



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 11

- [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
- [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
- [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.
- [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.
- [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$?
- [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
- [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Каждое училище совместно с коллегами учит
Задача 1. Тогда n -угольник имеет n углов, тогда сумма углов
равна $180^\circ(n-2)$ с одной стороны и $\frac{(2 \cdot 143^\circ + (n-1) \cdot 2^\circ)n}{2}$
как сумма градусов одногр. угла. ($n \in \mathbb{N}$)

$$180^\circ(n-2) = \frac{(2 \cdot 143^\circ + 2^\circ(n-1))n}{2}; 180^\circ n - 360^\circ = 143^\circ n + n^2 - 1^\circ n$$

$$n^2 - 38^\circ n + 360^\circ = 0$$

По м. Всего: $\begin{cases} n_1+n_2=38^\circ \\ n_1n_2=360^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n_1=20, \\ n_2=18. \end{cases}$

При $n=20$ наименьший угол равен $143^\circ + 18 \cdot 2^\circ = 181^\circ$ - не сочт. угл.,
тк. многоугольник выпуклый, все углы меньше 180° .

При $n=18$ наименьший угол равен $143^\circ + 18 \cdot 2^\circ = 178^\circ$ - сочт. углов.

Ответ: Решение у данного многоугольника имеет место только
в верхних

Ответ: 18

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2. $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$, $x, y, z \in \mathbb{Z}$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z - \ln 6 = 0$$

$$\ln 16^x \cdot 8^y \cdot 24^z - \ln 6 = \ln 1$$

$$\frac{16^x \cdot 8^y \cdot 24^z}{6} = 1; \quad \frac{2^4 x \cdot 2^3 y \cdot 2^3 z}{2 \cdot 3} = 1$$

$$2^{4x+3y+3z-1} \cdot 3^{z-1} = 1$$

При $x=2, z=3$ возможны два варианта, при которых произведение

этих чисел равно единице: или они оба равны единице или

одно данное единице, а другое - меньше. Рассмотрим второй

вариант. Представление произведение в виде дроби $\frac{2^{4x+3y+3z-1}}{3^{z-1}}$ = 1.

П.к. степени целые и не равны 0, а 2 и 3 являются просты,

здесь несопоставим, а т.к. степень не равна единице, дробь не равна единице. Бургашение неизвестно. Значит это множество

равна 1, т.е. их степени равны нулю: $\begin{cases} z-1=0, \\ 4x+3y+3z-1=0; \end{cases}$

$$\begin{cases} z=1, \\ 4x+3y+3-1=0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z=1, \\ x=-\frac{3y}{4} - \frac{2+3y}{4}; \end{cases}$$

$$\text{Благодаря } x^2 y^2 z^2 = \frac{(12+3y)^2}{16} + y^2 + 1 = \frac{4+12y+3y^2+16y^2+16}{16} = \frac{25y^2+12y+20}{16}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Графическое решение задачи 2.

Задача $f(y) = 25y^2 + 12y + 20$ имеет график параболы с ветвями вправо,

приимающей положительные значения в вершине, т.е. при $y = -\frac{12}{2 \cdot 25} = -\frac{12}{50} = -\frac{6}{25}$. Так как $y \in \mathbb{Z}$, значение функции тогда в вершине равно $y = 0$.

Максимальное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$

$$= 25 \left(-\frac{6}{25} \right)^2 + 12 \left(-\frac{6}{25} \right) + 20 = \frac{36}{25} - \frac{72}{25} + 20 = \frac{36 - 72 + 500}{25} = \frac{424}{25} = 16 \cdot 15$$

$$= \sqrt{424} = \sqrt{100 \cdot 4} = \sqrt{400} = \frac{-9 + 26}{20} = \frac{17}{20} = \frac{53}{50} = \frac{29}{25}$$

Однако $\frac{29}{25} > 1$. Но значение при $y = 0$ $x \notin \mathbb{Z}$. Второе значение

$$-\frac{25 \cdot 0^2 + 12 \cdot 0 + 20}{25} = -\frac{20}{25} = -\frac{4}{5} = -1 \notin \mathbb{Z}$$

Значение $y = 1$, $x \in \mathbb{Z}$; затем $y = -2$, $x = -\frac{2 - 3 \cdot 1}{4} = 1 \in \mathbb{Z}$.

