



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



- [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен  $6x + 18$ , седьмой член равен  $(x^2 - 4x)^2$ , а одиннадцатый равен  $(-3x^2)$ . Найдите  $x$ .
- [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $14x + 7y$  при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

- [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$  и  $B = m^2n - mn^2 + 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $3q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.
- [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 12$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$ .
- [4 балла] Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y. \end{cases}$$
- [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $9 \times 9$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
- [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 26$ ,  $AN = 20$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\div(a_n): \quad a_5 = a_1 + 4d = 6x + 18 \\ a_7 = a_1 + 6d = (x^2 - 4x)^2 \\ a_{11} = -3x^2 = a_1 + 10d$$

|  $x - ?$

$$a_{11} - a_7 = a_1 + 10d - (a_1 + 6d) = 4d = -3x^2 - (x^2 - 4x)^2$$

$$d = -\frac{3}{4}x^2 - \frac{(x^2 - 4x)^2}{4}$$

$$a_6 = a_5 + d = \frac{a_5 + a_7}{2} = 6x + 18 - \frac{3}{4}x^2 - \frac{(x^2 - 4x)^2}{4} = \frac{6x + 18 + (x^2 - 4x)^2}{2} \mid \times 4$$

$$24x + 18 \cdot 4 - 3x^2 - (x^2 - 4x)^2 = 12x + 18 \cdot 2 + 2(x^2 - 4x)^2$$

$$13(x^2 - 4x)^2 + 3x^2 - 12x - 18 \cdot 2 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 16x^2 + x^2 - 12x - 12 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x-2)^2(x^2 - 4x - 3) = 0.$$

$$(x-2)^2((x-2)^2 - 7) = 0 \quad \begin{cases} x=2 \\ (x-2)^2/(x-2-\sqrt{7})(x-2+\sqrt{7}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=2+\sqrt{7} \\ x=2-\sqrt{7} \end{cases} \end{cases}$$

Ответ: 2;  $2 \pm \sqrt{7}$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

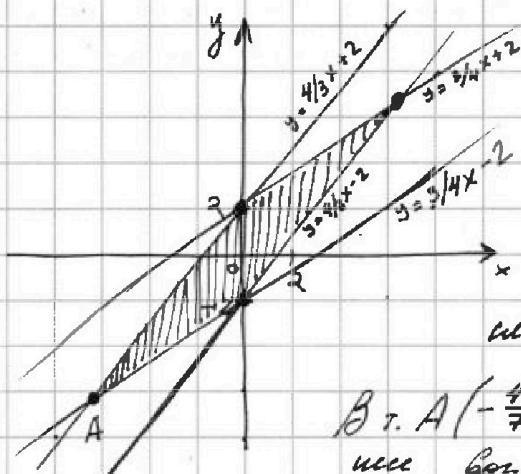


- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \leq 8 \end{cases} \quad \begin{cases} |3y - 4x| \leq 6 \\ |4y - 3x| \leq 8 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x - 6 \leq 3y \leq 4x + 6 \\ 3x - 8 \leq 4y \leq 3x + 8 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{4}{3}x - 2 \leq y \leq \frac{4}{3}x + 2 \\ \frac{3}{4}x - 2 \leq y \leq \frac{3}{4}x + 2 \end{cases}$$



\* Наименьшее значение  $14x + 7y$  достигается при наименьших значениях  $x$  и  $y$ .

В т. А  $(-\frac{48}{7}; -\frac{50}{7})$  и  $y$ , и  $x$  принимают наименьшие возможные значения.

$$A: \frac{4}{3}x + 2 = \frac{3}{4}x - 2$$

$$16x + 24 = 9x - 24$$

$$7x = -48$$

$$x = -\frac{48}{7} \Rightarrow y = \frac{4}{3}\left(-\frac{48}{7}\right) + 2 = -\frac{50}{7}$$

