 \Rightarrow x < \frac{1}{2} \Rightarrow 6x + 3y < 6x < 3$, а y как
есть пример на 13.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on a grid background. The work includes several systems of linear inequalities and some algebraic manipulations. The inequalities are written in various orientations and some are crossed out.

Visible inequalities and equations include:

- $0 < x - 2y \leq 2$
- $2 \geq x - y > 0$
- $0 < 2x - y \leq 1$
- $x \geq 2y$
- $x \leq 1$
- $y \leq 1$
- $0 \leq 2y - x \leq 2$
- $1 \geq x - y > 0$
- $2y + x = 2$
- $1 = y - x$
- $0 \leq 2y - x \leq 2$
- $2 \geq x - y > 0$
- $0 \leq 2x - y \leq 1$
- $y > \frac{5}{3}$
- $2x > 2$
- $2x > 2$
- $y > \frac{5}{3}$
- $y > \frac{5}{3}$

There are also several crossed-out lines and scribbles throughout the page, indicating corrections or deletions.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что $A = (m+2n)(m+2n-7)$, а $B = mn(m+2n+9)$. Заметим, что $4 \mid A$ и $4 \mid B$. $A:2$, м.к. $m+2n$ и $m+2n-7$ разны по четности \Rightarrow одно из этих чисел четное \Rightarrow произведение четное. $B:2$, м.к. если m или n четное, то очевидно, что $B = mn(m+2n+9):2$, т.е. $m \times 2$ и $n \times 2 \Rightarrow m \equiv 1, n \equiv 1 \pmod{2} \Rightarrow m+2n+9 \equiv 1+0+1 \pmod{2} \equiv 0$, т.е. $B:2$, м.к. $B: m+2n+9$, а $m+2n+9:2$. Также образом $75q^2$ и $11p^2$ также оба $:2 \Rightarrow p=q=2$, м.к. p и q простое и $:2$ (м.к. $(11,2)=1$ и $(75,2)=1$)
 Тогда $mn(m+2n+9) = 11 \cdot 2^2 = 44$. Заметим, что м.к. $m, n \in \mathbb{N} \Rightarrow m, n \geq 1 \Rightarrow m+2n+9 \geq 12$, и м.к. это делитель 44, то это либо 22, либо 44, если это 44, то $mn=1 \Rightarrow m=n=1$, но $1+1 \cdot 2+9 \neq 44$, если это 22, то $mn=2 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 & n=2 \\ m=2 & n=1 \end{cases}$
 но в обоих случаях $m+2n+9 \leq 14 < 22$. Т.е.
 $(m+2n)(m+2n-7) = 44$, а $mn(m+2n+9) = 300$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если обозначить $m+2n=a$, то $a(a-7)=44$, т.е.

$a-7a-44=0$ - решим квадратное уравнение,

то получим, что $a=m+2n \geq 3$. Подумав

2 корня $x_1 = \frac{7 + \sqrt{49 + 4 \cdot 44}}{2} = 11$ и $x_2 = \frac{7 - \sqrt{49 + 4 \cdot 44}}{2} =$

$= -4$, но т.к. $x_2 < 0$, то $a = x_1$, т.е.

$m+2n=11 \Rightarrow mn(m+2n+9) = mn \cdot 20 = 300 \Rightarrow$

$mn \leq 15$. Переберем:

$$m=1 \quad n=15 \Rightarrow m+2n=31 \neq 11$$

$$m=3 \quad n=5 \Rightarrow m+2n=13 \neq 11$$

$$m=5 \quad n=3 \Rightarrow m+2n=11$$

$$m=15 \quad n=1 \Rightarrow m+2n=17 \neq 11$$

Итак, заметим, что при $m=5$,

$n=3$ условие выполняется, а при остальных значениях нет.

