



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Раньше члены арифметической прогрессии представляются

$$\text{так, } a_n = a_1 + (n-1)d.$$

Выразим d через a_3, a_5 и a_7, a_9

$$a_5 - a_3 = 2d = a_5 - a_1 - 2d \Leftrightarrow d = \frac{(a_5 - a_1)^2 - 3a_1 - 3}{2}$$

$$d = \frac{a_9 - a_7 = 2d = a_9 - a_5 - 2d \Leftrightarrow d = \frac{3a_7^2 - (a_5 + a_7)^2}{4}$$

Приведем к виду $d = \dots$

$$\frac{(a_5 - a_1)^2 - 3a_1 - 3}{2} = \frac{3a_7^2 - (a_5 + a_7)^2}{4}$$

$$2((a_5 - a_1)^2 - 3a_1 - 3) = 3a_7^2 - (a_5 + a_7)^2$$

$$3(a_5 - a_1)^2 - 6a_1 - 6 - 3a_7^2 = 0$$

$$3x^4 + 12x^3 + 12x^2 - 6x - 6 - 3x^2 = 0$$

$$3(x^4 + 4x^3 + 3x^2) - 6(x+1) = 0$$

$$36x^2(x+1)(x+3) - 6(x+1) = 0$$

$$(3x^2(x+3) - 6)(x+1) = 0$$

$$x+1 \neq 0$$

$$3x^3 + 9x^2 - 6 = 0$$

$$x = -1$$

$$3(x+1)(x^2+2x-2) = 0$$

$$x = -1$$

$$3x = -1; \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2}; \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2}$$

корни $x = -1$

корни $x = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2}$

$$\text{Ответ: } x = -1, x = \frac{-2 + \sqrt{12}}{2}; x = \frac{-2 - \sqrt{12}}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

