



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 10 КЛАСС. Вариант 7

- [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен  $6 - 9x$ , шестой член равен  $(x^2 - 2x)^2$ , а десятый равен  $9x^2$ . Найдите  $x$ .
- [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $3y + 6x$  при условии
$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$
- [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$  и  $B = m^2n + 2mn^2 + 9nm$  равно  $11p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.
- [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 6$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$ .
- [4 балла] Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$
- [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $10 \times 10$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
- [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 4$ ,  $AN = 5$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Пусть  $a_1$  - первый член ар прогрессии,  $a_1 d$  - разность прогрессии  $\Rightarrow a_n = a_1 + (n-1)d = 6 - 9x$

$$a_8 = a_1 + 7d = (x^2 - 2x)^2$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = 9x^2$$

$$a_1 = 6 - 9x - 3d$$

$$a_1 = 6 - 9x^2 - 2d \quad | \quad 6 - 9x - 3d = 9x^2 - 9d$$

$$a_1 = x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 5d \quad | \quad 6 - 9x - 3d = 6d / : 3$$

$$3x^2 + 3x - 2 = 2d$$

$$6 - 9x - 3d = x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 5d$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6 = 2d \quad | \quad x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6 = 3x^2 +$$

$$3x^2 + 3x - 2 = 2d$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = (x-1)^2(x^2 - 2x - 4) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 1$$

$$x^2 - 2x - 4 = 0; \quad x^2 - 2x - 4 = 0 \quad \Delta = 4 + 16 = 20$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2} = 1 \pm \sqrt{5}$$

$$\text{Ответ: } x = 1; \quad x = 1 + \sqrt{5}; \quad x = 1 - \sqrt{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
9 ИЗ 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) \begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{array}{l} 2y + 6x \text{ - max?} \\ \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 \leq x - 2y \leq 2 ; -2 \leq x - 2y /(-1) \\ -1 \leq 2x - y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} 2y - x \leq 2 \quad |(2) ; 4y - 2x \leq 4 \\ 2x - y \leq 1 \quad |(1) \quad 2x - y \leq 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2y - x \leq 2 \quad | \cdot 2 \\ 2x - y \leq 1 \quad | \cdot 4 \end{array} \quad 2y \leq 3$$

$$\begin{array}{l} 4y - 2x \leq 4 \quad |+ \\ 8x - 4y \leq 4 \end{array} \quad 6x \leq 8 \Rightarrow 6x + 3y \leq 11.$$

$6x + 3y = 11$  - max. знач. достигаемое, к

примеру при  $x = \frac{4}{6}; y = \frac{4}{3}$

$$\left| \frac{4}{6} - \frac{16}{6} \right| \leq 2; \left| -\frac{11}{6} \right| \leq 2$$

$$\left| \frac{4}{3} - \frac{4}{3} \right| \leq 1; |1| \leq 1.$$

Ответ: 11.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
3 из 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим 2 способ:

$$\begin{cases} A = 11P^2 \\ B = 4BQ^2 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} A = 4BQ^2 \\ B = 11P^2 \end{cases} \quad (2)$$

$$(1) \quad m^2 + 4mn + 4n^2 - 4m - 14n = 11 \cdot P \cdot P \cdot 1 =$$

$$= (m+2n)^2 - 4(m+2n) = (m+2n)(m+2n-4)$$

$$m^2n + 2mn^2 + 8mn = 11P^2 \cdot 4BQ^2 =$$

$$= mn(m+2n+8) = 22 \cdot 5 \cdot 3 \cdot a \cdot a \cdot 1$$

если  $a \neq 2$ ; если  $a = 2$ , то  $mn = 1$

если  $m+n$  - нечет.; но  $(m+2n+8)$  - четное  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow 4BQ^2$  - четное  $\Rightarrow a = 2$ ! противоречие  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow a = 2. mn(m+2n+8) = 300 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1$$

$$(m+2n)(m+2n-4) = 11P^2; \text{ если } P \neq 2 \Rightarrow \text{дополнительно}$$

$\Rightarrow m+2n$  - нечетное  $\Rightarrow m+2n$  - нечетное, но тогда  $(m+2n-4)$  четное

