



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен  $6 - 9x$ , шестой член равен  $(x^2 - 2x)^2$ , а десятый равен  $9x^2$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $3y + 6x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$  и  $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$  равно  $11p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 6$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $10 \times 10$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 4$ ,  $AN = 5$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Пусть  $a_1$  - первый член а.р. прогр.,  $a_d$  - разность прогрессии  $\Rightarrow a_n = a_1 + 3d = 6 - 9x$

$$a_8 = a_1 + 5d = (x^2 - 2x)^2$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = 9x^2$$

$$a_1 = 6 - 9x - 3d$$

$$a_1 = 9x^2 - 9d$$

$$a_1 = x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 5d$$

$$\left. \begin{array}{l} 6 - 9x - 3d = 9x^2 - 9d \\ 9x^2 + 9x - 6 = 6d / : 3 \\ 3x^2 + 3x - 2 = 2d \end{array} \right\}$$

$$6 - 9x - 3d = x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 5d$$

$$\left. \begin{array}{l} x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 0x - 6 = 2d \\ 3x^2 + 3x - 2 = 2d \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6 = 3x^2 + 3x - 2 \\ x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0 \end{array} \right\}$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = (x-1)^2 (x^2 - 2x - 4) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 1$$

$$\left[ \begin{array}{l} x^2 - 2x - 4 = 0, \quad x^2 - 2x - 4 = 0 \cdot D = 4 + 16 = 20 \\ x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2} = 1 \pm \sqrt{5} \end{array} \right.$$

$$\text{Ответ: } x = 1; \quad x = 1 + \sqrt{5}; \quad x = 1 - \sqrt{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
9 ИЗ 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) \begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \dots \text{ } 3y + 6x \text{ - макс!}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x - 2y \leq 2 \\ -1 \leq 2x - y \leq 1 \end{cases}; \quad -2 \leq x - 2y \quad | \cdot (-1)$$

$$\begin{cases} 2y - x \leq 2 \quad | \cdot 2 \\ 2x - y \leq 1 \quad | \cdot 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y - x \leq 2 \quad | \cdot (-2); \quad 4y - 2x \leq 4 \\ 2x - y \leq 1 \quad | \cdot 4; \quad 8x - 4y \leq 4 \end{cases}$$

$$3y \leq 3$$

$$\begin{cases} 4y - 2x \leq 4 \\ 8x - 4y \leq 4 \end{cases} \quad | + \quad 6x \leq 8 \Rightarrow 6x + 3y \leq 11.$$

$6x + 3y = 11$  - макс. значение достигается, к

примеру при  $x = \frac{4}{6}; y = \frac{4}{3}$

$$\left| \frac{4}{6} - \frac{8}{6} \right| \leq 2; \quad \left| -\frac{11}{6} \right| \leq 2$$

$$\left| \frac{4}{3} - \frac{4}{3} \right| \leq 1; \quad |1| \leq 1.$$

Ответ: 11.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим 2 случая:

$$\begin{cases} A = 11p^2 \\ B = 45a^2 \end{cases} \text{ (1)}$$

$$\begin{cases} A = 45a^2 \\ B = 11p^2 \end{cases} \text{ (2)}$$

(1)  $m^2 + 4mn + 4n^2 - 4m - 4n = 11 \cdot p \cdot p \cdot 1 =$   
 $= (m+2n)^2 - 4(m+2n) = (m+2n)(m+2n-4)$

$m^2n + 2mn^2 + 9mn = 11p^2 \cdot 45a^2 =$

$= mn(m+2n+9) = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot a \cdot a \cdot 1$

если  $a \neq 2$ ;  $3a^2$  - простое, то  $mn$  - нец.  $\Rightarrow$

$\Rightarrow m$  и  $n$  - нец; но  $(\frac{m}{n} + \frac{2n}{1} + \frac{9}{1})$  - четно  $\Rightarrow$

$\Rightarrow 45a^2$  - четное  $\Rightarrow a = 2^k$ . Проверим  $\Rightarrow$

$\Rightarrow a = 2, mn(m+2n+9) = 300 = 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1$

$(m+2n)(m+2n-4) = 11p^2$ ; если  $p \neq 2 \Rightarrow$  оно нечетно

$\Rightarrow m$  - нечетное  $\Rightarrow m+2n$  - нечетно, но тогда  $(m+2n-4)$  четно  $\Rightarrow$

