



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пример, что $\kappa = \kappa_1 = -1 - \sqrt{3}$ дает:

$$a = 2 + \frac{3\sqrt{3}}{2}, b = \cancel{10} - 7,5\sqrt{3} - 6$$

$$3a + b = 6 + \frac{9\sqrt{3}}{2} - 7,5\sqrt{3} - 6 = -3\sqrt{3} = 3(-1 - \sqrt{3}) = 3\kappa + 3$$

$$5a + b = 10 + \frac{15\sqrt{3}}{2} - 7,5\sqrt{3} - 6 = 4 = 2^2 = (\kappa^2 + 2\kappa)^2$$

$$9a + b = 18 + \frac{27\sqrt{3}}{2} - 7,5\sqrt{3} - 6 = 12 + 6\sqrt{3} = 3(-1 - \sqrt{3})^2 = 3\kappa^2$$

Пример, что $\kappa = \kappa_2 = -1 + \sqrt{3}$

$$a = 2 - \frac{3\sqrt{3}}{2}, b = \frac{15\sqrt{3}}{2} - 6$$

$$3a + b = 6 - \frac{9\sqrt{3}}{2} + \frac{15\sqrt{3}}{2} - 6 = 3\sqrt{3} = 3(-1 + \sqrt{3}) + 3 = 3\kappa + 3$$

$$5a + b = 20 - \frac{15\sqrt{3}}{2} + \frac{15\sqrt{3}}{2} - 6 = 14 = 2^2 = (2\kappa + 2)^2$$

$$9a + b = 18 - \frac{27\sqrt{3}}{2} + \frac{15\sqrt{3}}{2} - 6 = 12 - 6\sqrt{3} = 3(-1 + \sqrt{3})^2 = 3\kappa^2$$

Ответы: $\kappa = -2, \kappa = -1 + \sqrt{3}, \kappa = -1 - \sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть убывающая прогрессия — ~~x~~ $a + b$. Тогда

$$\begin{cases} 3a + b = 3x + 3 \\ 5a + b = (x^2 + 2x)^2 \\ 9a + b = 3x^2 \end{cases}$$

Вычтем из вторых разности перел, из третьего — второе. Получим:

$$2a = (x^2 + 2x)^2 - 3x + 3 \Rightarrow 4a = 2(x^2 + 2x) - 6x - 6$$

$$4a = 3x^2 - (x^2 + 2x)^2$$

$$2(x^2 + 2x)^2 - 6x - 6 = 4a = 3x^2 - (x^2 + 2x)^2$$

$$3(x^2 + 2x)^2 = 3x^2 + 6x + 6$$

$$(x^2 + 2x)^2 = x^2 + 2x + 2$$

Обозначим $t = x^2 + 2x$. Тогда $t^2 = t + 2 \Rightarrow$

$$t^2 - t - 2 = 0. \quad D = 1 + 4 \cdot 2 = 9$$

$$t_1 = \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2} = 2, \quad t_2 = \frac{1-3}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$x^2 + 2x = t_2 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1$$

Пример, что $x = -1$ подходит: $b = -1,5, a = 0,5$.

$$3a + b = 3 \cdot 0,5 - 1,5 = 0 = 3(-1) + 3 = 0$$

$$5a + b = 5 \cdot 0,5 - 1,5 = 1 = (1^2 - 2)^2 = (-1^2 + 2(-1))^2$$

$$x^2 + 2x = t_1 \Rightarrow x^2 + 2x - 2 = 0, D = 2^2 + 4 \cdot 2 = 4 + 8 = 12$$

$$x_1 = \frac{-2 - \sqrt{12}}{2} = -1 - \sqrt{3}, \quad x_2 = \frac{-2 + \sqrt{12}}{2} = -1 + \sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Доказательство, что $8x + 4y \leq 11$

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$

⇓

$$\begin{cases} -3 \leq x - 3y \leq 3 \\ 1 \leq 3x - y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq 3y - x \leq 3 \\ -1 \leq 3x - y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y - x \leq 3 \quad | \cdot 2,5 \\ 3x - y \leq 1 \quad | \cdot 3,5 \end{cases}$$

