



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



- [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 132° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
- [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
- [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 1080$.
- [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 8$, а $MZ \cdot MY = 9$.
- [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$ или $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$?
- [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 4 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
- [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром $\sqrt{2}$. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть n — число вершин многоугольника. Тогда

$$\sum_{d=1}^n a_d = 180^\circ (n-2), \text{ где } a_d \text{ — сумма углов в } d\text{-й прогрессии.}$$

1) $d = 2^\circ$

$$\frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n = 180^\circ (n-2)$$

$$na_1 + n(n-1) \frac{d}{2} = 180^\circ (n-2)$$

$$(n^2 - n) \cdot 1^\circ + 132^\circ n - 180^\circ n + 360^\circ = 0 \quad | : 1^\circ$$

$$n^2 - 39n + 360 = 0 \text{ — не имеет решений в } \mathbb{Z}$$

а значит n не является целым числом.

2) $d = -2^\circ$

$$-1(n^2 - n) + 132^\circ n - 180^\circ n + 360^\circ = 0 \quad | : 1^\circ$$

$$n^2 + 37n - 360 = 0$$

$$\begin{cases} n = 8 \\ n = -45 \end{cases} \Rightarrow n = 8 \text{ — число вершин многоугольника.}$$

Ответ: 8.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $M = \{x-3, x-2, x-1, x, x+1, x+2, x+3\}$,
тогда $S = \sum_{m \in M} m$, тогда $S = 7x$

$\{S-x-3, S-x-2, S-x-1, S-x, S-x+1, S-x+2, S-x+3\}$ — множество в сумме, два элемента множества в том же порядке все равно. Пусть $q = p - k$. Тогда $k \in [1, 6] \cap \mathbb{Z}$.

$$k p^2 - q^2 = (p-q)(p+q) = k(2p-k)$$

$$k=1. \quad 2p-1=1080, \quad p \notin \mathbb{N}.$$

$$k=2. \quad 2p-2=540 \Rightarrow p=271 \in \mathbb{P}.$$

$$k=3. \quad 2p-3=360 \Rightarrow p = \frac{363}{2} \notin \mathbb{N}.$$

$$k=4. \quad 2p-4=270 \Rightarrow p=137 \in \mathbb{P}.$$

$$k=5. \quad 2p-5=216 \Rightarrow p = \frac{221}{2} \notin \mathbb{N}.$$

$$k=6. \quad 2p-6=180 \Rightarrow p=93 \Rightarrow p \notin \mathbb{P}.$$

$$p=137 \quad p = S - x + t, \quad t \in [-3, 3] \cap \mathbb{Z} \quad p = 6x + t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=23, \quad t=-1 \Rightarrow M = \{20, 21, 22, 23, 24, 25, 26\} \quad \text{Ответ}$$

$$p=271, \quad p = S - x + t, \quad t \in [-3, 3] \cap \mathbb{Z} \quad p = 6x + t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=46, \quad t=1 \Rightarrow M \in \{44, 45, 46, 47, 48, 49, 50\}$$