Максимальное значение $x^2 + y^2 + z^2 = 1^2 + (-2)^2 + 1^2 = 6$

Ответ: 6



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3. Ряд q можно представить в виде суммы членов множества M за вычетом одного. Множество M есть арифметическая прогрессия с первым членом $a \in \mathbb{N}$ и разностью 1.

При этом сумма элементов M равна $\frac{(2a + (7-1) \cdot 1) \cdot 7}{2} =$

$= 7a + 21$. Будет k -номер элемента M , не входящего в сумму, из которой состоит ряд q ($k \in \{1; 2; 3; \dots; 7\}$).

При этом ряд q равен $7a + 21 - (a + (k-1) \cdot 1) = 6a + 21 - k + 1 = 6a + 22 - k$. П.к. $6a + 22$ - чётные, а ряд - нечётны, k - нечётно, т.е. $k \in \{1; 3; 5; 7\}$. При $k=1$: ряд q равен $(6a + 21) : 3$ - не чётное.

При $k=3$: ряд q равен $(6a + 15) : 3$ - не чётное, т.к. $a \in \mathbb{N}$.

Заметим, что $p > q$, в т.к. ряд p положительны и $p^2 - q^2 = 7a^2 > 0$, тогда в сумме, из которой состоит ряд p нет элементов под номерами 3 (меньшими), а в q нет элементов под номерами 5. При этом

$p = 6a + 18$; $q = 6a + 17$, где a - первый член прогрессии.

$$p^2 - q^2 = (p+q)(p-q) = (6a + 18 + 6a + 17)(6a + 18 - 6a - 17) = 2(12a + 35) = 24a + 70 = 792; 24a = 720; a = 30. \text{ При этом } M = \{30; 31; 32; 33; 34; 35; 36\}$$

Ответ: $\{30; 31; 32; 33; 34; 35; 36\}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

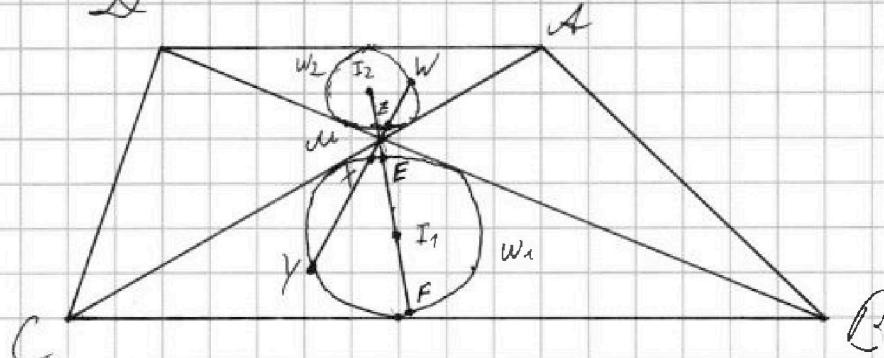
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.

D



Задача 4. Учтим, что $AD \parallel BC$, ~~значит~~ $M = M \text{ ц. } \angle ADB$, $\frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}$, значит

изометрия с центром M и коэф. $-\frac{1}{2}$ переводит: $A \rightarrow C$, $D \rightarrow B$.

Понятно $\triangle AMD \rightarrow \triangle CMB$ (здесь и далее стрелочкой \rightarrow "изометрия" обозначает преобразование изометрий, списаные вспом), а т.к. $W_2 \subsetneq W_1$.

Более, а W_1 ближе к B к M в $\triangle ABC$, то $W_2 \rightarrow W_1$. Тогда $I_2 \rightarrow I_1$,

значит $Z \rightarrow X$, тогда $\frac{MZ}{MX} = \frac{1}{2}$, $MZ = \frac{1}{2} MX$.

По условию $MZ \cdot MX = \frac{1}{2} MX \cdot MZ$, $MX \cdot MZ = 10$.