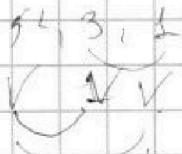


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$



$$18^2 + 30^2 = 6^2(3^2 + 5^2) = 6^2 \cdot 2 \cdot 17$$

$$2x - 3y \leq 3$$

$$3x - y \leq 1$$

$$4x - 4y \leq 4$$

$$x - y \leq 1$$

$$A = mn \cdot (m+n)^2 - g(m+n)$$

$$A = (m+n-g)(m+n) = 13n^2$$

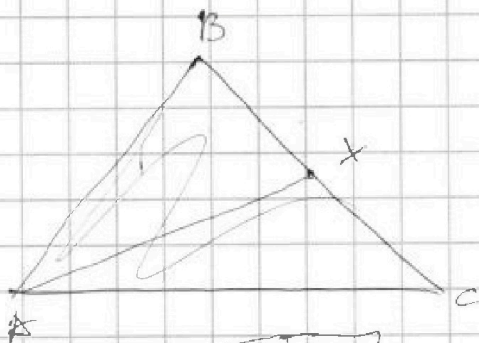
$$B = mn(m+n-3) = 25n^2$$

$$45 \cdot n = 130 \cdot n$$

$$\frac{2.5}{6.5} = \frac{10}{20}$$

$$45 \cdot 9$$

$$\sqrt{(-6 \pm 6)^2}$$



$$a^2 + b^2 + 5 = 2\sqrt{b^2 + 10b + 25} + 35$$

$$a^2 + b^2 = 20 + 6^2$$

$$a - b + 5 = 2\sqrt{b^2 + 10b + 25} + 35$$

$$\sqrt{6+5x-y^2} = \sqrt{-a^2 + 12a + 56 - 35}$$

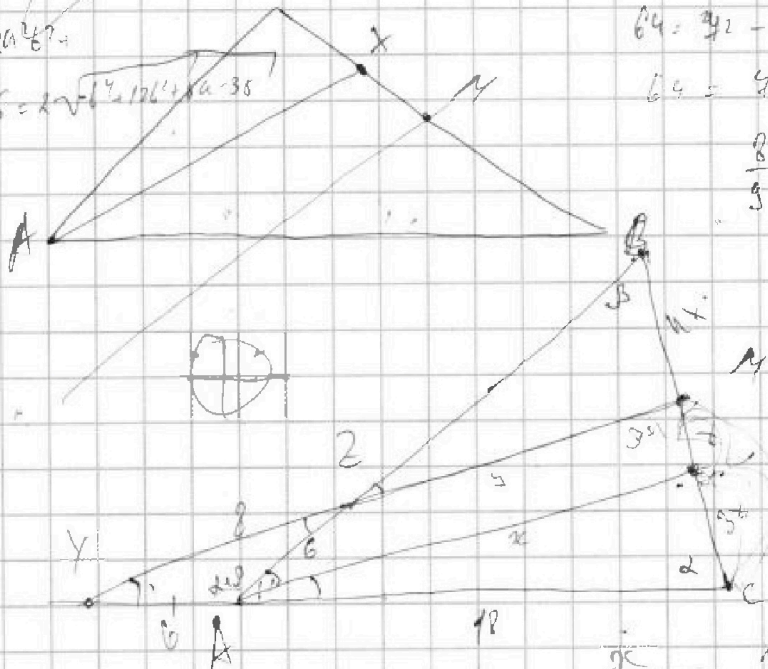
$$64 = 42 - 2 \cdot 30 \cdot \cos 2$$

$$64 = 42(1 - \cos 2)$$

$$\frac{6}{5} = (1 - \cos 2)$$

$$\cos 2 = \frac{1}{9}$$

$$\frac{16}{5^2} = \frac{16}{25}$$



$$\frac{36}{24} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$

$$39 + 24 = 4x$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases} \quad \text{Рассмотрим четыре случая для правой части}$$

$$\begin{cases} 0 \leq x - 3y \leq 3 \\ 0 \leq 3x - y \leq 1 \end{cases} \quad \text{Получим} \quad \begin{cases} x \geq 3(y-1) \text{ и } x \leq \frac{1+y}{3} \\ \text{Тогда} \quad \frac{1+y}{3} \geq 3(y-1) \Rightarrow x \geq 3(y-1) \end{cases}$$

$$1+y \geq 9y-9 \Leftrightarrow 10 \geq 8y \Rightarrow y \leq 1,25 \Rightarrow x \leq 0,75, \text{ Тогда}$$

$$\max(4y + 8x) = 5 + 6 = 11$$

$$\begin{cases} 0 \leq x - 3y \leq 3 \\ 0 \leq y - 3x \leq 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 3(y+1) \\ x \geq \frac{y-4}{3} \end{cases} \quad \text{Тогда}$$

$$3(y+1) \geq \frac{y-4}{3} \Rightarrow y \geq 1,25, \quad x \geq 0,75$$

$$y - 3 \geq 3x \Rightarrow y \geq 3 + 3x, \quad x \geq \frac{y}{3}$$

допустим $x \geq 3y \Rightarrow x = 3y + d, \quad d \leq 3$

то $|3x - y| \leq 1 \Rightarrow |(9y + 3d) - y| \leq 1, \quad -1 \leq 8y + 3d \leq 1$

Тогда y макс = $\frac{10}{8}$ при $d = -3$. Тогда не максимум

Максимизируем $4y + 8x = 28y + 8d \leq \frac{8}{3} + \frac{20}{3}y \leq \frac{8}{3} + \frac{20}{3} \cdot \frac{10}{8} \leq 11$

Если $x - 3y < 0$, то $3y \geq x + 1$, тогда $-3 \leq d \leq 3$

Тогда $|3x - y| = |3x - \frac{x+d}{3}| = |\frac{8x}{3} - \frac{d}{3}| \leq 1$

$$-3 \leq 8x - d \leq 3 \Rightarrow 8x \leq 3 + d$$

max 1. Тогда $4y + 8x = \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}d + 8x = \frac{28x + 4d}{3} \leq \frac{14 \cdot (3+d) + 4d}{3}$

$$\frac{4}{3} + \frac{14d}{3} \leq 11, \quad \text{при } d \leq 3$$

Ответ: $4y + 8x \leq 11$, критичн $y = 1,25, x = 0,75$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + n^2 + 2mn - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

1) Рассмотрим случай, когда $A = 13p^2$, $B = 45q^2$

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

$$mn(m+n-3) = 45q^2$$

Тогда $\log(m+n-9, m+n) = (m+n, 9)$ По лемме Дурессе

тогда $m+n-9$ делится на 3 и 9. Если $m+n = 9k$, то

$$m+n-9 = 9(k-1) > 0, \text{ т.к. } 13p^2 > 0, \text{ то}$$

$(m+n)(m+n-9) = 9 \cdot 3^4 k(k-1)$ но это число делится на 3^4 а делитель не может делиться на p^2 , при $p=3$.

Тогда $m+n = 3k$, то $m+n-9 = 3(k-3)$, тогда

$$(m+n)(m+n-9) = 3k \cdot 3(k-3) = 9^2 \cdot k(k-3) = 13p^2 \text{ при } p=3 \Rightarrow p=3$$

$$\text{но тогда } k(k-3) = 13 \Leftrightarrow k^2 - 3k - 13 = 0 \Rightarrow \Delta = 9 + 4 \cdot 13 = 61 \text{ тогда } k \notin \mathbb{Z}$$

но $k \in \mathbb{Z}$ тогда $m+n \notin 3$.

Если $m+n \notin 3$, то и $(m+n-3) \notin 3$, тогда что-то

рассмотрим число B , оно делится на 3, тогда что-то из

m, n делится на 3.