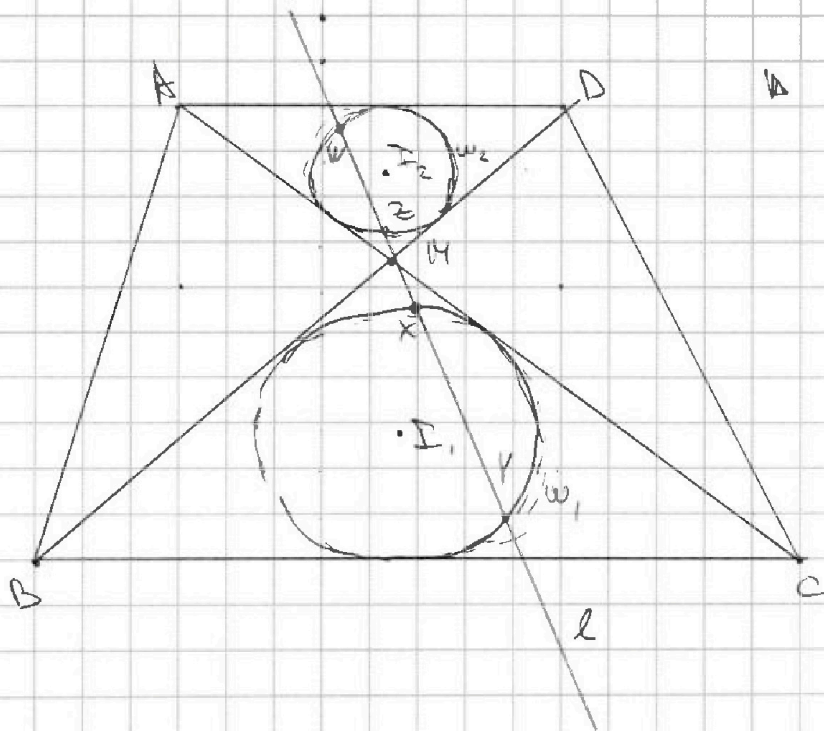


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) $AD \parallel BC \Rightarrow \triangle AMD \sim \triangle CMB$ (одн. стороны):

$$\frac{AM}{CM} = \frac{MD}{MB} = \frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}$$

2) H_4 : $M \leftrightarrow M$

$l \leftrightarrow l$

$A \leftrightarrow C$

$D \leftrightarrow B$

$\Rightarrow \triangle AMD \mapsto \triangle CMB \Rightarrow \omega_2 \mapsto \omega_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow I_2 \mapsto I_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow M \in I_1 I_2$

$l \cap \omega_2 \mapsto l \cap \omega_1 \Leftrightarrow (X, W) \mapsto (X, Y)$

3) $pow_{\omega_1} M = MI_1^2 - R_1^2 = MX \cdot MY$

$[MX] = 2[MZ]; I_1 I_2 = MI_1 + MI_2 = MI + \frac{1}{2} MI_1 = \frac{3}{2} MI \Rightarrow$

$\Rightarrow MI = \frac{2}{3} I_1 I_2 = \frac{8 \cdot 2}{3} = \frac{16}{3}$

~~$\Rightarrow MI = \frac{16}{3}$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$M \Delta_1^2 - R_1^2 = M X \cdot M Y = 2 M Z \cdot M Y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_1 = \sqrt{M \Delta_1^2 - 2 M Z \cdot M Y} = \sqrt{\frac{256}{9} - 2 \cdot 9}$$

$$= \frac{\sqrt{256 - 162}}{3} = \frac{\sqrt{94}}{3}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{94}}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \cup 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{6\pi}{14}, \text{ пусть } t = \frac{3\pi}{14}$$

$$5 - 4 \sin^2 t - 3 \sin t + 4 \cos 2t \cup 0$$

$$5 - 4 \sin^2 t \cos^2 t - 4 \sin t \cos^2 t - 3 \sin t + 4 \cos^2 t \cup 0$$

$$5 - 8 \sin t \cos^2 t - 3 \sin t + 4 \cos^2 t (1 - \sin t) \cup 0$$

$$5 - 8 \sin t (1 - \sin^2 t) - 3 \sin t + 4 (1 - 2 \sin^2 t)(1 - \sin t) \cup 0$$

$$5 - 8 \sin t + 8 \sin^3 t - 3 \sin t + 4 + 8 \sin^3 t - 4 \sin t - 8 \sin^2 t \cup 0$$

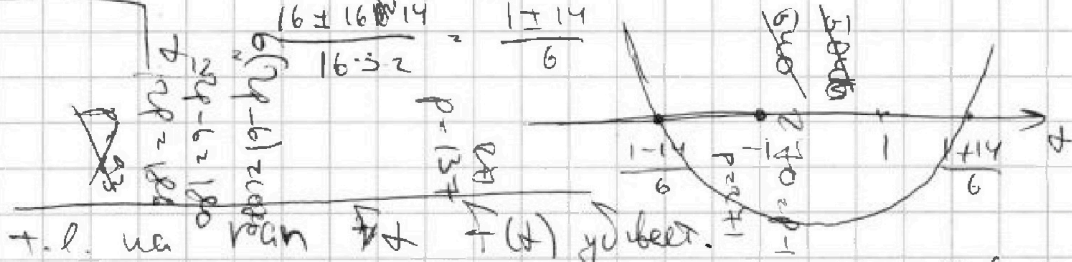
$$16 \sin^3 t - 8 \sin^2 t - 15 \sin t + 9 \cup 0$$

