



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



- [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 132° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
- [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
- [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 1080$.
- [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1 I_2 = 8$, а $MZ \cdot MY = 9$.
- [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$ или $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$?
- [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 4 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
- [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром $\sqrt{2}$. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть ^{внешнего} угла многоугольника n и вершин, тогда
сумма его углов равна $(n-2) \cdot 180^\circ$, причем
еще сумма углов равна $(132^\circ + (132^\circ + 2^\circ) + \dots + (132^\circ + (n-1) \cdot 2^\circ))$.

$$\frac{132 + 132 + (n-1) \cdot 2}{2} \cdot n = (n-2) \cdot 180$$

$$132n + n^2 - n = 180n - 360$$

$$n^2 - 49n + 360 = 0$$

~~$n = 80$~~ ~~$n = 9$~~

$$(n-40)(n-9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 40 \\ n = 9 \end{cases}$$

Наиб. n , подходящий условию равен 40
Ответ: 40.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left| 0 + \frac{6}{13} \right| = \frac{6}{13}$$

$$\left| -1 + \frac{6}{13} \right| = \frac{7}{13}$$

$x=0$ ближе, чем $x=-1$, значит наим. значение φ -функции достигается при $x=0$.

$f(0) = 45$, тогда ~~значение~~ наим. значение

выр-я (1): $\frac{1}{9} \cdot f(0) = \frac{45}{9} = 5$.

~~Докажем это~~ Т.к. $x=0$, то $z = -1$. Подставим

в исходное равенство $x=0, y=2, z=-1$

$$25^0 \cdot 75^2 \cdot 125^{-1} = 9 \cdot 5^4 \cdot 5^{-3} = 9 \cdot 5 = 45. \text{ Значит}$$

$x^2 + y^2 + z^2 = 5$ достигается

~~Ответ:~~ Ответ: 5.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x, y, z \in \mathbb{Z}$$

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45.$$

$$\frac{x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125}{e} = e$$

$$\frac{x \ln 25}{e} \cdot \frac{y \ln 75}{e} \cdot \frac{z \ln 125}{e} = 45$$

$$25^x \cdot 75^y \cdot 125^z = 45$$

~~$$(5 \cdot 3)^x \cdot (5 \cdot 3)^y \cdot (5^3)^z = 5 \cdot 3$$~~

$$5^{2x} \cdot (5 \cdot 3)^y \cdot (5^3)^z = 5 \cdot 3$$

$$5^{2x+2y+3z} \cdot 3^y = 5 \cdot 3$$

Т.к. $x, y, z \in \mathbb{Z}$, то $2x+2y+3z$ не может быть равно $5 \cdot 3$, ~~$5 \cdot 3$~~ $\alpha, \beta \in \mathbb{Z}, \beta \neq 0$.

Значит ~~$5 \cdot 3$~~

3^y в свою очередь, тоже не может быть равно $5 \cdot 3$, где $\alpha, \beta \in \mathbb{Z}, \alpha \neq 0$, т.к. $y \in \mathbb{Z}$.

Значит $3^y = 3^2 \Leftrightarrow y = 2$. Подставим $y = 2$:

$$\frac{2x+4+3z}{5} \cdot 3^2 = 5 \cdot 3^2 \quad | : 3^2$$

$$\frac{2x+4+3z}{5} = 5. \text{ Т.к. } y = 5 \text{ монотонно возр-я}$$

р-уд то $y \text{ р-е } y(a) = y(b)$ равносильно $y \text{ р-ю } a = b$. Тогда.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2x + 4 + 3z = 1, \text{ Тогда } z = \frac{-2x-3}{3}$$

Подставим $x = y = 2$ и $z = \frac{-2x-3}{3}$ в выражение

$$x^2 + y^2 + z^2 =$$

$$x^2 + 4 + \left(\frac{-2x-3}{3}\right)^2 = x^2 + 4 + \frac{4x^2 + 12x + 9}{9}$$

$$= \frac{9x^2 + 36 + 4x^2 + 12x + 9}{9} = \frac{1}{9}(13x^2 + 12x + 45) \quad (1)$$

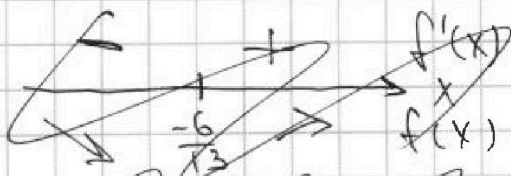
$f(x) = 13x^2 + 12x + 45$. Найдем минимальное значение этой ф-ции.

$$f'(x) = 26x + 12$$

$$26x + 12 = 0$$

$$x = \frac{-12}{26}$$

$$x = \frac{-6}{13}$$



$x = \frac{-6}{13}$ - экстрем. точка и т.д. Минимум, а значит в ней достигается миним. значение ф-ции.