противор.  $\Rightarrow p = 2 \Rightarrow (m+2n)(m+2n-4) = 44 = 11 \cdot 2 \cdot 2$

$\Rightarrow mn(m+2n+9) = 300$

а.к.  $m, n \in \mathbb{N} \Rightarrow m+2n > m+2n-4$

$m+2n = 11, m \neq 8$

$n \in \mathbb{N} \Rightarrow n \leq 5, \begin{cases} n=5, m=1 \text{ X} \\ n=4, m=3 \text{ X} \\ n=3, m=5 \checkmark \text{ подходит} \\ n=2, m=7 \text{ X} \\ n=1, m=9 \text{ X} \end{cases}$

$m+2n = 11$

$m+2n = 4 = 1$

~~$m+2n = 2$~~

~~$m+2n-4 = 22$~~

$m+2n \leq 22$

$m+2n \neq 2$

подставим

берем  $m$  и  $n$  в ур-е (1) и проверяем подг.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
9 ИЗ 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} m+2n=22 \\ m+2n=4=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+2n=22 \text{ ?!} \\ m+2n=11 \end{cases} \text{ противор.$$

$$\textcircled{2} \quad m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = 45a^2 =$$

$$= (m+2n)^2 - 7m - 14n = 45a^2$$

$$m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = 45a^2$$

$$mn(m+2n+9) = 11 \cdot p \cdot p \cdot 1$$

если  $a$  - простое и  $a \neq 2(m+2n)(m+2n-7)$  - не

$\Rightarrow m+2n = 11k$ ;  $m+2n-7 = 5l$ ;  $\text{НОД}(m+2n, m+2n-7) = 1$   
иногда разность делит  $\Rightarrow a = 2$  (т.к. 2 - простое число)

если  $p \neq 2$ ,  $\Rightarrow mn(m+2n+9) = 11 \cdot p^2$ ,  $\text{НОД}$

$m, n$  - нечет.,  $\Rightarrow m+2n+9 = 11 \cdot p^2 \Rightarrow p = 2$  (2 - простое число)

$$mn(m+2n+9) = 44 = 2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 1$$

(и в  $\textcircled{1}$  и в  $\textcircled{2}$  следует  $p = -2$  и  $a = -2$  по рассужд. в к. значение  $A$  и  $B$  не существуют)

$$(m+2n)(m+2n-7) = 25 \cdot 5 \cdot 5 \cdot a \cdot a \cdot 1$$

$$\left. \begin{cases} mn = 1 \\ m+2n+9 = 44 \end{cases} \right\} \text{X} \Rightarrow m = n+1 \Rightarrow m+2n+9 = 12 \cdot 19$$

$$\left. \begin{cases} mn = 11 \\ m+2n+9 = 4 \end{cases} \right\}$$

$$\left. \begin{cases} mn = 11 \\ m+2n+9 = 4 \end{cases} \right\}$$

$$\left. \begin{cases} mn = 2 \\ m+2n+9 = 22 \end{cases} \right\}$$

$$\left. \begin{cases} mn = 4 \\ m+2n+9 = 11 \end{cases} \right\}$$

$$\left. \begin{cases} mn = 22 \\ m+2n+9 = 2 \end{cases} \right\}$$

$$\left. \begin{cases} mn = 44 \\ m+2n+9 = 1 \end{cases} \right\}$$

$$\left. \begin{cases} mn = 11 \\ m+2n = -5 \end{cases} \right\} m, n \in \mathbb{N}$$

$$\left. \begin{cases} mn = 2 \\ m+2n = 13 \end{cases} \right\} \begin{cases} m=2 \\ m=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m+2n=4 \text{ ?!} \\ m+2n=5 \end{cases}$$

$$\left. \begin{cases} mn = 4 \\ m+2n+9 = 11 \end{cases} \right\} \begin{cases} m=2 \\ m=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m+2n=2 \\ m+2n=3 \end{cases}$$

$$\left. \begin{cases} mn = 22 \\ m+2n+9 = 2 \end{cases} \right\} \begin{cases} m=2 \\ m=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m+2n=11 \\ m+2n=2 \end{cases} \Rightarrow n \neq 1; m=1 \Rightarrow mn=2 \text{ ?!}$$

$$\left. \begin{cases} mn = 44 \\ m+2n+9 = 1 \end{cases} \right\} \begin{cases} m=2 \\ m=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m+2n=-4 \\ m+2n=-8 \end{cases} m, n \in \mathbb{N}$$

$$\left. \begin{cases} mn = 44 \\ m+2n+9 = 1 \end{cases} \right\} \text{ ?!}$$

$$\left. \begin{cases} mn = 44 \\ m+2n+9 = 1 \end{cases} \right\} m, n \in \mathbb{N}$$