⇓

$$\begin{cases} 7,5y - 2,5x \leq 7,5 \\ 10,5x - 3,5y \leq 3,5 \end{cases}$$

⇓

$$8x + 4y \leq 11$$

Пример, что $8x + 4y = 11$:

$$x = \frac{3}{4}, y = \frac{5}{4}$$

$$|x - 3y| = \left| \frac{3}{4} - 3 \cdot \frac{5}{4} \right| = \left| \frac{3 - 15}{4} \right| = \left| -\frac{12}{4} \right| = |-3| = 3 \leq 3$$

$$|3x - y| = \left| \frac{3}{4} \cdot 3 - \frac{5}{4} \right| = \left| \frac{9}{4} - \frac{5}{4} \right| = \left| \frac{4}{4} \right| = |1| = 1 \leq 1$$

Пример подходит.

Ответ: наибольшее значение выражения

$$(4y + 8x) = 11.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$m = p^2, n = 1$. Тогда $m + n - 3 = p^2 + 1 - 3 = p^2 - 2 = 13 \Rightarrow$
 $\Rightarrow p^2 = 15$, Невероятно. 2 подсказкой: ~~$p = 4$~~
 $m = p, n = p$ Тогда $m + n - 3 = 2p - 3 = 13 \Rightarrow 2p = 16$
 $\Rightarrow p = 8$ - не простое. Случай неверен.
Ответ: $m = 3, n = 20$ или наоборот.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1 подсказка: $m+n-9 = 13p^2$. Тогда $m+n = 9, 10$

$13p^2 > 9$ при малых простом p , $m+n-9 < mn$

2 подсказка, подсказка неверна. 2 подсказка:

$m+n-9 = p^2$, тогда $m+n = 13$, а $m+n-9 = 13-9 =$

$= 4$. Значит, для малых натуральных m и n ,

имеет $m+n = 13$ $(m+n)(m+n-9) = 13 \cdot 4 = 52$

Тогда надо перебрать все такие m и n

и проверить для них втерес равенство

(сначала $m=a$ и $n=13-a$ аналогично, так как условие для n и m симметричны, поэтому без ограничения общности считаем $m \leq n$). $n+m-3 = 10$ во всех случаях

1 подсказка: $m=1, n=12$

$mn(n+m-3) = 12 \cdot 10 = 120 < 75$ не подходит

2 подсказка: $m=2, n=11$

$22 \cdot 10 = 220 < 75$ не подходит

3 подсказка: $m=3, n=10$

$30 \cdot 10 = 300 = 75 \cdot 4 = 75 \cdot 2^2$ подходит ответ

4 подсказка: $m=4, n=9$

$36 \cdot 10 = 360 < 75$ не подходит

5 подсказка: $m=5, n=8$

$40 \cdot 10 = 400 < 75$ не подходит

6 подсказка: $m=6, n=7$

$42 \cdot 10 = 420 < 75$ не подходит

2 подсказка:

$$mn(n+m-3) = 13p^2$$

$$(m+n)(m+n-9) = 75q^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1 неудачный:

$$m+n-3 \div p^2$$

Предположим, $m+n-3 = 13p^2$, тогда ~~$m+n-3 = 13p^2$~~ ^{$mn=1$}

$$\Rightarrow \text{ ~~} m+n-3 \text{~~ } m=1, n=1 \Rightarrow mn+n-3 = 2-3 = -1 \neq 13p^2$$

Значит, $m+n-3 = p^2$. Тогда ~~б.о.о~~ $m=13, n=1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow m+n-3 = 13+1-3 = 11 \neq p^2. \text{ Наме не подходит.}$$

2 неудачный: $m+n-3$ в числителе делится на p .

Предположим, $m+n-3 = p^k$. Тогда $mn = 13$.

