



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 5

- [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
- [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии
$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$
- [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
- [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
- [4 балла] Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$
- [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
- [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_3 = a_1 + ab = 3x + 3$$

$$a_5 = a_1 + ab = (x^2 + 2x)^2$$

$$a_9 = a_1 + ab = 3x^2$$

$$(x^2 + 2x)^2 - 3x + 3 = x^2 - x - 1$$

$$a_9 - a_3 = a_1 + ab - a_1 - ab = 3x^2 - 3x - 3$$

$$ab = 3x^2 - 3x - 3 \quad 2b = x^2 - 3x - 1$$

$$a_5 - a_3 = a_1 + ab - a_1 - ab = 2b$$

$$x^4 + 4x^5 + 3x^2 - 2x + 2 = 0$$

$$x^4 + 4x^5 + 4x^2 - 3x + 3 - x^2 + x + 1 = 0$$

$$a_5 - a_3 = a_1 + ab - a_1 - ab = 2b$$

~~$$(x^2 + 2x)^2 - 3x + 3$$~~

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^5 + 3x^2 - 2x + 2 \\ \underline{- x^4 + x^5} \\ \hline 3x^5 + 3x^2 \\ \underline{- 3x^5 + 3x^2} \\ \hline - 2x - 2 \\ \underline{- 2x - 2} \end{array}$$

$$(x+1)^2(x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$D = 4 + d = 12$$

$$x_1 = \frac{-2 + 2\sqrt{3}}{2} = -1 + \sqrt{3}$$

$$x_2 = \frac{-2 - 2\sqrt{3}}{2} = -1 - \sqrt{3}$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x + 2 \\ \underline{- x^4 + 2x^3} \\ \hline x^3 + 3x^2 \\ \underline{- x^3 + 2x^2} \\ \hline 2x^2 + 4x^2 \\ \underline{- 2x^2 - 2x^2} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 - 2 \\ \underline{- x^3 + x^2} \\ \hline 2x^2 - 2 \\ \underline{- 2x^2 + 2x} \\ \hline - 2x - 2 \\ \underline{- 2x - 2} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$(x+1)^2(x+1 - \sqrt{3})(x+1 + \sqrt{3}) = 0$$

$$\text{Отв: } x = -1; -1 + \sqrt{3}; -1 - \sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

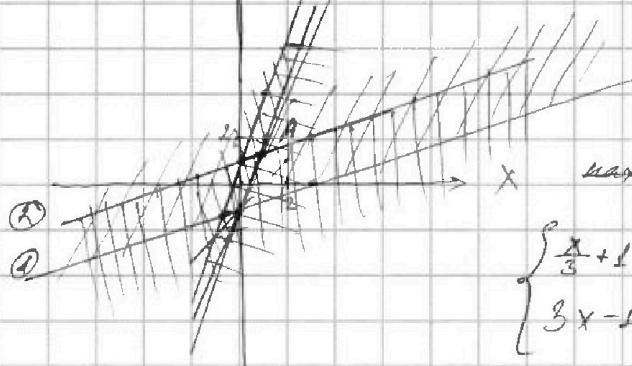
$$2. \begin{cases} y + 8x \\ y \end{cases} \quad \begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 3y \leq 3 \\ x - 3y \geq -3 \\ 3x - y \leq 1 \\ 3x + y \geq 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x - 3y \leq 3 \\ x - 3y \geq -3 \\ 3x - y \leq 1 \\ 3x + y \geq 3 \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \quad \begin{array}{c|cc} x & 0 & 3 \\ y & -1 & 0 \end{array}$$

$$\textcircled{2} \quad \begin{array}{c|cc} x & 0 & 3 \\ y & 1 & 2 \end{array}$$

$$\textcircled{5} \quad \begin{array}{r} \times 10 \\ \hline y & -12 \end{array} \quad \textcircled{6} \quad \begin{array}{r} \times 10 \\ \hline y & 14 \end{array}$$



max & max 9 градусов по ячейкам -
наиболее концентрированы

$$\begin{cases} \frac{x}{3} + 1 = y \\ 3x - 1 = y \end{cases}$$

$$\frac{x}{3} + 1 = -1 + 3x$$

$$x + 3 = -3 + 9x$$

$$6 = 8x \quad x = \frac{6}{8}$$

$$y = \frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4}$$

$$4 \cdot \frac{5}{4} + 8 \cdot \frac{3}{4} = 5 + 6 = 11$$

Order: 11

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = 13p^2 \quad m, n \in \mathbb{N}; \quad p, q - \text{простые числа}$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = 85q^2$$

