



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



- [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
- [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

- [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
 - [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
 - [4 балла] Решите систему уравнений
- $$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$
- [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
 - [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач инумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нр 1

$$a_3 = a_1 + 2d = 3x + 3$$

$$a_5 = a_1 + 4d = (x^2 + 2x)^2$$

$$a_9 = a_1 + 8d = 3x^2$$

“

$$\begin{cases} a_1 + 2d = 3x + 3 & (1) \\ a_1 + 4d = x^2(x^2 + 4x + 4) & (2) \\ a_1 + 8d = 3x^2 & (3) \end{cases}$$

$$(3) - (1) : a_1 + 8d - (a_1 + 2d) = 3x^2 - 3x - 3$$

$$6d = 3x^2 - 3x - 3$$

$$2d = x^2 - x - 1 \quad 4d = 2x^2 - 2x - 2$$

подставим в (1) $a_1 + x^2 - x - 1 = 3x + 3$

$$a_1 = -x^2 + 4x + 4$$

подставим в (2):

$$-x^2 + 4x + 4 + 2x^2 - 2x - 2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

Заметим, что при $x = -1$ $x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 =$

$$-2 = \cancel{1} - 4 + 3 + 2 - 2 = 0$$

$x = -1$ — корень уравнения.

Теперь решим уравнение в n. Тогда:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r}
 x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\
 - x^4 + x^3 \\
 \hline
 3x^3 + 3x^2 \\
 - 3x^3 + 3x^2 \\
 \hline
 - 2x - 2 \\
 - 2x - 2 \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 | x+1 \\
 | x^3 + 3x^2 - 2 \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 (x = -1 - \text{корень}) \\
 x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = \\
 \Rightarrow = (x+1) \cdot (x^3 + 3x^2 - 2) = 0 \\
 \quad \checkmark \\
 x = -1 \text{ явно корень} \\
 x^3 + 3x^2 - 2 = -1 + 3 - 2 = 0 \\
 (x^3 + 3x^2 - 2 = -1 + 3 - 2 = 0)
 \end{array}$$

Домножим $x^3 + 3x^2 - 2$ по м. др.

$$\begin{array}{r}
 x^3 + 3x^2 - 2 \\
 - x^3 + x^2 \\
 \hline
 2x^2 - 2 \\
 - 2x^2 + 2x \\
 \hline
 - 2x - 2 \\
 - 2x - 2 \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 | x+1 \\
 | x^2 + 2x - 2 \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = \\
 = (x+1) \cdot (x+1) \cdot (x^2 + 2x - 2) = 0 \\
 \quad \checkmark \quad \checkmark \quad \checkmark \\
 x = -1 \quad x = -1
 \end{array}$$

$$D = 4 + 8 = 12 \\
 x_{1,2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} =$$

Ответ: $x = -1; -1 + \sqrt{3}; -1 - \sqrt{3} = -1 \pm \sqrt{3}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