Ответ: $m=5, n=3$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$h \neq 0$, т.к. h — это высота $\triangle ABC \Rightarrow$
 $\Rightarrow h \perp AZ \Rightarrow \angle AZH = 90^\circ$. Теперь, применим
т. Косинусов для $\triangle AZH$:

$$h^2 = AZ^2 + AH^2 - 2 \cdot AZ \cdot AH \cdot \cos \angle AZH$$

$$16 = 9 + 9 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \cos(180 - 2\alpha) = 18 + 18 \cos(2\alpha)$$

(т.к. $\cos(180 - \beta) = -\cos \beta$)

$$-2 = 18 \cos(2\alpha)$$

$$-\frac{1}{9} = \cos(2\alpha)$$

Теперь применим т. Косинусов для $\triangle ABC$
и BC :

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \angle CAB$$

~~$$BC^2 = 36 + 144 - 2 \cdot 6 \cdot 12 \cdot \cos(2\alpha) = 180 + 16 = 196$$~~

$$BC^2 = 129$$

$$BC = \sqrt{129}$$

$$BC^2 = 36 + 144 - 2 \cdot 6 \cdot 12 \cdot \cos(2\alpha) = 180 + 16 = 196$$

$$BC^2 = 196$$

$$BC = 14$$

Ответ: $BC = 14$.

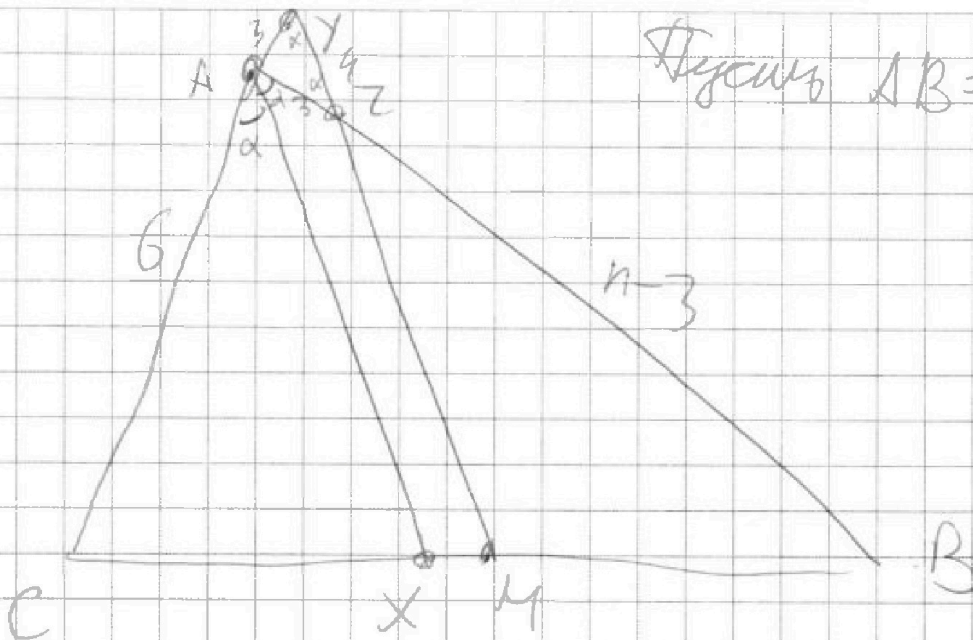
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Заметим, что угол $\angle XAZ = \angle AZY \stackrel{\delta}{=} \angle YZ$ и $AX \parallel ZY$ или
секущая AZ. $\angle YAZ = 180 - 2\gamma \Rightarrow$ и $\triangle AYZ$

$$\angle AYZ = 180 - \angle YAZ - \angle AZY = 180 - 180 + 2\gamma - \gamma = \gamma \Rightarrow$$

$\Rightarrow \triangle AZY$ - равнобедренный и $AZ = AY = 3$.

Теперь по золотому сечению в-вед. Рассмотрим AX

$$\frac{BX}{AX} = \frac{AC}{AB} = \frac{6}{n} \Rightarrow n \cdot BX = 6 \cdot AX \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CX = \frac{6}{n} BX \Rightarrow CX + BX = \frac{6}{n} BX + BX = \frac{6+n}{n} BX \Rightarrow$$

$$\Rightarrow MB = \frac{BC}{2} = \frac{6+n}{2n} \cdot BX$$

$$\Rightarrow \frac{MB}{BX} = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \frac{6+n}{2n} = \frac{n-3}{n} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6n + n^2 = 2n^2 - 6n \Rightarrow n^2 - 12n = 0 \Rightarrow n(n-12) = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2.1) Два узла лежат в ^{одной} зоне.
 Каких соседей $4 \cdot C_{30}^2$ (в каждой зоне 30 узлов), но заметим, что при 4-х поворотах ($0^\circ, 90^\circ, 270^\circ, 180^\circ$) мы получаем 4 различных способа (т.к. всегда узлы лежат в одной зоне), которые на самом деле являются $1 \cdot C_{30}^2$ узлами, т.е. разделим $\frac{4 \cdot C_{30}^2}{4} = C_{30}^2$