Ответ:  $(6, 3)$

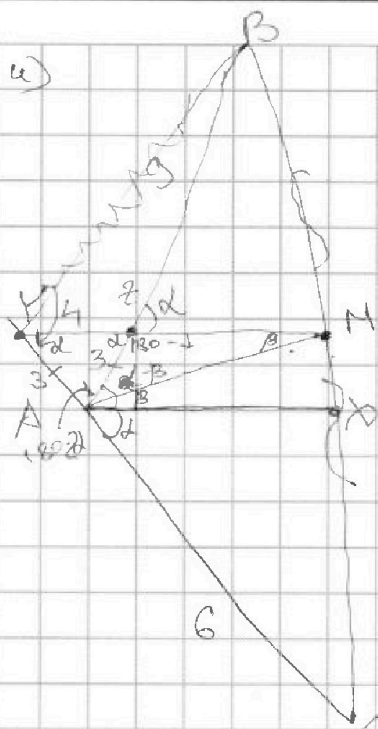


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
13 ИЗ 16

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



M-сер BC:  $ZM \parallel AX$ ;  $AX$  - диаметр

7. Меридианом делю  $\triangle ABC$  и  $MY$ -сер.

$$\frac{CA}{MB} = \frac{AZ}{AY}$$

$$\frac{CY}{YA} = \frac{AZ}{ZB} = \frac{BM}{MC} = 1$$

Поскольку  $\angle BAX = \angle XAC = d \Rightarrow \angle YZA = d$   
(покр. черт  $ZM \parallel AX$ ;  $AZ$  - диаметр)

$$\angle XAY = 180 - \angle BAC = 180 - 2d \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle ZYA = d \Rightarrow AY = AZ \text{ (APZ-PA)}$$

$$\frac{9}{3} = \frac{3}{ZB} \cdot 1 = 1$$

$$\frac{9}{ZB} = 1 \Rightarrow ZB = 9$$

$$\triangle YAZ; \text{ по косинусам: } AB = 9 = 16 + 9 - 24 \cos d$$

$$24 \cos d = 16; \cos d = \frac{16}{24} = \frac{8}{12} = \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\cos^2 d + \sin^2 d = 1$$

$$\sin^2 d = \frac{9}{9} - \frac{4}{9} = \frac{5}{9} \quad (d < 180) \Rightarrow \sin d = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\sin 2d = 2 \sin d \cos d = \frac{2 \cdot \sqrt{5}}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4\sqrt{5}}{9}$$

$$\cos 2d = \cos^2 d - \sin^2 d = \frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9}$$

$$\text{По формуле } \triangle ABC; BC^2 = 144 + 36 + 2 \cdot 8 \cdot 12 \cdot \frac{1}{9} =$$

$$= 180 + \frac{48}{3} = \frac{588}{3} \quad \text{Ответ: } BC = \frac{588}{3}$$





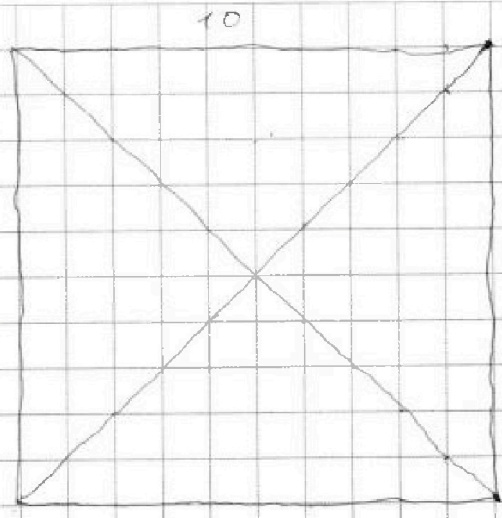
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
8 ИЗ 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6) Выдирал монеты уже не меньше, но диаметр монеты меньше, поэтому количество монет в ряд уменьшится в 3 раза. Диаметр монеты в 3 раза больше, следовательно, в ряду будет 10 монет. Если диаметр монеты равен 10, то количество монет в ряду будет 10. Если диаметр монеты равен 20, то количество монет в ряду будет 5. Если диаметр монеты равен 30, то количество монет в ряду будет 3. Если диаметр монеты равен 40, то количество монет в ряду будет 2.5. Если диаметр монеты равен 50, то количество монет в ряду будет 2. Если диаметр монеты равен 60, то количество монет в ряду будет 1.5. Если диаметр монеты равен 70, то количество монет в ряду будет 1. Если диаметр монеты равен 80, то количество монет в ряду будет 1. Если диаметр монеты равен 90, то количество монет в ряду будет 1. Если диаметр монеты равен 100, то количество монет в ряду будет 1.