противор.  $\Rightarrow P = 2 \cdot (m+2n)(m+2n-4) = 44 = 11 \cdot 2 \cdot 2$

$$\text{или } mn(m+2n+8) = 300.$$

$$m+2n = 11$$

$$\text{или } m+n = 11 \cdot m > n \Rightarrow m+2n > m+2n \cdot 4$$

$$m+2n = 44$$

$$m+2n = 11 \cdot m > n \Rightarrow m+2n > 11 \cdot m$$

$$m+2n = 22$$

$$n < 11 \Rightarrow n \leq 8. \quad \begin{cases} n = 5; m = 1 \\ n = 4; m = 3 \\ n = 3; m = 5 \end{cases}$$

$$m+2n = 22$$

$$\begin{cases} n = 3; m = 5 \\ n = 2; m = 4 \end{cases}$$

$$m+2n = 2$$

$$\begin{cases} n = 1; m = 3 \\ n = 0; m = 2 \end{cases}$$

подстановки

Берем из 1-го ур -  $n = 3; m = 5$  подставляем в 2-й ур -  $P = 2$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
9 из 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} m+2n=22 \\ m+2n=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m+2n=22 \\ m+2n=11 \end{cases} \text{ привед.}$$

$$② m^2 + 4mn + 4n^2 - 4m - 14n = 46q^2 =$$

$$= (m+2n)(m+2n-4) = 46q^2$$

$$m^2 n + 2mn^2 + 4mn = 11p^2$$

$$mn(m+2n+4) = 11 \cdot p \cdot p \cdot 1.$$

если  $q$  - простое и  $q \neq 2(m+2n)(m+2n-4)$  - квадрат

$\Rightarrow m+2n$  квадрат;  $m+2n-4$  квадрат. т.к.  $m+2n$  и  $m+2n-4$  не имеют общего делителя  $\Rightarrow q = 2(1 \cdot k, 2 - \text{квадрат})$  (простые числа)

если  $p \neq 2$ ,  $\Rightarrow mn(m+2n+4)$  - квадрат, т.к.

$m, n$  - квадраты,  $\Rightarrow m+2n+4$  - квадрат!  $\Rightarrow p = 2(2 - \text{квадрат})$  (простые числа)

$$mn(m+2n+4) = 44 = 2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 1.$$

(ибо  $46q^2$  делится на 4, а  $p = 2$  и  $q = 2$  не делятся на 4, т.к. значение  $A + B$  не делится на 4)

$$(m+2n)(m+2n-4) = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot q \cdot q \cdot 1$$

ну;  $n \in \mathbb{N}$

$$\begin{cases} mn=1 \\ m+2n+4=k^2 \end{cases} \Rightarrow m=n=1 \Rightarrow m+2n+4=12 \quad ?$$

$$\begin{cases} m+n=11 \\ m+2n+4=l^2 \end{cases}$$

$$m+n=11$$

$$m+2n+4=l^2 \quad m, n \in \mathbb{N}$$

$$\begin{cases} m+n=2 \\ m+2n+4=m^2 \end{cases}$$

$$mn=2 \Rightarrow \begin{cases} m=2 \\ m=1 \end{cases}$$

$$m+2n+4=m^2 \Rightarrow m+2n=4 \quad ?$$

$$\begin{cases} mn=4 \\ m+2n+4=25 \end{cases}$$

$$m+n=4 \quad ?$$

$$\begin{cases} mn=22 \\ m+2n+4=25 \end{cases}$$

$$m+2n+4=25 \quad m, n \in \mathbb{N}$$

$$\begin{cases} mn=44 \\ m+2n+4=25 \end{cases}$$

$$m+2n+4=25 \quad m, n \in \mathbb{N}$$

Ответ: (6; 3)