2.2) Узлы лежат в соседних зонах, тогда при поворотах так же всегда разные способы (в одной зоне лежат в 1 и 2-ой, в другой в 2 и 3-ей, в 3-ей 4-ой и 1 и 4-ой зонах) т.е. общее кол-во способов

$4 \cdot C_{30}^2 \cdot C_{30}^2$ (выбираем пару сосед. зон и выбираем 1-ый узел в одной, потом 2-ой узел в другой) в итоге на 4 и остается $30 \cdot 30 = 900$ способов.

2.3) Узлы лежат в противоположных зонах.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Венера, ~~может~~ имеет 2 поделуха:

2.3.1) Если при повороте получаем только 2 разл. раскраски. Это значит, что при повороте на 180° получаем то же самое, что и при пов. на 0° и повороте на 90° и 270° совмещаются одна с другой. ~~Есть~~ Также способов 2-30 (выбираем первую противоположную зону, выбираем одной из зон угол, второй определяем ориентацию (нам надо, чтобы при повороте на 180° они совместились) поворотом на 180° , симм. центра квадрата) и делим на 2, ~~чтобы~~ ~~считать~~ ~~имею~~ 30 вариантов.

2.3.2) Если при повороте 4 раскраски получаем. Также способов 2-30 = 29 (2-мя способами выбираем первую противоположную зону, 30-ю выбираем



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

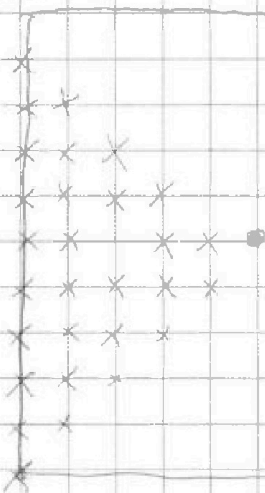
СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим 2 случая:

1) Один из ^{двух} узлов в центре. Тогда для 2-го ^{двух} узлов 120 вариантов, но заметим, что каждой вершиной, мы можем повернуть на 90° , 180° и 270° , таким образом ~~все время~~ ~~каждый~~ ~~раз~~ 120 вариантов делится на 4-ки одинаковых итого получается \odot 30 различных вариантов.

2) Ни один из 5-узлов не в центре. Разобьем квадрат на 4 зоны:



x - узлы 1-ой зоны

2-ая, 3-ая, 4-ая зоны

конкретно повороты 1-ой зоны \odot 90° , 180° и 270° . Тогда

заметим, что при повороте на 90° 1-ая \rightarrow 2-ая, 2-ая \rightarrow 3-ая,

3-ая \rightarrow 4-ая, 4-ая \rightarrow 1-ая.

Теперь рассмотрим ещё \odot подслучай:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1-ый угол, а ~~в~~ 2-ой 29-го макс, что ~~был~~
 от не совм с повернутом на 180° 1-ый
 углом) и др. м.к. ~~В итоге~~
 каждой способ ~~повышает~~ ч. макс

итого $15 \cdot 29 = 435$

Итого $30 + 30 + 900 + 30 + 435 =$
 $= 30 + 435 + 900 + 30 + 435 = 1800 + 30 = 1830$

Ответ: 1830

Комментарий: при ч-х поворотах
 в подматрице 2.1 и 2.2^{2.4}, а также
 при повороте на 90° в стр. 2.3.1 и 2.3.2
 получаются разные раскладки, м.к.
 набор зон, ~~которые~~ в которых лежат