б.о.о $m \div p$. ~~Предположим~~, успешный: $m \div 13$. Тогда

$$m=13p, n=1. \text{ Тогда } 13p+1-3 = p \Rightarrow 12p =$$

$$-2. \text{ Невозможно. } 2 \text{ неудачный: } m \div 13. \text{ Тогда } m=p,$$

$$n=13. \text{ } m+n-3 = p+13-3 = p+10 = p.$$

$$10=0. \text{ Невозможно. Значит, } m+n-3 = 13p \Rightarrow$$

$$\Rightarrow mn = p. \text{ б.о.о } m=p \Rightarrow n=1. \text{ } m+n-3 = p+1-3 =$$

$$= p-2 \Rightarrow p-2 = 13p \Rightarrow 12p = -2. \text{ Невозможно.}$$

3 успешный: $m+n-3 \nmid p$. Предположим, ~~$m+n-3 = 13p$~~

$$m+n-3 = 1. \text{ } mn = 13p. \text{ б.о.о } m \div 13, \text{ тогда } m+n-3 \geq 13k+1-3 =$$

$$= 13k-2 \geq 1, \text{ макс } p \text{ как } k\text{-наименьший. Невозможно. Зна-}$$

$$\text{чим, } m+n-3 = 13. \text{ Пусть } \text{б.о.о } m \geq n. \text{ } 1 \text{ неудачный:}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)(m+n-9)$$

$$m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

1 случай:

$$\begin{cases} mn(m+n-3) = 75q^2 \\ (m+n)(m+n-9) = 13p^2 \end{cases}$$

Предположим, $m+n$ и $m+n-9$: p . Тогда $(m+n) - (m+n-9) = 9$: p . Тогда $p = 3$.

Тогда одно из чисел $m+n$ и $m+n-3$ кратно 3, а другое $13 \cdot 3 = 39$. ~~Предположим~~ $m+n = 3$. Тогда $m+n-9 = -6$, но если $(m+n)(m+n-9) < 0$, а $13p^2 > 0$.

Значит, $m+n = 13 \cdot 3 = 39$, но тогда $m+n-9 = 39-9 = 30$, а должно быть $= 3$. Значит,

одно из чисел $m+n$ и $m+n-9$ делится на p , а другое делится на p^2 . Предположим,

$m+n$: p^2 . Тогда: 1) предположим: $m+n = 13p^2$, тогда $m+n-9 = 1 \Rightarrow m+n = 10 \Rightarrow 10 = 13p^2$ - невозможно.