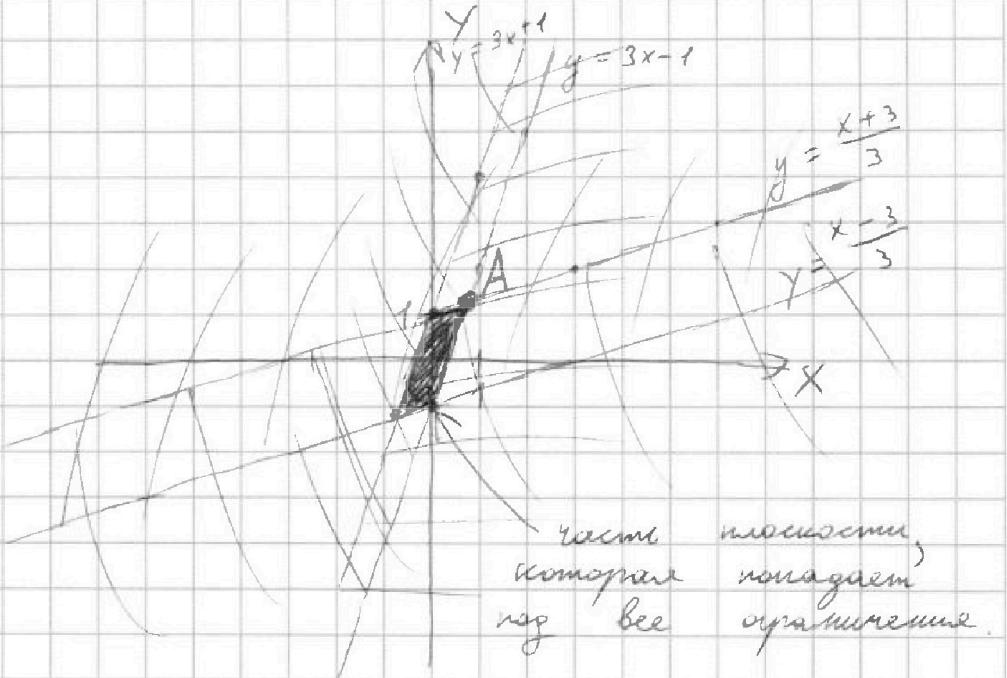
w 2

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$

$$4y + 8x \rightarrow \max$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x - 3y \leq 3 \\ x - 3y \geq -3 \\ 3x - y \leq 1 \\ 3x - y \geq -1 \end{array} \right. \quad \Rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} y \geq 3x - 1 \\ y \leq 3x + 1 \\ y \geq \frac{x - 3}{3} \\ y \leq \frac{x + 3}{3} \end{array} \right.$$

Отображим эти ограничения на координатной плоскости



Заметим, что у закрашенной части плоскости максимума X и максимума Y совпадают



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

даем и находим в м. А. (в любой другой точке принадлежащей ограниченней области максимум одновременно и x и y меньше чем в м. А \Rightarrow в м. А будем максимум $4y + 8x$ и в это функции надо минимизировать зависеть от одних переменных).

м. А - точка пересечение $y = 3x + 1$ и

$$y = \frac{x+3}{3} \Rightarrow \text{расчитаем м. А:}$$

$$3x - 1 = \frac{x+3}{3}$$

$$2\frac{2}{3}x = 2$$

$$x = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \Rightarrow y = \frac{3-3}{4} - 1 = \frac{5}{4}$$

$$A\left(\frac{3}{4}, \frac{5}{4}\right) \quad x_{\max} = \frac{3}{4} \quad y_{\max} = \frac{5}{4}$$

✓

$$4y + 8x \rightarrow \max$$

$$4 \cdot \frac{5}{4} + 8 \cdot \frac{3}{4} = 5 + 6 = 11$$

Ответ: максимальное значение $4y + 8x$ при данных ограничениях 11.

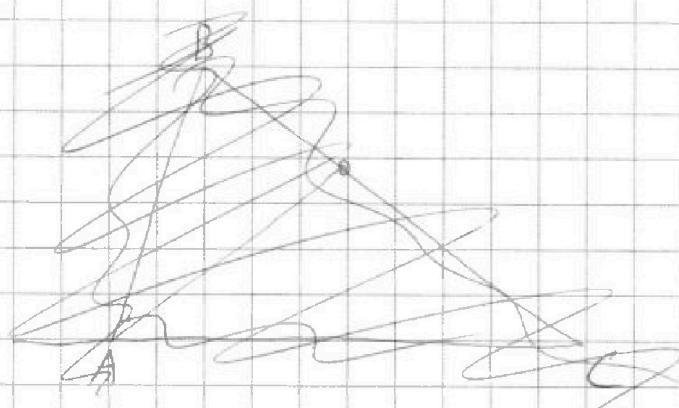


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

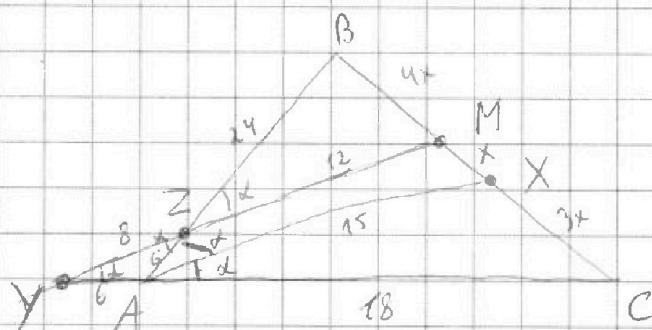
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