Рассмотрим случай, когда диаметр монеты равен 10. Диаметр монеты равен 10, поэтому количество монет в ряду будет 10. Диаметр монеты равен 20, поэтому количество монет в ряду будет 5. Диаметр монеты равен 30, поэтому количество монет в ряду будет 3. Диаметр монеты равен 40, поэтому количество монет в ряду будет 2.5. Диаметр монеты равен 50, поэтому количество монет в ряду будет 2. Диаметр монеты равен 60, поэтому количество монет в ряду будет 1.5. Диаметр монеты равен 70, поэтому количество монет в ряду будет 1. Диаметр монеты равен 80, поэтому количество монет в ряду будет 1. Диаметр монеты равен 90, поэтому количество монет в ряду будет 1. Диаметр монеты равен 100, поэтому количество монет в ряду будет 1.

Следовательно, количество монет в ряду будет 10. Диаметр монеты равен 10, поэтому количество монет в ряду будет 10. Диаметр монеты равен 20, поэтому количество монет в ряду будет 5. Диаметр монеты равен 30, поэтому количество монет в ряду будет 3. Диаметр монеты равен 40, поэтому количество монет в ряду будет 2.5. Диаметр монеты равен 50, поэтому количество монет в ряду будет 2. Диаметр монеты равен 60, поэтому количество монет в ряду будет 1.5. Диаметр монеты равен 70, поэтому количество монет в ряду будет 1. Диаметр монеты равен 80, поэтому количество монет в ряду будет 1. Диаметр монеты равен 90, поэтому количество монет в ряду будет 1. Диаметр монеты равен 100, поэтому количество монет в ряду будет 1.

20 \* 100 = 2000. Рассмотрим случай, когда диаметр монеты равен 10. Диаметр монеты равен 10, поэтому количество монет в ряду будет 10. Диаметр монеты равен 20, поэтому количество монет в ряду будет 5. Диаметр монеты равен 30, поэтому количество монет в ряду будет 3. Диаметр монеты равен 40, поэтому количество монет в ряду будет 2.5. Диаметр монеты равен 50, поэтому количество монет в ряду будет 2. Диаметр монеты равен 60, поэтому количество монет в ряду будет 1.5. Диаметр монеты равен 70, поэтому количество монет в ряду будет 1. Диаметр монеты равен 80, поэтому количество монет в ряду будет 1. Диаметр монеты равен 90, поэтому количество монет в ряду будет 1. Диаметр монеты равен 100, поэтому количество монет в ряду будет 1.

80 \* 1 = 80. Рассмотрим случай, когда диаметр монеты равен 10. Диаметр монеты равен 10, поэтому количество монет в ряду будет 10. Диаметр монеты равен 20, поэтому количество монет в ряду будет 5. Диаметр монеты равен 30, поэтому количество монет в ряду будет 3. Диаметр монеты равен 40, поэтому количество монет в ряду будет 2.5. Диаметр монеты равен 50, поэтому количество монет в ряду будет 2. Диаметр монеты равен 60, поэтому количество монет в ряду будет 1.5. Диаметр монеты равен 70, поэтому количество монет в ряду будет 1. Диаметр монеты равен 80, поэтому количество монет в ряду будет 1. Диаметр монеты равен 90, поэтому количество монет в ряду будет 1. Диаметр монеты равен 100, поэтому количество монет в ряду будет 1.

