



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен  $3x + 3$ , пятый член равен  $(x^2 + 2x)^2$ , а девятый равен  $3x^2$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $4y + 8x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$  и  $B = m^2n + mn^2 - 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $8 \times 8$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 10$ ,  $AN = 8$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пример, что  $\kappa = \kappa_1 = -1 - \sqrt{3}$  дает:

$$a = 2 + \frac{3\sqrt{3}}{2}, b = \cancel{6} - 7,5\sqrt{3} - 6$$

$$3a + b = 6 + \frac{9\sqrt{3}}{2} - 7,5\sqrt{3} - 6 = -3\sqrt{3} = 3(-1 - \sqrt{3}) = 3\kappa + 3$$

$$5a + b = 10 + \frac{15\sqrt{3}}{2} - 7,5\sqrt{3} - 6 = 4 = 2^2 = (\kappa^2 + 2\kappa)^2$$

$$9a + b = 18 + \frac{27\sqrt{3}}{2} - 7,5\sqrt{3} - 6 = 12 + 6\sqrt{3} = 3(-1 - \sqrt{3})^2 = 3\kappa^2$$

Пример, что  $\kappa = \kappa_2 = -1 + \sqrt{3}$

$$a = 2 - \frac{3\sqrt{3}}{2}, b = \frac{15\sqrt{3}}{2} - 6$$

$$3a + b = 6 - \frac{9\sqrt{3}}{2} + \frac{15\sqrt{3}}{2} - 6 = 3\sqrt{3} = 3(-1 + \sqrt{3}) + 3 = 3\kappa + 3$$

$$5a + b = 20 - \frac{15\sqrt{3}}{2} + \frac{15\sqrt{3}}{2} - 6 = 14 = 2^2 = (2\kappa + 2)^2$$

$$9a + b = 18 - \frac{27\sqrt{3}}{2} + \frac{15\sqrt{3}}{2} - 6 = 12 - 6\sqrt{3} = 3(-1 + \sqrt{3})^2 = 3\kappa^2$$

Ответы:  $\kappa = -2, \kappa = -1 + \sqrt{3}, \kappa = -1 - \sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть убывающая прогрессия —  ~~$x$~~   $a + b$ . Тогда

$$\begin{cases} 3a + b = 3x + 3 \\ 5a + b = (x^2 + 2x)^2 \\ 9a + b = 3x^2 \end{cases}$$

Вычтем из вторых разности перел, из третьего — второе. Получим:

$$2a = (x^2 + 2x)^2 - 3x + 3 \Rightarrow 4a = 2(x^2 + 2x) - 6x - 6$$

$$4a = 3x^2 - (x^2 + 2x)^2$$

$$2(x^2 + 2x)^2 - 6x - 6 = 4a = 3x^2 - (x^2 + 2x)^2$$

$$3(x^2 + 2x)^2 = 3x^2 + 6x + 6$$

$$(x^2 + 2x)^2 = x^2 + 2x + 2$$

Обозначим  $t = x^2 + 2x$ . Тогда  $t^2 = t + 2 \Rightarrow$

$$t^2 - t - 2 = 0. \quad D = 1 + 4 \cdot 2 = 9$$

$$t_1 = \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2} = 2, \quad t_2 = \frac{1-3}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$x^2 + 2x = t_2 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1$$

Пример, что  $x = -1$  подходит:  $b = -1,5, a = 0,5$ .

$$3a + b = 3 \cdot 0,5 - 1,5 = 0 = 3(-1) + 3 = 0$$

$$5a + b = 5 \cdot 0,5 - 1,5 = 1 = (1^2 - 2)^2 = (-1^2 + 2(-1))^2$$

$$x^2 + 2x = t_1 \Rightarrow x^2 + 2x - 2 = 0, D = 2^2 + 4 \cdot 2 = 4 + 8 = 12$$

$$x_1 = \frac{-2 - \sqrt{12}}{2} = -1 - \sqrt{3}, \quad x_2 = \frac{-2 + \sqrt{12}}{2} = -1 + \sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Доказательство, что  $8x + 4y \leq 11$