w 4



$$1) \angle BAX = \angle XAC = \alpha \\ (\text{AX - бисс})$$

$$\angle BZA = \angle BAM = \alpha \\ (\text{ZM} \parallel \text{AX}; \text{составл})$$

$$\angle BZM = \angle YZA = \alpha \\ (\text{вертикаль})$$

$$\angle YAZ = 180^\circ - \angle BAC = 180 - 2\alpha \\ (\text{степенные})$$

$$\angle ZYA = 180^\circ - \alpha - 180^\circ + 2\alpha = \alpha \\ (\text{по сумме углов в \triangle})$$

Dано

$$AC = 18$$

$$AZ = 6$$

$$YZ = 8$$

$$AM = MC$$

AX - бисс
 $\angle ZM \parallel AX$

BC - ?



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \Delta YAZ &\sim \text{правило} \\ (\angle ZYA = \angle AZY = \alpha) \\ \angle ZA &= YA = 6 \end{aligned}$$

2) по н. Менелая

$$\begin{aligned} \frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{ZA} \cdot \frac{AY}{YC} &= 1 \\ 1 \cdot \frac{BZ}{6} \cdot \frac{6}{6+18} &= 1 \quad (CM = MB \Rightarrow \frac{CM}{MB} = 1) \\ BZ &= 24 \end{aligned}$$

3) $\Delta BZM \sim \Delta BAX$
($\angle B$ - общий ; $\angle BZM = \angle BAX = \alpha$)

$$\begin{aligned} \frac{ZM}{AX} &= \frac{BZ}{BA} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5} = \frac{BM}{BX} \\ ZM &= 4y \quad AX = 5y \quad BM = \frac{1}{2} BC \quad (no yu) \\ BM &= 4x \quad 4x = CM \end{aligned}$$

4) $\Delta YM C \sim \Delta AXC$
($\angle MYA = \alpha = \angle XAC$;
 $\angle C$ - общий)

$$\begin{aligned} \frac{XA}{YM} &= \frac{XC}{CM} = \frac{BX}{4x} = \frac{3}{4} \\ \frac{5y}{4y+8} &= \frac{3}{4} \Rightarrow 20y = 12y + 24 \\ y &= 3 \quad AX = 15 \\ ZM &= 12 \quad YM = 20 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5) По мере компасов дли ΔYAZ

$$AZ^2 = YZ^2 + AY^2 - 2 \cdot YZ \cdot \cancel{AY} \cdot \cos \alpha$$

$$6^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha$$

$$36 \cos \alpha = 64 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{3}$$

6) ~~По мере компасов дли ΔABC~~

~~$$AC^2 = AX^2 + XC^2 - 2 \cdot AX \cdot XC \cdot \cos \alpha$$~~

~~$$9x^2 = 15^2 + 18^2 - 2 \cdot 15 \cdot 18 \cdot \frac{2}{3}$$~~

~~$$9x^2 = 225 + 324 - 360$$~~

6) По мере компасов дли ΔBMC

$$MC^2 = 400 + 576 - 2 \cdot 20 \cdot 24 \cdot \frac{1}{3}$$

$$MC^2 = \cancel{400} + \cancel{576} - 640$$

~~МС~~

~~МС~~

$$MC = \sqrt{336}$$

$$BC = \underline{\underline{2\sqrt{336}}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

н 6

Заметим, что у большинства раскрасок 4 способа получения (без поворота, с поворотом на 30° , с поворотом на 180° , с поворотом на 270°), но если так же и те, где центр изображения не является центром при повороте, то все раскраски (раскраски) симметричные относительно центра изображения, будут иметь лишь 2 способа получения (без поворота и с поворотом на 90°), т.к. если повернуть на 180° , то эта раскраска будет такой же как и без поворота. Таких симметричных узоров 40, т.к. всего узоров 81 и все кроме центрально симметричных пары \Rightarrow пара 40).

