



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 6

- [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
- [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии
$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$
- [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q – простые числа.
- [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
- [4 балла] Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$
- [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
- [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть первый член арифм. прогрессии равен a_1 , тогда

второй член $a_2 = a_1 + k$

третий $a_3 = a_1 + 2k$

четвертый $a_4 = a_1 + 3k$

восьмой $a_8 = a_1 + 7k$

Тогда расстояния между членами арифметической прогрессии:

$$a_4 - a_2 = a_1 + 3k - (a_1 + k) = 2k$$

$$a_8 - a_4 = a_1 + 7k - (a_1 + 3k) = 4k \quad ?$$

$$a_8 - a_2 = a_1 + 7k - (a_1 + k) = 6k$$

$$\Rightarrow 2(a_4 - a_2) = a_8 - a_4; \quad (1)$$

$$\Rightarrow \cancel{2(a_4 - a_2)} \quad 3(a_4 - a_2) = a_8 - a_4; \quad (2)$$

$$\text{но условия: } a_2 = 12 - 12x$$

$$a_4 = (x^2 + 4x)^2$$

$$a_8 = -6x^2$$

Подставив сюда a_2 , a_4 , a_8 в уравнение (1) и решив его:

$$2((x^2 + 4x)^2 - (12 - 12x)) = -6x^2 - (x^2 + 4x)^2$$

$$3(x^2 + 4x)^2 - 2(12 - 12x) + 6x^2 = 0$$

$$3(x^2 + 4x)^2 - 24 + 24x + 6x^2 = 0 \quad | : 3$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 2x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 2(x^2 + 4x) - 8 = 0$$

$$\text{Замена: } x^2 + 4x = t$$

$$t^2 + 2t - 8 = 0$$

$$\Delta = 4 + 4 \cdot 8 = 36$$

$$t_1 = \frac{-2 + 6}{2} = 2$$

$$t_2 = \frac{-2 - 6}{2} = -4$$

1) при $t = 2$:

$$x^2 + 4x = 2$$

$$x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$\Delta = 16 + 4 \cdot 2 = 24$$

$$x_1 = \frac{-4 + \sqrt{24}}{2} = -2 + \sqrt{6}$$

$$x_2 = -2 - \sqrt{6}$$

a) при $x = -2 + \sqrt{6}$:

$$a_2 = 12 - 12(-2 + \sqrt{6}) = 12 + 24 - 12\sqrt{6} = 36 - 12\sqrt{6}$$

$$a_4 = 4$$

$$a_8 = -6(-2 + \sqrt{6})^2 = -6(4 + 4\sqrt{6} + 6) = -6(10 + 4\sqrt{6})$$

$$= \cancel{-6(10 + 4\sqrt{6})} - 60 + 24\sqrt{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Представим a_2 , a_4 и a_8 в виде выражение (2):

$$3(4 - 36 + 12\sqrt{6}) = -160 + 24\sqrt{6}$$

$$-96 + 12\sqrt{6} = \cancel{-160 + 24\sqrt{6}} - 60 + 24\sqrt{6}$$

$$12\sqrt{6} = \cancel{24\sqrt{6}} - 36$$

Произведение $\Rightarrow x = -2 + \sqrt{6}$

1) при $x = -2 - \sqrt{6}$

$$a_2 = 12 - 12(-2 - \sqrt{6}) = 12 + 24 + 12\sqrt{6} = 36 + 12\sqrt{6}$$

$$a_4 = 4$$

$$a_8 = -6(-2 - \sqrt{6})^2 = -6(2 + \sqrt{6})^2 =$$

$$= -6(4 + 6 + 4\sqrt{6}) = -60 - 4\sqrt{6}$$

Представим a_2 , a_4 и a_8 в виде выражение (2):

$$3(4 - 36 - 12\sqrt{6}) = -60 - 4\sqrt{6}$$

$$\cancel{-96 - 36\sqrt{6}} = -60 - 4\sqrt{6}$$

Произведение $\Rightarrow x = -2 - \sqrt{6}$

2) при $t = -4$:

$$x^2 + 4x = -4$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$(x + 2)^2 = 0$$

$$x = -2$$

при $x = -2$:

$$a_2 = 12 + 12(-2) = 12 + 24 = 36$$

$$a_4 = (2^2 + 4(-2))^2 = (4 - 8)^2 = \cancel{16} 16$$

$$a_8 = -6 \cdot 2^2 = -6 \cdot 4 = -24$$

Представим a_2 , a_4 и a_8 в виде выражение (2)

$$3(16 - 36) = -24 - 36$$

$$3 \cdot (-20) = -60$$

$$-60 = -60$$

Значит $x = -2$ подходит

Ответ: $x = -2$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m + 26n = (m - 2n)^2 + 13(m - 2n) = \\ = (m - 2n)(m - 2n + 13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m - 2n - 2)$$

