



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен  $3x + 3$ , пятый член равен  $(x^2 + 2x)^2$ , а девятый равен  $3x^2$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $4y + 8x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$  и  $B = m^2n + mn^2 - 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $8 \times 8$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 10$ ,  $AN = 8$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_3 = a_1 + db = 3x + 3$$

$$a_5 = a_1 + 4b = (x^2 + 2x)^2$$

$$a_9 = a_1 + db = 3x^2$$

$$(x^2 + 2x)^2 - 3x + 3 = x^2 - x - 1$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x + 3 - x^2 + x + 1 = 0$$

$$a_5 - a_3 = a_1 + 4b - a_1 - db = 2b$$

$$\cancel{a_5} + (x^2 + 2x)^2 - 3x + 3$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 3 \\ \underline{x^4 + x^3} \\ 3x^3 + 3x^2 \\ \underline{-3x^3 + 3x^2} \\ -2x - 2 \\ \underline{-2x - 2} \\ 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} x+1 \\ \hline x^3 + 3x^2 - 2 \end{array} \right.$$

$$(x+1)^2(x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$D = 4 + d = 12$$

$$x_1 = \frac{-2 + \sqrt{12}}{2} = -1 + \sqrt{3}$$

$$x_2 = \frac{-2 - \sqrt{12}}{2} = -1 - \sqrt{3}$$

$$a_9 - a_3 = a_1 + db - a_1 - db = 3x^2 - 3x - 3$$

$$6b = 3x^2 - 3x - 3 \quad 2b = x^2 - 3x - 1$$

$$a_5 - a_3 = a_1 + 4b - a_1 + 2b = 2b$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x + 2 = 0$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 2 \\ \underline{x^4 + 2x^3} \\ 2x^3 + 3x^2 + 2x + 2 \\ \underline{-2x^3 + 4x^2} \\ 7x^2 + 2x + 2 \\ \underline{-7x^2 + 14x} \\ 12x + 2 \end{array}$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 -$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 - 2 \quad \left| \begin{array}{l} x+1 \\ \hline x^2 + 2x - 2 \end{array} \right. \\ \underline{-x^3 + x^2} \\ 2x^2 - 2 \\ \underline{-2x^2 + 2x} \\ -2x - 2 \\ \underline{-2x - 2} \\ 0 \end{array}$$

$$(x+1)^2(x+1-\sqrt{3})(x+1+\sqrt{3}) = 0$$

$$\text{Ответ: } x = -1; -1 + \sqrt{3}; -1 - \sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2.  $4y + 8x$   
 $y$

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-3y \leq 3 \\ x-3y \geq -3 \\ 3x-y \leq 1 \\ 3x-y \geq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -1 \leq y \leq 1 \\ x+1 \geq y \\ x-1 \leq y \\ x+1 \geq y \end{cases}$$

x	0	3
y	-1	0

x	0	3
y	1	2

x	0	1
y	-1	2

x	0	1
y	1	4

max x и max y удовлетворяющие условиям -  
находятся координатами точки A

$$\begin{cases} \frac{x}{3} + 1 = y \\ 3x - 1 = y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 3 = -3 + 9x \\ 6 = 8x \quad x = \frac{3}{4} \\ y = \frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4} \end{cases}$$

$$\frac{x}{3} + 1 = -1 + 3x$$

$4 \cdot \frac{5}{4} + 8 \cdot \frac{3}{4} = 5 + 6 = 11$       Ответ: 11

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = 13p^2 \quad m, n \in \mathbb{N}; \quad p, q - \text{простые числа}$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = 45q^2$$

$$m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13 \cdot p \cdot p \cdot 1 \quad \text{Так как } m+n = a$$

$$a(a-9) = 13 \cdot p \cdot p \cdot 1 \quad a, a-9 - \text{соседние числа}$$

$$\text{Если } a=13, \text{ то } a-9=p^2 \quad 4=p^2 \Rightarrow p=2 \quad 2 - \text{простое число } \checkmark$$

$$\text{Если } a=p, \text{ то } a-9=13p \quad p-9=13p \quad -9=12p \quad \text{не подходит}$$

$$\text{Если } a=13p, \text{ то } a-9=p \quad 13p-9=p \quad 12p=9 \quad p=\frac{3}{4} \quad \text{не подходит}$$