Значит, наименьшее значение  $14x + 7y$  достигается при этих  $x$  и  $y$ . В точке:

$$14\left(-\frac{48}{7}\right) + 7\left(-\frac{50}{7}\right) = -96 - 50 = -146$$

$$\text{Ответ: } -146$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
4 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) m = 3 \Rightarrow \begin{cases} n=1 \\ m=3 \\ m-n+3=q_2 \end{cases} \Rightarrow q_2 = \pm 2\sqrt{2} \leftarrow \text{не простое, т.к. } q - \text{ не простое.}$$

$$\begin{cases} n=3 \\ m=3 \\ m-n+3=q_2 \end{cases} \Rightarrow q_2 = 3 \leftarrow \text{простое.}$$

$$\begin{cases} n=9 \\ m=3 \\ m-n+3=q_2 \end{cases} \Rightarrow q_2 = \pm \sqrt{5} \leftarrow$$

$$3) m = 3q_r \Rightarrow \begin{cases} n=1 \\ m=3q_r \\ m-n+3=q_r \end{cases} \Rightarrow q_r = -1 \leftarrow \text{не простое, т.к. } q_r - \text{ не простое.}$$

$$\begin{cases} n=3 \\ m=3q_r \\ m-n+3=q_r \end{cases} \Rightarrow q_r = -1 \leftarrow$$

$$4) m = q_r \Rightarrow \begin{cases} m=q_r \\ n=3 \\ m-n+3=q_r \end{cases} \Rightarrow q_r = q_r \leftarrow \text{простое.}$$

$$\begin{cases} m=q_r \\ n=3 \\ m-n+3=q_r \end{cases} \Rightarrow q_r = 1 \leftarrow \text{не простое, т.к. } q_r - \text{ не простое.}$$

$$5) m = 3q_r^2 \Rightarrow \begin{cases} m=3q_r^2 \\ n=1 \\ m-n+3=1 \end{cases} \Rightarrow q_r^2 = -\frac{1}{3} \not\models$$

Итак, получаем, что в данном случае не получает  $\not\models$  варианта.

$$1) m = 3 \text{ и } n = q_2 \text{ при } B = 3q_2 \quad 2) m = q_r \text{ и } n = 3 \text{ при } B = 3q_r^2$$

Проверим их:

$$1) A = (m-n)(m-n+q) = (3-q)(12-q) = 13p^2 = 0 \Rightarrow p = 0 \leftarrow \text{не простое.}$$

$$2) m = q_r \text{ и } n = 3:$$

$$A = (q_r - 3)(q_r + 6) = q_r^2 + 6q_r - 18 = 13p^2$$

5 случай:  $q_r - 3 = 1 \Rightarrow q_r = 4 \leftarrow \text{не простое, не простое.}$

$$q_r - 3 = 13 \Rightarrow q_r = 16 \leftarrow$$

$$q_r - 3 = p \Rightarrow q_r^2 + 6q_r - 18 = 13q_r^2 - 13 \cdot 6q_r + 13 \cdot 9.$$

$$(q_r - 3)(q_r + 6 - 13q_r + 13 \cdot 3) = 0$$

$$\begin{cases} q_r = 3 \\ q_r = -\frac{6 + 13 \cdot 3}{12} \end{cases} \Leftrightarrow q_r = 3 \Rightarrow p = 0 \leftarrow \text{не простое.}$$

$$q_r - 3 = 13p \Rightarrow (q_r - 3)(q_r + 6 - p) = 0 \leftarrow \text{не простое.}$$

$$(q_r - 3)(q_r + 6 - \frac{q_r - 3}{13}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} q_r = 3 \\ q_r = \frac{3 - 6 \cdot 13}{12} \end{cases} \leftarrow \text{не простое}$$

$$q_r - 3 = p^2 \Rightarrow (q_r - 3)(q_r - 7) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} q_r = 3 \\ q_r = 7 \end{cases} \leftarrow \text{не простое.}$$

$$q_r - 3 = 13p^2 \Rightarrow (q_r - 3)(q_r + 5) = 0 \leftarrow \text{не простое.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1      2      3      4      5      6      7

СТРАНИЦА  
5 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано, что подходит существующий вариант:

$$m=7 \text{ и } n=3$$

$$\Omega_m - m: (7; 3)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
3 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач шумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 5m - 9n = (m-n)^2 + 3(m-n) = (m-n)(m-n+3)$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn = m \cdot n \cdot (m-n+3)$$

$$1) B = 13p^2 = m \cdot n \cdot (m-n+3)$$

m-n+3 = p

возможно 2 случая: 1)  $m = 13 \Rightarrow n = p$

$$\begin{cases} m = 13 \\ n = p \end{cases}$$

или  $m-n+3 = 1$

$$\begin{cases} m = 13 \\ n = p^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 13 \\ n = 15 \end{cases}$$