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$

⇓

$$\begin{cases} -3 \leq x - 3y \leq 3 \\ 1 \leq 3x - y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq 3y - x \leq 3 \\ -1 \leq 3x - y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y - x \leq 3 \quad | \cdot 2,5 \\ 3x - y \leq 1 \quad | \cdot 3,5 \end{cases}$$

⇓

$$\begin{cases} 7,5y - 2,5x \leq 7,5 \\ 10,5x - 3,5y \leq 3,5 \end{cases}$$

⇓

$$8x + 4y \leq 11$$

Пример, что  $8x + 4y = 11$ :

$$x = \frac{3}{4}, y = \frac{5}{4}$$

$$|x - 3y| = \left| \frac{3}{4} - 3 \cdot \frac{5}{4} \right| = \left| \frac{3 - 15}{4} \right| = \left| -\frac{12}{4} \right| = |-3| = 3 \leq 3$$

$$|3x - y| = \left| \frac{3}{4} \cdot 3 - \frac{5}{4} \right| = \left| \frac{9}{4} - \frac{5}{4} \right| = \left| \frac{4}{4} \right| = |1| = 1 \leq 1$$

Пример подходит.

Ответ: наибольшее значение выражения

$$(4y + 8x) = 11.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$m = p^2, n = 1$ . Тогда  $m + n - 3 = p^2 + 1 - 3 = p^2 - 2 = 13 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow p^2 = 15$ , Невероятно. 2 подсказкой:  ~~$p = 4$~~   
 $m = p, n = p$  Тогда  $m + n - 3 = 2p - 3 = 13 \Rightarrow 2p = 16$   
 $\Rightarrow p = 8$  - не простое. Случай неверен.  
Ответ:  $m = 3, n = 20$  или наоборот.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1 подсказка:  $m+n-9 = 13p^2$ . Тогда  $m+n = 9, 10$

$13p^2 > 9$  при малых простейших  $p$ , но  $m+n-9 < mn$

2 подсказка, подсказка неверна. 2 подсказка:

$m+n-9 = p^2$ , тогда  $m+n = 13$ , а  $m+n-9 = 13-9 =$

$= 4$ . Значит, для малых натуральных  $m$  и  $n$ ,

имеем  $m+n = 13$   $(m+n)(m+n-9) = 13 \cdot 4 = 52$

Тогда надо перебрать все такие  $m$  и  $n$

и проверить для них втерес равенство

(сначала  $m=a$  и  $n=a$  аналогично, так как условие для  $n$  и  $m$  симметричны, поэтому без ограничения общности считаем  $m \leq n$ ).  $n+m-3 = 10$  во всех случаях

1 подсказка:  $m=1, n=12$

$12 \cdot 10 = 120 < 75$  не подходит

2 подсказка:  $m=2, n=11$

$22 \cdot 10 = 220 < 75$  не подходит

3 подсказка:  $m=3, n=10$

$30 \cdot 10 = 300 = 75 \cdot 4 = 75 \cdot 2^2$  подходит ответ

4 подсказка:  $m=4, n=9$

$36 \cdot 10 = 360 < 75$  не подходит

5 подсказка:  $m=5, n=8$

$40 \cdot 10 = 400 < 75$  не подходит

6 подсказка:  $m=6, n=7$

$42 \cdot 10 = 420 < 75$  не подходит

2 подсказка:

$$mn(n+m-3) = 13p^2$$

$$(m+n)(m+n-9) = 75q^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1 подслучае:

$$m+n-3 \div p^2$$

Предположим,  $m+n-3 = 13p^2$ , тогда  ~~$m+n-3 = 13p^2$~~   <sup>$mn=1$</sup>

$$\Rightarrow \text{ ~~} m+n-3 \text{ } \Rightarrow m=1, n=1 \Rightarrow m+n-3 = 2-3 = -1 \neq 13p^2~~$$

Значит,  $m+n-3 = p^2$ . Тогда ~~б.о.о~~  $m=13, n=1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow m+n-3 = 13+1-3 = 11 \neq p^2. \text{ Нам не подходит.}$$

2 подслучае:  $m+n-3$  в числителе делится на  $p$ .