Так как $\log(m+n)(m+n-9) \leq 9 = 1$, то одно из этих

чисел будет равным 13, так как $13p^2 = (m+n)(m+n-9) =$

$a \cdot b$, где $\log(a, 6) = 1$, то одно из них равно 13 другое

p^2 , и так комбинируя возможно кроме случаев

$(m+n-9) = 1$, тогда $\Leftrightarrow m+n = 10$ но $10 \neq 13p^2$. Значит

$$1) \begin{cases} m+n = 13 \\ m+n-9 = p^2 \end{cases} \Rightarrow p=2 \text{ и } \begin{cases} m+n-9 = 13 \\ m+n = 22 \neq p^2 \end{cases} \text{ не подходит}$$

Рассмотрим число $B = mn(m+n-3) = mn \cdot 10 = 45 \cdot q^2$, тогда

$$45q^2 : 10 \Leftrightarrow 45q^2 : 2 \Leftrightarrow q^2 : 2 \Rightarrow q=2.$$

Поэтому, что $\begin{cases} m+n = 13 \\ mn = \frac{45 \cdot 4}{10} = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} (m, n) = (10, 3) \\ (m, n) = (3, 10) \end{matrix}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) Разберем второй случай $A = 459^2$, $B = 135^2$

тогда мы знаем, что $A = (m+n)(m-n) = 459^2 = 3 \cdot 5^2 \cdot 9^2$.

Значит, если $(m+n)/(m-n) \div 3$, то тогда

$(m+n)/(m-n) \div 9$, т.е. $\text{НОД}(m+n, m-n) = 3, 9$. Если

было деление на 3, то и другое. Тогда $q^2 = 3$, так как

$$459^2 \div 9 \Rightarrow 269^2 \div 3 \Rightarrow q = 3$$

$A = (m+n)(m-n) = 3 \cdot 3^2 \cdot 5^2$, так как $(m+n, m-n) = 3, 9$, то не 5, но одно из них делится на 5^2 . Тогда

$$\begin{cases} m+n = 3 \cdot 5^2 \\ m-n = 9 \end{cases} \begin{cases} m+n = 3 \\ m-n = 3^2 \cdot 5^2 \end{cases} \begin{cases} m+n = 3^2 \cdot 5^2 \\ m-n = 3 \end{cases} \begin{cases} m+n = 3^2 \\ m-n = 9^2 \cdot 3 \end{cases}$$

тогда $\begin{cases} m+n = 45 \\ m-n = 9 \end{cases}$ — не подходит $\begin{cases} m+n = 3^2 \cdot 5^2 \\ m-n = 3 \neq 9 \cdot 25 = 225 \end{cases}$ — не подходит.

Тогда во втором случае у нас есть ответ.

Она: $(m, n) = (3, 40); (40, 3)$

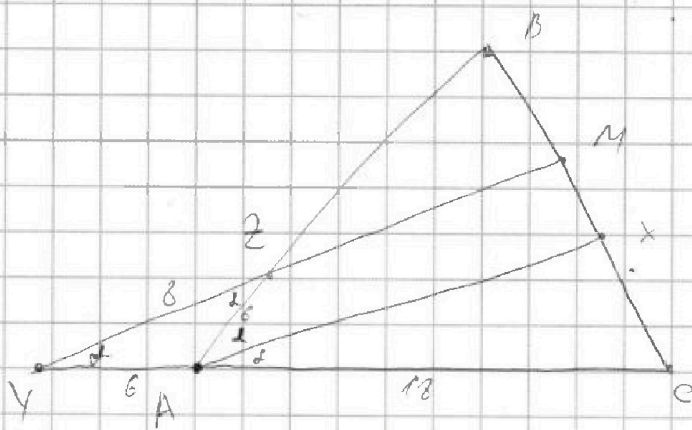


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
↓ ИЗ ↓

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Ax - биссектриса.

$$\angle BAX = \alpha$$

$$\angle XAC = \alpha$$

$$MY \parallel AX \Rightarrow \angle YZA = \angle ZAX = \alpha$$

т.к. M - середина BC

$$MY \parallel AX \Rightarrow \angle MYC = \angle XAC$$

т.к. Y - середина AC

$$\angle ZYA = \alpha = \angle ZYA \Rightarrow \triangle YZA - \text{р/в} \Rightarrow ZA = AY = 6$$

$AX \parallel MY \Rightarrow \triangle CAX \sim \triangle CYM$ / по двум углам и $\angle XAC = \angle MYC$

$$\frac{CA}{CY} = \frac{CX}{CM} \Rightarrow \frac{CA}{CY} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2} = \frac{CX}{CM} \Rightarrow CM = 2CX$$

$$\text{т.к. } M - \text{середина } CB \Rightarrow \angle MC = 8x \Leftrightarrow BX + XC = 2MC \Rightarrow BX = 8x \Rightarrow 3x = 5x$$

По свойству биссектрисы $\frac{CX}{AC} = \frac{BX}{AB} \Rightarrow \frac{3x}{12} = \frac{5x}{y} \Rightarrow y = 30$