рассмотрим т.к. $f(x)$ - квадратичная ф-ция с положительным старшим коэф-ом, то миним. значение

при целом x она будет достигать при ближайшем к абсциссе вершины $x_0 = \frac{-12}{2 \cdot 13} = \frac{-6}{13}$

$$-1 < \frac{-6}{13} < 0.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $M = \{a, a+1, \dots, a+6\}$, $a \in \mathbb{N}$

$$S = a + (a+1) + \dots + (a+6) = \frac{(a+6)(a+1)}{2} = 7a+21$$

Пусть p - это сумма ~~сумма~~ всех чисел, кроме числа $a+i$, $i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Пусть q - это сумма всех чисел, кроме числа $a+j$, $j \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Т.к. в сумме p и q отсутствует разное число, то $j \neq i$, тогда

$$p = S - a - i = 7a+21 - a - i = 6a+21 - i$$

$$q = S - a - j = 7a+21 - a - j = 6a+21 - j$$

Тогда согласно усл-ю $p^2 - q^2 = 1080$

$$(p-q)(p+q) = 1080. \text{ Т.к. } 1080 > 0, p > 0, q > 0, \text{ то } p > q$$

$$6a+21-i > 6a+21-j \Leftrightarrow j > i$$

$$(6a+21-i + 6a+21-j)(6a+21-i - 6a+21+j) = 1080$$

$$(j-i) \cdot (12a+42-j-i) = 1080$$

т.к. $j > i$ и они принадлежат мн-ву $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$,

то $6 \geq j-i \geq 1$.

$$1) j-i = 1: \quad 12a+42-j-i = 1080, \text{ т.к. } j-i \leq 1, \text{ то } j = i+1$$

$$12a+42-1-2i = 1080$$

$$\frac{120}{12} (6a+21-i) = \frac{1081}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Т.к. $6a + 21 - i > 0$ ($\approx 6a + 21 \geq 27$, а $-i \geq -6$), то

данное ур-е не имеет решений в целых числах, ведь левая часть целая, а правая $\frac{1}{2}$, а правая чет.

$$2) j - i = 2: \quad 2 \cdot (12a + 42 - 2 - 2i) = 1080 \quad | :4$$

$$6a + 21 - i = 270$$

$$i = 6a + 20 - 270 = 6a - 250 \equiv \frac{2}{6}a \text{ т.к.}$$

$0 \leq i \leq 6$, то ~~$6a - 250 \leq 6$~~ ~~$6a \leq 256$~~ ~~$a \leq 42$~~ ~~т.к. $6a + 21 - i > 6$~~

$$i = 2, \quad j = 2 + i = 4, \text{ тогда}$$

~~$$6a + 20 = 270$$~~
~~$$6a = 250$$~~
~~$$a = 41$$~~

$$6a + 20 - 2 = 270$$

$$6a = 252$$

$$a = 42$$

$$3) j - i = 3: \quad 3 \cdot (12a + 42 - 3 - 2i) = 1080$$

$$12a + 42 - 3 - 2i = 360$$

$$12a - 2i = 360 - 39$$

$$12a - 2i = 321$$

$$6a - i = \frac{321}{2} \text{ т.к. левая часть целая,}$$

а правая чет, то ур-е не имеет реш-я в целых числах

$$4) j - i = 4: \quad 4 \cdot (12a + 42 - 4 - 2i) = 1080$$

~~$$6a + 19 = i = 235$$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$i = 6a - 116 \equiv 4 \pmod{6}$, тогда $j = i + 4 = 8 > 6$, значит не подходит

5) $j - i = 5$: $5 \cdot (12a + 42 - 5 - 2i) = 1080$

$12a + 37 - 2i = 216$

$6a - i = \frac{216 - 37}{2} \notin \mathbb{Z}$

Система уравнений не имеет решений в целых числах, т.к. лев. часть целая, а правая нет.