Предположим,  $m+n-3 = p^k$ . Тогда  $mn = 13$ .

б.о.о  $m \div p$ . ~~Предположим~~, 1 подслучае:  $m \div 13$ . Тогда

$$m=13p, n=1. \text{ Тогда } 13p+1-3=p \Rightarrow 12p =$$

$$= 2. \text{ Невозможно. 2 подслучае: } m \div 13. \text{ Тогда } m=p,$$

$$n=13. \text{ } m+n-3 = p+13-3 = p+10 = p.$$

$$10=0. \text{ Невозможно. Значит, } m+n-3 = 13p \Rightarrow$$

$$\Rightarrow mn = p. \text{ б.о.о } m=p \Rightarrow n=1. \text{ } m+n-3 = p+1-3 =$$

$$= 13p \Rightarrow p-2 = 13p \Rightarrow 12p = -2. \text{ Невозможно.}$$

3 подслучае:  $m+n-3 \nmid p$ . Предположим,  ~~$m+n-3 = 13p$~~

$$m+n-3 = 1. \text{ } mn = 13p. \text{ б.о.о } m \div 13, \text{ тогда } m+n-3 \geq 13k+1-3 =$$

$$= 13k-2 \geq 1, \text{ так как } k \text{ - натуральное. Невозможно. Зна-}$$

$$\text{чим, } m+n-3 = 13. \text{ Пусть } \text{б.о.о } m \geq n. \text{ 1 подслучае:}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)(m+n-9)$$

$$m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

1 случай:

$$\begin{cases} mn(m+n-3) = 75q^2 \\ (m+n)(m+n-9) = 13p^2 \end{cases}$$

Предположим,  $m+n$  и  $m+n-9$  :  $p$ . Тогда  $(m+n) - (m+n-9) = 9$  :  $p$ . Тогда  $p = 3$ .

Тогда одно из чисел  $m+n$  и  $m+n-3$  кратно 3,

а другое  $13 \cdot 3 = 39$ . ~~Предположим~~  $m+n = 3$ . Тогда

$m+n-9 = -6$ , но если  $(m+n)(m+n-9) < 0$ , а  $13p^2 > 0$ .

Значит,  $m+n = 13 \cdot 3 = 39$ , но тогда  $m+n-9 =$

$= 39 - 9 = 30$ , а должно быть  $= 3$ . Значит,

каждое из чисел  $m+n$  и  $m+n-9$  делится

на  $p$ , а другое делится на  $p^2$ . Предположим,

$m+n$  :  $p^2$ . Тогда: 1) предположим:  $m+n = 13p^2$ , тогда

$m+n-9 = 1 \Rightarrow m+n = 10 \Rightarrow 10 = 13p^2$  - невозможно.

2) предположим:  $m+n = p^2$ . Тогда  $m+n-9 = 13 \Rightarrow$

$\Rightarrow m+n = 22 \Rightarrow 22 = p^2$  - невозможно. Значит,  $m+n-9$  :  $p^2$