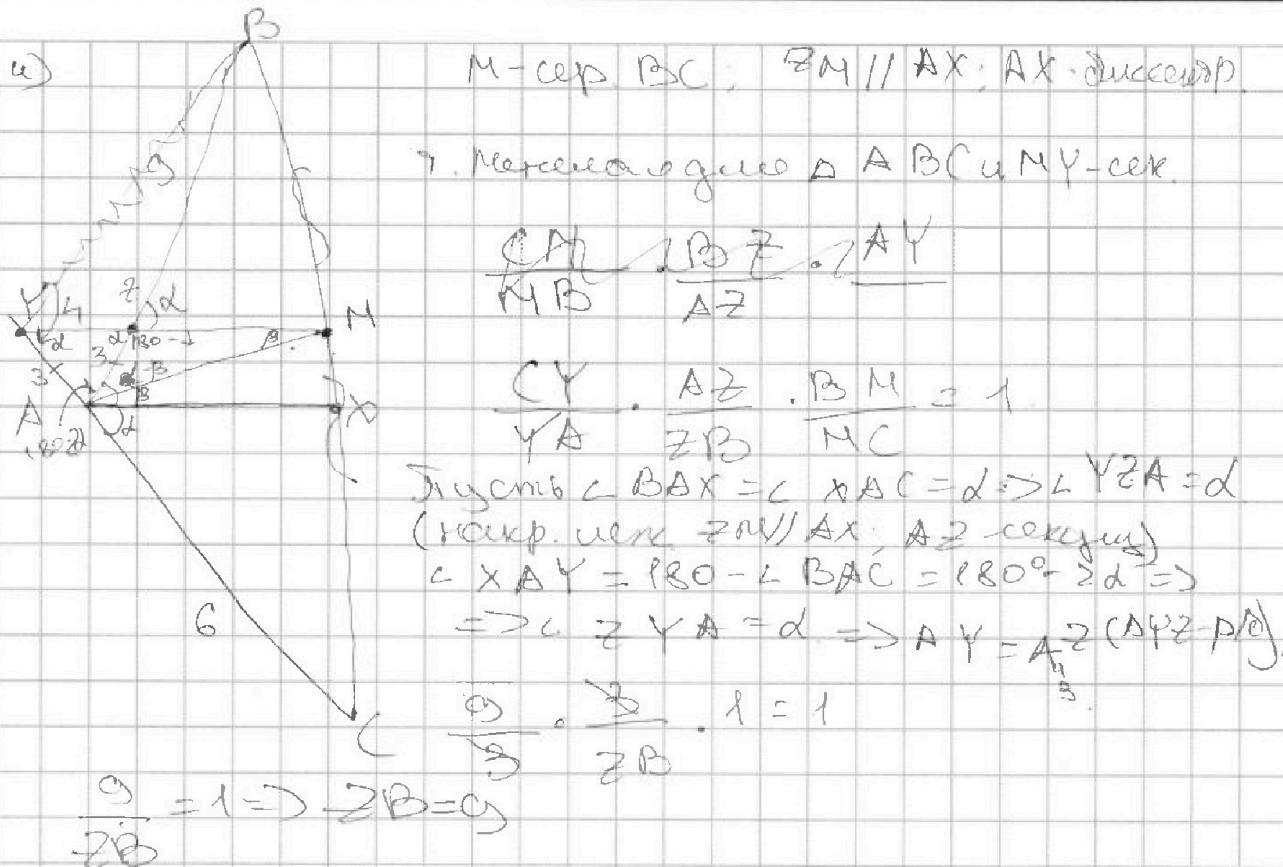


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
13 ИЗ 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\triangle YAZ$ ; косинус:  $\cos \varphi = \frac{\varphi}{\rho} = \frac{\varphi}{\theta + \rho} = \frac{\varphi}{180^\circ - 2\alpha}$

$$2\cos^2 \varphi = 16, \cos \varphi = \frac{16}{24} = \frac{8}{12} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{\varphi}{\rho} - \frac{\varphi}{\theta} \quad (\alpha < 90^\circ) \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{\frac{\varphi}{\rho}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{2 \cdot \sqrt{\frac{6}{9}} \cdot \frac{2}{3}}{3} = \frac{4\sqrt{6}}{9}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9}$$

$$\text{Т.к. } \triangle ABC, BC^2 = 144 + 36 + 2 \cdot 8 \cdot 12 \cdot \frac{1}{9},$$

$$= 180 + \frac{16}{9} = \frac{588}{9} \quad \text{Ответ: } BC = \frac{588}{9}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