Ответ: 3065

Итого: 2470 + 50 + 10 + 30 = 2560 + 500 = 3060





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
11 ИЗ 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6x + 3y = 11; \quad y = \frac{11 - 6x}{3}$$

$$-2 \leq 2x - \frac{(22 - 12x)}{3} \leq 2$$

$$-6 \leq 15x - 22 \leq 6$$

$$16 \leq 15x \leq 28$$

$$\frac{16}{15} \leq x \leq \frac{28}{15}$$

$$-1 \leq 2x - \frac{11 + 6x}{3} \leq 1$$

$$-3 \leq 12x - 11 \leq 3$$

$$8 \leq 12x \leq 14$$

$$\frac{40}{60} \leq x \leq \frac{40}{60}$$

$$x = \frac{40}{60} = \frac{4}{6} \quad y = \frac{11 - 4}{3} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\left( \frac{-11}{6} \right) \leq 2 \quad \left( \frac{2}{3} - \frac{4}{3} \right) \leq 1$$

$$m^2 + 4mn + 4n^2 - 9m^2 - 14n = 11p^2$$

$$m^2n + 2mm^2 + 9mn = 11p^2 + 4nq^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x = 1; a_4 = -3; a_6 = 1; a_{10} = 9$   
 $a_1 + 8d = -3 \quad a_1 + 9d = 9$   
 $a_1 + 6d = 1 \quad 2d = 4; d = 2; a_1 = -9$   
 $-2d - 3 = 1 - 6d$   
 $x^4 - 4x^3 - 4x^2 = 0 \quad a_1 + 3d = 0$   
 $x^4 - 4x^3 - 6x^2 = -4d$   
 $x^4 - 4x^3 - 4x^2 + 9x - 6 = 2d$   
 $x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 2x^4 - 8x^3 + 8x^2 + 18x - 12 = 0$   
 $3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0$   
 $x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$   
 $(x^2 - 2x + 1)(x^2 - 2x - 4)$   
 $x^4 - 2x^3 - 4x^2 - 2x + 4x + 8x + x^2 - 2x - 4$   
 $x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 6x - 4 = 0$   
 $|x - 2y| \leq 2 \quad x \geq 2y; x - 2y \leq 2$   
 $|2x - y| \leq 1 \quad -2 \leq x - 2y \leq 2$   
 $2y - x \leq 4y - 2x \quad -1 \leq 2x - y \leq 1$   
 $2x - y \leq 2x - y \quad -2 \leq 2y - x \leq 2$   
 $8x - 4y \quad 3y \leq 4$   
 $4 > 2y - 2x \quad 2 \geq 2y - x \geq -2$   
 $4 \geq 6x \quad 3y + 6x \leq 8$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
5 ИЗ 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$   $d$  - шаг;  $a_1$  - первый член

$$a_n = a_1 + 3d = 6 - 9x$$

$$a_n = 6 - 9x$$

$$a_6 = (x^2 - 2x)^6; a_{10} = 9x^2 \quad a_6 = a_{10} \Rightarrow 3d = (x^2 - 2x)^2$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = 9x^2$$

$$a_1 + 3d = 6 - 9x$$

$$a_1 = 6 - 9x - 3d$$

$$a_2 + 5d = x^4 - 4x^3 + 4x^2$$

$$6 - 9x + 2d = x^4 - 4x^3 + 4x^2$$

$$a_1 + 9d = 9x^2$$

$$x^4 - 4x^3 - 4x^2 + 9x - 6 = 0$$

$$d = \frac{x^2 - a_1}{3} = \frac{x^2 - 6 + 9x + 3d}{3}$$

$$a_1 = 6 - 9x - 3d$$

$$6 - 9x - 3d = x^4 - 4x^3 + 4x^2$$

$$a_2 = x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 6d$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 5d + 3d + 9x + 6 = 0$$

$$a_1 = 9x^2 - 9d$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6 - 2d = 0$$

$$x^3 - 4x^2 - 4x + 9$$

$$x(x^3 - 4x^2 + 4x + 9) = 6 + 2d$$

$$x(x - 1)(x^2 - 3x + 1)$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 6d = 9x^2 - 9d$$

$$x^4 - 4x^3 - 5x^2 = -4d$$

$$x^4 - 4x^3 - 5x^2 = -2x^4 + 8x^3 - 8x^2 - 18x + 12$$

$$3x^4 - 12x^3 - 3x^2 + 18x - 12 = 0$$

$$x^4 - 4x^3 - x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$\begin{array}{r} 260 \\ 260 \\ \hline 0 \\ + 17 \end{array}$$