$$m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13 \cdot p \cdot p \cdot 1 \quad \text{такое } m+n = a$$

$$a(a-9) = 13 \cdot p \cdot p \cdot 1 \quad a, a-9 - \text{натуральные числа}$$

$$\text{если } a = 13, \text{ то } a-9 = p^2 \quad 4 = p^2 \Rightarrow p = 2 \quad 2 - \text{простое число} \quad \checkmark$$

$$\text{если } a = p, \text{ то } a-9 = 13p \quad p-9 = 13p \quad -9 = 12p \text{ не подходит}$$

$$\text{если } a = 13p, \text{ то } a-9 = p \quad 13p-9 = p \quad 12p = 9 \quad p = \frac{3}{4} \text{ не подходит}$$

$$\text{если } a = p^2, \text{ то } a-9 = 13 \quad p^2-9 = 13 \quad p^2 = 22 \quad p = \sqrt{22} \text{ не подходит}$$

$$\text{если } a = 1, \text{ то } a-9 = 13p^2 \quad a \neq -8 \text{ не подходит}$$

$$m+n = 13$$

$$m^2n + mn^2 - 3mn = n \cdot m(m+n-3) = 5 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 1$$

$$n \cdot m \cdot 10 = 5 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 1 \quad n \cdot m \cdot 2 = 5 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 1$$

$$n \cdot m = 5 \cdot 3 \cdot 2 = 30$$

$$\begin{cases} m+n=13 \\ n \cdot m=30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = \frac{30}{n} \\ \frac{30}{n} + n = 13 \end{cases}$$

$$M_1 = 13 - n_1 = 3$$

$$30/n^2 = 13n$$

$$M_2 = 13 - n_2 = 10$$

$$D = 109 - 120 = 49$$

$$n_1 = \frac{13+8}{2} = 10$$

$$n_2 = \frac{13-8}{2} = 3$$

Ответ: $(m, n) = (3, 10); (10, 3)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порта QR-кода недопустима!

$$\triangle YMC : YM = YZ + ZM = 8 + 12 = 20$$

$$YC = YA + AC = 6 + 11 = 17 \quad \angle AYE = \alpha$$

$$CM^2 = XC^2 + YM^2 - 2 \cos \alpha \cdot YC \cdot YM = 5^2 + 10^2 - 2 \cdot 5 \cdot 10 \cdot \cos 120^\circ = 25 + 100 - 100 \cdot (-0.5) = 25 + 100 + 50 = 175$$

$$CM = \sqrt{175} = 5\sqrt{7} \quad BC = 2CM = 10\sqrt{7}$$

Ответ: $10\sqrt{7}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$ZM \parallel AX \quad MC$$

$$MB = MZ$$

$$ZM \parallel AB = Z$$

$$ZM \parallel AC = Y$$

$$AC = 18$$

$$AZ = 6$$

$$YZ = 8$$

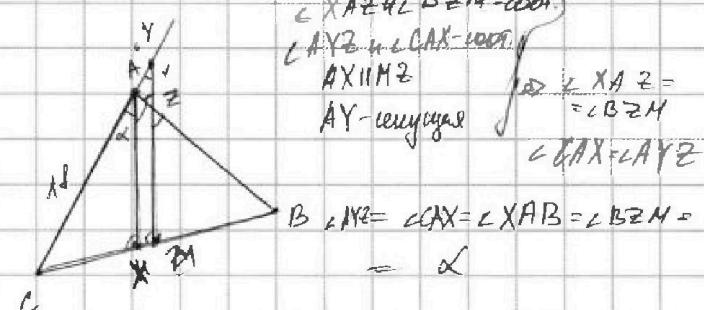
$$BC = ?$$

AH - высота

AH $\perp BC$

$$AH \cdot BC = H$$

$$\angle ZCY = \angle CAH = \alpha$$



$$\angle AZY = \angle MZB \Rightarrow \angle AZY = \angle AYB = \alpha$$

(первойки)

$$\Rightarrow \angle ZYB = 180^\circ - \alpha \Rightarrow AZ = AY = 6$$

$$-2 \cos \alpha \cdot AY \cdot YZ + AY^2 + YZ^2 = AZ^2$$

$$-8 \cdot 6 \cdot 2 \cdot \cos \alpha + 36 + 64 = 36$$

$$64 - 32 = 6 \cdot 8 \cos \alpha$$

$$4 = 6 \cos \alpha$$

$$\frac{2}{3} = \cos \alpha$$

① $\angle B$ -общий
 $\angle BZM = \angle BAX$ $\Rightarrow \triangle BZM \sim \triangle BAX$