или  $m-n+3 = p^2$

$$\begin{cases} m = 13 \\ n = 1 \\ p^2 = 15 \end{cases}$$

$$2) m = 13p \Rightarrow \begin{cases} m = 13p \\ n = 0 \\ m = 13p \\ n = 1 \\ (m-n+3)m \cdot n = 13p^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 13p \\ 12p^2 = 2 \\ p < 0 \end{cases}$$

$$3) m = 13p^2 \Rightarrow \begin{cases} m = 13p^2 \\ n = 1 \\ m = 13p^2 \\ n = 1 \\ m-n+3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow 13p^2 = -1 \text{ не подходит.}$$

$$4) m = 1 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ (m-n+3)n = 13p^2 \\ m = 1 \\ n(4-n) = 13p^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n = 1 \\ m = 1 \\ m-n+3 = 1 \end{cases}$$

не подходит, т.к.  $n > 0 \Rightarrow 4-n > 0 \Rightarrow 0 < n < 4 \Rightarrow n(4-n) < 16$ , а  $13p^2 > 16$  при  $p \neq 0$ .

$$5) m = p \Rightarrow \begin{cases} n = 1 \\ m = p \\ m-n+3 = 13p \\ n = p \\ m = p \\ m-n+3 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow p = \frac{1}{6}, \text{ не подходит.}$$

$$\begin{cases} n = 1 \\ m = p \\ m-n+3 = 13p \\ n = p \\ m = p \\ m-n+3 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow 3 = 13 \quad \cancel{\phi}$$

$$\begin{cases} n = 13 \\ m = 13p \\ m-n+3 = p \\ n = 13p \\ m = p \\ m-n+3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow p = 8, \text{ не подходит, т.к. не прост.}$$

$$\begin{cases} n = 13 \\ m = 13p \\ m-n+3 = p \\ n = 13p \\ m = p \\ m-n+3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow p = -\frac{1}{6} < 0 \text{ не подходит.}$$

$$2) B = 3q^2. \text{ Задача 3 имеет 2 случая: } B:$$

$$1) m = 1 \Rightarrow \begin{cases} n = 1 \\ m = 1 \\ m-n+3 = 3q^2 \Rightarrow q = \pm 1 \end{cases} \Leftrightarrow \text{не подходит, т.к. } q \text{ - не прост.}$$

$$\begin{cases} n = 1 \\ m = 1 \\ m-n+3 = 3q^2 \Rightarrow q = \pm 1 \end{cases} \Leftrightarrow \text{не подходит, т.к. } q \text{ - не прост.}$$

$$\begin{cases} n = 1 \\ m = 1 \\ m-n+3 = 3q^2 \Rightarrow q = \pm 1 \end{cases} \Leftrightarrow \text{не подходит, т.к. } q \text{ - не прост.}$$

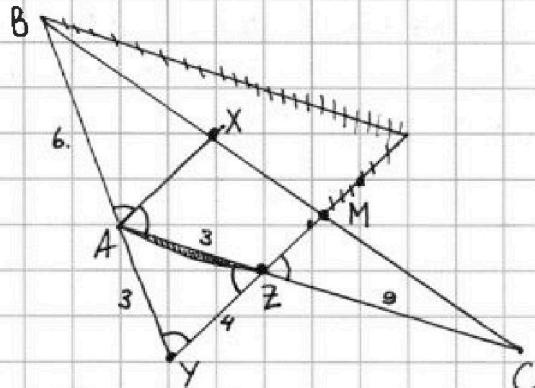
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
6 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:  $\triangle ABC$ ,  $[AX]$  - биссектриса  $\angle CAB$   
 $M \in [BC]$ ,  $|BM| = |MC|$ ,  $MZ \parallel AX$ ,  $Z \in [AC]$   
 $Y = AB \cap MZ$ ,  $|AC| = 12$ ,  $|AZ| = 3$ ,  $|YZ| = 4$