STL. k. $I_2 M \rightarrow I_1 M$, $\frac{I_2 M}{I_1 M} = \frac{1}{2}$; $I_2 M = \frac{1}{2} I_1 M$; $\frac{13}{2} = I_1 I_2 = I_1 M + I_2 M = \frac{3}{2} I_1 M$;

$I_1 M = \frac{13 \cdot 2}{2 \cdot 3} = \frac{13}{3}$. STL. k. I_1 - центр окр. W_1 , EF - бисектр,

(т.к. $E \in F$ - means прямое $EI_1 \subset W_1$, E ближе к M)

$EI_1 = FI_1 = R$ (R -искаженный радиус W_1). Уг междн о скрещущих

$$\text{противозадача } MZ \cdot MX = ME \cdot MF = (MI_1 - EI_1)(MI_1 + FI_1) =$$

$$= (MI_1 - R)(MI_1 + R) = MI_1^2 - R^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение задачи 4.

$$10 = \left(\frac{13}{3}\right)^2 - R^2; R^2 = \frac{169}{9} - 10 = \frac{169 - 90}{9} = \frac{79}{9}; R = \frac{\sqrt{79}}{3}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{79}}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6. Все вершины тетраэдра, кроме одной, лежат в основании.

Основание может либо состоять из трех, либо из четырех с ней общих ребер (указав), либо иметь одну общую вершину, либо не принадлежать вовсе. Где либо основание четырех вершин в д. Заметим, что для этого подложимся трех, лежащих на окружности можно единственным образом составить четырехугольник — в порядке следования этих трех, ~~и к~~ ~~и~~ ~~за исключением~~ подложимся с тремя, 1-ой и четвертой). Тогда основание в трех-тих можно выразить $2^2 - C_7^2 - C_7^1 - C_7^0 = 128 - 21 \cdot 4 - 1 = \cancel{124} \cancel{93}$ способами. Вершина может либо одна вершина тетраэдра может лежать в основании 6-ти оснований трех, тогда где II-го способа есть $38 \cdot 5 = 190$ способов. Где либо только одна ребро основания лежит в d+2 вершины остальные можно выразить $C_7^2 = 21$ способами. Заметим, что в этом случае основание может быть только треугольником, так как по условию ни одно основание склада ли с д. Выберем 3-ю точку основания C_5^1 . Тогда тетраэдра — 4-хугольник, 2 основания вершины которого — любые 2 из 5 трех, не лежащих в д. Тогда где II-го способа есть $21 \cdot C_5^2 = 21 \cdot 10 = 210$ способов



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение задачи 5.

Будем теперь только одна вершина основания лежит в плоскости. Если в основании выше 3-х вершин, то условие оно лежит в α , что неверно, тогда в этом случае четырехугольник сплюснутый четырехугольник, имеющий 40°
одна вершина которого лежит в α . Тогда для III-го случая есть $C_7^1 \cdot C_5^3 = 7 \cdot 10 = 70$ способов. Будет теперь основание не иметь одних вершин с α , тогда сплошное условие задачи в основании лежит четырехугольник, а параллела - четырехугольник, две из вершин которого не лежат в α (т.к. две прямые параллельны между собой можно считать основанием, а сплошной с единой вершиной в α не рассмотрены выше). Такие для 4 из 5-ти не лежащих в α точек имеются 5, из них получим четырехугольник (т.к. вспомогательные не лежат в одной прямой), значит для IV-го случая есть $C_5^4 = 5$ способов. Итак, все рассмотрели пятьную группу четырехугольников соединений (8 штук в α лежит 0, 1, 2 или более 2 штук), тогда общее число способов выделять четырехугольник по условиям задачи

$$485 + 210 + 70 + 5 = 780$$

Ответ: 780

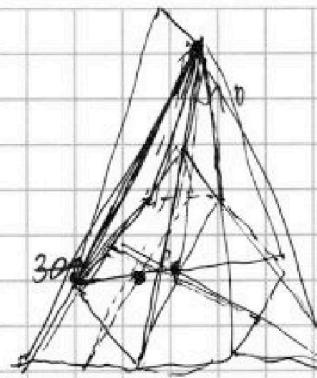


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$S_n = \frac{(2\alpha_1 + (n-1)B)n}{2} = 180^\circ(n-2)$$