Всего способов раскрасок = $C_{81}^2 = \frac{81!}{78! \cdot 2!} = 3240$
из них 3200 способов где раскраски симметричны 4 способа получения и 40 способов где раскраски симметричны 2 способа получения

$$\text{Декларативных раскрасок} = \frac{3200}{4} + \frac{40}{2} = \underline{\underline{820}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ из _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} a_3 = a_1 + d \cdot 2 = 3x + 3 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_5 = a_1 + 4d = (x^2 + 2x)^2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_9 = a_1 + 8d = 3x^2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 + 2d = 3x + 3 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 + 4d = x^4 + 4x^3 + 4x^2 = x^2(x^2 + 4x + 4) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 + 8d = 3x^2 \end{array} \right.$$

$$6d = 3x^2 - 3x - 3 = 3(x^2 - x - 1)$$

$$2d = x^2 - x - 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 + x^2 - x - 1 = 3x + 3 \end{array} \right.$$

$$a_1 = -x^2 + 4x + 4 = -(x^2 - 4x - 4)$$

$$\cancel{-x^2 + 4x + 6} + \cancel{-4x^2 - 4x - 12} = 3x^2$$

$$-x^2 + 4x + 4 + 2x^2 - 2x - 2 = x^2(x^2 + 4x + 4)$$

$$x^2 + 2x + 2 = x^2(x^2 + 4x + 4)$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$\text{при } x = -1 \quad x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 =$$

$$= 1 - 4 + 3 + 2 - 2 = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = -1 - \text{корень уравнения} \end{array} \right.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r}
 x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\
 \underline{- x^4 + x^3} \\
 \hline
 3x^3 + 3x^2 \\
 \underline{- 3x^3 + 3x^2} \\
 \hline
 0 \rightarrow 2x - 2 \\
 \underline{- 2x - 2} \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 |x+1 \\
 \hline
 x^3 + 3x^2 - 2 \\
 \hline
 (x+1) \cdot (x^3 + 3x^2 - 2) = \\
 = x^4 + 3x^3 - 2x + x^3 + 3x^2 - 2 = \\
 = x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = (x+1) \cdot (x^3 + 3x^2 - 2) = \\
 = (x+1) \cdot (x+1) \cdot (x^2 + 2x - 2) = 0 \\
 \begin{array}{l}
 x = -1 \\
 D = 4 \cdot 8 = 12 \\
 x_{1,2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 x^3 + 3x^2 - 2 \\
 \underline{- x^3 + x^2} \\
 \hline
 2x^2 - 2 \\
 \underline{- 2x^2 + 2x} \\
 \hline
 - 2x - 2 \\
 \underline{- 2x - 2} \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 x+1 \\
 \hline
 x^2 + 2x - 2 \\
 \hline
 (x+1) \cdot (x^2 + 2x - 2) = \\
 = x^3 + 2x^2 - 2x + x^2 + \\
 + 2x - 2 = x^3 + 3x^2 - 2
 \end{array}$$

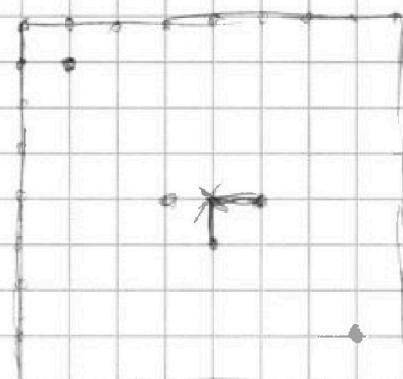
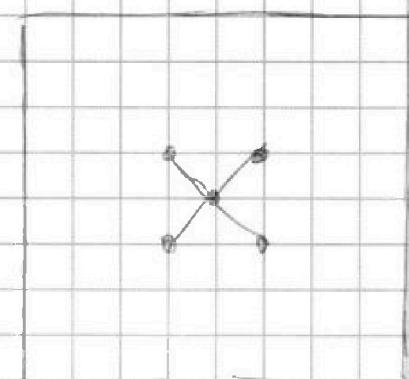


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



81.

$$C_{84}^2 = \frac{84!}{82! \cdot 2!} = \frac{84 \cdot 83}{2} = 33272 \quad 40 \cdot 81 = \\ = 3240$$

$$\begin{array}{r} 63 - 3 \\ 32 \\ + 126 \\ \hline 183 \\ \hline 2016 \end{array}$$

az min, 40 - 2 cm

$$\begin{array}{r} \times 81 \\ 3240 \\ \hline 3240 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32400 \quad 14 \\ 800 \quad | \\ \hline 4 \quad 820 \end{array}$$

$$2016 - 32 = \begin{array}{r} 1884 \quad 14 \\ 32 \quad | \\ \hline 4 \quad 38 \end{array} \quad 4 \text{ см.}$$