2) предположим: $m+n = p^2$. Тогда $m+n-9 = 13 \Rightarrow$

$\Rightarrow m+n = 22 \Rightarrow 22 = p^2$ - невозможно. Значит, $m+n-9$: p^2

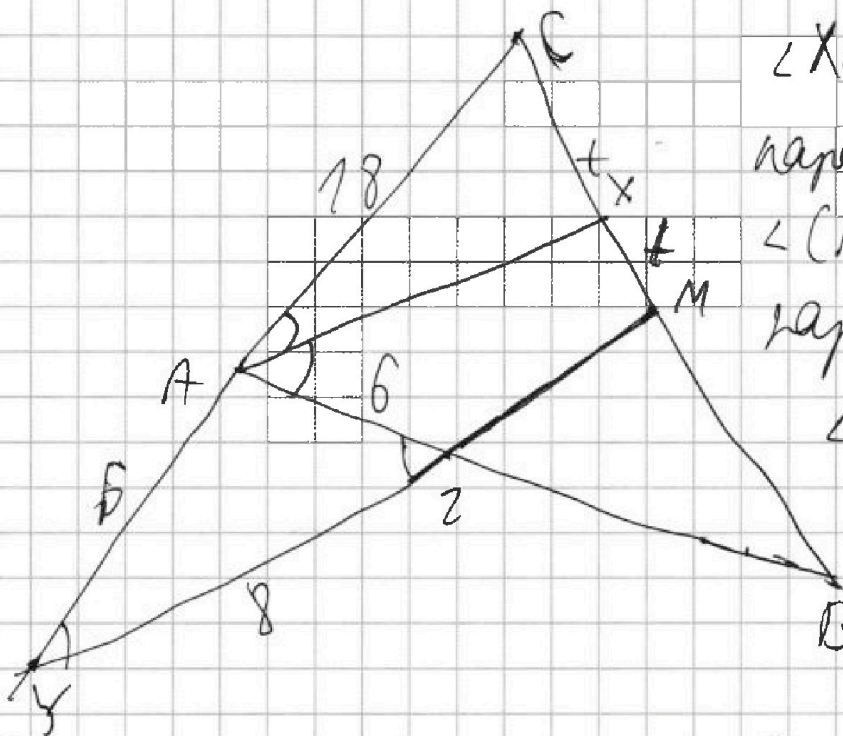


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\angle XAZ = \angle AZY$ из
параллельности
 $\angle CAX = \angle AYZ$ из
параллельности
 $\angle AYZ = \angle AZY$
 ΔYAZ - равнобе-
дленный
 $AY = AZ = 6$

Тогда по теореме косинусов для ΔYAZ

$$YA^2 + AZ^2 - 2 \cos \angle YAZ \cdot YA \cdot AZ = YZ^2$$

$$6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cos \angle YAZ = 7^2 - 7^2 \cos \angle YAZ = 64 = 8^2$$

$$7^2 (1 - \cos \angle YAZ) = 64$$

$$1 - \cos \angle YAZ = \frac{8}{9}$$

$$\cos \angle YAZ = \frac{1}{9} \quad AY \parallel YM \Rightarrow \text{по теореме Птолемея}$$

$$\frac{YA}{AC} = \frac{XM}{CX} \Rightarrow \frac{XM}{CX} = \frac{1}{3}$$

Обозначим $XM = t$, тогда

$$CX = 3t, \quad MB = 4t, \text{ так как}$$

так M - середина AB

$\frac{1}{3} \cdot 18 = 6$
 $\frac{1}{3} \cdot 18 = 6$
 $\frac{1}{3} \cdot 18 = 6$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Знаем, $OX = 3t$, $OB = 5t$, по заданию выведем
из дисперсии $\frac{AC}{AB} = \frac{OX - 3t}{OB} = \frac{3}{5} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{18}{AB} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{90}{3} = AB \Rightarrow AB = 30$$

По теореме косинусов для $\triangle ABC$:

$$AC^2 + AB^2 - 2 \cos \angle CAB \cdot AC \cdot AB = BC^2$$

$$18^2 + 30^2 - 2 \cos \angle (180 - \angle YAZ) \cdot 18 \cdot 30 = BC^2$$

$$324 + 900 - 2 \left(-\frac{1}{9}\right) \cdot 18 \cdot 30 = 324 + 900 + 4 \cdot 30 =$$

$$= 920 + 900 + 324 = 2020 + 324 = 2344 = BC^2$$

$$\Downarrow \\ BC = \sqrt{2344}$$

$$\text{Ответ: } BC = \sqrt{2344}$$



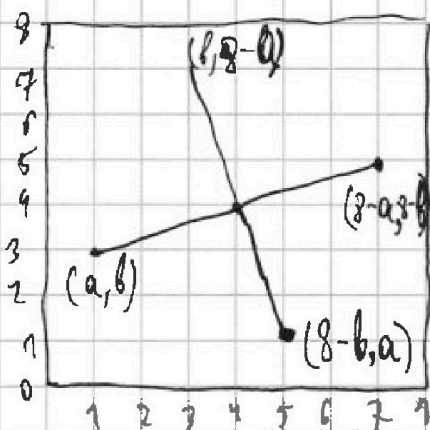
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

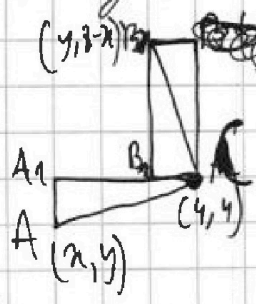
Диск совпадает с доской только при повороте на $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ по часовой стрелке.