② $\angle C$ -общий
 $\angle CAZ = \angle AYZ$ $\Rightarrow \triangle CAZ \sim \triangle CYZ$

③: $\frac{AZ}{YZ+ZM} = \frac{AC}{CA+AY} = \frac{AC}{CX+XM}$ $\frac{AZ}{YZ+ZM} = \frac{18}{24} = \frac{ex}{CX+XM}$ $\text{Отсюда } MB = x$
 $MC = x$

4) $\frac{AX}{YZ+ZM} = \frac{18}{24} = \frac{x-XM}{x}$

$$AX = 24x - 24XM$$

$$24XM = 6x$$

$$24AX = 144 + 144XM$$

$$4XM = x$$

$$4AX = 24 + 32x \quad AX = 6 + \frac{3}{4} XM$$

④: $\frac{BZ}{BZ+ZM} = \frac{BM}{BM+XM} = \frac{ZM}{AX}$ $\frac{BZ}{BZ+ZM} = \frac{x}{x+XM} = \frac{ZM}{AH}$

$$\begin{cases} \frac{6+\frac{3}{4}XM}{6+2M} = \frac{6XM-XM}{6XM} \\ \frac{4XM}{6XM+XM} = \frac{ZM}{6+\frac{3}{4}XM} \end{cases}$$

1) $\frac{6+\frac{3}{4}XM}{6+2M} = \frac{3}{4}$

2) $\frac{4}{5} = \frac{ZM}{6+\frac{3}{4}XM}$

1) $24 + 32x = 24 + 32M$

2) $24 + 32M = 5ZM$

$$24 = 2ZM \quad ZM = 12$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x+5y^2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x &\geq -1 \\ \text{sg } y, x &\geq 0 \\ 6-y &\geq 0 \quad 6 \geq y \end{aligned}$$

$$1) (x^4 - y^4) + 5(x^2 - y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x^2 - y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 + y^2 + 5)(x - y)(x + y) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 + y^2 + 5)(x + y)(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 + y^2 + 5)(x + y)(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 1(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$\underbrace{\quad}_{\text{0}} \quad \underbrace{\quad}_{\text{0}} \quad \underbrace{\quad}_{\text{0}}$$

$$\sqrt{x} - \sqrt{y} = 0 \Rightarrow x = y$$

$$2) \text{ f } \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5}{\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5} = 2\sqrt{6+5x-x^2} \quad a(1+x) - x(a+x)$$

$$\text{if } y \text{ too } x+1 = a, 6-x = b$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2\sqrt{ab} \quad a - 2\sqrt{ab} + b = 4ab - 20\sqrt{ab} + 25$$

$$a - 4ab + b - 25 = -22\sqrt{ab}$$

$$x+1 - 24 - 20x + 4x^2 + 6 - x - 25 = -22\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$4x^2 - 20x - 42 = -22\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$(2x^2 - 10x - 21)^2 = -44\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$-826 - 605x + 124x^2$$

$$4x^4 + 100x^2 + 441 + 240x - 40x^3 - 86x^2 = -66 - 55x + 11x^2$$

$$4x^4 - 40x^3 + 5x^2 + 945x + 508 = 0$$

$$4x^4 - 40x^3 - 105x^2 + 1025x + 1164 = 0$$

$$\cancel{(2x^2 - 10x)^2}$$

Ostet: ~~x=3~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Возможен только обласл 4×4 , т.к. наше ареале расположено
4005 областей ^{области} распределены ^{распределены} следующим образом -
как показано.

Why you are N5 a Represent - ~~to represent~~
representative under - ~~represent~~
representatives ~~under~~ before you
Because 4x4 says they are under 4x4.