6) $j - i = 6$: Это возможно только тогда, когда

$j = 6, i = 0$: $6 \cdot (12a + 42 - 6) = 1080$

$12a + 36 = 180$ |:

$12a = 144$

$a = 12$

Проверим $a = 42, j = 4, i = 2$

$M = \{42, 43, \dots, 48\}$. $S = \frac{42 + 48}{2} \cdot 7 = 315$

$p = 315 - 42 - 2 = 271$; $q = 315 - 42 - 4 = 269$

$p^2 - q^2 = (p - q)(p + q) = 2 \cdot 540 = 1080$. ~~Проверяется~~

~~Проверим $a = 12$. $j = 6, i = 0$. $M = \{12, 13, \dots, 18\}$. $S = \frac{12 + 18}{2} \cdot 7 = 105$. $p = 105 - 12 = 93$; $q = 93 - 4 = 89$.~~

Проверим $p = 271$ и $q = 269$ на простоту:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Чтобы доказать, что они простые, достаточно того, чтобы они не делились на все числа от 2, до $\sqrt{324} = 18$. Для i $27+1=10 \not\equiv 0$ $2+6+9=17 \not\equiv 0$, также числа нечетные, а значит они точно не делятся на 2, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18. На 5 числа тоже не делятся, т.к. заканчиваются не на 0 или 5. Значит остается проверить то, что числа не делятся на 7, 11, 13, 17.

$$\begin{array}{r|l} 271 & 7 \\ \hline 21 & 38 \\ -61 & \\ \hline -56 & \\ \hline \textcircled{5} & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 271 & 11 \\ \hline 22 & 24 \\ -51 & \\ \hline -44 & \\ \hline \textcircled{7} & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 271 & 13 \\ \hline 26 & 2 \\ \hline \textcircled{11} & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 271 & 17 \\ \hline 17 & 15 \\ -101 & \\ \hline -85 & \\ \hline \textcircled{16} & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 269 & 7 \\ \hline 21 & 38 \\ -59 & \\ \hline -56 & \\ \hline \textcircled{3} & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 269 & 11 \\ \hline 22 & 24 \\ -49 & \\ \hline -44 & \\ \hline \textcircled{5} & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 269 & 13 \\ \hline 26 & 2 \\ \hline \textcircled{9} & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 269 & 17 \\ \hline 17 & 15 \\ -99 & \\ \hline -85 & \\ \hline \textcircled{14} & \end{array}$$

Числа p и q - простые. Остаток проверить $a=12$, $i=0, j=6$; $M = \{12, 13, \dots, 18\}$. $S = \frac{12+18}{2} \cdot 7 = 105$

$$p = 105 - 12 = 93; \quad q = 105 - 12 - 6 = 87 = 3 \cdot 29$$

q - не простое число, значит этот случай не подходит

Ответ: $M = \{42, 43, 44, 45, 46, 47, 48\}$.

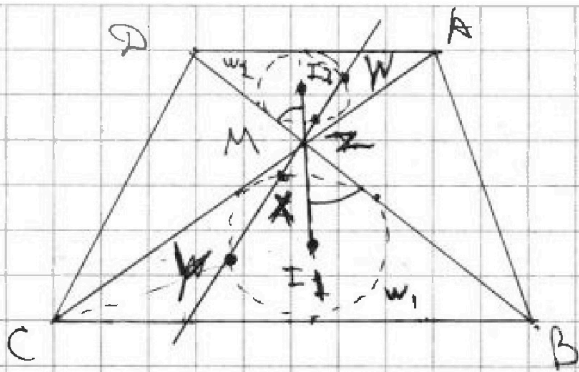
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$I_1, I_2 \perp \delta; MZ \cdot MY = g$
 Докажем, что I_1, M, I_2
 лежат на одной прямой:
 Пусть $\angle AMD = \angle BMC = 2\varphi$,