Найдем $\cos \angle ZAY$ по формуле косинусов

$$ZY^2 = AZ^2 + AY^2 - 2AZ \cdot AY \cdot \cos \angle ZAY \Rightarrow \cos \angle ZAY = \frac{1}{3}$$

$$\cos \angle BAC = -\cos(40^\circ - \angle ZAY) = -\cos \angle ZAY = -\frac{1}{3}$$

По формуле косинусов найдем BC

$$BC = \sqrt{AC^2 + AB^2 - 2 \cdot \cos \angle BAC \cdot AC \cdot AB} = \sqrt{12^2 + 2 \cdot 1080} = \sqrt{1440} =$$

$$\sqrt{4 \cdot 9^2} = 38$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим ~~$x \geq 26$~~ ~~$a = \sqrt{x+1}$~~ ~~$\text{и } b = \sqrt{6-x}$~~

$$a^2 = x+1, \quad b^2 = 6-x \Rightarrow x = 6-b^2 \Rightarrow a^2 = 4-b^2 \Rightarrow a = \sqrt{4-b^2}$$

$$a - b + 5 = 246 \Rightarrow a(1-26) = 6-5 \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{4-b^2}(1-26) = 6-5 \quad \text{возведем обе части в квадрат}$$

$$(4-b^2)(1-46)^2 = b^2 - 10b + 25$$

$$4 + 206b^2 - 281 + 46^2 - 46^3 - 6 = b^2 - 10b + 25 \quad | : 24b^2 - 18$$

$$326b^2 - 19 - 46^3 - 12 = 0 \quad \text{Возведем в квадрат}$$

$$326b^2 - 19 - 46^3 - 12 = 0$$

$$D = 62^2 - 4 \cdot 18 \cdot 12 = \sqrt{2922}$$

$$b_{1,2} = \frac{62 \pm \sqrt{2922}}{24} = \frac{62 \pm \sqrt{2922}}{24}$$

$$b - x \geq \sqrt{\frac{62 \pm \sqrt{2922}}{24}}$$

$$x = 6 - \sqrt{\frac{62 \pm \sqrt{2922}}{24}}$$

~~$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6-x} + 1(x+1)$$~~

~~$$\sqrt{x+1} + 1 = 2\sqrt{6-x} + x + 1 \quad | -1$$~~

a



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

Заметим, что из-за $\sqrt{x}, \sqrt{y} \Rightarrow x, y \geq 0$, и $\sqrt{6-y} \Leftrightarrow y \leq 6$.

Возведем первую переменную в квадрат.

$$(x+1) + (6-y) - 2\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{6-y} +$$

Равно нулю вторую переменную по $x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$, то

если $x > y \geq 1$ то левая часть больше чем правая, тогда
 $x^4 - y^4 = 0 \Rightarrow x^2 - y^2 \geq 0, \sqrt{x} \geq \sqrt{y}$, тогда

$$1 \geq x \geq y \geq 0$$

$$x^4 - y^4 + 5(x^2 - y^2) - \sqrt{x} + \sqrt{y} = (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x^2 - y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2 + 5) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = (x-y)(x+y)(x^2 + y^2 + 5) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) =$$

$$= (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + y^2 + 5)(x+y) + 1 \geq 0$$

$$\begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0 \\ B + 1 = 0 \end{cases} \begin{cases} \sqrt{x} = \sqrt{y} \\ B \end{cases}$$

$$B = -1, \text{ но конъюнкция истинна } B$$

если из нулю множителя множители $\sqrt{x} + \sqrt{y} \geq 0$,

$x^2 + y^2 + 5 \geq 0, x+y \geq 0$, тогда возможно не иметь вариантов

когда $x = y$, то еще

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{(x+1)(6-x)} = 2\sqrt{(x+1)(6-x)}$$

~~...~~

~~...~~ Заметим что $x \leq 6$, тогда

$$2\sqrt{(x+1)(6-x)} \leq$$

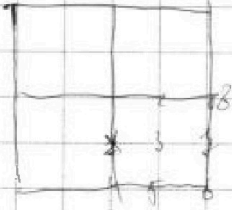


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

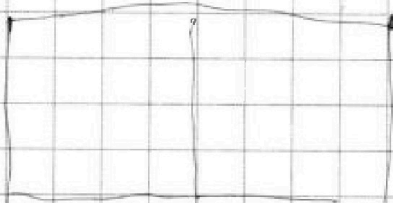
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Точка комбинаторного вопроса для учета
равно $C_2^1 \cdot C_3^1 = 6 \cdot 3 = 18$
в сумме всего для квадрата