$$\text{Если } a=p^2, \text{ то } a-9=13 \quad p^2-9=13 \quad p^2=22 \quad p=\sqrt{22} \quad \text{не подходит}$$

$$\text{Если } a=1, \text{ то } a-9=13p^2 \quad a-9=-8 \quad \text{не подходит}$$

$$m+n=13$$

$$m^2n + mn^2 - 3mn = n \cdot m(m+n-3) = 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot q \cdot q \cdot 1$$

$$n \cdot m \cdot 10 = 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot q \cdot q \cdot 1 \quad n \cdot m \cdot 2 = 5 \cdot 3 \cdot q \cdot q \cdot 1$$

$$n \cdot m = 5 \cdot 3 \cdot q = 30$$

$$45q^2:2, 45 \cdot 2 \Rightarrow q^2:2 \Rightarrow q:2 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} m+n=13 \\ n \cdot m=30 \end{cases}$$

$$\Rightarrow q=2$$

q - простое число

$$\begin{cases} m = \frac{30}{n} \\ \frac{30}{n} + n = 13 \end{cases}$$

$$m_1 = 13 - n_1 = 3$$

$$m_2 = 13 - n_2 = 10$$

$$30 + n^2 = 13n$$

$$D = 169 - 120 = 49$$

$$n_1 = \frac{13 + 7}{2} = 10$$

$$n_2 = \frac{13 - 7}{2} = 3$$

Ответ:  $(m, n) = (3, 10); (10, 3)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Delta YMC: YM = YZ + ZM = 8 + 12 = 20$$

$$YC = YA + AC = 6 + 18 = 24$$

$$\angle AYE = \alpha$$

$$CM^2 = MC^2 + YM^2 - 2 \cos \alpha \cdot YC \cdot YM = 576 + 400 - 840 = 976 - 640 = 336$$

$$CM = \sqrt{336} = 4\sqrt{21}$$

$$BC = 2CM = 8\sqrt{21}$$

$$\text{Ответ: } 8\sqrt{21}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$ZM \parallel AK$

$MB = MC$

$ZM \perp AB = Z$

$ZM \perp AC = Y$

$AC = 14$

$AZ = 6$

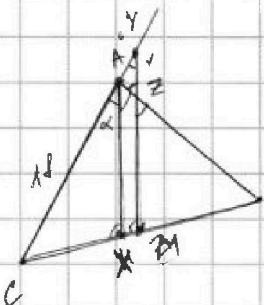
$YZ = 4$

$BC = ?$

$AH$  - высота

$AH \perp BC = H$

$\angle CAH = \alpha$



$\angle XAZ = \angle BZM = \alpha$

$\angle AYZ = \angle CAH = \alpha$

$AX \parallel MZ$

$AY$  - средняя

$\angle XAZ = \angle BZM$

$\angle CAH = \angle AYZ$

$\angle AYZ = \angle MZB \rightarrow \angle AZY = \angle AYZ = \alpha$

$\angle AZY = \angle MZB \rightarrow \angle AZY = \angle AYZ = \alpha$   
(Решение)

$\Rightarrow \angle AZY = \angle AYZ \Rightarrow AZ = AY = 6$

$$-2 \cos \alpha \cdot AZ \cdot YZ + AY^2 + YZ^2 = AZ^2$$

$$-6 \cdot 4 \cdot 2 \cdot \cos \alpha + 36 + 16 = 36$$

$$64 = 6 \cdot 4 \cdot \cos \alpha$$

$$4 = 6 \cos \alpha$$

$$\frac{2}{3} = \cos \alpha$$

1)  $\angle B$  - острый

$\angle BZM = \angle BAX$

$\Rightarrow \triangle BZM \sim \triangle ABX$

2)  $\angle C$  - острый

$\angle CAX = \angle CAZ$

$\Rightarrow \triangle CAX \sim \triangle CMY$

3)