$$2\alpha_1 n + Bn^2 - Bn - 360^\circ n + 720^\circ = 0 \quad \frac{24}{6} = 4$$

$$286n + 2n^2 - 2n - 360^\circ n + 720^\circ = 0$$

$$143n + n^2 -$$

$$\frac{143 - 1 - 180}{142 - 38} =$$

$$16x$$

$$\log_2 4 = 2$$

$$\log_{2,2} 1$$

$$\ln 16^2 + \ln 8^4 + \ln 24^6 - \ln 6^3 360 = 6 \cdot 6 \cdot 10 = 20 \cdot 18$$

$$\ln \frac{16^2 \cdot 8^4 \cdot 24^6}{6} = \ln 1$$

$$400 - 460 + 360 =$$

$$\frac{143 + 19 \cdot 2}{38} =$$

$$16^2 \cdot 8^4 \cdot 24^6 = 6$$

$$\begin{array}{r} 7524 \\ \times 39 \\ \hline 36 \\ 324 - 684 \cancel{+18} \\ \hline -360 + 324 \\ \hline 32 \end{array}$$

$$\frac{1}{2}(143 + 2 \cdot 18) \cdot 18$$

$$\frac{2^4 \cdot 2^3 \cdot 2^3 \cdot 3^2}{2 \cdot 3} = 1$$

$$\begin{array}{r} 720 \\ \times 36 \\ \hline 320 \\ 360 - 324 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 161 \\ \times 17 \\ \hline 112 \\ 112 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$2^{4x+3y+3z-1} \cdot 3^{z-1} = 1$$

$$4x + 3y + 3z +$$

$$k \in \{1; 7\}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 101 \\ \hline 101 \\ 101 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18812 \\ \times 18 \\ \hline 18 \\ 18 \\ \hline 18812 \end{array}$$

$$2^4 (\ln 3 + \ln 8)$$

$$k \in \{1; 7\}$$

$$\begin{array}{r} 161 \\ \times 59 \\ \hline 161 \\ 161 \\ \hline 59 \end{array}$$

$$2^4$$

$$p = \frac{(2\alpha_1 + 6) \cdot 7}{2} - \alpha_1 - k \cdot 7 (143 + 17) - 18 =$$

$$2 \log_3 2(2-1)$$

$$\frac{100 - 24 + 20}{16} - \frac{96}{28} = \frac{48}{8} = 6$$

$$\begin{array}{r} 180 \\ \times 18 \\ \hline 18 \\ 18 \\ \hline 180 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 160 \\ \times 128 \\ \hline 16 \\ 16 \\ \hline 1280 \end{array}$$

$$10 - 782$$

$$6\alpha_1 + 21 \checkmark$$

$$-72$$

$$6\alpha_1 + 13 \checkmark$$

$$1420$$

$$6\alpha_1 + 17 \checkmark$$

$$(p+q)(p-q) = 782 = 2 \cdot 3 \cdot 11 \quad k \in \{3, 5, 13\}$$

$$3 \cdot 6\alpha_1 + 15 \times$$

$$x = \frac{-2}{4}$$

$$= 7\alpha_1 + 21 - \alpha_1 - k + 1 = 6\alpha_1 - k + 22$$

$$\begin{array}{r} 30 31 32 33 34 35 36 \\ \times 2 3 4 5 6 7 8 \\ \hline 30 31 32 33 34 35 36 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