Найти:  $|BC|$

Решение:

$$1) \widehat{XAC} = \widehat{BAX} (\text{AX} \text{ - биссектриса})$$

$$2) \widehat{XAC} = \widehat{MZC} (MZ \parallel AX, AC \text{ - секущая}, \angle - \text{коорд.})$$

$$3) \widehat{MZC} = \widehat{AZY} (\text{вертик.})$$

$$4) \widehat{BAX} = \widehat{AYZ} (\text{коорд.}, AX \parallel MZ, BY \text{ - секущая})$$

$$5) \widehat{BAY} = \widehat{AYZ} = \widehat{AZY} = \widehat{MZC} = \widehat{XAC} \Rightarrow \triangle AYZ - p/\delta \Rightarrow |AY| = |AZ| = 3$$

$$6) |ZC| = |AC| - |AZ| = 12 - 3 = 9$$

$$7) \text{Пусть } |MC| = 9x = |BM|, x > 0$$

$$8) \triangle ZMC \sim \triangle AXC (\text{no 2L}: \widehat{XAC} = \widehat{MZC}, \angle C - \text{общ.}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{|MC|}{|AC|} = \frac{|MC|}{|MC| + |XM|} = \frac{9x}{9x + 9x} = \frac{|ZC|}{|AC|} = \frac{9x}{12} = \frac{3}{4}$$

$$|XM| = \frac{3x}{3} = 3x$$

$$9) |BX| = |BM| - |XM| = 9x - 3x = 6x$$

$$10) \triangle ABC (\text{AX} \text{ - биссектриса}) \Rightarrow \frac{|AB|}{|BX|} = \frac{|AB|}{6x} = \frac{|AC|}{|XC|} = \frac{12}{|XC| + |MC|} = \frac{12}{12x}$$

$$|AB| = \frac{12 \cdot 6x}{12x} = 6$$

$$11) \triangle AYZ: \text{no T. cos: } |YZ|^2 = |AZ|^2 + |AY|^2 - 2 \cos \widehat{YAZ} \cdot |AZ| \cdot |AY|$$

$$16 = 9 + 9 - 2 \cos \widehat{YAZ} \cdot 9$$

$$\cos \widehat{YAZ} = \frac{1}{9}$$

$$12) \cos(\widehat{BAC}) = -\cos(180^\circ - \widehat{BAC}) = -\cos(\widehat{YAZ}) = -\frac{1}{9}$$

$$13) \triangle ABC: \text{no T. cos: } |BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2 - 2 \cos(\widehat{BAC}) \cdot |AB| \cdot |AC|$$

$$|BC|^2 = 36 + 144 + \frac{2}{9} \cdot 6 \cdot 12$$

$$|BC|^2 = 180 + 16 = 196$$

$$|BC| = 14$$

Он-лайн: 14

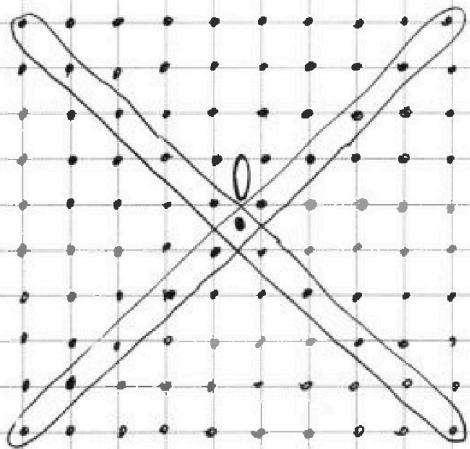
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
7 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



точка = чсл

Число способов вогнуть 2 точки  
из 100 =  $C_{100}^2$

Заметим, что отличие вогнав  
2 точки, это ~~получить~~ получать  
~~один~~ ~~один~~ расстояние ~~все~~ ~~3~~  
способами - 3 поворотами руки.  
т.к., повернув вогнут 4 раза, можно получить  
других ~~расстояний~~ ~~расстояния~~ ~~наши~~ пары точек.  
вогнав ~~хоть~~ ~~один~~ ~~один~~ из 2-х точек.

Однако при повороте вогнута, когда наше 2 пересечение  
точки лежат на диагонали симметрии этого си-  
стемы центра вогнута (0), мог учитывать только  
эту расстоянию ~~ниже~~ засчитывал.