20 · 100 = 2000  
2000 - 200 = 1800  
1800 - 200 = 1600  
1600 - 200 = 1400  
1400 - 200 = 1200  
1200 - 200 = 1000  
1000 - 200 = 800  
800 - 200 = 600  
600 - 200 = 400  
400 - 200 = 200  
200 - 200 = 0





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
6 ИЗ 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 + 3d = 6 - 9x$$

$$a_1 = 6 - 9x - 3d$$

$$a_6 = a_1 + 5d = (x^2 - 2x)^2 \quad a_1 = (x^2 - 2x)^2 - 5d$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = 9x^2 \quad a_1 = 9x^2 - 9d$$

$$6 - 9x - 3d = 9x^2 - 9d$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 6d = 6 - 9x - 3d$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6 = 2d$$

$$9x^2 + 9x - 6 = 6d$$

$$3x^2 + 3x - 2 = 2d$$

$$a_1 + a_6 = 2a_1 + 5d =$$

$$= a_{10} + a_1 - d$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6 \quad | : 3$$

~~$$x^4 - 4x^3 + 4x^2$$~~

$$1 + 9 = 10$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ -48 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x + 4 = 0 \quad x = 1 - \text{кор}$$

$$1 - 4 + 1 + 6 + 4$$

$$-3 \quad | : 3$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \quad | : x - 1$$

$$(x-1)^2(x^2 - 2x - 4)$$

$$D = 4 + 16 = 20$$

$$x^4 - x^3$$

$$x^3 - 3x^2 - 2x + 4$$

$$1 \quad -3 \quad -2 \quad +4$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2}$$