тогда, так как I_1 и I_2 — центры впис. окр-тей
 в $\triangle BMC$ и $\triangle AMD$ — соот-но, то MI_1 и MI_2 —
 бис-сы углов $\angle BMC$ и $\angle AMD$, тогда $\angle BMI_1 = \varphi$,
 $\angle DMI_2 = \varphi$; т.к. $\angle DMI_2 = \angle BMI_1 = \varphi$, то точки
 I_1, M, I_2 лежат на одной прямой. Треугольник

~~$\triangle BMC$ и $\triangle AMD$~~ впис. в одно окр-ть ω , получим
 т.к. $\angle BMC = \angle AMD$ и $\angle CBM = \angle MDA$ (накр. лежащие
 при $AD \parallel BC$ и сек. BD), то $\triangle AMD \sim \triangle CMB$, причем
 коэф. подобия равен 2. Тогда $\triangle BMC$ и $\triangle AMD$ впис.
 в одно окр-ть ω . Можно получить $\triangle BMC$ из
 $\triangle AMD$ и окр-ти ω_2 с помощью
 гомотетии с центром в точке M с коэф. -2 . Тогда

$$\frac{MX}{MZ} = \frac{MY}{MW} = \frac{BC}{AD} = 2. \text{ Тогда } MZ = \frac{MX}{2}.$$

$MZ \perp MY$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

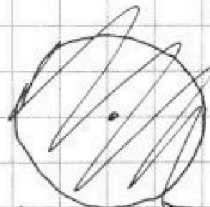
СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$MZ \cdot MK = \frac{MX \cdot MK}{2} = 9, \text{ тогда } MX \cdot MK = 18$$

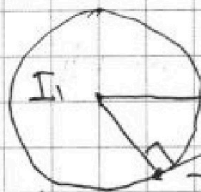
Пусть ~~MT - касательная~~ ~~к W~~ MT - касательная к W, тогда соот-но к окружностям и секущей: $MT^2 = MX \cdot MK = 18$.

Из геометрии $\frac{I_1M}{I_2M} = \frac{BC}{AD} = 2$, тогда $I_1M = 2I_2M$



Т.к. $I_1I_2 = I_1M + I_2M = 3I_2M$

$$I_1M + I_2M = 3I_2M = 8 \rightarrow I_2M = \frac{8}{3}, \text{ тогда } I_1M = \frac{16}{3}$$



М Т.к. MT - кас-я, то ~~I1T~~

$I_1T \perp MT$. Тогда по т. Пифагора

для ΔMTI_1 : $I_1T^2 = MI_1^2 - MT^2$

$$I_1T^2 = \frac{16^2}{9} - 18 = \frac{256 - 162}{9} = \frac{94}{9}$$

$$I_1T = \sqrt{\frac{94}{9}} = \frac{\sqrt{94}}{3}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{94}}{3}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

знак " $\sqrt{\quad}$ " означает сравнение

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \sqrt{3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}}$$

$$5 \sqrt{4 \left(\sin \frac{9\pi}{14} - \cos \frac{3\pi}{7} \right) + 3 \sin \frac{3\pi}{14}}$$

$$5 \sqrt{4 \left(\sin \frac{9\pi}{14} - \sin \left(\frac{3\pi}{7} + \frac{\pi}{2} \right) \right) + 3 \sin \frac{3\pi}{14}}$$

$$5 \sqrt{4 \left(\sin \frac{9\pi}{14} - \sin \frac{13\pi}{14} \right) + 3 \sin \frac{3\pi}{14}}$$

$$5 \sqrt{8 \cdot \sin \left(-\frac{2\pi}{14} \right) \cdot \cos \frac{4\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14}}$$

$$5 \sqrt{3 \sin \frac{3\pi}{14} - 8 \cdot \sin \frac{2\pi}{14} \cdot \cos \frac{4\pi}{14}}$$

т.к. $\sin \frac{3\pi}{14} = \sin \frac{11\pi}{14}$, то

$$5 \sqrt{3 \sin \frac{11\pi}{14} - 8 \cdot \sin \frac{2\pi}{14} \cdot \cos \frac{4\pi}{14}}$$

$$t = \sqrt{9 + 64 \sin^2 \frac{\pi}{7}}, \text{ т.к. } 0 < \sin \frac{\pi}{7} < \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}, \text{ то}$$

$$\sqrt{9} < t < \sqrt{9 + 16}$$

$$3 < t < 5, \text{ т.к. } t > 0, \text{ то на него}$$

можно положить и знак 'пер-ва не меняется'

$$\frac{5}{t} \sqrt{\frac{3}{t} \sin \frac{4\pi}{14} - \frac{8 \cdot \sin \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{14}}{t}}$$