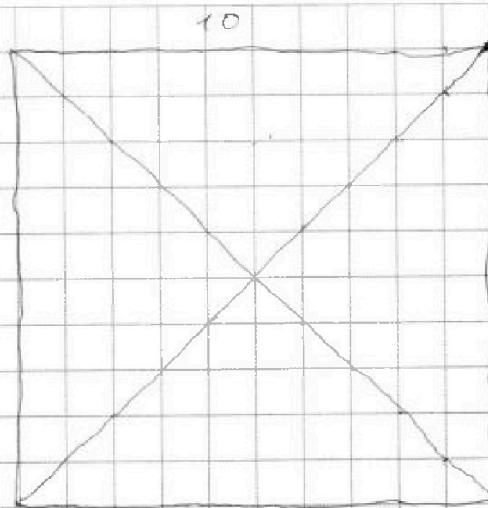


- 1    2    3    4    5    6    7

СТРАНИЦА  
8 из 14.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6) Выдирал ~~найдет~~ <sup>10</sup> узел  
из листа. Из каждого листа  
мы можем ~~найдет~~ <sup>10</sup> узел  
получить ~~один~~ <sup>3</sup> раз  
дополнительных <sup>3</sup> <sup>10</sup>  
расходов на ~~всего~~ <sup>10</sup>  
составят ~~всего~~ <sup>10</sup> узел  
узел: ~~всего~~ <sup>10</sup> ~~всего~~  
~~21~~ <sup>2</sup> ~~услуги на~~ <sup>10</sup> ~~услуги~~  
~~всего~~ <sup>10</sup> ~~состоит~~ - ~~всего~~ <sup>10</sup>  
 $= \underline{100 \cdot 10} + 3 \cdot 100 = 3300$ .



13

Рассмотрим случай, когда ~~одного~~ <sup>4</sup> из  
~~услуг~~ <sup>4</sup> на ~~услуги~~ <sup>4</sup> (то есть ~~секундников~~)  
а второй - ~~один~~ <sup>1</sup> (то есть ~~один~~ <sup>1</sup> на ~~услугу~~ <sup>1</sup>)  
автомобиль - по ~~одной~~ <sup>1</sup> ~~услуге~~ <sup>1</sup> ~~потреб~~.  
~~услуги~~ <sup>1</sup> ~~услуг~~ <sup>1</sup>  $20 \cdot 10 = 20$  (вар. ~~всего~~ <sup>1</sup>)  
~~всего~~ <sup>1</sup> ~~услуг~~ <sup>1</sup>

Следует, когда один узел на ~~услуги~~,  
а другой - ~~один~~ <sup>1</sup> ~~услугу~~ <sup>1</sup> из ~~одних~~ (то есть  
один ~~услуга~~ <sup>1</sup> ~~услуг~~ <sup>1</sup>).

$20 \cdot 10 = 200$ . Рассмотрим следующий,  
когда один узел на ~~услуги~~, а второй -  
на ~~один~~ <sup>1</sup> ~~услугу~~ <sup>1</sup> на ~~один~~ <sup>1</sup> ~~услугу~~ <sup>1</sup>.

от ~~один~~ <sup>1</sup> ~~услуги~~ <sup>1</sup> пересеч ~~услугой~~ (один ~~услуга~~ <sup>1</sup> ~~услуг~~ <sup>1</sup>)

$\underline{20 \cdot 8 = 160}$ . Следует, когда один из ~~одных~~ -  
~~услуг~~ <sup>1</sup> ~~услуг~~ <sup>1</sup>.

~~услуг~~ <sup>1</sup> ~~услуг~~ <sup>1</sup>  $10 \cdot 120 = 300$

Итого:  $2448 + 50 + 4$

$$+ 500 + 10 + 30 = 2448 + 590 = 3038$$

Ответ: 3038

1

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА  
11 ИЗ 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6x + 3y = 11, \quad y = \frac{11 - 6x}{3}$$

$$\frac{-24x - (22 - 12x)}{3} \leq 2$$

$$-6 \leq 12x - 22 \leq 6$$

$$16 \leq 12x \leq 28$$

$$\frac{64}{60} \leq x \leq \frac{112}{60}$$

$$\frac{16}{3} \leq x \leq \frac{11}{3}$$

$$3 \leq 12x - 11 \leq 3$$

$$8 \leq 12x \leq 14$$

$$\frac{40}{60} \leq x \leq \frac{40}{60}$$

$$y = \frac{11 - 4x}{3} \quad y = \frac{11 - 4}{3} - \frac{4}{3}x$$

$$\frac{4}{6} - \frac{16}{6}$$

$$\left( \frac{-11}{6} \right) \leq 2 \quad \left( \frac{7}{3} - \frac{4}{3} \right) \leq 1$$