1984

$$x+1 + 2\sqrt{(x+1)(6-y)} + 6-y$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 + \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{array} \right.$$

$$y^4 - x^4 + 5(y^2 - x^2) + \sqrt{y} - \sqrt{x} = 0$$

$$(y^2 - x^2) \cdot (y^2 + x^2) + 5(y^2 - x^2)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^4 - y^4 = (x^2 - y^2) \cdot (x^2 + y^2) = (x-y) \cdot (x+y) \cdot (x^2 + y^2)$$

$$\begin{aligned} x^2 - y^2 &= (x-y) \cdot (x+y) = \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y})}{(x+y) \cdot (x^2 + y^2)} \\ &= (\sqrt{x} - \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y}) / (x+y) \end{aligned}$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y}) (\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (x+y) \cdot (x^2 + y^2)$$

~~$$(x^2 - y^2) \cdot (x^2 + y^2)^2 + 5(x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y}$$~~

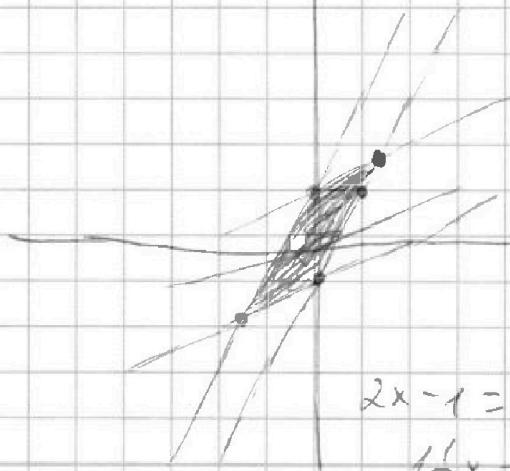
$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$|x-2y| \leq 2$$

$$|x-y| \leq 1$$

XY

$$\begin{cases} x-2y \leq 2 & y = \frac{x+2}{2} \\ x-2y \geq -2 & y = \frac{x+2}{2} \\ 2x-y \leq 1 & y = 2x-1 \\ 2x-y \geq 1 & y = 2x+1 \end{cases}$$



$$2x-1 = \frac{1}{2}x$$

$$\frac{1}{2}x = 1$$

$$x = \frac{2}{3}, \quad y = \frac{1}{3}$$

$$2x-1 = \frac{x+2}{2}$$

$$\frac{3}{2}x = 2 \quad x = \frac{4}{3}$$

$$\frac{2-6}{3} + 3 \cdot \frac{1}{3} = 5$$

$$y = \frac{8}{3} - 1 = \frac{5}{3}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases} \quad (1)$$

$$4y + 8x \rightarrow \max$$

$$4(y+2x) \rightarrow \max$$

$$(1): |x - 3y| \leq 3$$

$$-3 \leq x - 3y \leq 3$$

$$(2): |3x - y| \leq 1$$

$$-1 \leq 3x - y \leq 1$$

$$-4 \leq 4x - 4y \leq 4$$

$$-1 \leq x - y \leq 1$$

$$3x - y \quad y + 1 \leq x \quad \text{с } (y+1) \quad y = 3x + 1$$

$$\frac{5}{4} \cdot 4 + \frac{3}{4} \cdot 8 \quad y = 3x - 1$$

$$5 + 6 = 11$$

$$2 \frac{2}{3} x = 2$$

$$\frac{8}{3} x = 2$$

$$8x = 6$$

$$x = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$y = 3 \cdot \frac{3}{4} - 1 = \frac{5}{4}$$

$$\begin{cases} 3x - y \leq 1 \\ 3x - y \geq -1 \end{cases} \quad y \geq 3x + 1$$

$$\begin{cases} x - 3y \leq 3 \\ x - 3y \geq -3 \end{cases} \quad y \geq \frac{x-3}{3}$$