5-угол различаются и ~~не~~ ~~совм~~ совмеще-
 ности ~~сравниваем~~ ~~на сколько~~ ~~сколько раз~~
~~они ~~различаются~~ ~~и~~ ~~не~~ ~~совмещаются~~~~
~~используем~~ ~~используем~~ ~~используем~~

Итого $30 + 30 + 900 + 30 + 435 = 1830$

Ответ: 1830



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(m+2n)(m+2n-1) = 75p^2 \quad p=7$$

$$mn(m+2n+1) = 11p^2$$

$$11 \cdot 4 = 44 = 11p \quad 10 \sqrt{3} \quad \sqrt{3} < 2$$

$$(m+2n)(m+2n-1) = 300$$

~~3 4 5 6 10 15 20 25 30 60~~

$$3 \cdot 7 \cdot 5^2 \quad 15 \cdot 20 \quad 11 \cdot 4 \quad 20 \quad 15 \quad 12$$

$$x(x-1) = 300 \quad x^2 - x - 300 = 0 \quad 49 + 49 = 98 \quad 49 + 44 = 93$$

$m=3$
 $n=5$
 $m=5$
 $n=3$

$$11 \cdot 225$$

$$7+15$$

$$m+2n=11$$

$$49 + 44 = 93$$

$$160+16$$

$$186$$

$$x=11$$

$$mn=15$$

$$mn(m+2n+1) = 75p^2$$

$$300$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 74n$$

~~$$(m+2n)^2 - 7(m+2n)$$~~

$$(m+2n)(m+2n-7)$$

$$a \quad a-7 \quad a+9$$

$$7 \cdot 25 = 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 9^2$$

$$m \cdot n = 19 \cdot 75$$

$$11p^2 = 11 \cdot p \cdot p$$

$$m \cdot n \cdot (m+2n+9) = 45$$

$$2n+19=22 \quad n=6$$

$$m(n+11)$$

$$m=1$$

$$\begin{cases} m+1 & n+1 \\ m+1 & n+1 \\ n+1 & n+1 \end{cases}$$

$$p=2$$

$$h=6 \quad m=1$$

~~$$(m+n)(m+2n-7) = 75 \cdot 9^2$$~~

$$m+2n-7=2$$

~~$$11p^2$$~~

$$m+2n=11$$

$$11p^2 \quad 1 \quad -$$

$$p^2 \quad 11$$

$$11 \quad p^2 \quad -$$

$$2 \cdot 3 \cdot 9^2$$

$$p^2 \quad 11 \quad -$$

$$7 \cdot 9$$

$$7$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~4~~ ~~6~~ ~~4-9~~ ~~3(2-3x)~~
 $x^2(x-2)$

$x=1 \quad (x-2)^2=8$

10 $9x^2$

~~2x^4 - 8x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 5x^4 - x^4 + 4x^3 + 9x^2~~

$4 + 4 \cdot 4 = 20$

$z \pm \sqrt{20}$

$x^4 - 4x^3 + 4x^2$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 3x^2 - 2x + 4 & x-1 \\ \hline x^3 - x^2 & x^2 - 2x + 4 \\ \hline -2x^2 - 2x + 4 & \\ -2x^2 + 2x + 4 & \\ \hline -4x + 4 & \\ -4x + 4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$4 + 4 \cdot 4 = 20$

$z \pm \sqrt{20}$

$2 \pm 2\sqrt{5}$

$(x-2)^2 - 8 = 0$
 $(x-2)^2 = 8$
 $x-2 = \pm 2\sqrt{2}$

$1 \pm \sqrt{5}$

$1 - 4 + 1 + 6 - 4 = 4x + 4$

$x = 2 \pm 2\sqrt{2}$

$$\begin{array}{r|l} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 & x-1 \\ \hline x^4 - x^3 & x^3 - 3x^2 - 2x + 4 \\ \hline -3x^3 + x^2 + 6x - 4 & \\ -3x^3 + 3x^2 + 0 & \\ \hline -2x^2 + 6x - 4 & \\ -2x^2 + 2x & \\ \hline 4x - 4 & \\ 4x - 4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0$