$$m^2 + 4mn + 4n^2 - 4m - 14n = 11p^2$$

$$m^2 + 2mn + 3mn + 3mn = 11p^2 + 4n^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                                       |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = 1; a_4 = -3; a_6 = 1; a_{10} = 9.$$

$$5 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 9$$

$$a_1 + 8d = -3$$

$$25 \cdot 3$$

$$a_1 + 9d = 9$$

$$16 \cdot 8$$

$$a_1 + 5d = 1$$

$$ad = 4; d = 2; a_1 = -9$$

$$-2d = 3 = 1 - 6d;$$

$$\left( x - \frac{16 - 12x}{3} \right) \leq 2$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 = 6d = 3x^2 - 3d \quad | \cdot 2x - \frac{8 - 6x}{3} \leq 1$$

$$x^4 - 4x^3 + 6x^2 = -4d \quad 3y + 6x = 8$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 6d = 2d \quad y = \frac{8 - 6x}{3}$$

$$x^4 - 4x^3 - 5x^2 + 2x^4 - 8x^3 + 8x^2 + 18x - 12 = 0$$

$$3x^4 - (2x + 3x^2 + 18x - 12) = 0 \quad 3y + 6x = 3(y + 2x)$$

$$x^4 - 4x^3 - x^2 + 6x - 6 = 0$$

1 -

$$(x^2 - 2x + 1)(x^2 - 2x - 4)$$

$$x^4 - 2x^3 - 4x^2 - 2x^3 + 4x^2 + 8x - x^4 - 2x - 4$$

$$x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 12x - 4 = 0 \quad | \cdot \frac{3}{8} \quad | \cdot \frac{6}{8}$$

$$|x - 2y| \leq 2$$

$$x \geq y; \quad x - 2y \leq 2$$

$$x = t; \quad y = \frac{2}{3}$$

$$(2x - y) \leq 1 \quad -2 \leq x - 2y \leq 2 \quad (1 - \frac{4}{3})$$

$$2 \geq 2y - x \geq 4y - 2x \quad -1 \leq 2x - y \leq 1.$$

$$y = -\frac{1}{3} \quad (-\frac{4}{3}, 2)$$

$$2 \geq 2x - y \geq 4y - 2x \quad -2 \leq 2y - x \leq 2.$$

$$8 \geq 8x - 4y \quad 3y \leq 4$$

$$x = 1, 5$$

$$4 \geq 4y - 2x$$

$$4 \geq 6x$$

$$2 \geq 2y - x \geq -2$$

$$y = \frac{2}{3} \quad 1, 5 + \frac{2}{3}$$

$$3y + 6x \leq 8$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.









СТРАНИЦА  
Б ИЗ 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$d$ -разр.,  $a_1$ -первый член

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n \quad a_4 = a_1 + 3d = 6 - 9x$$

$$a_n = 6 - 9x$$

$$a_6 = (x^2 - 2x)^2; a_{10} = 9x^2; a_8 = a_1 + 8d = (x^2 - 2x)^2$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = 9x^2$$

$$a_1 + 3d = 6 - 9x \quad a_1 = 6 - 9x - 3d$$

$$a_1 + 5d = x^4 - 4x^3 + 4x^2 \quad 6 - 9x + 2d = x^4 - 4x^3 + 4x^2$$

$$a_1 + 9d = 9x^2 \quad \therefore x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 4x + 9x - 6 = 0$$

$$d = x^2 - a_1 = x^2 - 6 -$$

$$a_1 = 6 - 9x - 3d \quad 6 - 9x - 3d = x^4 - 4x^3 + 4x^2$$

$$a_1 = x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 8d \quad x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 5d + 3d + 9 - 6 = 0$$

$$a_1 = 9x^2 - 9d$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6 - 2d = 0$$

$$x^3 - 4x^2 + 4x + 9$$

$$x(x^3 - 4x^2 + 4x + 9) = 6 + 2d$$

$$x(x^3 - 4x^2 + 4x + 9) = 6 + 2d$$

$$x^4 - 4x^3 + 9x^2 - 6d = 9x^2 - 9d$$

$$x^4 - 4x^3 + 5x^2 = -4d$$

$$x^4 - 4x^3 - 18x^2 = -2x^4 + 8x^3 - 8x^2 - 18x - 12$$

$$3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0$$

$$x^4 - 4x^3 - x^2 + 6x - 4 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
6 ИЗ 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 + 3d = 6 - 9x \quad a_1 = 6 - 9x - 3d$$