$$2^3 \times 2^2 = 6 \cdot 3 = 18$$

Для 2×8 квадрата те же самые условия



Для 2×8 квадрата $C_{10}^1 \cdot C_{20}^1 = 10 \cdot 20 = 200$

Для 2×8 квадрата $2^4 \cdot 2^4 = 16 \cdot 16 = 256$

Для $2^3 \times 2^5$ квадрата $100 + 576 + 400 = 1076$

Всего: 1076

1 2 3 4 5
10 1 2 3 4
12 13 14 15
16 17 18 19 20



21 22 23 24
25 26 27 28 29
30 31 32 33 34
35 36 37 38 39
40 41 42 43 44

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

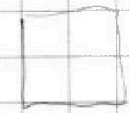


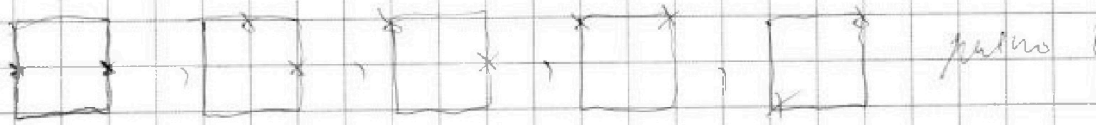
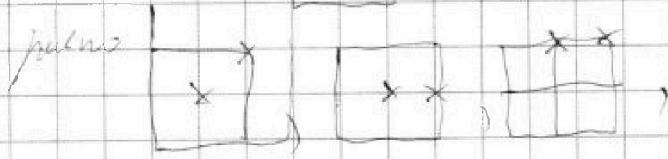
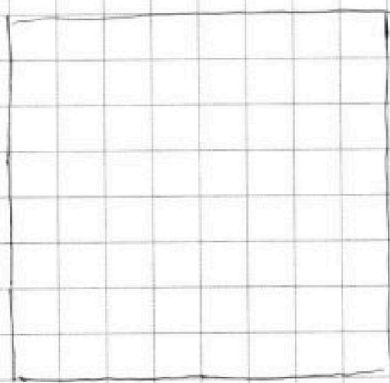
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

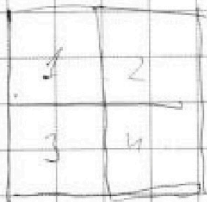
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Взвешивать по окружности
по n , также между или между
количеством на крайних в 2×2 квадрате

Дано: $n=1$.  количество ребер

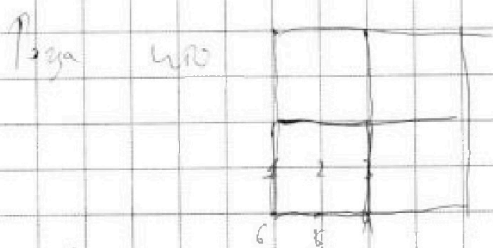


Для $n=2$ мы получим либо либо два угла
нет



в одном из квадратов. Тогда можно
и 2 квадрата. Тогда еще есть

Случай когда на краях два угла в разных квадратах



это либо соседних два квадрата
либо противоположных. Если соседних
то нам из каждого надо выбрать по
одному углу, кроме углов, которые

объединяются в центре квадрата. Могут быть
три случая или уже рассмотрели. Тогда количество
таких квадратов для пары i или равно $C_1^i C_1^i = 3i$
расположены между собой, когда они не соседние по часовой



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

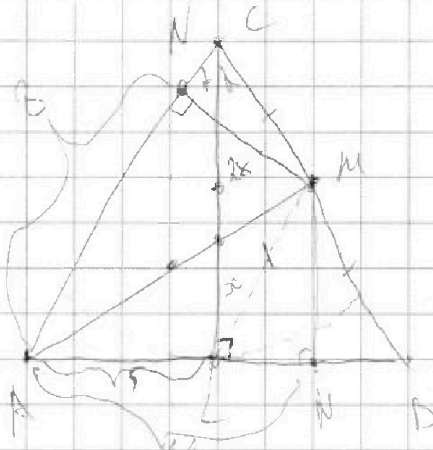
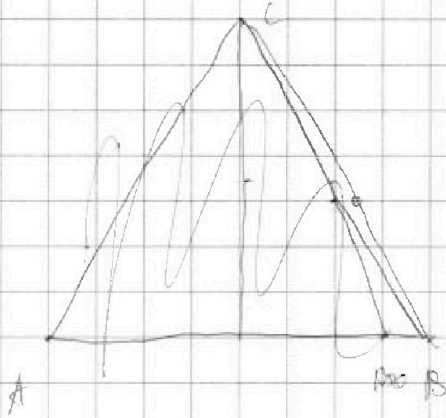
$$\angle MCE = \angle BDC = 50^\circ$$

CD - биссектриса и $CE \perp AB \Rightarrow \triangle ABC - \text{равнобедренный} \Rightarrow AC = CB$