$A = (m - 2n)(m - 2n + 13) \Rightarrow$ разность чисел — это двойх делителей числа A равна $m - 2n + 13 - m + 2n = 13$

(*) Рассмотрим случай, когда $A = 17p^2$. Тогда разложивши все возможные разности делителей числа A и попробовав приравнять их к 13 — недоступной числи разности:

$$\text{a)} 17p^2 - 8 = 13$$

$$17p^2 = 19$$

$$p \neq 2 \Rightarrow$$

не подходит

$$\text{б)} 17p - p = 13$$

$$16p = 13$$

$$p \neq 2$$

не подходит

$$\text{в)} 17 - p^2 = 13$$

$$p^2 = 4$$

$$p = 2 \Rightarrow$$

подходит
 $p = -2$ — не уд-т условию, т.к. p — простое, натуральное число

$$\text{г)} p^2 - 17 = 13$$

$$p^2 = 30$$

$$p \neq 2$$

не подходит

$$\text{д)} p - 17p = 13$$

$$-16p = 13$$

$$p \neq 2$$

не подходит

$$\text{е)} 1 - 17p^2 = 13$$

$$17p^2 = -12$$

$$p \in \emptyset$$

не подходит

Такими образом, наш подходит вариант, когда большший делитель числа A равен 17, а меньший равен $p^2 = 2^2 = 4$, т.е.:

$$m - 2n = 4 \quad m - 2n + 13 = 17$$

$$(m = 2n + 4,$$

$$\text{тогда } B = mn(m - 2n - 2) = (2n + 4)n(2n + 4 - 2n - 2) = \\ = (2n + 4) \cdot 2n = 4n^2 + 8n = 4n(n + 2) = 15q^2$$

$$\text{т.к. } q \text{ — простое} \Rightarrow q^2 = 4 \Rightarrow q = 2$$

$$q = -2 \text{ — не уд-т условию}$$

$$n(n + 2) = 15$$

$$n^2 + 2n - 15 = 0$$

$$D = 4 + 60 = 64$$

$$n_1 = \frac{-2 + 8}{2} = 3$$

$$n_2 = \frac{-2 - 8}{2} = -5$$

— не уд-т условию, т.к. $n > 0$

$m = 10$
$n = 3$

Перейдем на след. страницу.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

② Рассмотрим случай, когда $A = 15q^2$. Тогда рассмотрим все возможные разложения делителя числа A на натуральные члены отличные от 1 и 13 - исходящими числами разложений:

$$\text{a) } 15q^2 - q = 13 \quad \text{d) } 5q^2 - 3 = 13 \quad \text{e) } 3q^2 - 5 = 13$$

$$15q^2 = 14 \quad 5q^2 = 16 \quad 3q^2 = 6$$

$$q \notin \mathbb{Z} \quad q \notin \mathbb{Z} \quad q \notin \mathbb{Z}$$

не подходит не подходит не подходит

$$\text{f) } q^2 - 15 = 13 \quad \text{g) } 5q - 3q = 13 \quad \text{h) } 15q - q = 13$$

$$q^2 = 28 \quad 2q = 13 \quad 14q = 13$$

$$q \notin \mathbb{Z} \quad q \notin \mathbb{Z} \quad q \notin \mathbb{Z}$$

не подходит не подходит не подходит

$$\text{i) } 1 - 15q^2 = 13 \quad \text{j) } 3 + 5q^2 = 13 \quad \text{l) } 5 - 3q^2 = 13$$