$$a_6 = a_1 + 5d = (x^2 - 2x)^3 \quad a_1 = (x^2 - 2x)^3 - 5d$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = a_1 + 9x^2 - 9d \quad a_1 = 9x^2 - 9d$$

$$6 - 9x - 3d = 9x^2 - 9d \quad x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 6d = 6 - 9x - 3d$$

$$9x^2 + 9x - 6 = 6d \quad x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 4\sqrt{49x - 6} = 2d$$

$$3x^2 + 3x - 2 = 2d \quad a_{10} + a_1 = 2a_1 + 8d =$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6 = 18 \quad = a_{10} + a_1 - d.$$

$$\cancel{2x^4 + 2x^3 + 4x^2} \quad 1 + 4 = 5 \quad \frac{-6}{-4}$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0 \quad x = 1 - \text{кеп}$$

$$1 - 4 + 1 + 6 - 4 \\ \cancel{-3} \quad \cancel{5}$$

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 | x-1 \\ \hline -x^4 + x^3 \\ \hline -3x^3 + x^2 + 6x - 4 \\ \hline -3x^3 + x^2 + 6x - 4 \\ \hline -3x^3 + 3x^2 \\ \hline -2x^2 + 6x - 4 \\ \hline -2x^2 + 2x \\ \hline -4x - 4 \\ \hline -4x - 4 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} (x-1)^2(x^2 - 2x - 4) \\ (x-1)^2(x^2 - 4x + 4) \\ (x-1)^2(x-2)^2 \\ 1 - 3 - 2 + 4 \\ -2 \quad . \quad 2 \\ \hline 2 - 2 = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} (x-1)^2(x^2 - 2x - 4) \\ (x-1)^2(x^2 - 4x + 4) \\ (x-1)^2(x-2)^2 \\ 1 - 3 - 2 + 4 \\ -2 \quad . \quad 2 \\ \hline 2 - 2 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 3x^2 - 2x + 4 | x-1 \\ \hline -x^3 + x^2 \\ \hline -2x^2 - 2x + 4 \\ \hline -2x^2 + 2x \\ \hline -4x + 4 \\ \hline -4x + 4 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 - 3x^2 - 2x + 4 | x-1 \\ \hline -x^3 + x^2 \\ \hline -2x^2 - 2x + 4 \\ \hline -2x^2 + 2x \\ \hline -4x + 4 \\ \hline -4x + 4 \\ \hline \end{array}$$