\Rightarrow тогда CE - медиана $AB = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} AC = 10$

$$\angle A = 50^\circ$$

Тогда перпендикуляр радиусов



Тогда CM - ср. линия $\angle M = \frac{1}{2} \angle C = \frac{1}{2} (AN + CM)$

$$\angle M = \frac{1}{2} \angle C \text{ (CB-медиана)}$$

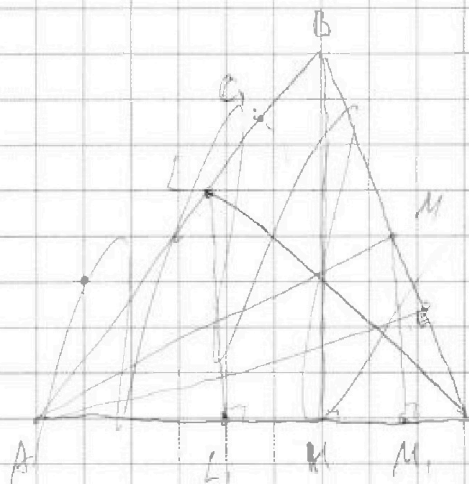


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



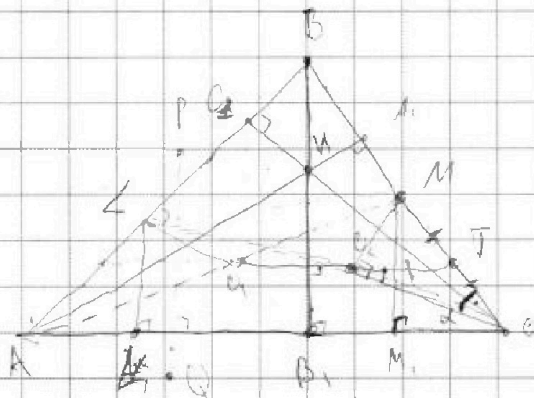
$\angle N \perp AC$, т.к.
 $\angle LNA$ опирается на диаметр
 $AN = B$ $M_1 = M$
 $AB = 10$

Точки N, E, C лежат на Ω
 Точки A, M, M_1 - лежат на ω
 т.к. касание у них

Вспомогательная прямая соединяющая центры окружностей ω, Ω

Вспомогательная прямая PQ , так как $O_1 O_2 \perp PQ \Rightarrow O_1 O_2 \perp BB_1$, и $BB_1 \perp AC \Rightarrow AC \parallel PQ$
 $PQ \perp O_1 O_2 \Rightarrow PQ \parallel BB_1, \Rightarrow AC \parallel PQ$
 $\angle C_1 O_1 = \angle C C_1 = \alpha$

Т.к. CL - биссектриса $\Rightarrow \angle C_1 C L = \angle L C M = \alpha$



$\angle C C_1 O_1 = \angle C C_1 M + \angle C_1 O_1 M = \angle L C M + \angle C_1 O_1 M$

$\angle L C C_1 = \angle L M C$

Значит $MC = AC$ и $\angle M = \angle C$

$AC = AM + MC = AM + AC$

AA_1 и MM_1 - линии параллельны

$\angle A_1 A C = \angle M M C = 90 - 2\alpha$

$\triangle ALM \sim \triangle ABB_1$ (т.к. $\angle B A M = \angle B B_1 A$ и $LM \parallel BB_1$) $\Rightarrow \frac{AL}{BB_1} = \frac{AM}{AB_1}$

$\Rightarrow \frac{AL}{BB_1} = \frac{AM}{AB_1}$. Продолжим $O_1 O_2$ до пересечения с BC

т.к. $O_1 O_2 \parallel AC$ и O_1 - середина AM то $O_1 O_2 \parallel MC = T$ то $MT = TC$

$O_1 O_2 \parallel AC \Rightarrow \angle T O_2 C = \angle O_2 C A = \alpha$ (т.к. $\angle T O_2 C = \alpha = \angle T C O_2$, а

$\Rightarrow \triangle O_2 T C$ - равнобедренный $\Rightarrow \angle T O_2 C = \angle T C O_2 = \alpha \Rightarrow \angle M O_2 C = 90^\circ$, т.к.

$\angle O_2 = \angle O_2 C$ т.к. $AO_2 \perp LC$ то $LM = MC$, $MC = \frac{1}{2} AB \Rightarrow$

$LM = BM = \frac{1}{2} AB$ т.к. $LM = MB = MC$ то M центр окружности

или центра описанной $\triangle ABC \Rightarrow ABC$ - равнобедренный $\Rightarrow \angle B C C = 90^\circ$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{x-6} + 5 = 2\sqrt{(x+1)(x-6)}$$

$$AB_1 = AC - 2CM_1 = AC - 2 \frac{CM \cdot CA_1}{CA} = \frac{CA^2 - CM \cdot CA_1}{CA} =$$