Пусть $\sin t = x$

$$f(x) = 16x^3 - 8x^2 - 15x + 9$$

$$f'(x) = 48x^2 - 16x - 15, \Delta = 16 + 16 \cdot 15 = 16(16 + 15) = 16 \cdot 31$$

$$\frac{16 \pm \sqrt{16 \cdot 31}}{96} = \frac{1 \pm \sqrt{31}}{6}$$



Тогда корни $x = \frac{\sin t}{2} \cup \frac{\sin t}{2} \cup \frac{\sin 3\pi}{14}$. $f(x) = \frac{16}{2\sqrt{2}} - \frac{8}{2} - \frac{15}{\sqrt{2}} + 9$

$$5 \cup \frac{7}{\sqrt{2}} \\ 5\sqrt{2} \cup 7 \\ 50 \cup 49 \\ 50 > 49 \Rightarrow f(\sin \frac{\pi}{4}) > 0$$

а т.к. $f(x)$ убывает, то $f(\sin \frac{3\pi}{14} = t) = \sin(\frac{\pi}{4}) > 0$. значит
исходный знак — больше. Ответ: $5 - 4 \sin \frac{\pi}{4}$.

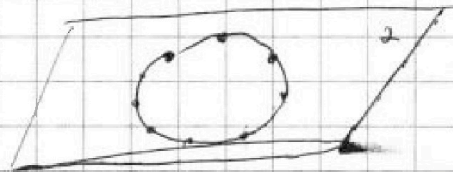


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Не существует пирамиды лежащая в плоскости α ,
также не лежащая в одной плоскости.

Возьмем любую из них или вершину пирамиды,
тогда если основание \neq вершине лежит в α ,

то для каждой точки можно выбрать

$$C_8^3 + C_8^4 + C_8^5 + C_8^6 + C_8^7 + C_8^8. \text{ Если хотя бы}$$

одна вершина не лежит в α , то возможны

либо пирамиды с основанием - треугольником, тогда

для каждой из них существует $C_3^1 \cdot C_8^2$, если только

одна точка лежит не в α , только вершины, тогда пирамиды

посчитаны дважды. $C_3^2 \cdot C_8^1$, если две, тогда пирамиды

C_3^3 , если все, тогда посчитаны и еще. Если вершины в α ,

$$\text{то } \frac{C_8^2 \cdot C_4^1}{\text{трапеция}} + \frac{C_8^1 \cdot C_4^2}{\text{объем}} + C_4^3. \text{ Ответ: много}$$

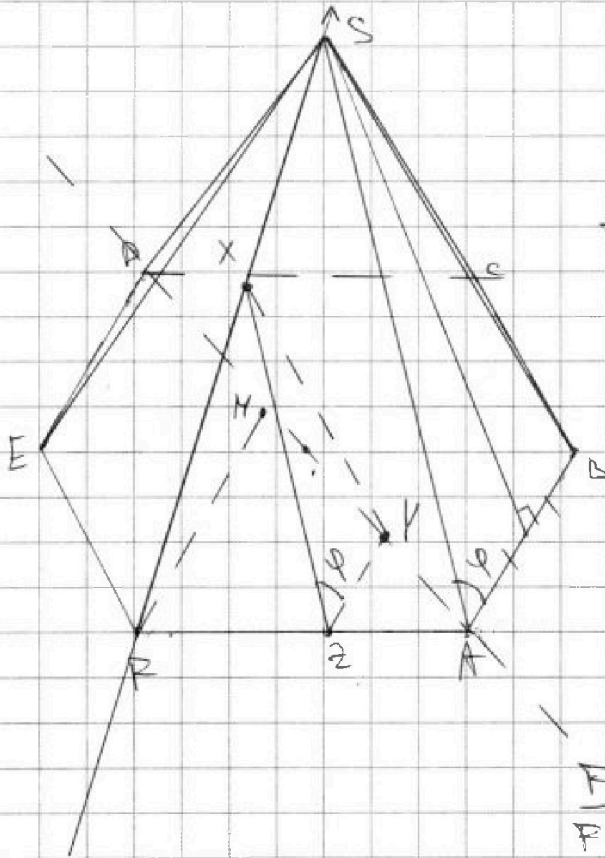


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Возьмем точку X на SA.

Тогда

Если $XZ \parallel (ABS)$, то

проеция $(XZY) \cup (ABS)$,

$Z \in AP$, тогда $XZ \parallel AS$, и

$YZ \parallel AB$.