Но это способ распределения выигрыша $5 \cdot 5 \cdot 24 = 600$ и то же правило действует для всех остальных ячеек таблицы, а сумма для них $4 \cdot 4 \cdot 60 = 960$. Поэтому в таблице $1/6$ со всеми ячейками, имеющими одинаковую вероятность.

8 приводов. (автомат): $8 \times 4 = 16$

$$16 + 400 + 600$$

Ober: 1016

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5.

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x+5y^2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & 5x+6-y^2 \\ & 6x+6-y^2-y \\ & x-yx-y^2-y \\ & 6+5x-y^2 \geq 0 \end{aligned}$$

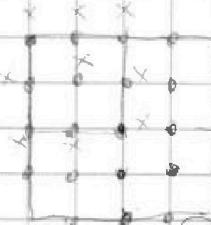
~~$x+1 \geq 0 \quad y \geq 0$~~

$x \geq 1$
 $y \leq 6$

6.

$$\begin{aligned} & x+1 - 2\sqrt{(x+1)(6-y)} + 6-y = 4(6+5x-y^2) - 20\sqrt{6+5x-y^2} + 25 \\ & 49 - 42 \\ & x+1 + 6-y - 24 - 20x + 4y^2 - 25 = 2\sqrt{(x+1)(6-y)} = 10\sqrt{6+5x-y^2} \\ & 4y^2 - y - 19x - 42 = 2 \end{aligned}$$

6.



(14)

$$9 \times 8 + 9 \times 6 + 2 \times 7 = 9 \times 6 = 90 + 36 = 126$$

+ 9

$$9 \times 8 + 4 \times 6 + 8 \times 8 =$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & +4 & +3 & -2 \\ \begin{matrix} -1 \\ -2 \\ -2 \end{matrix} & \left| \begin{array}{rrrr} 1 & 3 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \end{array} \right| + 4 \end{array}$$

$$a_3 = 0$$

$$(1-\frac{b^2}{4}) = 1$$

$$b = 0,5$$

$$a_1 = -1$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & 1 & 6 & \\ & -4 & 1 & 0 & 3 \\ & 1 & 1 & 5 & 8 - 6 \\ & -1 & 1 & 3 & 0 - 2 \end{array}$$