Всего таких "особенных" расстоян <sup>пар точек</sup> = 10

Итак: число пол-бо способов пересечения 2 угла в  
без учета =  $\frac{C_{100}^2 - 10}{4} + \frac{10}{2} = \frac{50.99}{4} + 5 = \frac{10(5.99-1)}{4} + 5 =$   
 $= 244 \cdot 5 + 5 = 5 \cdot 248 = 1240$

Ответ: 1240.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

a, d.

$$a_5 = 6x + 18 = a_1 + 4d.$$

$$a_7 = 6x + 18 + 2d = a_1 + 6d = (x^2 - 4x)^2$$

$$a_{11} = a_1 + 10d = (-3x^2)$$

$$4d = -3x^2 - (x^2 - 4x)^2.$$

$$d = \frac{-3x^2 - x^4 + 8x^3 - 16x^2}{4}$$

$$a_1 = 6x + 18 - 4d$$

$$a_8 = \frac{a_5 + a_{11}}{2} = \frac{6x + 18 - 3x^2}{2} = \frac{(x^2 - 4x)^2}{4} = \frac{3x^2 - x^4 - 8x^3 + 16x^2}{4}$$

$$12x + 36 - 6x^2 = 4x^4 - 4 \cdot 8x^3 + 16x^2 - 3x^2 \cancel{- x^4 + 8x^3 - 16x^2}$$

$$12x + 36 - 6x^2 = \cancel{4x^4 - 24x^3 - 3x^2}$$

$$4x + 12 - 2x^2 = x^4 - 8x^3 - x^2$$

$$x^4 - 8x^3 + x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$\begin{cases} -6 \leq 4x - 3y \leq 6 \\ -8 \leq 3x - 4y \leq 8 \\ -\frac{3}{4} \leq x - \frac{3}{4}y \leq \frac{3}{4} \\ -\frac{3}{4} \leq x - \frac{4}{3}y \leq \frac{3}{4} \\ -\frac{16}{3} \leq \frac{3}{4}y - \frac{16}{3} \leq \frac{16}{3} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 1 -8 1 -4 -12 \\ 1 1 -7 -6 -10 \\ -1 1 -9 10 -14 \\ -2 2 -10 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x 2 1 -6 -11 \\ 21 > x < 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 - 6x - 6x^2 = \frac{6}{4} - \frac{6}{4} - \frac{6}{4} \cancel{- 2 - x^4 - x^2} \\ 9 - x^4 \leq 6x^2 \\ 9 + x^4 \geq 6x^2 \end{array}$$

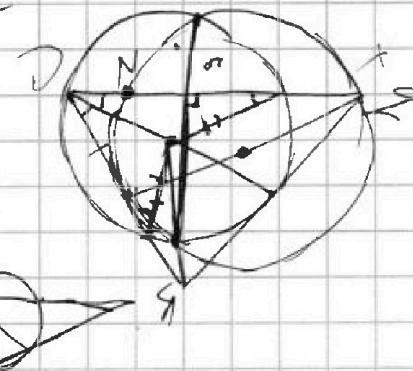
$$\begin{array}{r} 6 - 6x - 6x^2 = \frac{6}{4} - \frac{6}{4} - \frac{6}{4} \cancel{- 2 - x^4 - x^2} \\ 9 - x^4 \leq 6x^2 \end{array}$$

$$9 + x^4 \geq 6x^2$$

$$\begin{array}{r} 2 + h > x \quad h + h > x \quad 8 - h < x \\ 2 + h > x \quad h + h > x \quad 8 - h < x \\ 2 + h < x \quad h + h < x \quad 8 - h > x \\ 2 + h < x \quad h + h < x \quad 8 - h > x \\ 2 + h < x \quad h + h < x \quad 8 - h > x \\ 2 + h < x \quad h + h < x \quad 8 - h > x \end{array}$$

$$9 + x^4 \geq 6x^2$$

$$9 \geq 6x^2 - x^4 \geq -9$$



1 13 P 13 P 13 P

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6 \leq 4x - 3y \leq 6 \\ -8 \leq 3x - 4y \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 18 - 4d = a_1 + 4d \\ 6x + 18 + 2d = a_1 + 6d = (x^2 - 4x)^2 \\ a_1 + 10d = -3x^2 \end{cases}$$