Тогда по т. Фалеса:

$$\frac{FX}{FS} = \frac{PZ}{PA} \Rightarrow PZ = \frac{PA}{FS} \cdot FX = \frac{FX}{\sqrt{2}}$$

Пусть $FX = z$, тогда $PZ = \frac{z}{\sqrt{2}}$.

Еще по т. Фалеса и пусть M - ср. AD, тогда $PM \parallel AB$, $PM = 1$

$$\triangle AZP \sim \triangle PMY \text{ (по катетам)} \Rightarrow \frac{ZY}{PM} = \frac{AZ}{AP} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow ZY = \frac{AP - PZ}{AP} \cdot PM = 1 - \frac{z}{\sqrt{2}}$$

$$\varphi = \angle(XZ, ZY) = \angle(SA, AB), \cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Если X за точкой F, тогда $\angle XZY = \pi - \varphi$, и $\cos \angle XZY = -\frac{1}{\sqrt{2}}$.

$PX = XZ$, т.е. $\triangle PXZ$ и $\triangle FSA$ (по катетам), и $FS = SA$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По Т косинусов:

$$XY^2 = XZ^2 + ZY^2 - 2XZ \cdot ZY \cdot \cos \angle XZY$$

$$XY^2 = FX^2 + \left(1 - \frac{FX}{\sqrt{2}}\right)^2 - 2FX \left(1 - \frac{FX}{\sqrt{2}}\right) \cdot \cos \angle XZY$$

$$XY^2 = t^2 + \left(1 - \frac{t}{\sqrt{2}}\right)^2 - 2t \left(1 - \frac{t}{\sqrt{2}}\right) \cdot \underbrace{\cos \angle XZY}_{const} = F(t)$$

$$F''(t) = 2 + \cancel{2} + 2 \cos \angle XZY =$$

$$= \begin{cases} 2 + \sqrt{2} + 2\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} \geq 2 > 0 \\ 2 + 1 - 2\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} = 2 > 0. \end{cases}$$

Т.е. наша функция всегда выпукла, следовательно имеет

одну точку экстремума — минимум. при $t=0$

$$F(t) = 2t + \sqrt{2} \left(1 - \frac{t}{\sqrt{2}}\right) - 2 \cos \angle XZY \left(1 - \sqrt{2}t\right)$$

При $t=0$ $XZ = \sqrt{2}$, $XY = R \cdot \sqrt{2} = 1$.

Ответ: 1.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$$

$$\ln 25^x + \ln 75^y + \ln 125^z = \ln 45$$

$$\ln(25^x \cdot 75^y \cdot 125^z) = \ln 45 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 25^x \cdot 75^y \cdot 125^z = 45$$

$$5^{2x+2y+3z} \cdot 3^{2y} = 5 \cdot 3^2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+2y+3z=1 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x+3z=-3 \Rightarrow \begin{cases} x=3-3k \\ z=-1-2k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\min(x^2 + y^2 + z^2) = \min(x^2 + z^2 + 4) \text{ — минимизировать}$$

$$\text{или } \min(|x| + |z|).$$

$$x=0 \Rightarrow z=-1 \quad \leftarrow \text{min.}$$

$$x=3 \Rightarrow z=-3, \quad \text{б. очевидно следует что } |x| \uparrow \Rightarrow |z| \uparrow$$

$$x=-3 \Rightarrow z=1$$

$$\text{Итого } x=0, y=2, z=-1$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 0 + 2^2 + 1^2 = 5.$$

Ответ: 5.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 = 4 \sin 3t - 3 \sin t + 4 \cos 2t \neq 0$$

$$5 - 4 \sin t \cos t + 4 \sin t \cos t - 3 \sin t + 4(1 - 2 \sin^2 t) \neq 0$$

$$5 - 4 \sin t \cos t + 4 \sin t \cos t - 4 \sin t (1 - 2 \sin^2 t) - 3 \sin t + 4 - 8 \sin^2 t \neq 0$$

$$5 - 8 \sin t + 8 \sin^3 t - 4 \sin t + 8 \sin^3 t - 3 \sin t + 4 - 8 \sin^2 t \neq 0$$