т.к. $\left(\frac{3}{t}\right)^2 + \left(\frac{8 \cdot \sin \frac{\pi}{7}}{t}\right)^2 = \frac{9 + 64 \sin^2 \frac{\pi}{7}}{9 + 64 \sin^2 \frac{\pi}{7}} = 1$, то

есть угол α , для которого $\sin \alpha = \frac{3 \sin \frac{\pi}{7}}{t}$, $\cos \alpha = \frac{8}{t}$

$$\frac{5}{t} \sqrt{\sin \left(\frac{4\pi}{14} - \alpha \right)}. \text{ т.к. } 3 < t < 5, \text{ то } \frac{5}{3} > \frac{5}{t} > 1$$

$$\frac{5}{t} > 1 \geq \sin \left(\frac{4\pi}{14} - \alpha \right). \text{ Значит } 5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$$

больше, чем $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$. Ответ: $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} > 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

~~$XY \in (SAB)$~~ , ~~т.к.~~

Если $XY \in (SAB)$, то XY совпадает с AS ,
из этого следует то, что $XY // AS$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ _ ИЗ _ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \quad \vee \quad 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$$

$$3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7} + 4 \sin \frac{9\pi}{14} - 5 \neq 0$$



$$3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \sin \left(\frac{3\pi}{7} + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$-4 \sin \left(\frac{13\pi}{14} \right) + 4 \sin \frac{5\pi}{14} - 5 \neq 0$$

$$\sin x - \sin y =$$

$$3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \sin \frac{13\pi}{14} + 4 \sin \frac{5\pi}{14} - 5 \neq 0$$

$$= 2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$$

$$3 \sin \frac{3\pi}{14} + 4 \left(\sin \frac{9\pi}{14} - \sin \frac{13\pi}{14} \right) - 5 \neq 0$$

$$\sin \frac{3\pi}{14} - \sin \frac{13\pi}{14} = 2 \sin \frac{-2\pi}{14} \cdot \cos \frac{11\pi}{14}$$

$$3 \sin \frac{11\pi}{14} - 8 \frac{\sin 2\pi}{14} \cdot \cos \frac{11\pi}{14} \neq 5$$

$$9 + 64 \sin^2 \frac{2\pi}{14} = t^2, \quad t > 0$$

$$4 \sin x = 3 \sin \frac{11\pi}{14}$$

$$\frac{3 \sin \frac{11\pi}{14}}{t} - \frac{8 \sin \frac{2\pi}{14} \cdot \cos \frac{11\pi}{14}}{t} \neq \frac{5}{t}$$

$$2 \arcsin \frac{3 \sin \frac{11\pi}{14}}{t}$$

$$\sin \left(\frac{11\pi}{14} - 2 \right) \leq \frac{5}{t}$$

$$1 \leq \frac{5}{t} \leq \frac{5}{3}$$

$$\sin \left(\frac{11\pi}{14} - 2 \right) < \sin \left(\frac{11\pi}{14} \right)$$