Все ~~узлы~~ узлы ^{центральной} ~~узлы~~ ~~узлы~~ ~~узлы~~ берутся на чекирки с координатами $(a, b), (b, 8-a), (8-a, 8-b), (8-b, a)$, где ~~каждый~~ ~~каждый~~ узел

получен из предыдущего поворотом на 90° по часовой стрелке. Проверим, чтобы повернуть узел (x, y) на 90° по часовой, то получится узел $(y, 8-x)$

лемма:
если B_1 — точка
противоположной стороны,
то четырехугольник AA_1B_1C поворачивается на 90° и получится A_1B_1CA



ориентированный отрезок

$CA_1 = x - y$
ориентированный отрезок
 $A_1A = y - y$

ор. отр. $CB_1 = y - y$
ор. отр. $B_1B = 8 - x - y = y - x$

Значит, $\delta CA_1A = \delta B_1C$

Док - во лемме: поворот по часовой, тогда секс поворот: 360° , но первая точка совпадает со второй и вторая с первой, тогда первая поворот на $360^\circ = 180^\circ$ - разность углов поворота

$\angle A_1AA = \angle B_1BC$
 \Downarrow
 $\angle A_1AA = 90^\circ - \angle BCB_1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Значит~~ Значит, сдвигно и точки $(a, b), (b, 8-a), (8-a, 8-b), (8-b, a)$ принадлежат групп из групп поворотами на 90° . Если ~~одна~~ одна из крайних точек будет центральной, то внутри точки выбрать 80 способов (всего $9 \cdot 9 = 81$ точка). Но другую точку можно перевернуть 4 раза, но если ~~одна~~ одна сторона центр., то $\frac{80}{4} = 20$ способов. ~~Еще~~ ~~выбраны~~ 2 случая: одна выбранная точка не центральная. Последней: они не противоположные (противоположные точки - четверть поворачивается групп из групп поворотами на 70° . Тогда $\frac{80-78}{2}$ способов выбрать ~~2~~ 2 точки, четверть поворачивается ^(ср. сторона) ~~каждый~~ $\frac{80-78}{4} = \frac{80-78}{8} = 10-78 = 780$ способов. 2 случая: выбраны противоположные: выбрать одну противоположную $\frac{80}{2} = 40$ способов, её можно перевернуть на 90° , значит $\frac{80}{2} = 20$ способов.

Итого: $780 + 20 + 20 = 820$. Ответ: 820



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{5+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

$$(x-y)(x+y)(x^2+y^2) + 5(x-y)(x+y) = \sqrt{y} \Rightarrow \sqrt{x}$$

~~$$\sqrt{y} - \sqrt{x} \cdot (x-y) \cdot (x^2+y^2+5)$$~~

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y}) ($$

4



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = 13p^2$$

$$m^2n + mn^2 - 3mn = 75q^2$$

$$mn(n+m-3) = 75q^2$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

$$m+n : p$$

$$m+n-9 : p$$

$$9 : p$$

$$p = 3$$

$$m+n-9 = 3$$

$$m+n = 3+9 = 12$$

$$(m+n)(m+n-9) = 12 \cdot 3 = 36 \neq 13 \cdot 3^2$$

1 случай: $m+n-9 = p^2$

$$m+n = 13 \Rightarrow m+n-9 = 2^2$$

перевор

2 случай: $m+n = p^2$

$$m+n-9 = 13 \Rightarrow m+n = 22 - \text{не квадрат}$$

$$m^2 + mn - 9m + nm + n^2 - 9n = m^2 + n^2 + 1mn - 9n - 9m$$

$$mn(n+m-3) = m^2n + n^2m - 3mn$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|x-3y|$$

$$\begin{array}{r} + 1020 \\ + 324 \\ 1344 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ + 34 \\ 134 \\ + 102 \\ 376 \end{array}$$