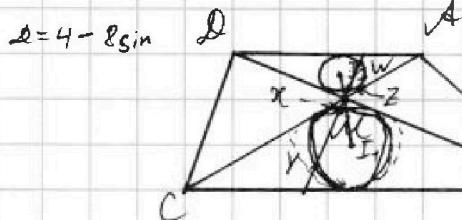
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\cos^2 \frac{\beta}{4} = x$$

$$-2x^2 + 2x - 5 \sin^2 \frac{\beta}{4} = 0$$

$$2x^2 - 2x + 5m = 0$$



$$\sin \frac{2\beta}{3} - \sin \frac{\beta}{3} = \sin \frac{\beta}{6} \cdot \cos \frac{\beta}{4}$$

$$L_1, M = \frac{13}{3}, L_2, N = \frac{13}{6}$$

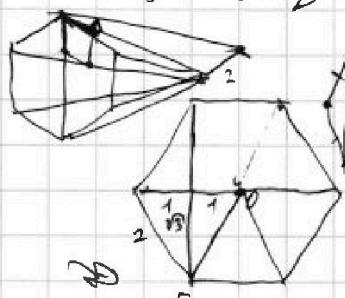
$$\frac{13 \cdot 2}{2 \cdot 3} = \frac{13}{3}$$

$$\frac{13}{2} - \frac{13}{3} = \frac{39 - 26}{6} = \frac{13}{6}$$

$$\cos \frac{\beta}{4} = 2 \sin \frac{\beta}{3} \cos \frac{\beta}{2} = 2 \cos \frac{\beta}{3} \sqrt{1 - \cos^2 \frac{\beta}{3}}$$

$$5 = MZ \cdot MY = \frac{1}{2} Mx \cdot MY; 10 = MX \cdot MY = (MI, -R) / (MI + R)$$

$$\sin^2 \frac{\beta}{4} = 2 \cos^2 \frac{\beta}{3} - 2 \cos^4 \frac{\beta}{3}$$



$$\begin{aligned} &\frac{5}{4} \cdot 20 \cdot \frac{5}{4} \\ &\frac{5}{4} \cdot 2 \cdot \frac{5}{3} \\ &\frac{5}{4} \cdot 3 \cdot \frac{5}{3} = \frac{25}{12} \end{aligned}$$

23/10

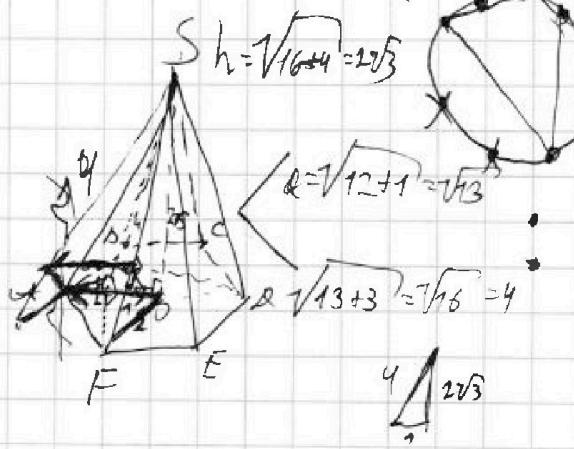
$$\sin \alpha + \sin \beta = \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \frac{3\beta}{4} = \sin \left(\frac{\beta}{4} + \frac{\beta}{2} \right) = \sin \frac{\beta}{4} \cdot \cos \frac{\beta}{2} + \sin \frac{\beta}{2} \cdot \cos \frac{\beta}{4}$$

$$\sqrt{4-1} = \beta \quad 5 - 4 \sin \frac{\beta}{4} \cdot \cos \frac{\beta}{4} + 4 \sin \frac{\beta}{2} \cdot \cos \frac{\beta}{4} > 4 \cos^2 \frac{\beta}{4} - 5 \sin \frac{\beta}{4}$$

$$-4 \cos^2 \frac{\beta}{4} \left(\sin \frac{\beta}{4} + 1 \right) + 5 \left(\sin \frac{\beta}{4} + 1 \right) - 4 \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\beta}{4} > 0$$

$$5 - 8 \sin^2 \cos^2 - 4 \sin(\sin^2 \cos^2) - 4 \cos + 10 \sin \cos > 0$$



$$(2^4 - 1) \cdot 5$$

$$C_4^2 \cdot 5 \cdot 4$$

$$\frac{5!}{4!1!} = 5 \cdot \frac{4!}{4!1!} = 5$$

$$\frac{4!}{2!5!} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 4 \cdot 3 = 12$$

$$\frac{5!}{3!2!} = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 5 \cdot 2 = 10$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