$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$

$(x^3 - 3x^2 - 2x + 4)(x-1)$

$(x^2 - 2x - 4)(x-1)^2$

~~3~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4-y \quad 5-9x$$

$$5-y(x^2-2x)^2$$

$$9x^2$$

$$x^2(x-2)^2$$

$$9x^2$$

$$8 \quad a+b \quad 2a+b \quad 3a+b$$

$$3+2-1$$

$$3a+b=6-9x$$

$$5a+b=(x^2-2x)^2=x^4-4x^3+4x^2=x^2(x-2)^2$$

$$9a+b=9x^2$$

$$x^2(x^2-4x+4)$$

$$x^2(x-2)^2$$

$$6a=9x^2+9x-6$$

$$2a=3x^2+3x-2$$

$$5x^2+5x-4$$

$$9x^2-9x+6$$

$$4a=x^2(9-(x-2)^2)$$

$$x^2(x+1)(5-x)$$

$$-x^2+4x+5$$

$$\rightarrow 9(x^2-x+\frac{2}{3})$$

$$5x-x^2+5-x$$

$$5x^2+5x-4=x^2(x+1)(5-x)$$

$$5x^2+5x-4=-x^4+4x^3+5x^2$$

$$x^4-4x^3+x^2+5x-4=0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\max(3y+6x)$$

13

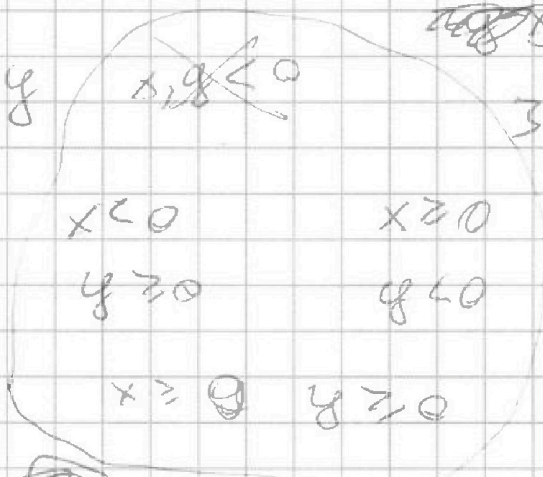
$$\begin{cases} y \leq 1 \\ 2y \leq 2 \\ 2y-x \leq 2 \end{cases}$$

$$x-2y \geq 0$$

$$x \geq 2y \quad 2x \geq y$$

$$2x-y \geq 0$$

$$-3 \geq -2 = 2$$



4

$$\textcircled{1} \begin{cases} x-2y \leq 2 \\ 2x-y \leq 1 \end{cases}$$

$$3(x-y) \leq 3$$

$$(x-y) \leq 1$$

$$x = -1$$

$$y = -y$$

$$3y + 6x \leq -3y - 6x$$

$$6(y+2x) \leq 0$$

$$\begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ y = \frac{5}{3} \end{cases}$$