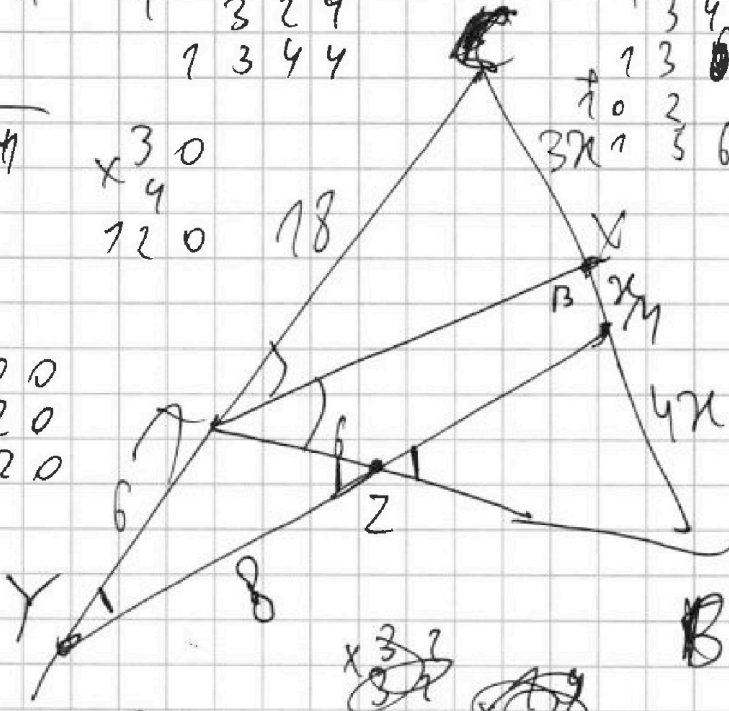
$$\sqrt{x+11}$$

$$\begin{array}{r} x 30 \\ x 4 \\ 120 \end{array} \quad 18$$

$$\begin{array}{r} 3x \\ 56 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x 32 \\ x 32 \\ + 64 \\ 96 \\ + 304 \\ 1020 \\ + 324 \\ 1344 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 900 \\ + 720 \\ 1020 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} x 36 \\ x 36 \\ 72 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x 30 \\ x 30 \\ 300 \end{array}$$

$$\frac{18}{3x} = \frac{AB}{5x}$$

$$\begin{array}{r} x 18 \\ x 18 \\ + 144 \\ + 18 \\ 324 \end{array}$$

$$6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos \angle YAZ = 64$$
$$72 - 72 \cos \angle YAZ = 64$$

$$\begin{array}{r} + 1020 \\ + 324 \\ 1344 \end{array}$$

$$72(1 - \cos \angle YAZ) = 64$$

$$\begin{array}{r} x 18 \\ x 18 \\ + 144 \\ + 18 \\ 324 \end{array}$$

$$1 - \cos \angle YAZ = \frac{8}{9}$$

$$\begin{array}{r} x 36 \\ x 36 \\ + 276 \\ + 108 \\ 1296 \end{array}$$

$$\cos \angle YAZ = \frac{1}{9}$$

$$30^2 + 18^2 + 2 \cdot 30 \cdot 18 \cdot \frac{1}{9} = 900 + 720 + 72 = 1020 + 324 = 1344$$

$$\begin{array}{r} x 19 \\ x 19 \\ + 171 \\ + 19 \\ 361 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x 361 \\ x 361 \\ 1444 \end{array}$$