$$-1$$

$$b = 0,5$$

$$\frac{b^2}{4} = \frac{1}{16}$$

$$b^2 + 1 = 4$$

$$b = 0,5$$

$$4 - 2\sqrt{3} - 6 + 4,5\sqrt{3} = -2$$

$$-1 + \sqrt{3}$$

$$3\sqrt{3} = a_3$$

$$3 - 2\sqrt{3} + 1$$

$$9 - 6\sqrt{3} + 3 - 3\sqrt{3} = 6 + 6\sqrt{3}$$

$$9 - 6\sqrt{3} + 3 + 2\sqrt{3} - 2 = 10 - 4\sqrt{3}$$

$$12 - 8\sqrt{3} = j b$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\begin{array}{r} 1 \quad 9 \cdot 8 = 72 \\ 1 \quad 7 \cdot 8 = 56 \\ 1 \quad 6 \cdot 8 = 48 \\ 3 \quad 5 \cdot 6 = 30 \\ 3 \quad 4 \cdot 10 = 40 \\ 2 \quad 1 \cdot 10 = 10 \\ 4 \quad 1 \cdot 10 = 10 \\ 5 \quad 1 \cdot 9 = 9 \\ 5 \quad 1 \cdot 1 = 1 \\ 15 \quad 1 \cdot 19 = 19 \\ 6 \quad 1 \cdot 0 = 0 \\ 10 \quad 1 \cdot 4 = 4 \\ 10 \quad 30 = 30 \\ 10 \quad 300 = 300 \end{array}$	$(n-3)(m^2 - 10n - 300) = 0$ $(n-3)(n-10)(m^2 + 4n + 30) = 0$ $16 - 120 < 0$ $n = 3, 10$ $m = \frac{30}{n} = 10; 3$ $(m, n) = (3, 10); (10, 3)$	$\frac{6+3}{4} \cdot 2m = \frac{12}{4} \cdot 2m$ $\frac{6+3}{4} \cdot 2m = \frac{2m}{4}$ $\frac{4+3}{5} \cdot 2m = \frac{7}{5} \cdot 2m$ $\frac{14+3}{14} \cdot 2m = \frac{17}{14} \cdot 2m$ $\frac{14+3}{14} \cdot 2m = 2m$ $17 = 2m$
$24 \times 20 \cdot 2 \cdot 2$ $24 \times 20 \cdot 2 \cdot 2$ $\frac{24 \times 20 \cdot 2 \cdot 2}{2} = 240$	$\sin \alpha = \frac{6}{10}$ $\cos \alpha = \frac{8}{10}$ $x^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cos \alpha$ $x^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cos 60^\circ$ $x^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2}$ $x^2 = 100$ $x = 10$	$\frac{6}{\sin \alpha} = \frac{6}{\sin 60^\circ}$ $\frac{6}{\cos \alpha} = \frac{8}{\cos 60^\circ}$ $\frac{6}{\sin \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{8}{10}\right)^2}$ $\sin \alpha = \sqrt{\frac{1}{2}}$ $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{6}{\sin \alpha}$ $\sin \alpha = \frac{6}{\sqrt{2}}$ $\sin \alpha = \frac{6\sqrt{2}}{2}$ $\sin \alpha = 3\sqrt{2}$
$\frac{936}{108} = \frac{9}{1}$ $\frac{936}{108} = \frac{9}{1}$ $\frac{936}{108} = \frac{9}{1}$ $\frac{936}{108} = \frac{9}{1}$	$\frac{AH}{R^2 + AH^2} = \frac{BM}{R^2 + BM^2} = \frac{MC}{R^2 + MC^2}$ $\frac{AH}{R^2 + AH^2} = \frac{BM}{R^2 + BM^2} = \frac{MC}{R^2 + MC^2}$ $\frac{AH}{R^2 + AH^2} = \frac{BM}{R^2 + BM^2} = \frac{MC}{R^2 + MC^2}$ $\frac{AH}{R^2 + AH^2} = \frac{BM}{R^2 + BM^2} = \frac{MC}{R^2 + MC^2}$ $\frac{AH}{R^2 + AH^2} = \frac{BM}{R^2 + BM^2} = \frac{MC}{R^2 + MC^2}$	$\frac{AH}{R^2 + AH^2} = \frac{18}{24^2} = \frac{X - MH}{X}$ $\frac{AH}{R^2 + AH^2} = \frac{18}{24^2} = \frac{X}{X}$ $\frac{AH}{R^2 + AH^2} = \frac{X}{X + MH} = \frac{2M}{AH}$ $\frac{AH}{R^2 + AH^2} = \frac{X}{X + MH} = \frac{2M}{AH}$ $\frac{AH}{R^2 + AH^2} = \frac{X}{X + MH} = \frac{2M}{AH}$ $\frac{AH}{R^2 + AH^2} = \frac{X}{X + MH} = \frac{2M}{AH}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$6x^4 - 40x^3 - 105x^2 + 1025x + 1168 = 0$ $6x^4 + 100x^2 + 461 - 40x^3 - 84x^2 + 420x \neq 0$ $\begin{array}{r} 9x^4 - 40x^3 - 105x^2 + 1025x + 1168 \\ - 9x^4 - 12x^3 \\ \hline - 28x^3 - 105x^2 \\ - 28x^3 - 44x^2 \\ \hline - 44x^2 + 1025x \\ - 44x^2 + 63x \\ \hline - 58x + 952 \\ - 58x \\ \hline 952 \end{array}$ $\begin{array}{r} 6x^4 - 40x^3 - 105x^2 + 1025x + 1168 \\ - 6x^4 - 4x^3 \\ \hline - 36x^3 - 105x^2 \\ - 36x^3 - 36x^2 \\ \hline - 141x^2 + 1025x \\ - 141x^2 + 141x \\ \hline 884x + 1168 \end{array}$ $\begin{array}{r} 121 \\ 1025 \\ \hline 606 \\ - 141 \\ \hline 464 \\ - 424 \\ \hline 40 \end{array}$	$x^4 - 12x^3$ $- 28x^2 + 1025x$ $- 44x^2 + 63x$ $- 58x + 952$ $- 141x^2 + 1025x$ $- 141x^2 + 141x$ $884x + 1168$
---	--