$$4d = -3x^2 - (x^2 - 4x)^2$$

$$d = \frac{-3x^2 - x^4 + 8x^3 - 16x^2}{4}$$

$$a_1 = 6x + 18 - 4d$$

$$a_8 = \frac{a_5 + a_{11}}{2} = \frac{6x + 18 - 3x^2}{2} = \frac{(x^2 - 4x)^2}{4} = \frac{3x^2 - x^4 - 8x^3 + 16x^2}{4}$$

$$12x + 36 - 6x^2 = 4x^4 - 4 \cdot 8x^3 + 16x^2 - 3x^2 \cancel{- x^4 + 8x^3 - 16x^2}$$

$$12x + 36 - 6x^2 = \cancel{4x^4 - 24x^3 - 3x^2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1      2      3      4      5      6      7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_5 = a_1 + 4d = 6x + 18; a_7 = a_1 + 6d = x^2(x-4)^2; a_{11} = -3x^2 = a_1 + 10d.$$

$$4d = \cancel{-3x^2 - x^2(x-4)^2} \quad |+3x^2 \quad 6x + 18 = \cancel{-3x^2}$$

$$a_1 = 6x + 18 + \cancel{x^2(x-4)^2} + 3x^2$$

$$\cancel{a_8 = 6x + 18 - \frac{3}{4}x^2 - \frac{x^2}{4}(x-4)^2 = \frac{6x + 18 + x^2(x-4)^2}{2}} /x^2$$

$$24x + 18 - 3x^2 - x^2(x-4)^2 = 12x + 18.2 + 2x^2(x-4)^2$$

$$12x + 36 - 3x^2 - x^2(x-4)^2 = 0$$

$$4x + 12 - x^2 - x^2(x-4)^2 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 16x^2 + x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x-2)(x^3 - 6x^2 + 5x + 6) = 0$$

$$(x-2)^2(x^2 - 4x - 3) = 0$$

$$(x-2)^2((x-2)^2 + 7) = 0 \Rightarrow x = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & -8 & 17 & -4 & -12 \\ 1 & 1 & -7 & 10 & 6 & -6 \\ 2 & 1 & -6 & 5 & 6 & 0 \\ 2 & 1 & -4 & -3 & 0 & \end{array}$$

$\sqrt{7}$

$$N2. -6 \leq 4x - 3y \leq 6$$

$$-6 \leq 3y - 4x \leq 6$$

$$\cancel{4/3y - 2 \leq y \leq 4/3x + 2}$$

$$-6 \leq 4x - 3y \leq 6$$

$$\cancel{3/4x - 2 \leq y \leq 3/4x + 2}$$

$$A: \cancel{4/3x + 2 = 3/4x - 2}$$

$$\cancel{\frac{16x - 9x}{12} = -4}$$

$$\cancel{\frac{1}{4}x = -8/12} \Rightarrow \cancel{7y = \frac{3}{4}y(\frac{4}{12}) - 2} - \cancel{(-\frac{36}{7} - 2)} = -\cancel{28} = \cancel{9} =$$

$$\cancel{7x + 14y = -48 - 28 - 72 = -148} \quad \cancel{IV}$$

$$-96 - 14 - 36 = -146$$

$$4x - 3y \leq 6$$

$$3x - 4y \leq 8$$

$$7y - 14 \leq 7x \leq 7y + 14$$

$$14y - 14 \cdot 2 + 7y$$

$$21y - 28$$

$$\cancel{\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}}$$

$$3y \geq 4x - 6$$

$$4y \geq 3$$

$$7x/4 \leq 7y \leq 7x + 14 \quad \min(7x) = 7y - 14$$

$$2x + 7y - 14 \geq 7x - 14$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