$$\frac{AX}{YZ + ZM} = \frac{AC}{CA + AY} = \frac{XC}{CX + XM}$$

$$\frac{AX}{8 + ZM} = \frac{14}{24} = \frac{CX}{CX + XM}$$

т.е.  $MB = X$   
 $MC = X$

$$\frac{AX}{8 + ZM} = \frac{14}{24} = \frac{X - XM}{X}$$

$$14X = 24X - 24XM \quad 24XM = 6X$$

$$4XM = X$$

$$24AX = 144 + 14ZM$$

$$4AH = 24 + 3ZM \quad AM = 6 + \frac{3}{4}ZM$$

$$\frac{BZ}{BZ + YZ} = \frac{BM}{BM + XM} = \frac{ZM}{AX}$$

$$\frac{BZ}{BZ + 4} = \frac{X}{X + XM} = \frac{ZM}{AH}$$

$$\frac{6 + \frac{3}{4}ZM}{8 + ZM} = \frac{4XM - XM}{4XM}$$

$$1) \frac{6 + \frac{3}{4}ZM}{8 + ZM} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{4XM}{4XM + XM} = \frac{ZM}{6 + \frac{3}{4}ZM}$$

$$2) \frac{4}{5} = \frac{ZM}{6 + \frac{3}{4}ZM}$$

$$1) 24 + 3ZM = 24 + 3M$$

$$2) 24 + 3ZM = 5ZM \quad 24 = 2ZM \quad ZM = 12$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^2 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x &\geq -1 \\ \sqrt{y} &\geq 0 \\ 6-y &\geq 0 \quad 6 \geq y \end{aligned}$$

1)  $(x^4 - y^4) + 5(x^2 - y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$

$$(x^2 - x^2)(x^2 + y^2) + 5(x^2 - y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 + y^2 + 5)(x - y)(x + y) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 + y^2 + 5)(x + y)(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$((x^2 + y^2 + 5)(x + y)(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 1)(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$\underbrace{\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}}_{\neq 0} \Rightarrow \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0 \Rightarrow x = y$$

2)  $\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} \\ \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{(x+1)(6-x)} \end{cases} \quad (1+x) - x(1+x)$

пусть  $x+1 = a, 6-x = b$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2\sqrt{ab} \quad a - 2\sqrt{ab} + b = 4ab - 20\sqrt{ab} + 25$$

$$a - 4ab + b - 25 = -22\sqrt{ab}$$

$$x+1 - 24 - 20x + 4x^2 + 6-x - 25 = -22\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$4x^2 - 20x - 42 = -22\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$(2x^2 - 10x - 21)^2 = 484(6+5x-x^2)$$

$$4x^4 + 100x^2 + 441 + 220x - 40x^3 - 84x^2 = 266 - 55x + 11x^2$$

$$4x^4 - 40x^3 + 5x^2 + 225x + 508 = 0$$

$$4x^4 - 40x^3 - 105x^2 + 225x + 508 = 0$$

$$\sqrt{(2x^2 - 10x)^2}$$

Ответ:  $x = 3$







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5.

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 5x+6-y^2 \\ 6x+6-yx-y \\ \hline x-yx-y^2-y \end{array}$$

$$x+1 - 6\sqrt{y} = 6x+6 - yx - y$$

$$x \geq 1$$

$$y \leq 6$$

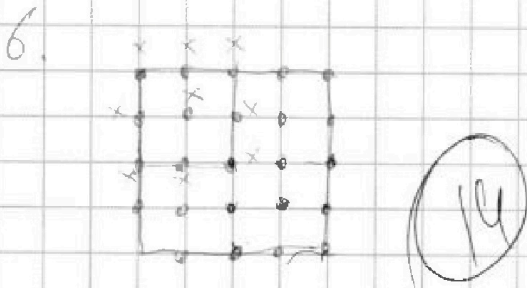
$$6+5x-y^2 \geq 0$$

6.