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r}
 9 | -40 | -105 | +1025 | +1168 \\
 \begin{array}{r}
 1\ 4 | -36 | -141 | 88 \\
 -1\ 4 | -44 | 61 | +964 \\
 3\ 4 | -28 | -189 | \\
 -3\ 4 | -52 | -51 | \\
 388\ 4 | 1596 | \\
 \end{array} \\
 \begin{array}{r}
 156 \\
 -105 \\
 \hline
 51 \\
 3 \\
 \hline
 389 \\
 \end{array} \\
 \begin{array}{r}
 25 \\
 689 \\
 \hline
 4 \\
 \hline
 56
 \end{array}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 2 \\
 \times \frac{81}{3} \\
 \hline
 84 \\
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 1025 \\
 564 \\
 \hline
 458
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 1025 \\
 564 \\
 \hline
 458
 \end{array}
 \quad
 6x^4 - 40x^3 - 105x^2 + 1025x + 1168$$

$$6x^4 - 40x^3 - 105x^2 + 1025x + 1168 | x=8$$

124.6

$$\begin{array}{r}
 1168 | 3 \\
 389 | 389 \\
 \hline
 719
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 1 \\
 \times 18 \\
 \hline
 18 \\
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 3 \times 3 = 9
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 4x^4 - 60x^3 + 5x^2 + 985x + 508 \\
 - 4x^4 - 4x^3 \\
 \hline
 - 36x^3 + 5x^2 \\
 - 36x^3 + 36x^2 \\
 \hline
 - 36x^2 + 4y5x \\
 - 36x^2 - 31x \\
 \hline
 508x + 508
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 | x=8 \\
 6x^3 - 36x^2 - 31x^1
 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$m, n \in \mathbb{N}$ $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = 13p^2$ $P, q = \text{Число неизвестно}$
 $B = m^2n + mn^2 - 3mn = 35p^2$

$m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n : 13; P$
 $(m+n)^2 - 9(m+n) : 13; P$
 $(m+n)(m+n-9) : 13; P; L; p \quad m+n : 15$

$m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$ $\begin{array}{r} 16 \\ \times 16 \\ \hline 96 \end{array}$
 $(m+n)(m+n-9) = 13 \cdot p \cdot P \cdot L$ $4(130 + 16)$
 $m \cdot n \cdot (m+n-3) = 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 9 \cdot q$ $\begin{array}{r} 16 \\ \times 16 \\ \hline 256 \end{array}$

$m+n = a$ 4×13
 $a \cdot (a-9) = 13 \cdot p \cdot p \cdot L$

$\begin{cases} a = 13, 50 \\ a = 16p, 70 \end{cases}$ $\begin{array}{l} pp=2p \quad p=2 \\ p=(13p-4) \end{array}$
 $m+n=13 \quad p \cdot 16p - 9 \quad 4p=3 \quad \times$
 $p = \frac{3}{4}$

$\begin{cases} a = p^2, 50 \\ p^2 - 9 = 13 \end{cases}$
 $p^2 = 22 \quad \times$

$m \cdot n \cdot (m+n-3) = 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 9 \cdot q$
 $m = 5$
 $m \cdot n \cdot 10 = 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 2$
 $m \cdot n \cdot 2 = 5 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 2$

$2x^4 - 20x^3 - 42x^2 + 100x^2 - 20x^3 + 210x + 491 + 210x +$
 $- 210 = m \cdot n$
 $100 + 188 - 268$
 $9x^4 + 100x^2 + 491 + 210x - 40x^3 - 84x^2 = -66 - 55x + 11x^2$

$\begin{array}{r} 900 \\ \times 2 \\ \hline 1800 \end{array}$	$\begin{array}{r} 504 \\ \times 3 \\ \hline 1512 \end{array}$
$\begin{array}{r} 1800 \\ - 169 \\ \hline 101 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1512 \\ - 13 \\ \hline 1499 \end{array}$
$\begin{array}{r} 101 \\ \times 2 \\ \hline 202 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1499 \\ - 1499 \\ \hline 0 \end{array}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3x+3$$

$$(x^2 + 2x)^2$$

$$3x^2$$

$$3x+3 = (x^2 + 2x)^2$$

$$\begin{array}{r} -x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x + 4 \\ \hline x^4 + 3x^2 \end{array}$$