$$-3x^3 + x^2 + 6x - 4$$

$$-3x^3 + 3x^2$$

$$-2 \quad -2$$

$$= 2 \pm \sqrt{5}$$

$$-2x^2 + 6x - 4$$

$$x^2 - 3x^2 - 2x + 4 \quad | : x - 1$$

$$x^2 - 2x - 4$$

$$-2x^2 + 2x$$

$$x^2 - x^2$$

$$2x^2 - 2x + 4$$

$$4x - 4$$

$$-2x^2 + 2x$$

$$-4x + 4$$

$$4x - 4$$

$$-4x + 4$$

$$-0x$$

$$1 \quad 4$$

$$\begin{array}{r} 160 \\ -160 \\ \hline 0 \end{array}$$

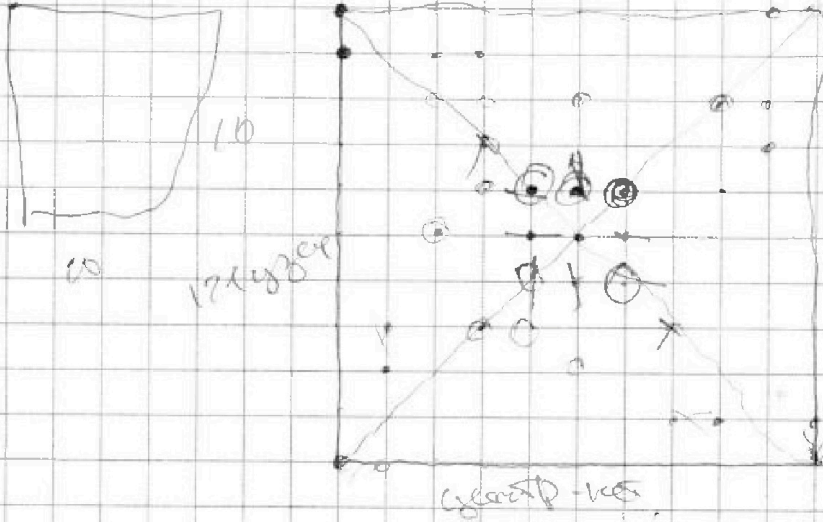


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

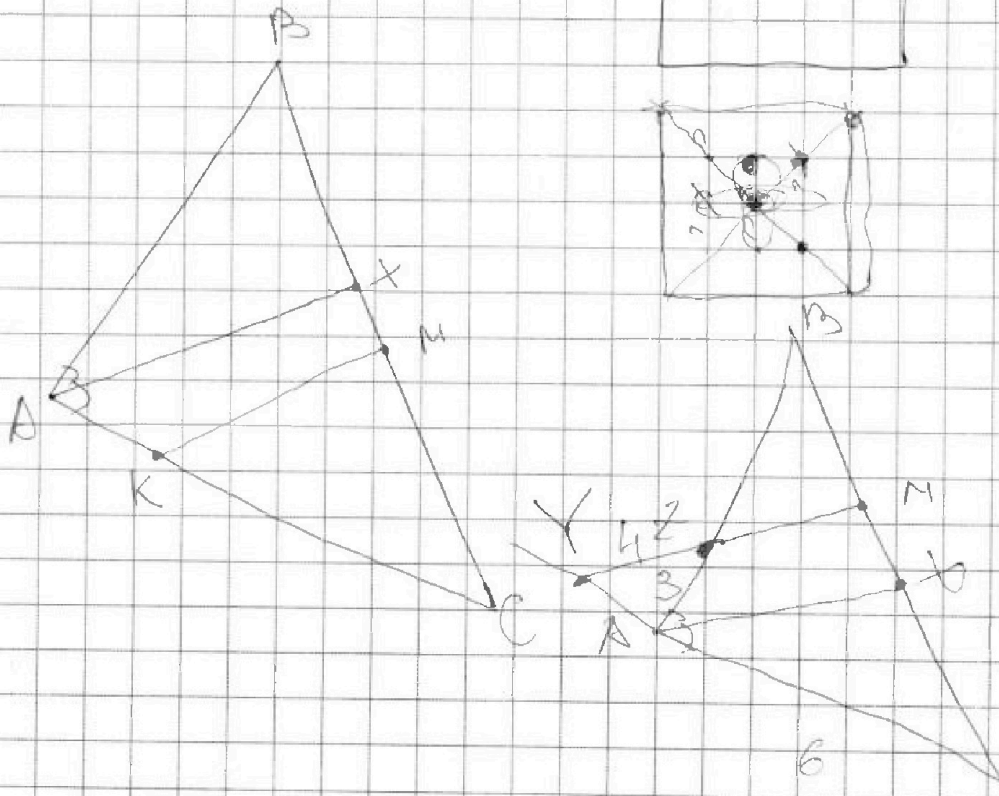
- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
7 ИЗ 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



121.







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
10 ИЗ 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$y = \frac{8-6x}{3}$   
 $x - \frac{(16-12x)}{3} \leq 2 \Rightarrow |10x-16| \leq 2$   
 $6x+6x-8$   
 $6x+3y=11$   
 $y = \frac{11-6x}{3}$   
 $6 \leq 3x - 22 + 12x \leq 6$   
 $\frac{14}{15} \leq x \leq \frac{18}{10}$   
 $4-3$   
 $\frac{66}{60} > \frac{40}{60}$   
 $\frac{16}{60} \leq 10x \leq \frac{28}{60}$   
 $\frac{64}{60} \leq x \leq \frac{42}{60}$   
 $x = \frac{64}{60} = \frac{32}{30} = \frac{16}{15}$   
 $y = \frac{8 - \frac{32}{3}}{3} = \frac{8}{3}$   
 $\frac{16}{15} \leq y \leq \frac{22}{15}$   
 $x = \frac{16}{15}$   
 $\frac{40}{60} \leq x \leq \frac{88}{60}$   
 $\frac{25}{60} \leq x \leq \frac{60}{60}$   
 $3 \leq 6x - 11x + 6x \leq 3$   
 $10x - 16 \leq 2$   
 $12x - 8 \leq 2$   
 $16x - 16 \leq 2$   
 $16x \leq 18$   
 $\frac{14}{10} \leq x \leq \frac{18}{10}$   
 $\frac{14}{12} \leq x \leq \frac{9}{12}$   
 $\frac{66}{60} \leq x \leq \frac{18}{60}$   
 $\frac{88}{60} \leq x \leq \frac{40}{60}$   
 $-2 \leq 10x - 16 \leq 2$   
 $-2 \leq 12x - 8 \leq 2$   
 $10 \leq 10x \leq 22$   
 $15 \leq 17x \leq 11$   
 $x = \frac{40}{60} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$   
 $y = \frac{8 - 4}{3} = \frac{4}{3}$   
 $|\frac{2}{3} - \frac{8}{3}| \leq 2$   
 $|\frac{4}{3} - \frac{4}{3}| \leq 1$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
12 ИЗ 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+2)(4-y) = 4x - xy + 14 - 2y$$

$$4x - 5x - y^2$$

2 следов?