$$x+1 - 2\sqrt{(x+1)(6-y)} + 6-y = 4(6+5x-y^2) - 20\sqrt{6+5x-y^2} + 25$$

$$x+1+6-y-24-20x+4y^2-25 = 2(\sqrt{(x+1)(6-y)} - 10\sqrt{6+5x-y^2})$$

$$4y^2 - y - 19x - 42 = 2$$



$$9 \times 8 + 4 \times 6 + 8 \times 4 = 9 \times 86 = 90 + 36 = 126 + 9$$

$$9 \times 8 + 4 \times 6 + 8 \times 4 =$$

$$\begin{array}{c} -1 \\ a_3 = 0 \\ (1-2)^2 = 1 \\ \frac{8+3}{6+5} \\ -1 + \sqrt{3} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} b = 0,5 \\ a_1 = -1 \\ 3+1=4 \\ b = 0,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 3-2\sqrt{3}+1 \\ 9-6\sqrt{3}+3-3\sqrt{3} \\ 12-9\sqrt{3} = 7b \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 3-2\sqrt{3}+1 \\ 9-6\sqrt{3}+3-3\sqrt{3} \\ 12-9\sqrt{3} = 7b \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 4-2\sqrt{3}-6+4,5\sqrt{3} = -2 \\ 6+4,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 9-6\sqrt{3}+3+2\sqrt{3}-2 \\ 10-4\sqrt{3} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 1 \\ +4 \\ +3 \\ -2 \\ +4 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} -1 \\ 1 \\ 3 \\ 0 \\ -2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} -2 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} -2 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 2 \\ 1 \\ 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} -4 \\ 1 \\ 0 \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 5 \\ 8 \\ -6 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} -1 \\ 1 \\ 3 \\ 0 \\ -2 \\ 6 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4x^4 - 40x^3 - 105x^2 + 1025x + 1168 = 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot 10$$

$$4x^4 + 100x^2 + 441 - 40x^3 - 84x^2 + 420x + 888 + 605x - 141x^2 = 0$$

$$\begin{array}{r|l} 4x^4 - 40x^3 - 105x^2 + 1025x + 1168 & x-3 \\ \hline -4x^4 + 12x^3 & 4x^4 \\ \hline -28x^3 - 105x^2 & -12x^3 \\ -28x^3 - 84x^2 & -21x^2 \\ \hline -21x^2 + 1025x & -21x^2 \\ -21x^2 + 63x & 90x \\ \hline -105x + 90x & 21 \\ -15x + 1168 & \end{array}$$

$$\frac{81}{x-3} = \frac{63}{1}$$

$$\frac{421}{x-5} = \frac{1025}{1}$$

$$\frac{141}{x-1} = \frac{888}{1}$$

$$\begin{array}{r|l} 4x^4 - 40x^3 - 105x^2 + 1025x + 1168 & x-1 \\ \hline -4x^4 + 4x^3 & 4x^4 - 40x^3 \\ \hline -36x^3 - 105x^2 & -36x^3 + 36x^2 \\ -36x^3 + 36x^2 & -141x^2 + 1025x \\ \hline -141x^2 + 1025x & -141x^2 + 141x \\ -141x^2 + 141x & 884x + 1168 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r|l}
 4 & -40 & -105 & +1025 & +1164 \\
 1 & 4 & -36 & -141 & 884 \\
 -1 & 4 & -44 & 61 & +964 \\
 3 & 4 & -28 & -189 & \\
 -3 & 4 & -52 & -51 & \\
 \hline
 388 & 4 & 1546 & & 
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2 \\
 \times 21 \\
 \hline
 84 \\
 \\
 1015 \\
 \times 584 \\
 \hline
 468
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 25 \\
 509 \\
 \hline
 56
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 156 \\
 -105 \\
 \hline
 51 \\
 \times 32 \\
 \hline
 1556
 \end{array}$$

$$4x^4 - 40x^3 + 5x^2 + 48x$$

$$4x^4 - 40x^3 - 705x^2 + 1025x + 1164 \times 388$$

121.6

3x3 9

$$\begin{array}{r|l}
 1188 & 3 \\
 388 & 388
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 18 \\
 \times 18 \\
 \hline
 119 \\
 +19 \\
 \hline
 289
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 4x^4 - 40x^3 + 5x^2 + 48x + 508 & x-1 \\
 \hline
 4x^4 - 4x^3 & \\
 \hline
 -36x^3 + 5x^2 & \\
 -36x^3 + 36x^2 & \\
 \hline
 -31x^2 + 48x & \\
 -31x^2 - 31x & \\
 \hline
 506x + 508 & 
 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$m, n \in \mathbb{N}$   
 $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = 13p^2$   
 $B = m^2n + mn^2 - 3mn = 25q^2$

$m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n : 13; p$   
 $(m+n)^2 - 9(m+n) : 13; p$   
 $(m+n)(m+n-9) : 13; p; l; p \quad m+n : 13$

$m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3) \quad p; 16$   
 $(m+n)(m+n-9) = 13 \cdot p \cdot p \cdot l$   
 $m \cdot n \cdot (m+n-3) = 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 3 \cdot q \cdot q$