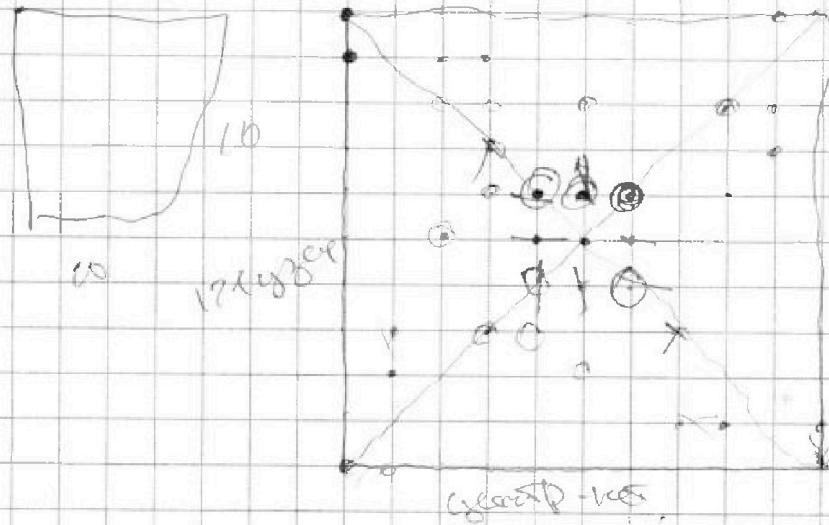


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

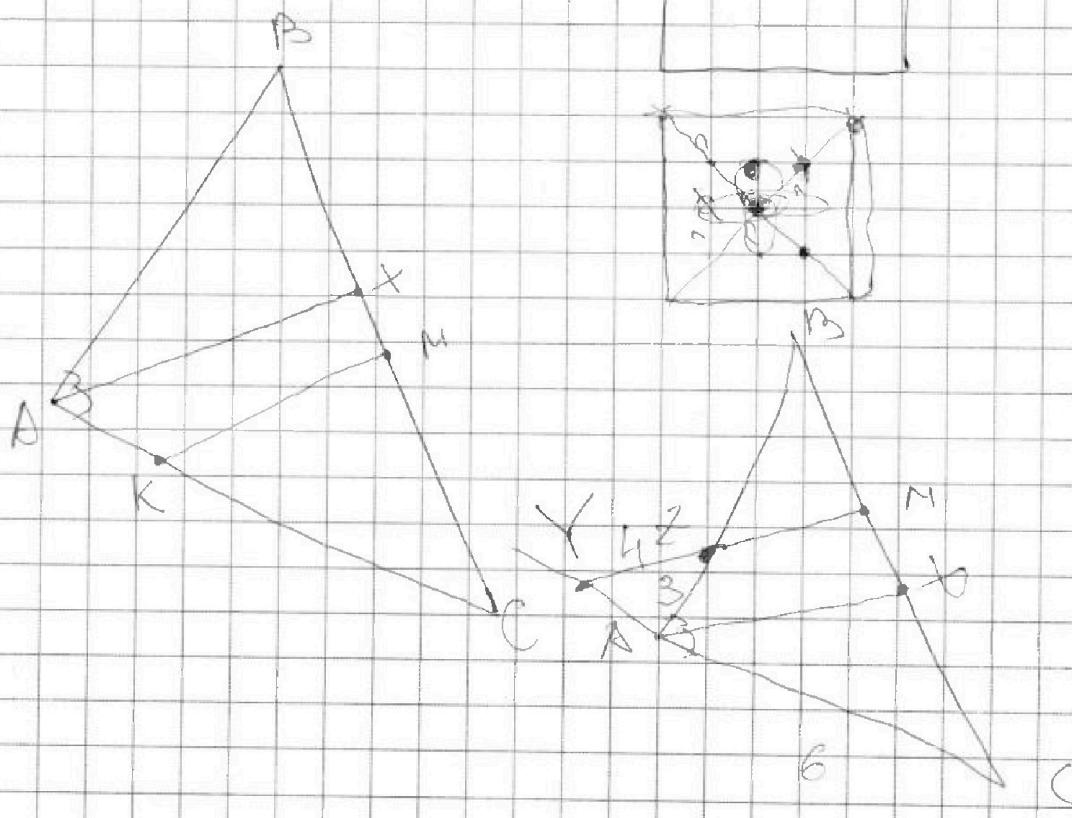
- |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА  
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



12 А.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
10 ИЗ 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & y = 8 - 6x \\
 & 3 \\
 & | x - (16 - 12x) | \leq 2 : | 12x - 16 | \leq 2 \\
 & 3 \quad 3 \quad 8 \leq 12x \leq 16 \\
 & 6x + 3y = 13 \\
 & y = 13 - 6x \\
 & 3 \\
 & -6 \cdot 3x - 22 + 12x \leq 6 \\
 & 14 \leq 12x \leq 18 \\
 & 14 \quad 18 \\
 & 10 \quad 12 \\
 & 6 \cdot 3 \quad 4 \cdot 3 \\
 & \frac{14}{10} \leq x \leq \frac{18}{12} \\
 & \frac{7}{5} \leq x \leq \frac{9}{6} \\
 & \frac{6}{60} > \frac{4}{60} \\
 & 56 \leq x \leq 18 \quad 48 \\
 & 18 \leq 10x \leq 28 \\
 & 64 \leq x \leq 48 \\
 & x = 64 - 32 - 16 \\
 & 60 \quad 30 \quad 10 \\
 & y = 8 - \frac{32}{30} = \frac{8}{3} \\
 & 10 \leq y \leq 22 \quad x = 16 \\
 & 40 \leq x \leq 88 \\
 & 25 \leq x \leq 55 \\
 & 3 \leq 12x - 8 \leq 3 \quad \frac{16}{15} - \frac{16}{3} \\
 & 10 \leq 12x \leq 22 \\
 & 5 \leq 12x \leq 14 \quad \frac{16 - 80}{15} \\
 & \frac{2}{3} - \frac{8}{8} \leq 2 \quad \frac{4 - 4}{3} \leq 1
 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                                       |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА  
12 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+2)(y-3) = 4x - 14 + 14 - 2y$$

$$4x - 14 - 2y$$

2 страница?