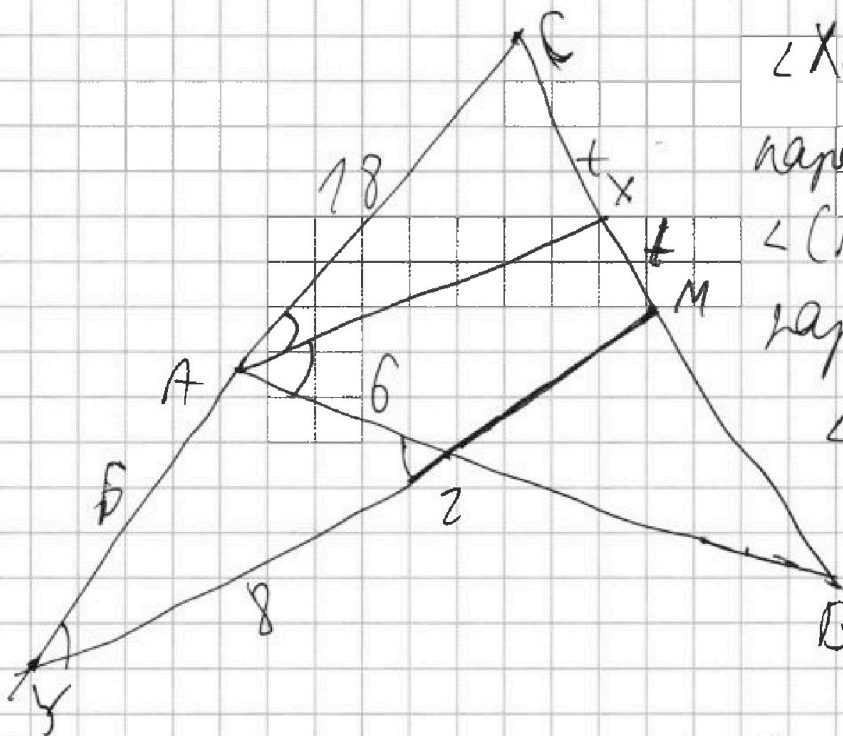


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\angle XAZ = \angle AZY$  из  
параллельности  
 $\angle CAX = \angle AYZ$  из  
параллельности  
 $\angle AYZ = \angle AZY$   
 $\Delta YAZ$  - равнобе-  
дленный  
 $AY = AZ = 6$

Тогда по теореме косинусов для  $\Delta YAZ$

$$YA^2 + AZ^2 - 2 \cos \angle YAZ \cdot YA \cdot AZ = YZ^2$$

$$6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cos \angle YAZ = 7^2 - 7^2 \cos \angle YAZ = 64 = 8^2$$

$$7^2 (1 - \cos \angle YAZ) = 64$$

$$1 - \cos \angle YAZ = \frac{8}{9}$$

$$\cos \angle YAZ = \frac{1}{9} \quad AY \parallel YM \Rightarrow \text{по теореме Птолемея}$$

$$\frac{YA}{AC} = \frac{XM}{CX} \Rightarrow \frac{XM}{CX} = \frac{1}{3}$$

Обозначим  $XM = t$ , тогда

$$CX = 3t, \quad MB = 4t, \text{ так как}$$

так  $M$  - середина  $AB$

$\frac{18}{18} = \frac{1}{1}$   
 $\frac{18}{18} = \frac{1}{1}$   
 $\frac{18}{18} = \frac{1}{1}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит,  $OX = 3t$ ,  $OB = 5t$ , по заданию выискиваем диссептанты  $\frac{AC}{AB} = \frac{OX - \cancel{3t}}{OB} = \frac{3}{5} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{18}{AB} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{90}{3} = AB \Rightarrow AB = 30$$

По теореме косинусов для  $\triangle ABC$ :

$$AC^2 + AB^2 - 2 \cos \angle CAB \cdot AC \cdot AB = BC^2$$

$$18^2 + 30^2 - 2 \cos \angle (180 - \angle YAZ) \cdot 18 \cdot 30 = BC^2$$

$$324 + 900 - 2 \left(-\frac{1}{9}\right) \cdot 18 \cdot 30 = 324 + 900 + 4 \cdot 30 =$$

$$= 920 + 900 + 324 = 2020 + 324 = 2344 = BC^2$$

$$\Downarrow \\ BC = \sqrt{2344}$$

$$\text{Ответ: } BC = \sqrt{2344}$$



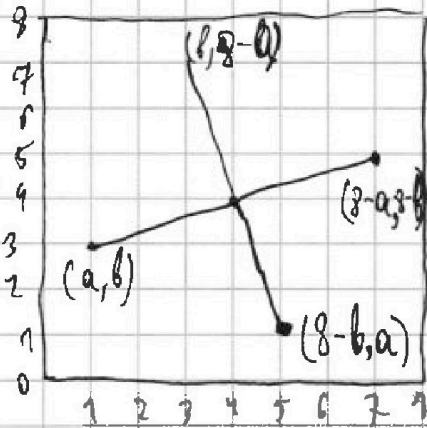
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