$$16 \sin^3 t - 8 \sin^2 t - 15 \sin t + 9 \neq 0$$

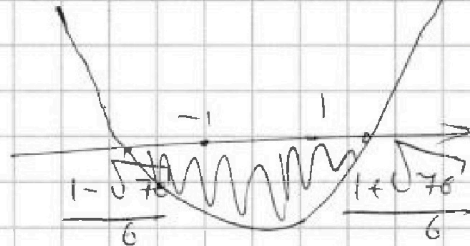
$$16 x^3 - 8 x^2 - 15 x + 9 \neq 0$$

$$16 \cdot 3 x^2 - 16 x - 15 \geq 0$$

$$D = 16^2 - 4 \cdot 16 \cdot 3 \cdot 15 = 16(16 + 4 \cdot 3 \cdot 5) \geq 0$$

$$16 \cdot \frac{1}{2} - 8 \cdot \frac{1}{2^2} - 15 \cdot \frac{1}{2} + 9 = 2 - 2 - \frac{15}{2} + \frac{18}{2} = \frac{3}{2} > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{16 \pm \sqrt{76}}{2 \cdot 16 \cdot 3} = \frac{1 \pm \sqrt{76}}{6}$$



$$\frac{16 \pm \sqrt{76}}{8} - \frac{8}{2} - \frac{15 \sqrt{2}}{2} + 9 =$$

$$= 4 \sqrt{2} + 9 - 4 - \frac{15 \sqrt{2}}{2} \neq 0$$

$$\text{var } 15 \neq 7 \sqrt{2}$$

$$100 \leq 45 \sqrt{2} \approx 58$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$F(g(x)) = F'(g(x)) \cdot g'(x)$

$\cos \varphi = \frac{1 - \frac{2}{\sqrt{2}}}{2\sqrt{2}}$

$(1 - \frac{1}{\sqrt{2}})^2 = \sqrt{2}(1 - \frac{1}{\sqrt{2}})$

$\frac{1}{\sqrt{2}}(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}) = \sqrt{2}(1 - \frac{1}{\sqrt{2}})$

$\frac{1}{\sqrt{2}}(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}) = \sqrt{2}(1 - \frac{1}{\sqrt{2}})$

$\frac{x}{\sqrt{2}} = \frac{PZ}{1} \rightarrow PZ = \frac{x}{\sqrt{2}}$

$\frac{ZY}{FY} = \frac{AZ}{AE} \rightarrow ZY = \frac{1 - PZ}{1} = 1 - \frac{x}{\sqrt{2}}$

$XZ^2 = X^2 + (1 - \frac{x}{\sqrt{2}})^2$

$XZ^2 = X^2 + 1 - \frac{2x}{\sqrt{2}} + \frac{x^2}{2}$

$2x + \frac{1}{\sqrt{2}}(1 - \frac{x}{\sqrt{2}}) \pm 2 \cos \frac{1}{2\sqrt{2}} \left((1 - \frac{x}{\sqrt{2}}) \frac{x}{\sqrt{2}} \right) = 0$

$2x + \frac{1}{\sqrt{2}} + x \pm 2 \cos \frac{1}{2\sqrt{2}} (1 - \sqrt{2}x) = 0$

$2 + 1 \pm 2 \cos \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{2} = 0$

$\Rightarrow 2\sqrt{2} \cos \frac{1}{2\sqrt{2}}$

$\Rightarrow x \cos \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} - 2$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

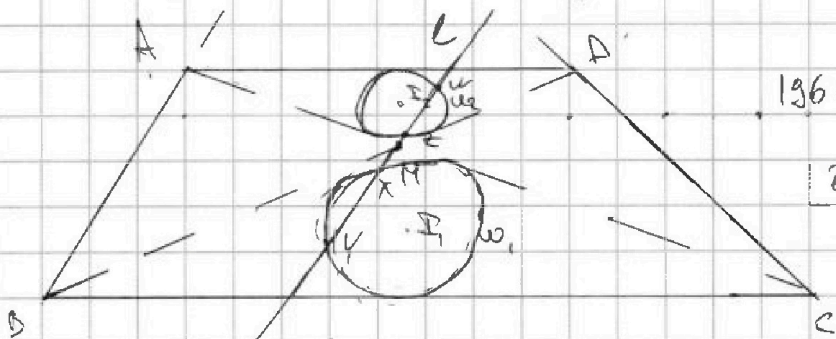
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{5\pi}{14} \sqrt{3 \sin \frac{3\pi}{14}} - 4 \cos \frac{6\pi}{14} \quad \begin{matrix} 256 \\ 162 \\ 54 \end{matrix}$$