$$15q^2 = -12 \quad 5q^2 = -10 \quad 3q^2 = -8$$

$$q \in \mathbb{Q} \quad q \in \mathbb{Q} \quad q \in \mathbb{Q}$$

не подходит не подходит не подходит

$$\text{m) } 15 - q^2 = 13 \quad \text{n) } 3q - 5q = 15 \quad \text{o) } q - 15q = 13$$

$$q^2 = 2 \quad -2q = 15 \quad -14q = 13$$

$$q \notin \mathbb{Z} \quad q \notin \mathbb{Z} \quad q \notin \mathbb{Z}$$

не подходит не подходит не подходит

Таким образом, A не может быть равно $15q^2$.
Заданы единственные подделяющие пары чисел (m, n) : $(1, 3)$ и $(10, 3)$.

Ответ: $(10, 3)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение:

$\triangle ABC$

AX -бисс.

XY -средняя BC

признак $\triangle XAY$

т. чеда

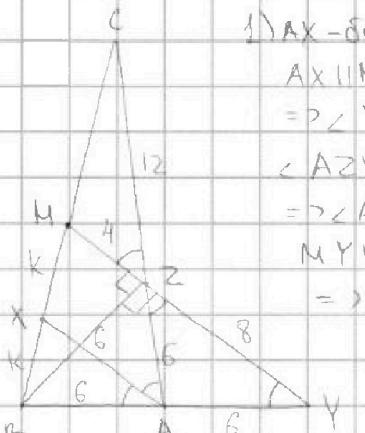
$\alpha \triangle AC = \tau 2$

$\alpha \triangle AYB = \tau 1$

$AC = 18$

$AZ = 6$

$YZ = 8$



Решение:

$$1) \triangle AX - \text{бисс.} \Rightarrow \angle 4 = \angle XAZ$$

$$AX \parallel MY, AC - \text{средняя} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle XAZ = \angle YZA$$

$$\angle AZY + \angle MZC - \text{верт.} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle AZY = \angle MZC$$

$$MY \parallel AX, BY - \text{средняя} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle ZYA = \angle XAB \text{ (чорн.)}$$

Тогда имеем:

$$\angle BAX / \angle XAZ = \angle AZY =$$

$$= \angle MZC = \angle ZYA$$

$$2) \triangle XAY, AC = 18 \quad | \rightarrow CZ = AC - AZ = 12$$

$$AZ = 6$$

$$BC = ?$$

4) Рассл. $\triangle AZY$; 3) Рассл. $\triangle CZM$ и $\triangle CAZ$:

$$\angle AZY = \angle ZYA \Rightarrow \angle CZM = \angle CAZ \text{ (no 1)} \Rightarrow \triangle CZM \sim \triangle CAZ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \triangle AZY - \text{п/д} = ? \quad \angle C - \text{одинак.} \quad (\text{no 2 улаж.})$$

$$\Rightarrow AZ = ZY = 6 \quad | \Rightarrow \frac{MC}{ZA} = \frac{CZ}{CA} = \frac{MZ}{XA} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{MC}{ZA} = \frac{2}{3} \Rightarrow KC = \frac{3}{2} MC$$

$$\Rightarrow \frac{MZ}{XA} = \frac{2}{3} \Rightarrow XA = \frac{3}{2} MZ$$

5) Рассл. $\triangle MYB$ и $\triangle XAB$.

$$\angle MYB = \angle XAB \text{ (no 1)} \rightarrow \triangle MYB \sim \triangle XAB \rightarrow$$

$\angle B$ -одинак.

$$\Rightarrow \frac{MY}{XA} = \frac{PB}{AB} = \frac{MB}{XB} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{MZ+8}{\frac{3}{2} MZ} = \frac{6+AB}{AB} = \frac{MC}{2MC-XC} = \frac{MC}{2MC-\frac{3}{2} MC} = \frac{MC}{\frac{1}{2} MC} = 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{MZ+8}{\frac{3}{2} MZ} = 2 \Rightarrow MZ+8 = 3MZ \Rightarrow MZ = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow MK = MZ + ZY = 4 + 8 = 12 \Rightarrow \frac{12}{XA} = 2 \Rightarrow XA = 6$$

$$\frac{MY}{XA} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{6+AB}{AB} = 2 \Rightarrow AB = 6$$

Продолжение на след. странице

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{MB}{XB} = 2 \Rightarrow MB = 2 \cdot XB = XM + XB \Rightarrow XM = XB$$