$$m^2 + kmn + 4n^2 - 4m - 14n = 11p^2$$

$$m^2 n^2 + 2mn^2 + 4mn = 46q^2$$

$$mn(m+2n+4) = 46q^2 = 2 \cdot 23 \cdot q \cdot q$$

$$(m+2n)^2 - 4(m+2n) = 11p^2$$

$$(m+2n)(m+2n-4) = 11 \cdot p \cdot p \cdot 1$$

$$m+2n=1; m, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow m=0, m=1.$$

$$(m+2n)=1; \quad \boxed{n=5; m=1}$$

$$\boxed{n=4; m=3}$$

$$\boxed{n=3; m=5}$$

$$\boxed{n=2; m=7}$$

$$\boxed{n=1; m=9}$$

$$1+10-4=p^2$$

$$4=p^2, p \leq 2 \text{ np}$$

$$3+8-4=7, p=2$$

$$5+6-4=7, p=3$$

$$4+9-4=9, p=2$$

$$8+10-4=14, p=3$$

$$m+2n=1$$

$$m+2n=11 \Rightarrow m+2n-4=p^2$$

$$m+2n=13 \Rightarrow m+2n-4=11p^2$$

$$m+2n=17 \Rightarrow m+2n-4=13$$

$$m+2n=19 \Rightarrow m+2n-4=15$$

$$m+2n=21 \Rightarrow m+2n-4=17$$

$$m \cdot n = 1000$$

$$m+2n+9 \quad 3+8$$

$$3+8$$

$$m+2n=2$$

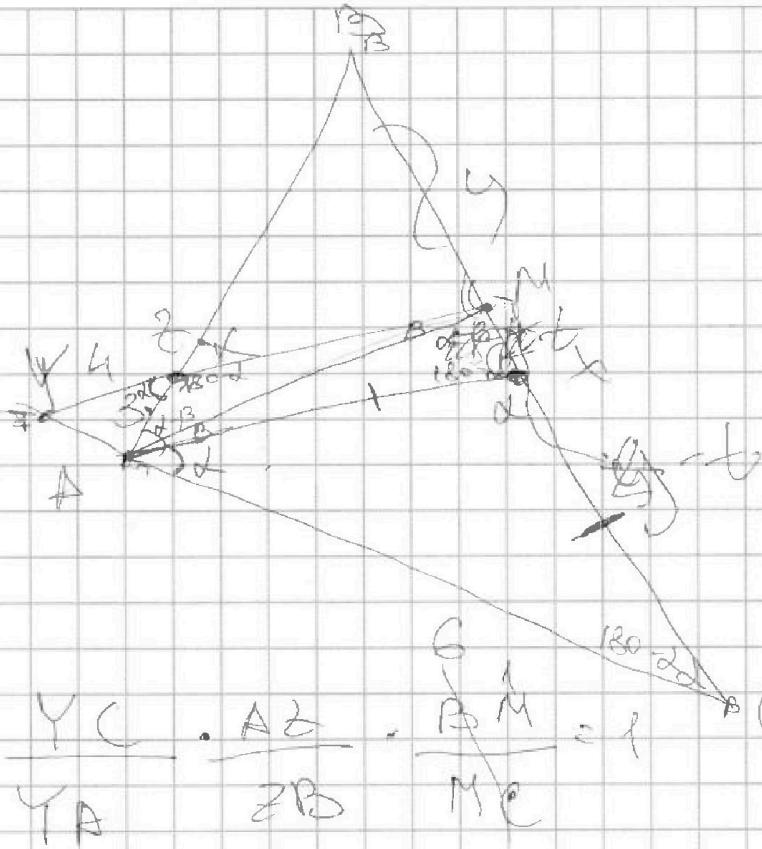


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                                       |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА  
14 ИЗ 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{6 + 4AY}{AY} \cdot \frac{3}{ZB} = 1$$

$$\frac{6}{3+ZB} = CX \quad ?$$

$$\left( \frac{6}{AY} + 1 \right) \cdot \frac{3}{ZB} = 1$$

$$\frac{y+t+z}{y+t} = \frac{t}{y+t}$$

$$ZB = \frac{18}{AY} + 3$$

$$= \frac{y-t}{y+t}$$