$$\begin{cases} x - 3y \leq 3 \\ x - 3y \geq -3 \end{cases} \quad y \leq \frac{x+3}{3}$$

$$\begin{cases} x = 3x - 1 \\ x = 3x + 1 \end{cases} \quad x = 2$$

$$4y + 8x \rightarrow \max \quad 25x = 1$$

$$12y + 8 \rightarrow \max \quad x = \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{2}x = \frac{3}{5} \quad x = \frac{3}{5}$$

$$\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = \frac{x}{6} \quad y = \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{2}x = 1 \quad x = \frac{4}{5} \quad \frac{4}{5} + \frac{16}{5} =$$

$$\frac{5}{3}x = 6 \quad x = \frac{18}{5} = \frac{20}{3} \quad y = \frac{4}{3}$$

$$y = 3 \cdot \frac{7}{5} + 1$$

$$\frac{x+3}{3} = 3x - 1 \quad \frac{2x-5}{5} = \frac{16}{5} \quad x = \frac{7}{3} \quad x = 2$$

$$\frac{x}{3} + 1 = 3x - 1 \quad 2 = 2 \frac{1}{3}x \quad x = \frac{6}{7}$$

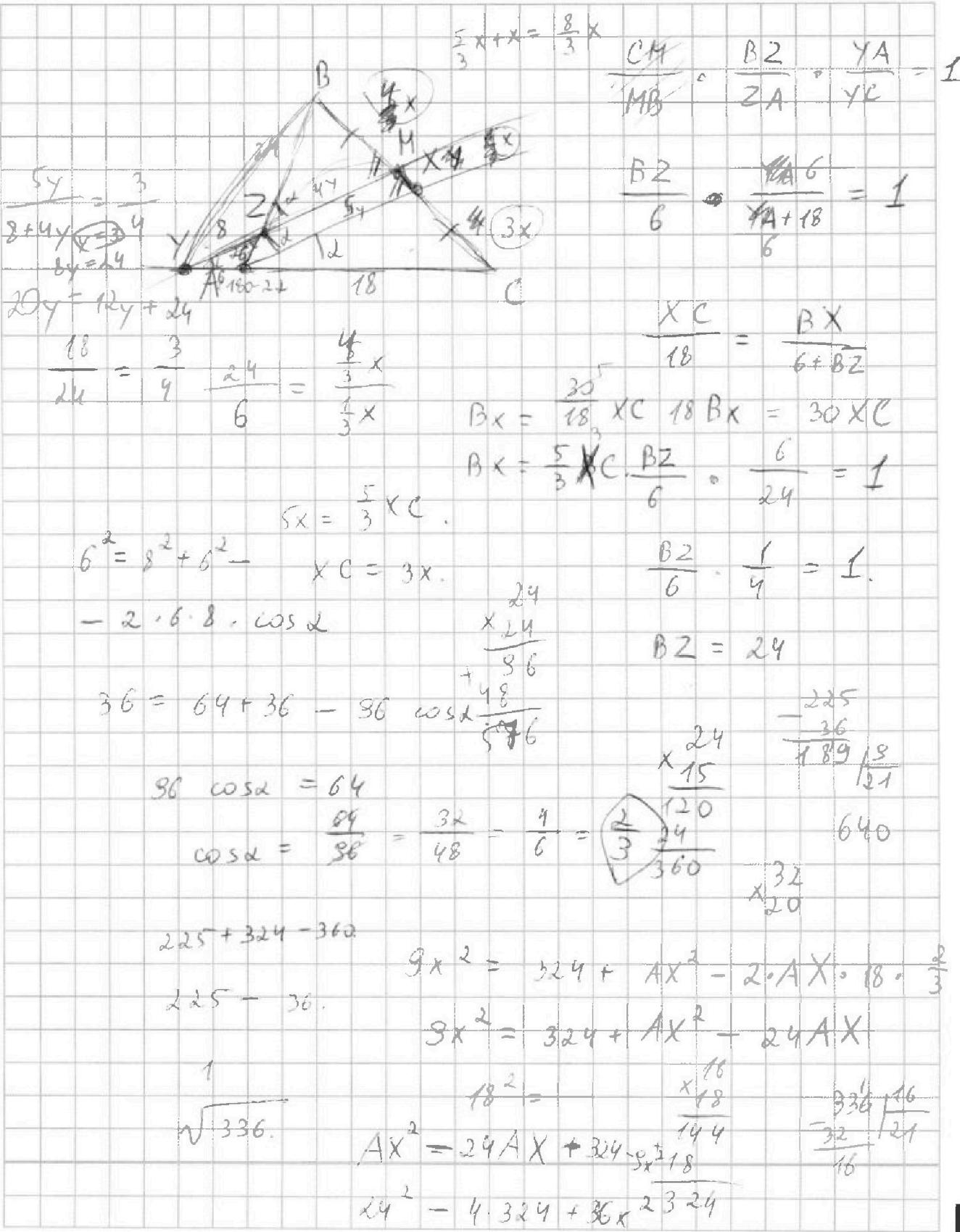
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - y^2 = t$$