Рассмотрим $XH = XB = k$

Одигуемши $XM = XB = k \Rightarrow MB = 2k \Rightarrow BC = 2MB = 4k$

6) Рассмотрим $\triangle BZY$ - высота B опирается в вершине A ,

с радиусом $BA = 2A = 4A \Rightarrow BY$ - диаметр \Rightarrow

$\Rightarrow \triangle BZY$ - и.у., $\angle BZY = 90^\circ$ (тк. треугольники, описаные на диаметре описанной окружности - прямогр.треуг.).

$$7) \angle MZB = 180^\circ - \angle BZY = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

8) Рассмотрим $\triangle BZY$ - и.у. по 7-му признаку:

$$BZ = \sqrt{BY^2 - ZY^2} = \sqrt{12^2 - 8^2} = \sqrt{144 - 64} = \sqrt{80}$$

9) Рассмотрим $\triangle BMZ$ - и.у. по 7-му признаку:

$$BM = \sqrt{MZ^2 + BZ^2} = \sqrt{6^2 + 80} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6} = 2k \Rightarrow k = 2\sqrt{6} \Rightarrow BC = 4k = 4 \cdot 2\sqrt{6} = 8\sqrt{6}$$

Ответ: $BC = 8\sqrt{6}$

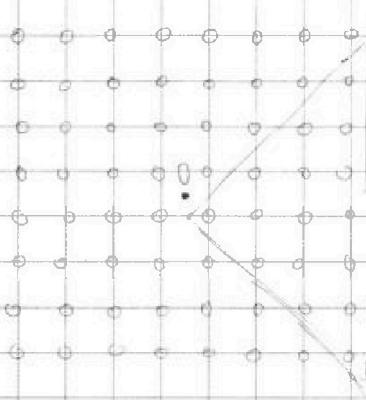
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте креcтиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Количество способов ~~всё~~ выбрать
2 угла (без учёта новорогов)
правый $C_2^{880} = C_2^{64} = \frac{64!}{2!(64-2)!} =$
 $= \frac{63 \cdot 64}{2} = 63 \cdot 32$

Рассмотрим треугольники, отмеченные на рисунке. Для них
углы, находящиеся ~~за~~ фигуры не
являются ~~один~~ углом, симметричным
дальнему ~~одинаково~~ углу. Рассмотрим
2 такие точки и выясним
расстояние, которое
есть ~~за~~. Зададим она должна учиться 2 раза.
Чтобы пар точек, учивших раза будет 16.
Оставшиеся пары будут учиться по 4 раза.
 $63 \cdot 32 - 16 \cdot 2 = 62 \cdot 32$ числа точек, учивших 4
раза, умноженное на 4.
Тогда, если все учившиеся раза получили

$$\frac{62 \cdot 32}{4} + 16 = 62 \cdot 8 + 8 \cdot 2 = 8 \cdot 64 = 8^3 = 512$$

Объем: $8^3 = 512$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

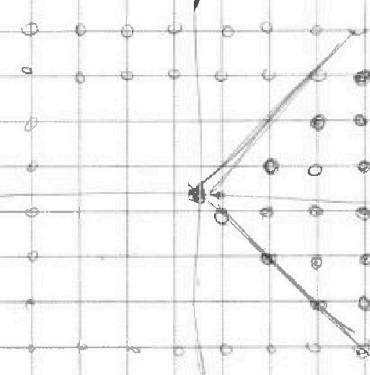
5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



16 точек, 1 строка
из 8. 2 ряда.
16 точек, 1 строка
из 8. 2 ряда.