$$5 - 4 \sin(x+y) \sqrt{3 \sin x - 4 \cos y}$$

$$\cos \frac{6\pi}{14} = \sqrt{1 - \sin^2 \frac{6\pi}{14}}$$

$$5 - 4 \sin x \cos y + 4 \sin y \cos x \sqrt{3 \sin x - 4 \cos y} = 0$$



$$196 = 4 \cdot 49$$

$$217 \text{ km}$$

$$\triangle BME \sim \triangle ZEA : \frac{AD}{BC} = \frac{DZ}{BZ} = \frac{AE}{AZ} = \frac{1}{2}$$

$$H_M^{-2} : \begin{matrix} B \leftrightarrow A \\ D \rightarrow B \\ MF \rightarrow M \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} A \rightarrow C \\ D \rightarrow B \\ MF \rightarrow M \end{matrix} \Rightarrow \triangle AMD \rightarrow \triangle CMB \Rightarrow \omega_2 \rightarrow \omega_1 \Rightarrow \Gamma_2 \rightarrow \Gamma_1$$

$$l \leftrightarrow l \Rightarrow X \leftrightarrow Z \Rightarrow X \quad W \rightarrow Y$$

$$\text{по } \omega_1, M = MI_1^2 - R_1^2 = MX \cdot MY = 2MZ \cdot MY \Rightarrow$$

$$\Gamma_1, \Gamma_2 = MI_1 + MI_2 = \frac{3}{2} MI_1 \Rightarrow MX \cdot MY = \frac{16}{3}$$

$$MX = 2MZ$$

$$\Rightarrow R_1 = \sqrt{MI_1^2 - 2MZ \cdot MY} = \sqrt{\frac{16^2}{9} - 2 \cdot 9} = \frac{\sqrt{256 - 162}}{3} = \frac{\sqrt{94}}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \ln 25 + y \ln 25 + y \ln 3 + z \ln 25 + z \ln 25 + z \ln 5 = \ln 45$$

$$(x+y+z) \ln 25 + y \ln 3 + z \ln 5 = \ln 45$$

$$\ln 25^x + \ln 75^y + \ln 125^z = \ln 45$$

$$\ln(25^x \cdot 75^y \cdot 125^z) = \ln 45$$

$$25^x \cdot 75^y \cdot 125^z = 45$$

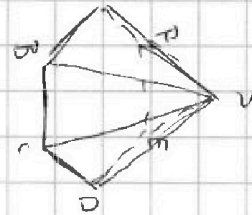
$$5^{2x} \cdot 3^y \cdot 5^{2y} \cdot 5^{3z} = 3 \cdot 5$$

$$5^{2x+2y+3z} \cdot 3^y = 3 \cdot 5 \Rightarrow \begin{cases} 2x+2y+3z=5 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x+3z=1 \quad k \in \mathbb{Z} \quad z=1 \quad x=-1$$

$$z=3 \quad x=-4$$

$$z=5 \quad x=-7$$



$0x+5z=1$	$x = -1 + 3k$	$z = 1 + 2k$	$k \in \mathbb{Z}$	$2x+3z=3$
$\frac{15}{5} = \frac{1}{2}$	$x = -1 \Rightarrow z=1$			$z=1, x=0$
$\frac{8}{2}$	$x=2 \Rightarrow z=-1$			$z=-3, x=3$
				$z=1, x=-3$

$$6k + 3(-1-2k) = x = 3k$$

$$= 6k - 3 - 6k = -3 \quad z = -1 - 2k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{8k}{5} + \frac{15}{5} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{8k}{5} + 3 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{8k}{5} = \frac{1}{2} - 3 = -\frac{5}{2}$$

$$8k = -\frac{25}{2}$$

$$k = -\frac{25}{16}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 = 132^\circ \quad d = 12^\circ$$

$$\frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n = 180^\circ(n-2)$$

$$na_1 + (n^2 - n)\frac{d}{2} = 180^\circ n - 360^\circ$$

$$1) 132^\circ n + (n^2 - n)12^\circ = 180^\circ n - 360^\circ$$

$$n^2 - 39n + 360 = 0$$

$$\begin{array}{r} 181 \\ 732 \\ \underline{39} \\ 39 \\ \underline{39} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 180 \\ 132 \\ \underline{48} \\ 0 \end{array}$$

$$360 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$2) 132 - n^2 + 37n + 360 = 0$$

$$n^2 + 37n - 360 = 0$$

$$(n+45)(n-8) = 0$$

$n=8$ - ответ.