$$a_4 + a_2 b$$

$$a_5 = a_4 + a_6$$

$$a_6 = a_4 + a_6$$

$$a_4 + a_6 - a_4 - a_6 =$$

$$66$$

$$b = \frac{x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3}{2}$$

$$3x^2 - 3x - 3$$

$$-2x + 4$$

$$3x^2 - 3x - 3 = 3x^4 + 12x^3 + 12x^2 - 8x - 8$$

$$\begin{array}{r} 169 \\ -12 \\ \hline 58 \end{array}$$

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6$$

$$\begin{array}{l} (x+1)(3x^3 + 9x^2 - 6) \\ (x+1)^2(x) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \ 12 \ 9 + 6 \ 1 - 6 \\ -1 \ 3 \ 15 \ 24 \ 18 \\ 3 \ 9 \ 10 \ 6 \ 0 \\ -1 \ 3 \ 6 \ -6 \ 0 \end{array}$$

2.

$$4y + 8x$$

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 \leq x - 3y \leq 3 \\ -1 \leq 3x - y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 1 \\ 8 \\ \hline 12 \end{array}$$

$$x - 3y \leq 3$$

$$x - 3y \geq -3$$

$$3x - y \leq 1$$

$$3x - y \geq -1$$

$$x - 3 \leq 3y$$

$$\frac{x}{3} - 1 \leq y$$

$$3x + 1 \leq y$$

$$3x + 1 \geq y$$

$$x + 3 \geq 3y \quad ①$$

$$\frac{x}{3} + 1 \geq y \quad ②$$

$$3x - 1 \leq y \quad ③$$

$$3x + 1 \geq y \quad ④$$

$$\frac{x}{3} - 1 \leq y \quad ⑤$$

$$3x + 1 \geq y \quad ⑥$$

$$-13 \quad 4 \quad 12 \quad -12$$

$$-3 \quad 4 \quad 28 \quad -23$$

$$-1 \quad 4 \quad 28 \quad -23$$

$$+1 \quad 4 \quad 28 \quad -23$$

$$3 \quad 4 \quad 28 \quad -23$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 12 \\ 28 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 15 \\ 50 \\ \hline 55 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 12 \\ 28 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 15 \\ 50 \\ \hline 55 \end{array}$$

$$(5+6=6)$$

$$3x - 1 = 3y$$

$$9x - 3 = x + 3$$

$$\begin{cases} 8x - 4 = 0 \\ 8x + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

$$y = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{4}$$

$$y = -\frac{1}{4} + 1 = \frac{3}{4}$$

$$85$$

$$675,25$$

$$600$$

$$85$$

$$675,25$$

$$600$$

$$85$$

$$675,25$$

$$600$$

$$85$$

$$675,25$$

$$600$$

$$85$$

$$675,25$$

$$600$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x^4 - y^4) + (5x^2 - 5y^2) + (x - y) = 0$$

$$(x^2+y^2)(x^2-y^2)+5(x^2+y^2)+(\sqrt{x}-\sqrt{y})=0$$

g, $x \geq 0$

$$(x^2+y^2)(x-y)(x+y)+5(x-y)(x+y) + (\sqrt{x}-\sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2+y^2)(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x+y)+5(x+y)/$$

$$(x^2 + y^2 + 5)(x - y)(x + y) + (5x - 5y) = 0$$

$$(x^2+y^2+5)(x+y)(\sqrt{x-y})(\sqrt{x+y})+(\sqrt{x}-\sqrt{y})=0$$

$$\left(x^2 + y^2 + 5 \right) (x+y) (\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 1 \left(\sqrt{x} - \sqrt{y} \right) = 0$$

$$x - y = 0$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$\frac{2x}{(1+x)} \cdot x(1+x)$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 2\sqrt{(6-x)(x+1)}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b}$$

$$x = x + 1$$

$$a - b + 5 = 2\sqrt{ab}$$

$$h = 6 - x$$

$$a^2 - 2\sqrt{ab} + b = 4ab - 20\sqrt{ab} + 25$$

$$g+b+5 = 2ab$$

$$a^4 + 18\sqrt{ab} + b = 4ab + 25 \quad (x+1)(6-x) -$$

$$11\lceil ab \rceil = a+b+4ab+15$$

$$x + 1 + 6 - x + 4(6+5x-x^2) + 25$$

$$24 + 20x - 4x^2 + 32 = 111.65$$