Осталось ④ ряда.

$$\frac{63 \cdot 64}{2} = 32 \cdot 63$$

~~16~~ ~~32~~

~~Четыре~~ Четыре 2 ряда.

$$\begin{aligned} 16 &= 32 \\ 32 \cdot 62 - 32 &= \\ &= 32 \cdot 62 - 9472 \\ &\quad \cancel{4 \text{ ряда}} = 3 \\ \Rightarrow \sqrt{32 \cdot 62 + 16} &= \\ &= 8 \cdot 62 - 8 \cdot 2 = \\ &= 8 \cdot 64 = 8^3 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

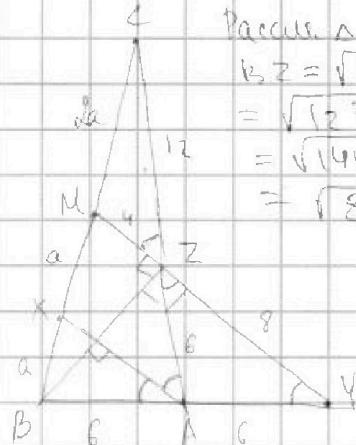
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$96 \cdot 3 \\ 3^2 - 4^2 = 2$$

Расследование

$$\begin{aligned} BZ &= \sqrt{B^2 + Z^2} = \\ &= \sqrt{12^2 + 8^2} = \\ &= \sqrt{144 + 64} = \\ &= \sqrt{208} \end{aligned}$$



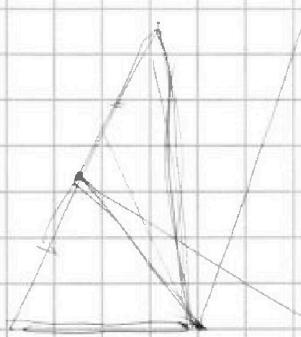
~~16 < 25~~

$$\begin{aligned} < 16 &< \sqrt{625} \\ 24 &< < 25 \end{aligned}$$

$$2,5 \cdot 2 = 5 \cdot 2 = 10 + 9 + 14 = 33$$

Расследование

$$\begin{aligned} BM &= \sqrt{B^2 + M^2} = \\ &= \sqrt{80 + 16} = \sqrt{96} = \\ &= 4\sqrt{6} \Rightarrow a = 2\sqrt{6} = 1 \\ \Rightarrow BC &= 4a = 4 \cdot 2\sqrt{6} = 8\sqrt{6} \end{aligned}$$

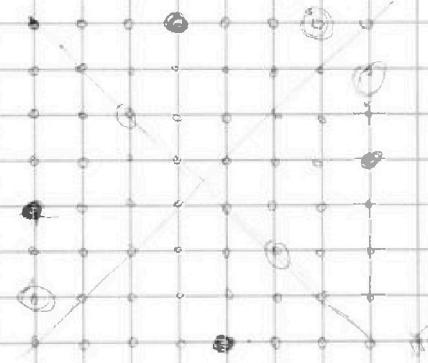


$$C_4 = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{4!}{2 \cdot 2} = 6$$

$$8 \cdot 2,5 = 4 \cdot 5 = 20$$



Кол-во пар по-
читаний $\binom{16}{2}$



16 пар из
длин $\sqrt{2}$
16 пар из из
длин $\sqrt{4}$

$$C_2 = \frac{16!}{2! \cdot 14!} = \frac{15 \cdot 16}{2} = 15 \cdot 8 = 30 \cdot 4 = 120$$

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{(x-4)(y-3)}$$

$$(x+4)(y-3) = 3x + 12 - xy - 4y$$

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n =$$

$$= (m-2n)^2 + 13(m-2n) =$$

$$= (m-2n)(m-2n+13) \rightarrow \text{делители числа } 13$$

неч. чл. чл. чл.

$$B = m^2 n - 2mn^2 - 2mn =$$

$$= mn(m-2n-2) \rightarrow m, n - \text{нечисл.}$$

Рассмотрим число B: при $B = 17p^2$, $A = 15q^2$

его делители: $m, n, (m-2n-2)$

① $m = 17$

$n = (m-2n-2) \rightarrow$

② при $B = 17p^2$ - нечетные, $p \neq 2$
 A - четные $\rightarrow A = 15q^2 = 15 \cdot 2^2 = 15 \cdot 4 = 60$.

$$(m-2n)(m-2n+13) = 60$$

~~если~~ 1) $\begin{cases} m-2n = 15 \\ m-2n+13 = 4 \end{cases} \rightarrow$

значит, что делители числа A относятся к ③)

③ при B - четные \rightarrow
 $\Rightarrow m-2n - \text{неч.}, m-2n+13 - \text{четные}$.

a) при $B = 17p^2$:

$$A = 15p^2 = 15p^2$$

④ при B - четные:

⑤ при m - четные:

$$\begin{array}{l} 17 \cdot 4p^2 \quad p \quad p+17 \quad \text{при } A = 17p^2: \\ p^2 - 17 = 12 \quad 17 - p^2 = 13 \\ p^2 = 13 + 17 \quad p^2 = 4 \quad 17p - p = 13 \quad 17p^2 - 1 = 13 \\ p^2 = 30 \quad p = 2 \quad 16p - 13 \quad 17p^2 = 14 \\ p \notin \mathbb{Z} \quad \cancel{p = 2} \quad p \neq 2 \quad p \neq 2 \end{array}$$

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \text{(1)} \quad & a_1 = 2 - 12x \\ & a_4 = (x^2 + 4x)^2 \\ & a_8 = (-6x^2) \\ & a_4 - a_2 = 2k \\ & a_8 - a_4 = 4k \\ & a_8 - a_2 = 6k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_2 &= a_1 + k \\ a_4 &= a_2 + 2k = a_1 + 3k \\ a_8 &= a_4 + 4k = a_1 + 7k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2)} \quad & a_1 = (2 + 2x - 8) \\ & a_4 = (4 - 8)^2 = 16 \\ & a_8 = -6(-2)^2 = -24 \\ & a_1 - a_2 = -20 \\ & a_4 - a_2 = -24 - 16 = -40 \\ & a_8 - a_2 = -24 - 36 = -60 \end{aligned}$$

✓

$$2(a_4 - a_1) = (a_8 - a_4)$$

$$2((x^2 + 4x)^2 - (2 + 2x)) = (-6x^2) - 12 + 12x$$

$$2(x^2 + 4x)^2 - 24 + 24x = -6x^2 - 12 + 12x$$

$$2(x^2 + 4x)^2 - 24 + 24x + 6x^2 + 12 - 12x = 0$$

$$2(x^2 + 4x)^2 + 6x^2 + 12x - 12 = 0 \quad | :2$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 3x^2 + 6x - 12 = 0 \quad | -4 - 12 - 24 + 12\sqrt{6} =$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 3(x^2 + 2x + 1) - 15 = 0 \quad | = 12\sqrt{6} - 32 \Rightarrow$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 3(x + 3)^2 - 15 = 0 \quad | -1 \quad k = 6\sqrt{6} - 16$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 3x^2 + 6x - 12 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 19x^2 + 6x - 12 = 0$$

Решение:

$$2a_4 - 2a_2 = a_8 - a_4$$

$$3a_4 - 2a_2 = a_8$$

$$3(x^2 + 4x)^2 - 2(2 + 2x) = -6x^2$$

$$3(x^2 + 4x)^2 - 2x^2 - 24 - 24x + 6x^2 = 0 \quad | :3$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 2x^2 + 8x - 24 = 0$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 2(x^2 + 4x - 4) = 0$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 2(x^2 + 4x) - 8 = 0$$

$$\text{Замена } x^2 + 4x = t$$

$$t^2 + 2t - 8 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 8 = 36$$

$$t_1 = \frac{-2 + 6}{2} = 2$$

$$t_2 = \frac{-2 - 6}{2} = -4$$

1) при $t = 2$:

$$x^2 + 4x = 2 \Rightarrow x^2 + 4x - 2 = 0 \quad a_4 - a_1 = 3 - 6(-2 + \sqrt{6})^2 =$$

$$x(x + 4) = 2$$

$$x^2 + 2x + 4x + 8 = 2$$

$$D = 16 + 4 \cdot 2 = 24$$

$$x_1 = \frac{-4 + 2\sqrt{6}}{2} = -2 + \sqrt{6}$$

$$x_2 = -2 - \sqrt{6}$$

2) при $t = -4$:

$$x^2 + 4x = -4$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$D = 16 - 4 \cdot 4 = 0$$

$$x_1 = \frac{-4}{2} = -2$$

$$a_4 - a_1 = 3 - 6(-2 + \sqrt{6})^2 =$$

$$= -6(4 - 4\sqrt{6} + 6) =$$

$$= -6(-4\sqrt{6} + 10) = 24\sqrt{6} - 60 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k = 4\sqrt{6} - 10$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{№2} \quad 10x + 4y$$