$$6 = \frac{18}{3} = \frac{AB}{5}$$

$$AB = 30$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|x-3y| \leq 3$$

$$x \geq 3y \Rightarrow 3x \geq 9y$$

$$|3x-y| \leq 1$$

$$3x \geq y$$

$$10,5x - 3,5y \leq 10,5$$

$$x \geq 2$$

$$x \geq 2,5$$

$$21x - 7y \leq 21$$

$$y \geq 1$$

$$x \geq 2$$

$$21x - 7y = 7$$

$$15y - 5x = 15$$

$$x = 3y$$

$$= 3$$

$$4,5x$$

$$105y - 105x = 105$$

$$x = 3y$$

$$x \geq 1,5$$

$$x \geq 3,5$$

$$105y - 35x = 105$$

$$3x = y$$

$$y \geq 1$$

$$x \geq 2,5$$

$$280x = 280$$

$$21x - 7y = 7$$

$$x \geq 2,5$$

$$x \geq 2,5$$

$$x = \frac{21}{28}$$

$$15y - 5x = 15$$

$$y \geq 1$$

$$3x \geq 10$$

$$x = \frac{3}{4}$$

$$-3 \leq x - 3y \leq 3$$

$$3x - y \leq 1$$

$$y \geq 1$$

$$3x \geq 10$$

$$-1 \leq 3x - y \leq 1$$

$$3x - y \leq 1$$

$$10,5x - 3,5y \leq 10,5$$

$$15y - \frac{15}{4} = 15$$

$$8x + 4y \leq 13$$

$$7,5y - 2,5x \leq 7,5$$

$$-3 \leq 3y - x \leq 3$$

$$k(3x - y) + t(3y - x) = 8x + 4y$$

$$-1 \leq 3x - y \leq 1$$

$$3kx - yk + 3yt - tx = 8x + 4y$$

$$y - \frac{1}{4} = 1 \quad y = \frac{5}{4}$$

$$3k - t = 8$$

$$3k - 2,5 = 8$$

$$3 \cdot (-\frac{1}{2}) = -\frac{3}{2} - k = 4 \quad 3t - k = 4$$

$$3k = 10,5$$

$$\frac{15}{4} - \frac{3}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

$$k = -5,5$$

$$3k - 9t = 12$$

$$k = 3,5$$

$$\frac{9}{4} - \frac{5}{4} = 1$$

$$t = 20$$

$$t = 2,5 \quad k = 3,5$$

$$-t - (-9t) = -t + 9t = 8t$$

$$10t = 20$$

$$\frac{3}{4} \cdot 8 = 6$$

$$\frac{5}{4} \cdot 4 = 5$$

$$20 = 8t \quad t = 2,5$$

$$8t = 20 \quad t = -\frac{5}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2 случая:

$$(m+n)(m+n-9) = 75d^2$$

$$mn(m+n-3) = 73p^2$$

~~2 случая:~~ $m+n-3 = p^2$

$$m = 73$$

$$n = 1$$

$$m = 73$$

$$n = p^2$$

$$73+1-3 = 71 \neq p^2$$

~~$$73+p^2-3 = 1$$~~

$$p^2 = 71$$

неверно

$$74p-3 = 1$$

$$74p = 4$$

2 случая: $m+n-3 \parallel p$

$$m+n-3 = 73p$$

$$m = p$$

$$n = 1$$

$$p+1-3 = 73p$$

$$-2 = 72p$$

$$m+n-3 = p$$

$$m = p$$

$$m = 73p$$

$$n = 73$$

$$m = 1$$

$$73+p-3 = p$$

$$70+p = p$$

$$70 = 0$$

4 случая: $m+n-3 = 1$

$$m = 73p^2$$

$$n = 1$$

$$73p^2+1-3 = 1$$

$$73p^2 = 3$$

$$m = 73p$$

$$n = p$$

3 случая:

$$m+n-3 = 73$$

~~$$m = p$$~~

$$n = p$$

$$2p-3 = 73$$

$$2p = 76$$

$$p = 38$$

$$m = p^2$$

$$n = 1$$

$$p^2+1-3 = 73$$

$$p^2-2 = 73$$

$$73p+1-3 = p$$

$$p^2 = 75$$

$$73p-2 = p$$

$$72p = 2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

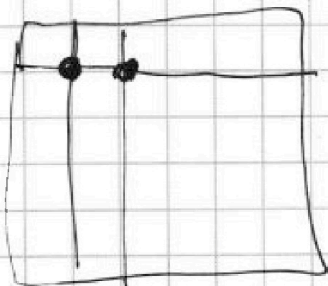
СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$(-1-\sqrt{3})^2$$