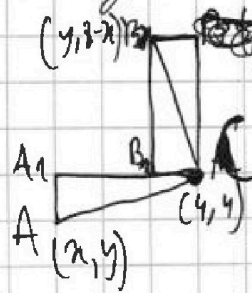
Диск совпадает с доской только при повороте на  $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$  по часовой стрелке.



Все ~~узлы~~ <sup>узлы централизованно</sup> берутся на чертёнке с координатами  $(a, b), (b, 8-a), (8-a, 8-b), (8-b, a)$ , где ~~каждый~~ <sup>каждый</sup> ~~узел~~ <sup>узел</sup>

получен из предыдущего поворота на  $90^\circ$  по часовой стрелке. Далее, чтобы повернуть узел  $(x, y)$  на  $90^\circ$  по часовой, то получится узел  $(y, 8-x)$

лемма: если  $B_1$  — точка, противоположная  $A$ , то четырёхугольник  $AA_1B_1C$  получится <sup>квадратом</sup>



оригинальный отрезок

$$CA_1 = x - y$$

оригинальный отрезок

$$A_1A = y - y$$

ор. отр.  $CB_1 = y - y$

ор. отр.  $B_1B = 8 - x - y = y - x$ . Значит,  $\triangle CA_1A \cong \triangle B_1BC$

$$\begin{aligned} \angle A_1CA &= \angle B_1BC \\ &\stackrel{||}{=} 90^\circ - \angle BCB_1 \\ &\stackrel{||}{=} 90^\circ - \angle BCB_1 \end{aligned}$$

Док - во лемме: пусть  $\alpha$  поворотом совпад, тогда  $\alpha$  поворот:  $360^\circ$ , но первая точка совпадет с  $B_1$  второй  $A$  с  $B_1$ , тогда первая поворот

на  $\alpha$  увеличится на  $\alpha$ , но  $\alpha = 90^\circ - \angle A_1CA = 90^\circ - \angle BCB_1 = 90^\circ - 180^\circ - \text{разности углов поворота}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Значит, сдвигно~~ и точки  $(a, b), (b, 3-a), (3-a, 3-b), (3-b, a)$  принадлежат групп из групп поворотами на  $90^\circ$ . Если ~~одна~~ одна из крайних точек будет центральной, то внутри точки выбрать 80 способов (всего  $9 \cdot 9 = 81$  точка). Но другую точку можно перевернуть 4 раза, но если ~~одна~~ одна является центр., то  $\frac{80}{4} = 20$  способов. ~~Еще~~ ~~выбраны~~ 2 случая: обе выбраные точки не центральные. Последней: они не противоположные (противоположные точки - четвертые поворачиваются групп из групп поворотами на  $70^\circ$ ). Тогда  $\frac{80-78}{2}$  способов выбрать ~~2~~ 2 точки, четвертые поворачиваются <sup>(ср. диаметр на пер. стр.)</sup> ~~каждый~~  $\frac{80-78}{4} = \frac{80-78}{8} = 19-78 = 780$  способов. 2 случая: выбраны противоположные: выбрать одну противоположную  $\frac{80}{2} = 40$  способов, её можно перевернуть на  $90^\circ$ , значит  $\frac{80}{2} = 20$  способов.