$$12x - 3y \leq 6$$

$$(3x - 2y) \leq 4$$

$$\text{№3} \quad \text{при } 2x - 3y < 0 \quad x, y \in \mathbb{R}$$

$$\text{№4} \quad \text{при } 3x - 2y < 0$$

$$12x - 3y < 0 \cdot 3$$

$$3x - 2y < 0 \cdot 2$$

$$-5y \leq 0$$

$$6x - 4y < 0$$

$$-9y < 0$$

$$6x$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{При } p=d \quad A = 17 \cdot 2^2 = 17 \cdot 4$$

$$(m-2n)(m-2n+13) = 17 \cdot 4$$

$$m - 2n + 13 = 17$$

$$m - 2n = 4$$

~~4 = 2n + 13~~

~~4 = 2n + 13~~

$$\text{или} \quad m = 2n + 4$$

$$B = mn(m-2n-2) = (2n+4)n(2n+4-2n-2) =$$

$$= (2n+4) \cdot 2n \quad \cancel{\text{X}} \cancel{\text{X}} \cancel{\text{X}}$$

$$B = 2(n+2) \cdot 2n = 4n(n+2) = 15q^2$$

$$q^2 = 4 \Rightarrow q = 2$$

$$n(n+2) = 15$$

$$n^2 + 2n - 15 = 0$$

$$\Delta = 4 + 4 \cdot 15 = 64$$

$$n_1 = -2 + 8 = 3$$

$$n_2 = -2 - 8 = -10 \quad \text{не год -} \quad \text{год}$$

$$\text{Ответ: } m = 2 \cdot 3 + 4 = 10$$

$$n = 3$$

$$\text{При } A = 15q^2 = 15q^2 \cdot 1 = 5q^2 \cdot 3 = 3q^2 \cdot 5 = 15 \cdot q^2 =$$

$$\cancel{5q^2} = 5q \cdot 3q = 15q \cdot q$$

$$(15q^2 - 1 = 13)$$

~~9~~

$$q^2 - 15 = 13$$

$$q^2 = 28$$

~~9~~

$$q^2 = 28$$

$$5q^2 - 3 = 13$$

$$5q^2 = 16$$

~~9~~

$$q^2 = 16$$

~~9~~

$$q^2 = 16$$

$$3q^2 - 5 = 13$$

$$3q^2 = 18$$

~~9~~

$$q^2 = 6$$

~~9~~

$$q^2 = 6$$

$$15 - q^2 = 13$$

$$q^2 = 2$$

~~9~~

$$q^2 = 2$$

~~9~~

$$q^2 = 2$$

Несколько способов решения - 8 способ

$$\text{При } (m=10) \quad A = 100 - 180 + 36 + 130 - 26 \cdot 3 =$$

$$(n=3)$$

$$- 26 \cdot 3 = 198 - 68 = 4 \cdot 17$$

$$B = 100 - 180 - 60 = 60 = 15 \cdot 4$$

(V)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$$

насажи $10x + 5y = ?$

⑤ при $2x - 3y < 0$ $(2x - 3y) \leq 6$
 $2x < 3y$ $2x - 3y \geq 6$
 $x < \frac{3}{2}y$ $3y + 6 \leq 2x$

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$(2x + 3y)(3x - 2y) \leq 24$$

$$6x^2 - 9xy - 4xy - 6y^2 \leq 24$$

$$6x^2 - 13xy - 6y^2 \leq 24$$

$10x + 5y$ - насаж. при x - насаж., y - насаж.

$$2x \leq 6$$

$$3x \leq 4 \Rightarrow x \leq \frac{4}{3} \Rightarrow 10x + 5y = 10 \cdot \frac{4}{3} + 10 + \frac{40}{3}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y \leq 6 \\ 3x - 2y \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y \leq 6 \quad | \cdot 3 \\ 3x - 2y \leq 4 \quad | \cdot 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 6x - 9y \leq 18 \\ 6x - 8y \leq 8 \end{cases}$$

$$-9y + 8y \leq 10$$

$$-y \leq 10$$

$$y \geq 10 \Rightarrow y = 10$$

$$-4x - 6y \leq 12$$

$$9x - 6y \leq 12$$

$$4x - 9x \leq 0$$

$$-5x \leq 0$$

$$x \geq 0 \quad x = 0 \quad y = 10$$