13

4

$$x < 1 \quad y = \frac{8}{3} - 1$$

$$y = 0$$

$$2x - y = 1 \quad y = 2x - 1$$

$$x - 2y = -2$$

$$x - 2(2x - 1) = -2$$

$$x - 4x + 2 = -2$$

$$-3x = -4$$

12

$$x - 2y \leq 2$$

$$x \leq 2$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1 + \sqrt{5}$$

$$a \quad b \quad c$$

$$1 + 2\sqrt{5} + 5$$

$$a - b = 2(b - c)$$

$$6 + 2\sqrt{5} - 2 - 2\sqrt{5} - 4$$

$$54 + 18\sqrt{5}$$

~~200~~

~~200~~

$$(x - 1)^2 = 5$$

$$6 + 2\sqrt{5}$$

$$1 + \sqrt{5}$$

$$1 + \sqrt{5}$$

$$6 - 9 - 9\sqrt{5}$$

$$4^2 \quad 16$$

$$-3 - 9\sqrt{5}$$

$$6 + 2\sqrt{5} - 2 - 2\sqrt{5}$$

$$16$$

$$\frac{19 + 9\sqrt{5}}{2}$$

$$54 + 18\sqrt{5}$$

$$\frac{38 + 18\sqrt{5}}{4}$$

$$24 + 12\sqrt{5}$$

$$12 + 6\sqrt{5}$$

~~200~~

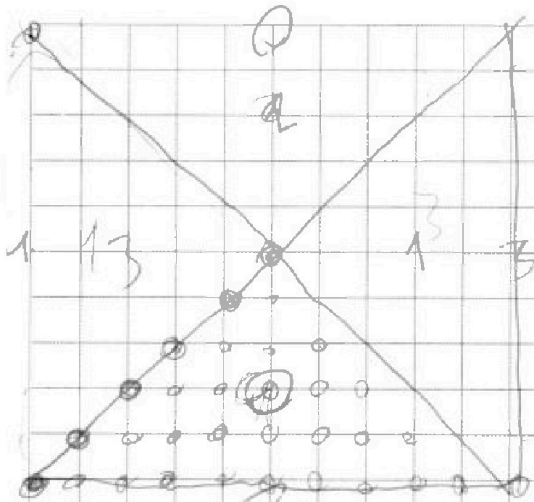


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$2(1 + \dots + 5)$$

$$\frac{5 \cdot 6}{2} = 30$$

$$\frac{4 \cdot C_{30}^2}{4}$$

$$\frac{4 \cdot C_{30}^2 \cdot C_{30}^2}{4}$$

$$\frac{2 \cdot C_{30}^2}{2}$$

$$\frac{2 \cdot C_{30}^2 \cdot C_{30}^2}{4}$$



$$\begin{array}{r} 40 \\ \times 15 \\ \hline 145 \\ 29 \\ \hline 435 \end{array}$$

$$C_{30}^2 + C_{30}^2 \cdot C_{30}^2 + C_{30}^2$$

$$+ \frac{4}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$t^6 + 3t^2 + 2t =$$

~~$t(t^5 + 3t + 2)$~~

$$t(t^5 + 3t + 2)$$

$x^2 - 2$
 $y^2 - 4 \geq 0$
 $14 + 5x - y^2 \geq 0$

~~58~~

~~58~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

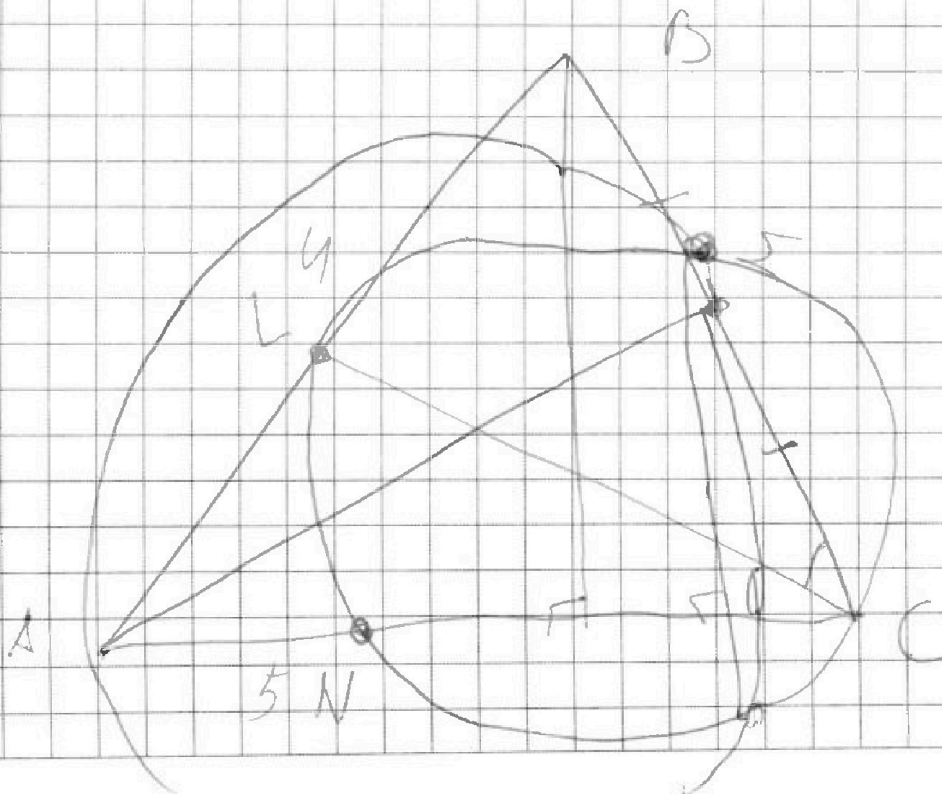
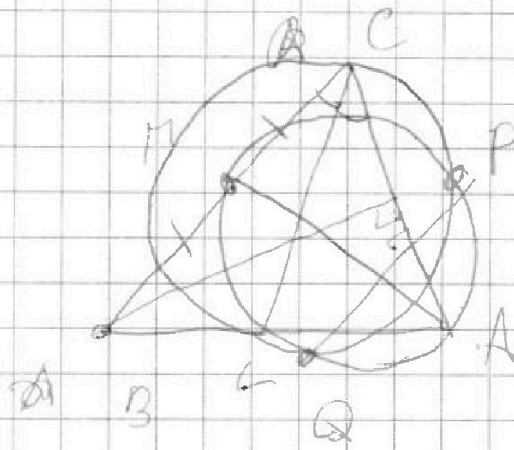
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{4-y} + 7 = 2\sqrt{4+5x-y^2}$$