$m+n = a$   
 $a + (a-9) = 13 \cdot p \cdot p \cdot l$   
 $2a - 9 = 13 \cdot p \cdot p \cdot l$

$cc \ a = 13, 50$   
 $cc \ a = 16p, 70$   
 $m+n = 13$

$pp = 21 \quad p = 2$   
 $p = (13p-9)$   
 $p \cdot 14p = 9 \quad 4p = 3$   
 $p = \frac{3}{4}$

$cc \ a = p^2, 50$   
 $p^2 - 9 = 13$   
 $p^2 = 22 \quad x \in \mathbb{R}$

$m \cdot n \cdot (m+n-3) = 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 3 \cdot q \cdot q$   
 $m = 5$   
 $m \cdot n \cdot 10 = 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 3 \cdot q \cdot q$   
 $m \cdot n \cdot 2 = 5 \cdot 3 \cdot q \cdot q$   
 $30 = m \cdot n$   
 $100 + 188 \quad 268$

$4x^4 + 100x^2 + 441 + 220x - 40x^3 - 84x^2 = -66 - 55x + 11x^2$

$\frac{900}{n} + 30 + n^2 = \frac{240}{n} \quad 9n = 52$   
 $900 + 30n^2 + 30n^2 + p^4 - 240n - 9n^2 - 52n^2 = 0$   
 $9n^2 + 30 + 30 + n^2 - \frac{240}{n} - 9n - 52$   
 $900 + 30n^2 + 30n^2 + p^4 - 240n - 9n^2 - 52n^2 = 0$   
 $9n^2 + 30 + 30 + n^2 - \frac{240}{n} - 9n - 52$   
 $9n^2 + 30 + 30 + n^2 - \frac{240}{n} - 9n - 52$

$\frac{900}{n} + 30 + n^2 = \frac{240}{n}$   
 $900 + 30n^2 + 30n^2 + p^4 - 240n - 9n^2 - 52n^2 = 0$   
 $9n^2 + 30 + 30 + n^2 - \frac{240}{n} - 9n - 52$   
 $9n^2 + 30 + 30 + n^2 - \frac{240}{n} - 9n - 52$

$\frac{900}{n} + 30$   
 $\frac{100}{-84}$   
 $16$

$2x^4 - 20x^3 - 42x^2 + 100x^2 - 20x^3 + 210x + 441 + 210x +$   
 $30 = m \cdot n$   
 $100 + 188 \quad 268$

$900 \mid 3 \quad 50 \times 3$   
 $450 \mid 2 \quad 189 \mid 3$   
 $225 \mid 5$   
 $45 \mid 5$   
 $9 \mid 3$   
 $3 \mid 3$   
 $1$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3x+3 + \frac{2x}{x^2+2x} = (x^2+2x)^2$$