$$m^2 + 2mk - kn$$



$$4y + 8x \quad 3x + 3 = 3(-1 + \sqrt{3}) \neq 3 =$$

$$x > 3y \quad = -3 + 3\sqrt{3} + 3 = 3\sqrt{3}$$

$$3x \geq y \quad 4$$

$$x - 3y \leq 3 \quad 3x^2 = 3(-1 + \sqrt{3})^2 =$$

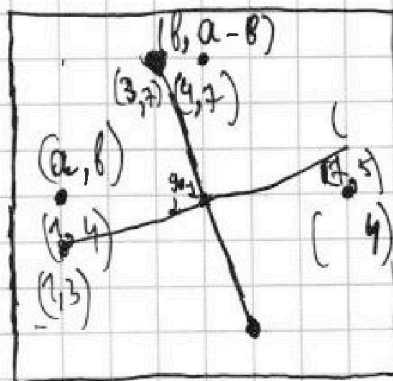
$$x \leq 3y + 3 \quad = 3(1 + 3 - 2\sqrt{3}) =$$

$$3x - y \leq 1 \quad = 12 - 6\sqrt{3}$$

$$x \leq 3y + 3 \quad 5\left(\frac{2 - 3\sqrt{3}}{2}\right) + b = 4$$

$$3x \leq y + 1 \quad 10 - \frac{15\sqrt{3}}{2} + b = 4$$

$$4x \leq 3y + 3 \quad y \cdot y = 81$$



$$b = \frac{15\sqrt{3}}{2} - 6$$

если одна центральная.

$$\frac{80}{4} + \frac{80 \cdot 78}{8} + \frac{80}{4}$$

если одна центральная.

$$80 + \frac{80 \cdot 76}{8} + \frac{80 \cdot 3}{4}$$

если из разных members



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3a + b = 3x + 3$$

$$3(-1-\sqrt{3})^2 = 3(1+3+2\sqrt{3}) = 12+6\sqrt{3}$$

$$5a + b = (x^2 + 2x)^2 = x^2(x+2)^2 = x^2(x^2 + 4x + 4)$$

$$9a + b = 3x^2 \quad 3(-1-\sqrt{3}) + 3 \quad x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$6a = 3x^2 - 3x - 3 \quad -3 - 3\sqrt{3} + 3$$

$$a = \frac{1}{2}(x^2 - x - 1) \quad -3\sqrt{3} \quad x^4 + 4x^3 + 9a + b + x^2$$

$$2a = (x^2 + 2x)^2 - 3x + 3 \quad -4a = x^4 + 4x^3 + x^2$$

$$4a = 2(x^2 + 2x)^2 - 6x + 6 \quad 3 \cdot (-1 - \sqrt{2}) + 3 = -3\sqrt{2}$$

$$4a = 3x^2 - (x^2 + 2x)^2 \quad ((-1-\sqrt{2})^2 + 2(-1-\sqrt{2}))^2 = 1 + 2 + 2\sqrt{2} - 2 - 2\sqrt{2} = 1$$

$$2(x^2 + 2x)^2 - 6x + 6 = 3x^2 - (x^2 + 2x)^2$$

$$3(x^2 + 2x)^2 = 3x^2 + 6x + 6 \quad 3(-1-\sqrt{2})^2 = 6 + 6\sqrt{2}$$

$$(x^2 + 2x)^2 = x^2 + 2x + 2 \quad 0 \quad (1-2)^2 = (-1)^2 = 1$$

$$a^2 = a + 2$$

$$a^2 - a - 2 = 0 \quad 3 \cdot 1^2 = 3 \quad ((-1-\sqrt{3})^2 + 2(-1-\sqrt{3}))^2 = 3x + 3 \quad (x^2 + 4)^2 - 8^2 =$$

$$D = 1 + 4 \cdot 2 = 9 \quad 4 - 2 \quad 6 + 3 \quad 64$$

$$\frac{1 \pm 3}{2} = \frac{1-3}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \quad 3x^2 =$$

$$x^2 + 2x - a = 2$$

$$x^2 + 2x - 2 = 0 \quad \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2} = 2 \quad \frac{4+3\sqrt{3}}{2} \quad -3\sqrt{3} \quad 4 \quad 12+6\sqrt{3}$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0 \quad -3\sqrt{3} - \frac{9\sqrt{3}-6}{2} = -7.5\sqrt{3}-3 \quad \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2} = -1 \pm \sqrt{2}$$