$$x^3 + 3x + \sqrt{2x} = 3y + \sqrt{4-y}$$





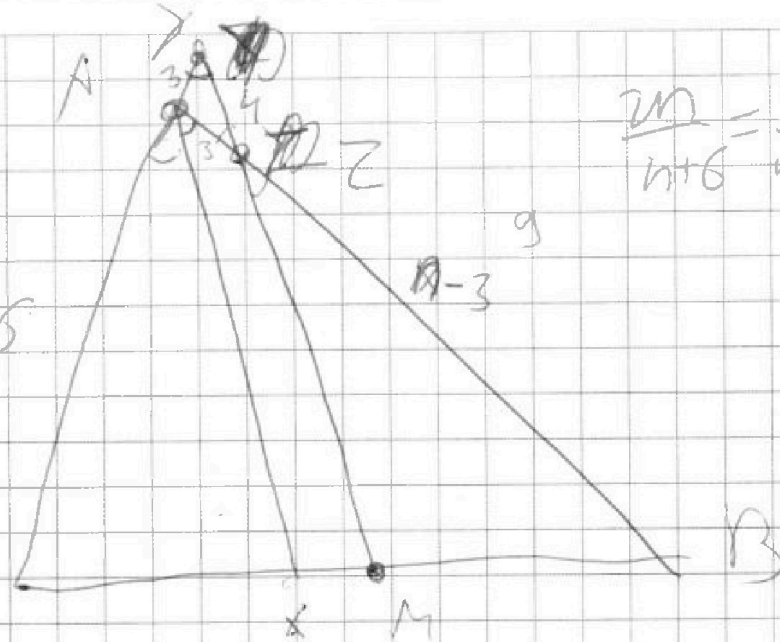
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 129 \overline{) 143} \\ \underline{12} \\ 9 \\ \underline{43} \\ 1 \\ \underline{14} \\ \times 14 \\ \hline 56 \\ \underline{14} \\ \hline 6 \end{array}$$



$$\frac{2n}{n+6} = \frac{n}{n-3}$$

$$x > 6$$

$$\frac{CX}{BX} = \frac{6}{n}$$

$$\frac{6BX}{n} = \frac{n \cdot CX}{\cancel{6(CX+BX)}}$$

$$\frac{BX}{BC} = \frac{6}{n}$$

$$n^2 - 6n = n^2 + 6n$$

$$n^2 - 12n = 0$$

$$\frac{2BX}{BC} = \frac{2n}{n+6}$$

$$\frac{6+n}{n} BX = BC$$

$$n(n-12) = 0$$

$$\frac{BX}{BC} = \frac{n}{n+6}$$

$$\frac{n-3}{3} = \frac{2n}{n+6}$$

$$9 + 4 \cdot 18 = 2n + 9 = 81$$

$$n^2 + 6n - 3n - 18 = 0$$

$$\frac{3+9}{2}$$

$$\cancel{2n+9=81}$$

$$n^2 - 3n - 18 = 0$$