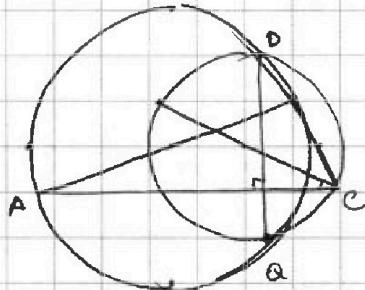
5

6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



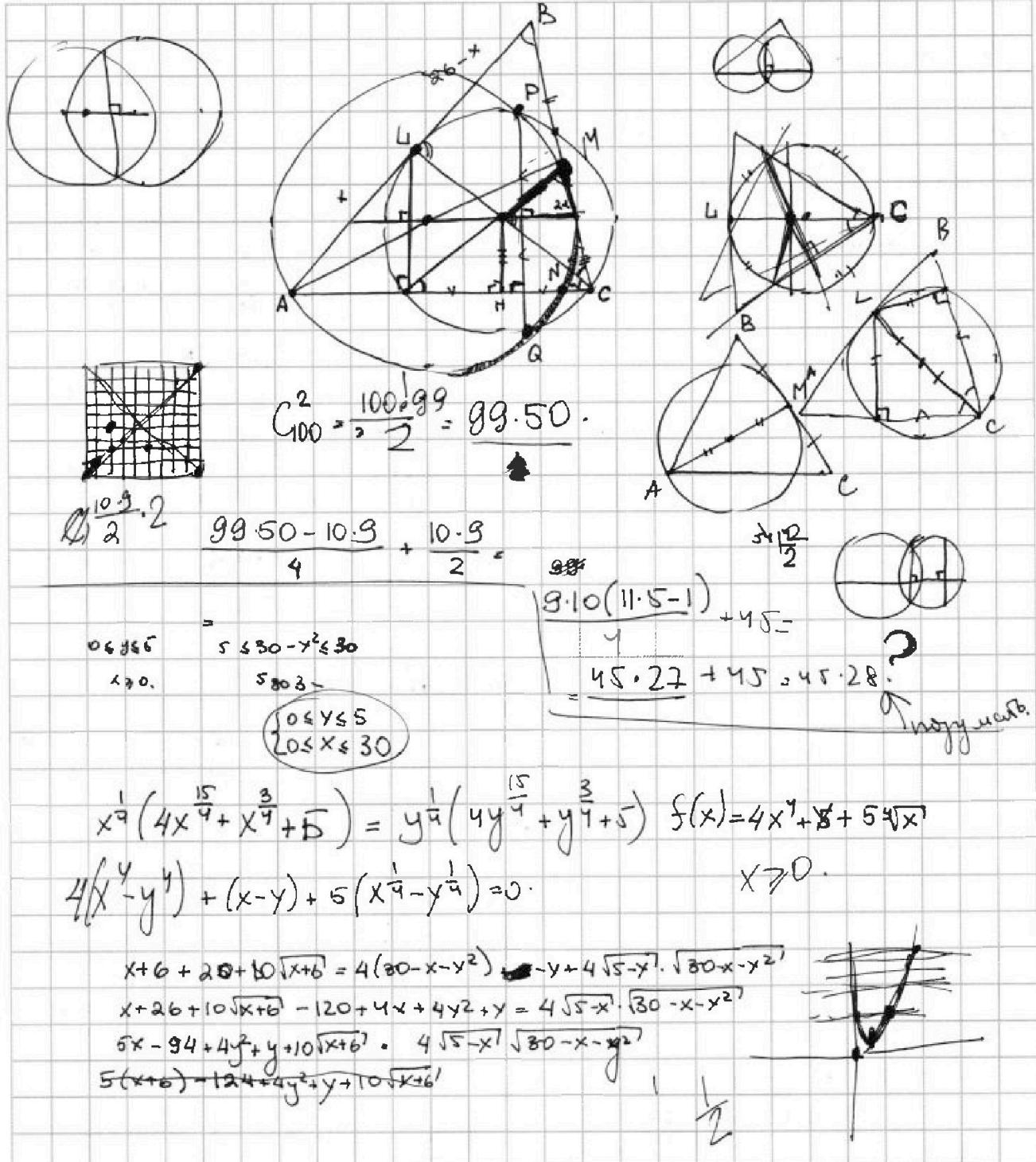
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\div 2 \text{ зад}: \quad a_5 = 6x+18 \quad a_7 = (x^2-4x)^2 \quad a_{11} = -3x^2 = -\cancel{3}x^2 \\ \cancel{a_6} \quad = (x^2-4x)^2$$

$$ad = x^2(x-4)^2 - 6x - 18$$

$$a_8 = \frac{6x+18-3x^2}{2} = x^2(x-4)^2 + \frac{x^2(x-4)^2-6x-18}{2}$$

$$6x+18-3x^2 = 3x^2(x-4) - 6x - 18$$

$$4x+12-x^2-x^2(x-4)^2=0.$$

$$x^4-8x^3+16x^2+x^2-4x-12=0$$

$$x^4-8x^3+17x^2-4x-12=0$$