Итого:  $780 + 20 + 20 = 820$ . Ответ: 820



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{5+5x-y^2}$$

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2$$

$$(x-y)(x+y)(x^2+y^2) + 5(x-y)(x+y) = \sqrt{y} - \sqrt{x}$$

~~$$\sqrt{y} - \sqrt{x} = (x-y)(x^2+y^2+5)$$~~

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y}) ($$

4



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = 13p^2$$

$$m^2n + mn^2 - 3mn = 75q^2$$

$$mn(n+m-3) = 75q^2$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

$$m+n : p$$

$$m+n-9 : p$$

$$9 : p$$

$$p = 3$$

$$m+n-9 = 3$$

$$m+n = 3+9 = 12$$

$$(m+n)(m+n-9) = 12 \cdot 3 = 36 \neq 13 \cdot 3^2$$

1 случай:  $m+n-9 = p^2$

$$m+n = 13 \Rightarrow m+n-9 = 2^2$$

перевор

2 случай:  $m+n = p^2$

$$m+n-9 = 13 \Rightarrow m+n = 22 - \text{не квадрат}$$

$$m^2 + mn - 9m + nm + n^2 - 9n = m^2 + n^2 + 1mn - 9n - 9m$$

$$mn(n+m-3) = m^2n + n^2m - 3mn$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$|x-3y|$   
 $\sqrt{x+11}$   
 $+ \begin{matrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 4 \end{matrix}$   
 $\begin{matrix} 3 & 4 \\ 3 & 4 \\ 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 6 \end{matrix}$   
 $\begin{matrix} 3 & 2 \\ 3 & 2 \\ + & 6 & 4 \\ 9 & 6 \end{matrix}$   
 $\begin{matrix} 3 & 8 \\ 3 & 8 \\ + & 3 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 2 & 4 & 1 & 4 & 4 \\ 1 & 4 & 4 & 4 \end{matrix}$   
 $\begin{matrix} 3 & 6 \\ 3 & 6 \\ 7 & 2 \end{matrix}$   
 $\begin{matrix} 1 & 8 \\ \times & 1 & 8 \\ + & 1 & 4 & 4 \\ 1 & 8 \\ 3 & 2 & 4 \end{matrix}$   
 $\begin{matrix} 3 & 6 \\ \times & 3 & 6 \\ + & 2 & 7 & 6 \\ 1 & 0 & 8 \\ 1 & 2 & 9 & 6 \end{matrix}$   
 $\begin{matrix} 1 & 8 \\ \times & 1 & 8 \\ + & 1 & 4 & 4 \\ 1 & 8 \\ 3 & 2 & 4 \end{matrix}$   
 $\begin{matrix} 3 & 6 \\ \times & 3 & 6 \\ + & 2 & 7 & 6 \\ 1 & 0 & 8 \\ 1 & 2 & 9 & 6 \end{matrix}$   
 $6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6^2 \cdot \cos \angle YAZ = 64$   
 $72(1 - \cos \angle YAZ) = 64$   
 $1 - \cos \angle YAZ = \frac{8}{9}$   
 $\cos \angle YAZ = \frac{1}{9}$   
 $30^2 + 18^2 + 2 \cdot 30 \cdot 18 \cdot \frac{1}{9} = 900 + 120 + 18^2 = 1020 + 324 = 1344$   
 $f = \frac{13}{3} = \frac{AB}{5}$   
 $AB = 30$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|x-3y| \leq 3$$