$$9 < 9 + 64 \sin^2 \frac{2\pi}{14} \leq 9 + 64 \cdot \frac{25}{6}$$

$$\frac{11\pi}{14} - \frac{\pi}{2} \leq \frac{4\pi}{14} \leq \frac{2\pi}{7}$$

$$3 \leq \frac{9+16}{25}$$

$$\sin \frac{11\pi}{14} \rightarrow \sin \frac{2\pi}{7}$$

sin



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(j-i \leq 5) \quad 12a - 2i - 5 \leq 216 \quad !?$
 $(j-i \leq 6): \quad 12a - 2i - 6 \leq 180 : 2 \quad 271 <$
 42
 $6a - i - 3 \leq 90$
 $i \leq 6a - 93 = 6 \cdot 3 = 18$
 $j \leq 9$
 $M = \{23, 24, 25, \dots, 29\}$
 $BD \cap AC = M$
 $I_1, I_2 \leq 8$
 $MZ \cdot MY \leq 9$
 $r = ?$
 $K \leq 2$
 $I_2 M \leq 2 I_1 M$
 $I_1 M \leq 8$
 $I_1 M \leq \frac{8}{3}$
 $MZ \leq 2 MX$
 $2 MX \cdot MY \leq 9 \rightarrow MX \cdot MY \leq \frac{9}{2}$
 $r = \text{кач}$
 $MT^2 \leq \frac{12}{2}$
 $I_1 M \leq \frac{8}{3} \rightarrow I_1 M^2 \leq \frac{64}{9}$
 $\sqrt{21.3}$

$12 + 18 \cdot 7 \leq 15 \cdot 7$
 $\frac{12 + 18 \cdot 7}{2} \leq 15 \cdot 7$
 $\frac{12 + 126}{2} \leq 105$
 $69 \leq 105$
 $105 - 12 = 93$
 $105 - 18 = 87$
 $6 \cdot (9 + 87) = 6 \cdot 180$
 $15 : 3 = 5$
 $256 + 36 = 292$
 $292 - 16 = 276$
 $276 - 16 = 260$
 $260 - 16 = 244$
 $244 - 16 = 228$
 $228 - 16 = 212$
 $212 - 16 = 196$
 $196 - 16 = 180$
 $180 - 16 = 164$
 $164 - 16 = 148$
 $148 - 16 = 132$
 $132 - 16 = 116$
 $116 - 16 = 100$
 $100 - 16 = 84$
 $84 - 16 = 68$
 $68 - 16 = 52$
 $52 - 16 = 36$
 $36 - 16 = 20$
 $20 - 16 = 4$
 $4 - 16 = -12$

$301 - 40 = 261$
 $261 - 42 = 219$
 $219 - 44 = 175$
 $175 - 46 = 129$
 $129 - 48 = 81$
 $81 - 50 = 31$
 $31 - 52 = -21$

$250 - 17 = 233$
 $233 - 19 = 214$
 $214 - 21 = 193$
 $193 - 23 = 170$
 $170 - 25 = 145$
 $145 - 27 = 118$
 $118 - 29 = 89$
 $89 - 31 = 58$
 $58 - 33 = 25$
 $25 - 35 = -10$

$271 + 269 = 540$
 $540 - 2540 = -2000$

$250 - 17 = 233$
 $233 - 19 = 214$
 $214 - 21 = 193$
 $193 - 23 = 170$
 $170 - 25 = 145$
 $145 - 27 = 118$
 $118 - 29 = 89$
 $89 - 31 = 58$
 $58 - 33 = 25$
 $25 - 35 = -10$

$250 - 17 = 233$
 $233 - 19 = 214$
 $214 - 21 = 193$
 $193 - 23 = 170$
 $170 - 25 = 145$
 $145 - 27 = 118$
 $118 - 29 = 89$
 $89 - 31 = 58$
 $58 - 33 = 25$
 $25 - 35 = -10$

$250 - 17 = 233$
 $233 - 19 = 214$
 $214 - 21 = 193$
 $193 - 23 = 170$
 $170 - 25 = 145$
 $145 - 27 = 118$
 $118 - 29 = 89$
 $89 - 31 = 58$
 $58 - 33 = 25$
 $25 - 35 = -10$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a, a+1, \dots, a+6 \quad a \in \mathbb{N}$$

$$S = 2a + \frac{1+6}{2} \cdot 6 = 7a + 21$$

~~$$p = a + i, q = a + j$$~~

$$p = S - a - i, q = S - a - j \quad i, j \in [0; 6]$$

$$p^2 - q^2 \leq 1080 \rightarrow p > q \Leftrightarrow i < j$$

$$i \neq j$$

$$p = 6a - i, q = 6a - j$$

$$j - i = 6, 5, 4, 3, 2, 1$$

~~$$p^2 - q^2 = (6a - i)^2 - (6a - j)^2 = (6a - i + 6a - j) \cdot$$~~

$$\cdot (j - i) = (12a - i - j)(j - i) = 1080$$

$$\begin{array}{r} 1080 : 9 = 120 \\ 120 : 3 = 40 \\ 40 : 2 = 20 \\ 20 : 2 = 10 \\ 10 : 2 = 5 \end{array}$$