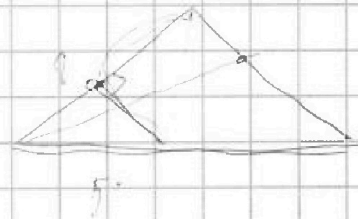
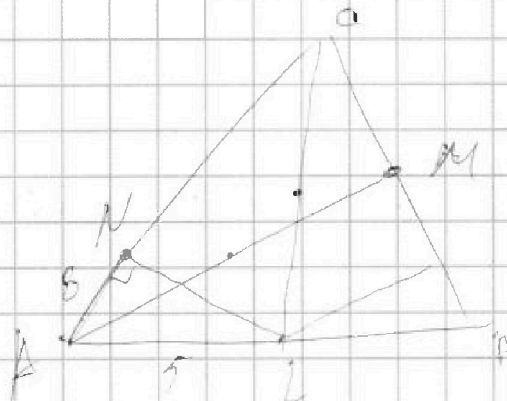
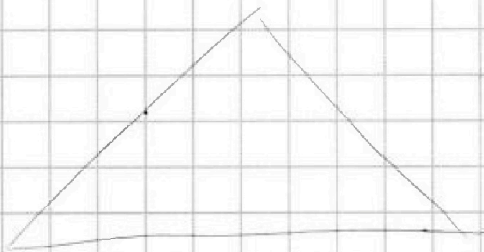
$$\frac{CA^2 - \frac{1}{2} LB \cdot CA_1}{CA} = CR = \frac{1}{2} \cdot \frac{LB \cdot CA_1}{CA} = CA - \frac{1}{2} \cdot \frac{LB}{CA} \cdot CA_1$$

$$AB_1 = CA - \frac{LB}{2A} \cdot CA_1$$

$$AB_1 = \frac{B \cdot 10}{2A} = CA - \frac{LB}{2A} \cdot CA_1$$

$$BD = CA - LA - LB - CA_1 = CA(2A - LB \cdot \cos 2\alpha)$$

$$CA(2A - LB \cdot \cos 2\alpha) = AB_1$$





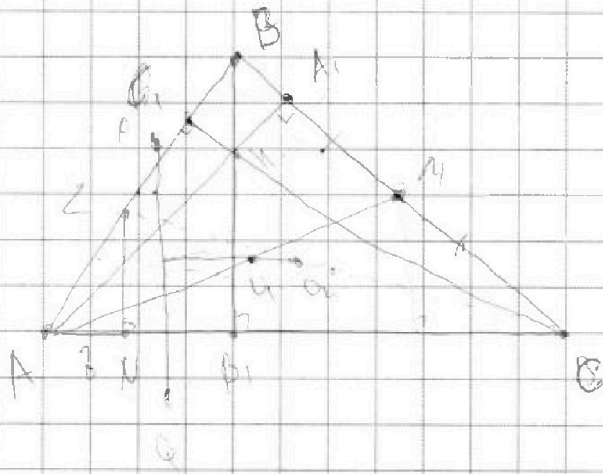
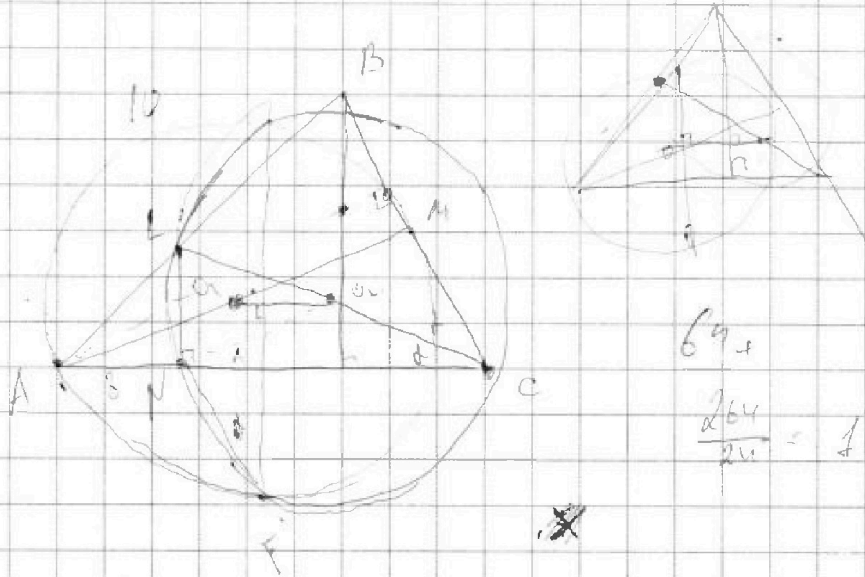
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_3 = 3x + 13$$

$$a_5 = (x^2 + 2x)^2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$a_9 = 3x^2$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \quad \text{3-й член равен 10, поэтому арифметическая прогрессия}$$

$$\text{Тогда } a_9 - a_3 = 10 - 9 - d \quad 2 + 4d - a_1 = 2d$$

$$a_9 - a_3 = x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3 - (3x^2 - x^4 - 4x^3 - 4x^2) = 2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 6x - 6 = 0$$