$$(x-y)(x+y) = t$$

~~$$\sqrt{x+1} = \sqrt{6-x} + 5$$~~

$$x^4 - y^4 + 5(x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(x^2 + y^2)t + 5t + \frac{t}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = 0$$

$$t = \cancel{\text{все члены}}$$

$$x+5 = y+5$$

$$t = \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{x^2 + y^2 + 5}$$

$$x^2 + 2x + y = y^2 + 2y + 5$$

$$(x-y) \cdot (x+y) + 2(x-y) = 0 \quad (x-y)(x+y+2) = 0$$

$$x+1 - 2\sqrt{x+1} - (6-y)^2 + 6 - y^2 = 2(6+5x-y^2) -$$

$$- 20\sqrt{6+5x-y^2} + 25$$

$$20\sqrt{6+5x-y^2} - 2\sqrt{6x-y-xy+6} = -2y^2 + 10x + 12 +$$

$$20(6+5x-y-xy+6) = -2y^2 + 10x + 12 +$$

$$y = \underline{-7+25} + 18$$

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y} = -2y^2 + 10x + y + 30$$

$$x > 0 \quad y > 0$$

$$\sqrt{5x+6-x^2} = 15$$

$$5x+6-x^2 = 225$$

$$5x+6-x^2 = 9$$

$$x = y$$

$$\frac{18 \pm 6}{8} = \left[\frac{3}{2} = \frac{9}{2} \right] x^2 - 5x + \frac{15}{4} = 0$$

$$D = 25 + 15 = 40$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{40}}{2}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$D = 36 - 4 \cdot 9 = 36.$$

$$\sqrt{x+1} - 2\sqrt{(5x+6-x^2)} + 6 - x = 2y(6+5x-x^2) -$$

$$\sqrt{x+1} - 2t + 6 - x = 4t^2 - 20t + 25$$

$$4t^2 - 18t + 18 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

w 5

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \quad (1) \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x+5y^2} \quad (2) \end{array} \right.$$

$$(2): x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

203

$x > 0$

$y > 0$

$$x = y$$

$$(1) \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$x+1 - 2\sqrt{(x+1)(6-x)} + 6-x = 4(6+5x-y^2) - 20\sqrt{6+5x-y^2} + 25$$

$$\sqrt{6+5x-y^2} = \sqrt{(x+1)(6-x)} = t \quad t > 0$$

$$x+1 - 2t + 6-x = 4t^2 - 20t + 25$$

$$4t^2 - 18t + 18 = 0$$

$$D = 18^2 - 4 \cdot 4 \cdot 18 = 36$$

$$t_{1,2} = \frac{18 \pm 6}{8} = \left[\frac{3}{2}, 3 \right]$$

Ответ:

$$\frac{5+\sqrt{13}}{2}, \frac{5-\sqrt{13}}{2}$$

$$(2,5+\sqrt{10}), (2,5-\sqrt{10})$$

$$(3,5-\sqrt{10}), (2,5+\sqrt{10})$$

$$\sqrt{6+5x-y^2} = 3 \Rightarrow x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$D = 25 - 12$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\sqrt{6+5x-y^2} = 1,5$$

$$x^2 - 5x - \frac{15}{4} = 0$$

$$D = 25 + 15 = 40$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 2\sqrt{10}}{2} = 2,5 \pm \sqrt{10}$$