$$x \geq 3y \Rightarrow 3x \geq 9y$$

$$|3x-y| \leq 1$$

$$3x \geq y$$

$$10,5x - 3,5y \leq 10,5$$

$$x \geq 2$$

$$x \geq 2,5$$

$$21x - 7y \leq 21$$

$$y \geq 1$$

$$x \geq 2$$

$$21x - 7y = 7$$

$$15y - 5x = 15$$

$$x = 3y$$

$$= 3$$

$$4,5x$$

$$105y - 105x = 105$$

$$x = 3y$$

$$x \geq 1,5$$

$$x \geq 3,5$$

$$105y - 35x = 105$$

$$3x = y$$

$$y \geq 1$$

$$x \geq 2,5$$

$$280x = 280$$

$$21x - 7y = 7$$

$$x \geq 2,5$$

$$x \geq 2,5$$

$$x = \frac{21}{28}$$

$$15y - 5x = 15$$

$$y \geq 1$$

$$3x = 10$$

$$3,5$$

$$x = \frac{3}{4}$$

$$-3 \leq x - 3y \leq 3$$

$$3x - y \leq 7$$

$$3x - 1 \leq y$$

$$10,5x - 3,5y \leq 10,5$$

$$-1 \leq 3x - y \leq 1$$

$$8x + 4y \leq 13$$

$$7,5y - 2,5x \leq 7,5$$

$$15y - \frac{15}{4} = 15$$

$$-3 \leq 3y - x \leq 3$$

$$k(3x - y) + t(3y - x) = 8x + 4y$$

$$-1 \leq 3x - y \leq 1$$

$$3kx - yk + 3yt - tx = 8x + 4y$$

$$y - \frac{1}{4} = 1 \quad y = \frac{5}{4}$$

$$3k - t = 8$$

$$3k - 2,5 = 8$$

$$3 \cdot (-\frac{1}{2}) = -\frac{3}{2} - k = 4 \quad 3t - k = 4$$

$$3k = 10,5$$

$$\frac{15}{4} - \frac{3}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

$$k = -5,5$$

$$3k - 9t = 12$$

$$k = 3,5$$

$$\frac{9}{4} - \frac{5}{4} = 1$$

$$t = 20$$

$$t = 2,5 \quad k = 3,5$$

$$-t - (-9t) = -t + 9t = 8t$$

$$11t = 20$$

$$\frac{3}{4} \cdot 8 = 6$$

$$\frac{5}{4} \cdot 4 = 5$$

$$20 = 8t$$

$$8t = 20$$

$$t = 2,5$$

$$t = -\frac{5}{2}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2 случая:

$$(m+n)(m+n-9) = 75d^2$$

$$mn(m+n-3) = 73p^2$$

~~1~~ ~~случай:~~  $m+n-3 = p^2$

$$m = 73$$

$$n = 1$$

$$m = 73$$

$$n = p^2$$

$$73+1-3 = 71 \neq p^2$$

~~$$73+p^2-3 = 1$$~~

$$p^2 = 71$$

неверно

$$74p-3 = 1$$

$$74p = 4$$

2 случай:  $m+n-3 \parallel p$

$$m+n-3 = 73p$$

$$m = p$$

$$n = 1$$

$$p+1-3 = 73p$$

$$-2 = 72p$$

$$m+n-3 = p$$

$$m = p$$

$$m = 73p$$

$$n = 73$$

$$m = 1$$

$$73+p-3 = p$$

$$70+p = p$$

$$70 = 0$$

4 случай:  $m+n-3 = 1$

$$m = 73p^2$$

$$n = 1$$

$$73p^2+1-3 = 1$$

$$73p^2 = 3$$

$$m = 73p$$

$$n = p$$

3 случай:

$$m+n-3 = 73$$

~~$$m = p$$~~

$$n = p$$

$$2p-3 = 73$$

$$2p = 76$$

$$p = 38$$

$$m = p^2$$

$$n = 1$$

$$p^2+1-3 = 73$$

$$p^2-2 = 73$$

$$73p+1-3 = p$$

$$p^2 = 75$$

$$73p-2 = p$$

$$72p = 2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

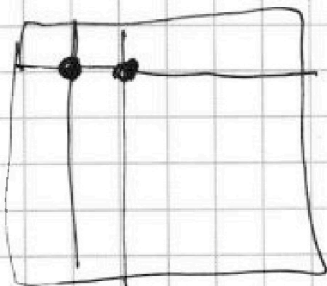
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$(-1-\sqrt{3})^2$$