$$2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 6x - 6 = 0$$

$$3x^4 + 9x^3 + 12x^2 - 6x - 6 = 0$$

$$3(x^4 + 3x^3 + 3x^2) - 6(x+1) = 0$$

$$3x^2(x+1)(x+3) - 6(x+1) = 0$$

$$3x^2(x+1)(x+3) - 6(x+1) = 0$$

$$(x+1)(3x^2(x+3) - 6) = 0$$

$$x = -1$$

$$3x^3 + 9x^2 - 6 = 0$$

$$x^3 + 3x^2 - 2 = 0$$

$$x = -1$$

$$\sqrt{6+5x+9} = \sqrt{10-9+5(-3)-31} = \sqrt{(1-6)^2 + 5/6}$$

$$\sqrt{x+1} = \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-9}$$

$$6+5x-y^2 = -(6-y)^2 + 12 + 6 + 5 = -y^2 + 36 + 5$$

$$-3x - y^2 + 12y + 11 = -y^2 + 36 + 5$$

$$14x + 3 = 36 + 12y + 12$$

$$14x = 45 + 12y$$

$$\sqrt{14x}$$

$$(x-y)(x^2+y^2)(x+y) + (\sqrt{x}-\sqrt{y}) + 5(x^2-y^2)$$

$$(x^2-y^2)(x+y) + 5 + (\sqrt{x}-\sqrt{y}) = 0$$

$$(x-y)(x+y)$$

$$(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x+y)(\sqrt{x}-\sqrt{y})$$

$$(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x+y)(\sqrt{x}+\sqrt{y})$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 - 2 \\ - (x^3 + 3x^2 - 2) \\ \hline 0 \end{array}$$

$$-2x^2 - 2$$

$$2x^2 + 2$$

$$-2x - 2$$

$$\begin{array}{r} x+1 \\ x^2+2x-2 \\ \hline x^2+2x-2 \end{array}$$

$$D = 4 + 4 \cdot 2 = 12$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2}$$

$$3 \pm$$

$$13$$

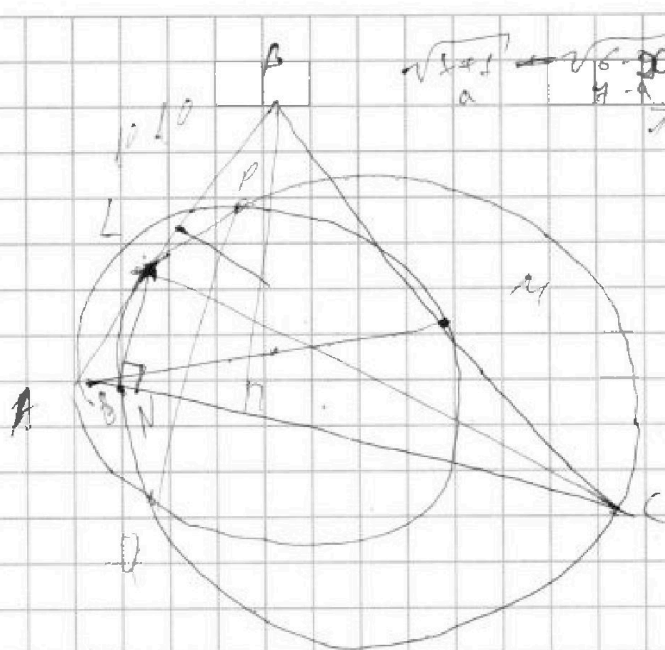


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{(x+1)(6-x)}$$

$$18.25 / 31$$

$$23/31$$

$$\frac{6+5x-x^2}{-x^2-x} \Big/ \frac{x+6}{-x+6}$$

$$x-y = 1 \quad d \geq 12$$

$$a-6+5 = 206$$

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x-3y \leq 3 \\ 3x-y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-y \leq 1 \\ a^2 = x+6 \\ b^2 = 6-x \\ a+b = 12 \end{cases}$$

$$x \leq 3(y+1) \quad (x-1)(y) = 2x+x-y \leq 1 \quad x = \sqrt{6-b^2}$$

$$x \leq \frac{1-y}{3} \quad P(x)(x+1) - P(x)d + 2x \leq 1 \quad a^2 = y+6^2$$

$$a = \sqrt{y+6^2}$$

$$x-3y \leq 3 \quad x \leq 3(y+1) \quad x \leq \frac{1-y}{3} \quad 90 - \frac{d}{1}$$

$$3x-y \leq 1 \quad 31 \quad 964.4 \quad 48 - 48 \quad 960 - 48$$

$$y \leq 1 \rightarrow 3x-1 \quad 3600 - 244 \quad (x+4)(y-1) \quad 812$$

$$\sqrt{x(x-y^2)}(x+2y+5) + (\sqrt{x-y}) = 0$$

$$3644 - 912 = 2922 \quad 1461$$

$$(x-y)(x+y)(x+y+5) + (\sqrt{x-y}) = 0$$

$$2 \cdot 3.5^2$$

$$(\sqrt{x-y})(\sqrt{x+y})(x+y)(x+2y+5) + 1) \geq 0$$

$$(x-1)(6-x) \geq 2.5^2$$

$$6+5x-x^2 \geq 6.25$$

$$0 \geq x^2 - 5x + 0.25$$

$$D = 25 - 4 \cdot 0.25$$

$$\frac{5 \pm \sqrt{6}}{2}$$