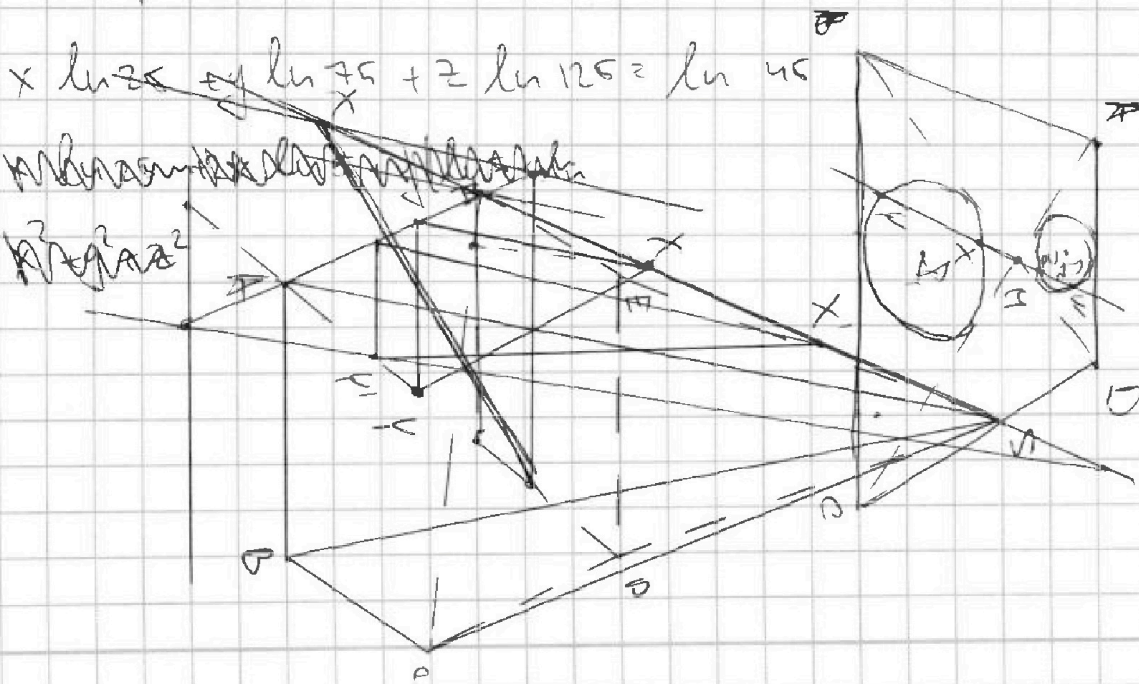
$$\ln ab = \ln a + \ln b$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ \underline{75} \\ 50 \end{array}$$

$$\ln 360 = \ln 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 3 \ln 2 + 2 \ln 3 + \ln 5$$

~~ln 360 = ln 2^3 + ln 3^2 + ln 5~~

~~ln 360 = 3 ln 2 + 2 ln 3 + ln 5~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 = 132^\circ \quad d = 12^\circ$$

$$\sum_{i=1}^n a_i = 180^\circ(n-2), \text{ где } n - \text{число вершин многоугольника.}$$

$$\frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{a_1 + a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n = n \cdot a_1 + \frac{n(n-1)d}{2}$$

$$= 180^\circ(n-2)$$

$$132^\circ \cdot n + \frac{n(n-1) \cdot 2^\circ}{2} = 180^\circ(n-2)$$

$$132^\circ \cdot n + 1^\circ(n)(n-1) = 180^\circ n - 360^\circ$$

$$n^2 - n + 132n - 180n + 360 = 0$$

$$n^2 - 41n + 360 = 0$$

$$D = 41^2 - 4 \cdot 360 = 41^2 - 2^2 \cdot 6^2 = 10$$

$$132n - n(n-1) = 180(n-2)$$

$$n^2 - n + 132n - 360 - 132n = 0$$

$$n^2 + 39n - 360 = 0$$

~~$$D = 39^2 - 4 \cdot 360 = 1089 - 1440 = -351$$~~

$$D = 39^2 + 4 \cdot 360 = (40-1)^2 = 40^2 - 80 + 4 \cdot 360 - 1 = 1600 - 80 + 1440 - 1 = 3059$$

$$\sqrt{3059} \approx 55.3$$

2