$$m^2 + 2mk + kn$$



$$4y + 8x \quad 3x + 3 = 3(-1 + \sqrt{3}) \neq 3 =$$

$$x > 3y \quad = -3 + 3\sqrt{3} + 3 = 3\sqrt{3}$$

$$3x \geq y \quad 4$$

$$x - 3y \leq 3 \quad 3x^2 = 3(-1 + \sqrt{3})^2 =$$

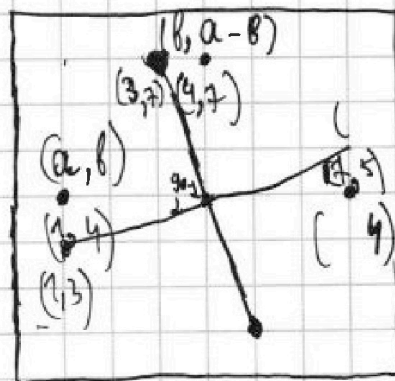
$$x \leq 3y + 3 \quad = 3(1 + 3 - 2\sqrt{3}) =$$

$$3x - y \leq 1 \quad = 12 - 6\sqrt{3}$$

$$x \leq 3y + 3 \quad 5\left(\frac{2-3\sqrt{3}}{2}\right) + 6 = 4$$

$$3x \leq y + 1 \quad 10 - \frac{15\sqrt{3}}{2} + 6 = 4$$

$$4x \leq 3y + 3 \quad y \cdot y = 81$$



$$b = \frac{15\sqrt{3}}{2} - 6$$

если одна центральная.

$$\frac{80}{4} + \frac{80 \cdot 78}{8} + \frac{80}{4}$$

если одна центральная.

$$80 + \frac{80 \cdot 76}{8} + \frac{80 \cdot 3}{4}$$

если из разных members



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3a + b = 3x + 3$$

$$3(-1-\sqrt{3})^2 = 3(1+3+2\sqrt{3}) = 12+6\sqrt{3}$$

$$5a + b = (x^2 + 2x)^2 = x^2(x+2)^2 = x^2(x^2 + 4x + 4)$$

$$9a + b = 3x^2 \quad 3(-1-\sqrt{3}) + 3 \quad x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$6a = 3x^2 - 3x - 3 \quad -3 - 3\sqrt{3} + 3$$

$$a = \frac{1}{2}(x^2 - x - 1) \quad -3\sqrt{3} \quad x^4 + 4x^3 + 9a + b + x^2$$

$$2a = (x^2 + 2x)^2 - 3x + 3 \quad -4a = x^4 + 4x^3 + x^2$$

$$4a = 2(x^2 + 2x)^2 - 6x + 6 \quad 3 \cdot (-1 - \sqrt{2}) + 3 = -3\sqrt{2}$$

$$4a = 3x^2 - (x^2 + 2x)^2 \quad ((-1-\sqrt{2})^2 + 2(-1-\sqrt{2}))^2 = 1 + 2 + 2\sqrt{2} - 2 - 2\sqrt{2} = 1$$

$$2(x^2 + 2x)^2 - 6x + 6 = 3x^2 - (x^2 + 2x)^2$$

$$3(x^2 + 2x)^2 = 3x^2 + 6x + 6 \quad 3(-1-\sqrt{2})^2 = 6 + 6\sqrt{2}$$

$$(x^2 + 2x)^2 = x^2 + 2x + 2 \quad 0 \quad (1-2)^2 = (-1)^2 = 1$$

$$a^2 = a + 2$$

$$a^2 - a - 2 = 0 \quad 3 \cdot 1^2 = 3 \quad ((-1-\sqrt{3})^2 + 2(-1-\sqrt{3}))^2 = 3x + 3 \quad (x^2 + 4)^2 - 8^2 =$$

$$D = 1 + 4 \cdot 2 = 9 \quad 4 - 2 \quad 6 + 3 \quad 64$$

$$\frac{1 \pm 3}{2} = \frac{1-3}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \quad 3x^2 =$$

$$x^2 + 2x - a = 2$$

$$x^2 + 2x - 2 = 0 \quad \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2} = 2 \quad \frac{4+3\sqrt{3}}{2} \quad -3\sqrt{3} \quad 4 \quad 12+6\sqrt{3}$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0 \quad -3\sqrt{3} - \frac{3\sqrt{3}-6}{2} = -\frac{7\sqrt{3}-3}{2} \quad \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2} = -1 \pm \sqrt{2}$$