$$m^2 + 2mn + 4n^2 - 4m - 14n = 11p^2$$

$$m^2n^2 + 2mn^2 + 9mn = 46q^2$$

$$mn(mn + 2n + 9) = 46q^2 = 5 \cdot 2 \cdot 23 \cdot q^2$$

$$(m+2n) - 4(m+2n) = 11p^2$$

$$(m+2n)(m+2n-4) = 11 \cdot p \cdot p \cdot 1$$

$$m+2n = 1; m, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow m=0; n=1$$

$$(m+2n) = 11; \begin{cases} n=5; m=1 \\ n=4; m=3 \\ n=3; m=5 \\ n=2; m=7 \\ n=1; m=9 \end{cases}$$

$$1 + 10 - 4 = p^2$$

$$4 = p^2; p = 2; 11p$$

$$9 + 8 - 4 = 4; p = 2$$

$$25 + 6 - 4 = 9; p = 3$$

$$49 + 4 - 4 = 7; p = 7$$

$$81 + 0 - 4 = 9; p = 9$$

$$m+2n = 1$$

$$m+2n = 11 \Rightarrow m+2n-4 = p^2$$

$$m+2n = 10 \Rightarrow m+2n-4 = 11p$$

$$m+2n = p^2 \Rightarrow m+2n-4 = 11$$

$$m+2n = 11p \Rightarrow m+2n-4 = 11$$

$$m+2n = 11p^2 \Rightarrow m+2n-4 = 1$$

$$m+2n = 11$$

$$m \cdot n = k \in \mathbb{Z}$$

$$m + 2n + 9$$

$$3 + 0$$

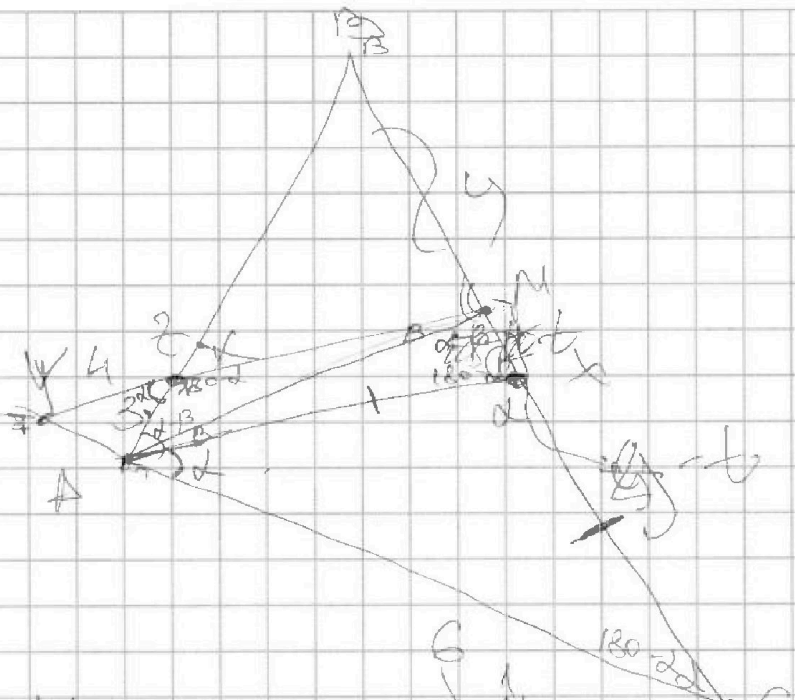


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
14 ИЗ 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{YC}{YA} \cdot \frac{AZ}{ZB} \cdot \frac{BM}{MC} = 1$$

$$\frac{G + AY}{AY} \cdot \frac{3}{ZB} = 1$$

$$\frac{G}{3 + ZB} = \frac{CX}{BX}$$

$$\left(\frac{G}{AY} = 1\right) \cdot \frac{3}{ZB} = 1$$

$$= \frac{y+z}{y-z} = \frac{z}{y+z}$$

$$ZB = \frac{18}{AY} + 3$$

$$= \frac{y-z}{y+z}$$