$$j - i = 1 \rightarrow j = i + 1$$

$$12a - i - j \leq 1080$$

$$27 \cdot 40 = 3^3 \cdot 2^3 \cdot 5$$

$$12a - 1 + 2i \leq 1080$$

$$12a + 2i \leq 1081 \quad !?$$

$$j - i = 2 \rightarrow j = i + 2$$

$$12a - i - 2 - i \leq 540$$

$$12a - 2i - 2 \leq 540 \quad | :2$$

$$\begin{array}{r} 1080 : 4 = 270 \\ 270 : 2 = 135 \\ 1080 : 5 = 216 \\ 216 : 2 = 108 \\ 108 : 2 = 54 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 360 - 39 = 321 \\ -135 \\ \hline 226 \\ +116 \\ \hline 342 \end{array}$$

$$6a - i - 1 \leq 270$$

$$i + 1 \leq 6a - 270$$

$$i \leq 6a - 271 \stackrel{6}{\equiv} -1 \rightarrow i \leq 5, j = 7$$

$$\begin{array}{r} 1080 : 6 = 180 \\ 180 : 2 = 90 \\ 90 : 2 = 45 \end{array}$$

$$j - i = 3 \rightarrow j = i + 3$$

$$12a - i - 3 - i \leq 360$$

$$12a - 2i - 3 \leq 360 \quad | ?$$

$$117 \stackrel{3}{\equiv} 21 \cdot 5$$

$$j - i = 4$$

$$12a - 2i - 4 \leq 270$$

$$6a - i - 2 \leq 135$$

$$i \leq 6a - 137 \stackrel{6}{\equiv} 1 \rightarrow j = 5$$

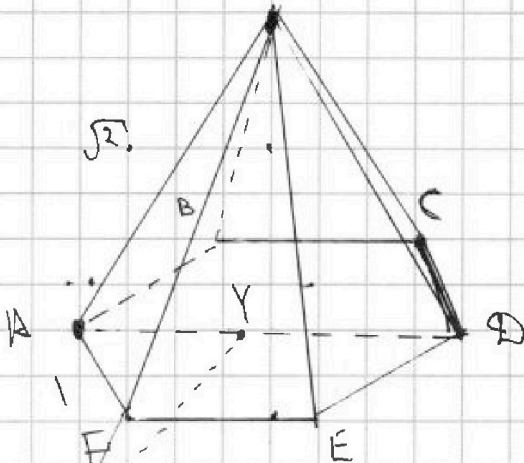
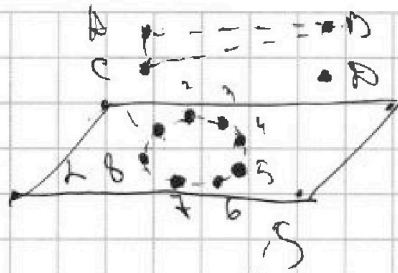


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дад. Т. А:
Вершина: (BDC)
1) Т. А:
.....

$$\frac{4 \cdot 360}{6} = 120$$

XY || (SAB)

XY || AS

$$\begin{array}{r} 180 \\ - 67 \\ \hline 113 \end{array}$$

$$\frac{132 + (n-1) \cdot 2}{2} \cdot n = 66 + n = 67 - n$$

$$67n - n^2 = 130n - 360$$

$$n^2 + 113 = 360$$

$$132, 132+2, 132+2 \cdot 2, 132+2 \cdot 3 \dots$$

$$S = \frac{132 + (n-1) \cdot 2}{2} \cdot n = n(66 + n - 1) = n^2 + 65n$$

$$n^2 + 65n = (n-2) \cdot 180$$

$$n^2 + 65n - 180n + 360 = 0$$

$$n^2 - 115n + 360 = 0$$

$$D = 115^2 - 360 \cdot 4$$

$$115^2 - 360 \cdot 4$$

$$5 \cdot 23^2 - 5 \cdot 36 \cdot 8$$

$$360 = 36 \cdot 10 = 5 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 5 = 3^2 \cdot 2^3 \cdot 5$$