$$b = \frac{x^4+4x^3+4x^2-3x-3}{2}$$

$$3x^2 - 3x - 3 = 3x^4 + 12x^3 + 12x^2 - 9x - 9$$

$$\begin{array}{r} 169 \\ 12 \\ \hline 58 \\ 2 \end{array}$$

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6$$

$$(x+1)(3x^2+9x^2-6)$$

$$(x+1)^2(x)$$

3	12	9	-6	-6
1	3	15	24	18
-3	3	9	0	6
-1	3	6	-6	0

$$4y + 8x$$

$$|x-3y| \leq 3$$

$$|3x-y| \leq 1$$

$$-3 \leq x-3y \leq 3$$

$$-1 \leq 3x-y \leq 1$$

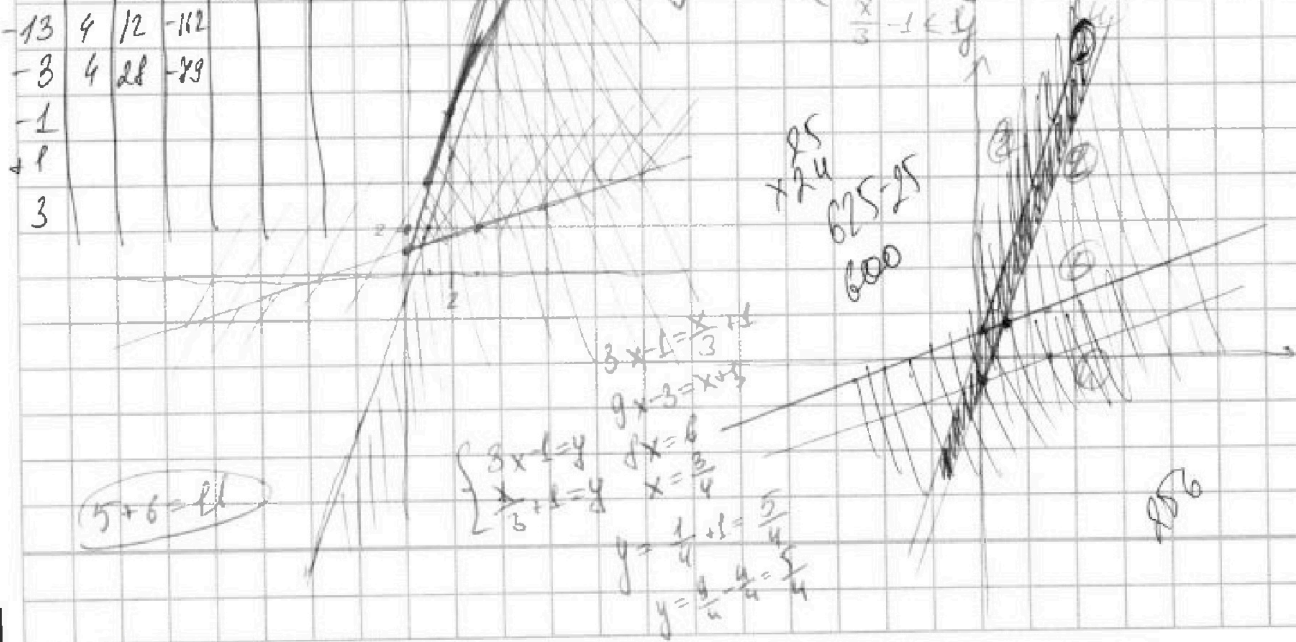
3x-1 ≤ y  
3x+1 ≥ y  
x/3 - 1 ≤ y  
x/3 + 1 ≥ y

$$\begin{cases} x-3y \leq 3 \\ x-3y \geq -3 \\ 3x-y \leq 1 \\ 3x-y \geq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-3 \leq 3y \\ x/3 - 1 \leq y \\ 3x-1 \leq y \\ 3x+1 \geq y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+3 \geq 3y \\ x/3 + 1 \geq y \\ 3x-1 \leq y \\ 3x+1 \geq y \\ x/3 - 1 \leq y \end{cases}$$

4	40	5	415	5001
-13	4	12	-112	
-3	4	28	-29	
-1				
1				
3				





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x^4 - y^4) + (5x^2 - 5y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 + y^2)(x^2 - y^2) + 5(x^2 - y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$y, x \geq 0$

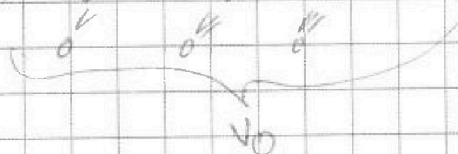
$$(x^2 + y^2)(x - y)(x + y) + 5(x - y)(x + y) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 + y^2)(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x + y) + 5(x + y)(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 + y^2 + 5)(x - y)(x + y) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 + y^2 + 5)(x + y)(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$((x^2 + y^2 + 5)(x + y)(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 1)(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$



$$\sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{y}$$

$$x = y$$

$$x^2 =$$

$$25(6 + x^2) - x(1 + x)$$

$$6(1 + x) - x(1 + x)$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{(6-x)(1+x)}$$

$$a = x+1$$

$$b = 6-x$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2\sqrt{ab}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b}$$

$$a^2 - 2\sqrt{ab} + b = 4ab - 20\sqrt{ab} + 25$$

$$a^2 + 11\sqrt{ab} + b = 4ab + 25$$

$$\frac{(x+1)(6-x)}{6x}$$

$$11\sqrt{ab} = a + b - 4ab + 25$$

$$x+1 + 6-x + 4(6+5x-x^2) + 25$$

$$24 + 20x - 4x^2 + 32 = 11\sqrt{6x}$$

$$a + b + 5 = 2ab$$