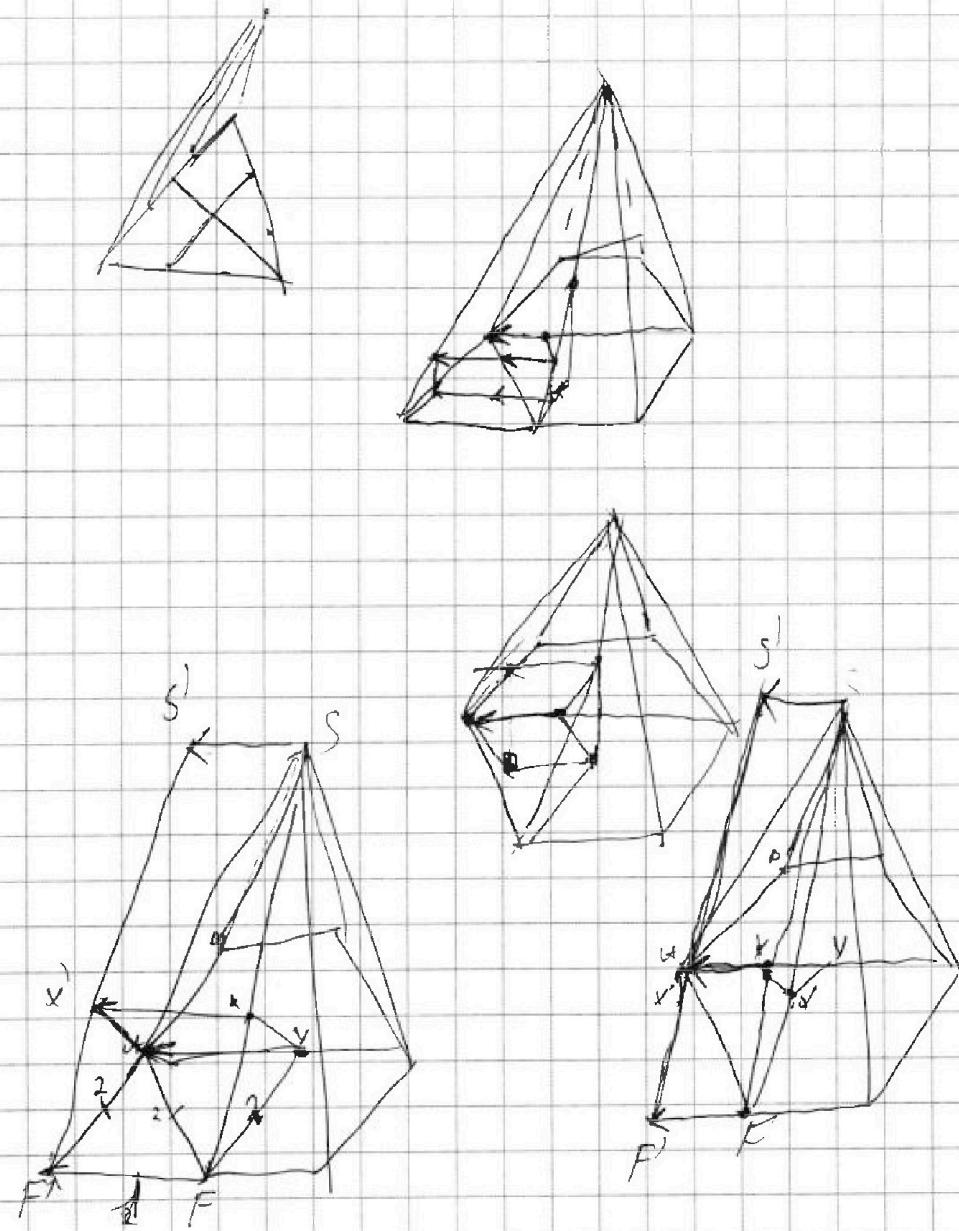
5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Bogara 7.