$$\begin{array}{r} 120 \cdot 3 \\ 40 + 18 \\ \hline 180 \cdot 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 115 \times 529 \\ \hline 25 \\ \hline 2645 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 2 \\ \hline 2 \cdot 2 \cdot 2 \end{array}$$

$$n-2 = 180$$

$$45 \cdot 4$$

$$137n - 180n =$$

$$\begin{array}{r} -80 \\ -31 \\ \hline 49 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2645 \\ - 228 \\ \hline 12417 \\ - 12417 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 115 \times 529 \\ \hline 25 \\ \hline 2645 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \cdot 25 + y \cdot 75 + z \cdot 125 = 45$$

$$x \cdot 25 + y \cdot 75 + z \cdot 125 = 45$$

$$25 \cdot x + 75 \cdot y + 125 \cdot z = 45$$

$$5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5 = 5 \cdot 3 \rightarrow y = 2$$

$$2x + 2 + 3z = 5$$

$$2x + 2 + 3z = 1$$

$$2x + 3z = -1 \rightarrow z = \frac{-1 - 2x}{3}$$

$$2x + 2 + 3z = 5$$

$$2x + 3 + 3z = 0$$

$$z = \frac{-2x - 3}{3}$$

$$13x^2 + 12x$$

$$28x + 12 = 0$$

$$x = \frac{-12}{26} = \frac{-6}{13}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = x^2 + 4 + \left(\frac{1+2x}{3}\right)^2 = x^2 + 4 + \frac{4x^2 + 4x + 1}{3}$$

$$= \frac{1}{3} (3x^2 + 12 + 4x^2 + 4x + 1) = \frac{1}{3} (7x^2 + 4x + 13)$$

$$f'(x) = 14x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{-4}{7}$$

Ближайшие целые значения это -1 и 0

$$\left|1 - \frac{4}{7}\right| = \frac{3}{7}$$

$$\left|0 + \frac{4}{7}\right| = \frac{4}{7}$$

$$\frac{45}{9}$$

$x = -1$ ближе, значит, наим. знач. = 46

$$\frac{1}{3} (7 - 4 + 13) = \frac{1}{3} (16) = \frac{16}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(n-2) \cdot 180^\circ$ - ~~сумма~~ сумма всех углов выпуклого n -угольника.

$$132 + \frac{(n-1) \cdot 2 \cdot n}{2} = (n-2) \cdot 180$$

$$(66 + (n-1))n = (n-2) \cdot 180$$

$$66n + n^2 - n = 180n - 360$$

$$n^2 + 65n - 180n + 360 = 0$$

$$n^2 - 115n + 360 = 0$$

$$\Delta = 115^2 - 4 \cdot 360 = 13225 - 1440$$

$$360 = 9 \cdot 4 \cdot 10 = 45 \cdot 8 = 5 \cdot 23$$

$$x+y = 115$$

$$xy = 360$$

$$x = 45, y = 70$$

$$115 - 45 = 70$$

$$D = 4 \cdot 115^2 - 4 \cdot 360 = 529 - 4 \cdot 360 = 5$$

$n = 5$

$$x, y, z \in \mathbb{Z} \quad x^2 + y^2 + z^2$$

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$$

$$x \ln(5 \cdot 5) + y \ln(5 \cdot 15) + z \ln(5 \cdot 25) = \ln(5 \cdot 9)$$

$$2x \ln 5 + y \ln 5 + y \ln 15 + 3z \ln 5 = \ln 5 + \ln 9$$

$$2x \ln 5 + 2y \ln 5 + y \ln 3 + 3z \ln 5 = \ln 5 + 2 \ln 3$$

$$2ax + 2ay + by + 3az = a + 2b$$

$$\begin{array}{r} -180 \\ 65 \\ \hline 115 \\ \sqrt{115} \\ \underline{87} \\ 28 \\ \sqrt{28} \\ \underline{25} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 115 \\ -529 \\ \hline 360 \\ \sqrt{360} \\ \underline{288} \\ 72 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 115 \\ \sqrt{115} \\ \underline{95} \\ 20 \\ \sqrt{20} \\ \underline{15} \\ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 69 \\ \sqrt{69} \\ \underline{60} \\ 9 \\ \sqrt{9} \\ \underline{9} \\ 0 \end{array}$$