МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12

1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 132°. Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?

2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x\ln 25 + y\ln 75 + z\ln 125 = \ln 45$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.

3. [4 балла] Из множества M, состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M, если $p^2 - q^2 = 1080$.

4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M, а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2, вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M, пересекает ω_1 в точках X и Y, а ω_2 - в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1, если $I_1I_2 = 8$, а $MZ \cdot MY = 9$.

5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4\sin\dfrac{9\pi}{14}$ или $3\sin\dfrac{3\pi}{14} - 4\cos\dfrac{3\pi}{7}$?

6. [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости α, а остальные 4 расположены вне плоскости α. Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α. Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?

7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром $\sqrt{2}$. Точка X лежит на прямой SF, точка Y – на прямой AD, причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№1.

Пусть у ~~четырёхугольник~~ многоугольника n вершин. Тогда сумма всех его углов $180°(n-2)$, так как многоугольник выпуклый. Исходя из того, что углы образуют арифм. прогрессию, то по формуле суммы арифм. прогрессии сумма всех углов $\frac{2\cdot 132°+2°(n-1)}{2}\cdot n$ либо $\frac{2\cdot 132°-2°(n-1)}{2}\cdot n$, если прогрессия убывающая.

Найдем n: 1). $180°(n-2)=\frac{2\cdot 132°+2°(n-1)}{2}\cdot n$

$180(n-2)=(131+n)n$ $\quad 180n-360=131n+n^2$

$n^2-49n+360=0$ $\quad D=2401-\overset{1440}{4\cdot 360}=961=31^2$

$$\left[\begin{array}{l} n=\frac{49-31}{2}=9 \\ n=\frac{49+31}{2}=40 \end{array}\right.$$

2). $180°(n-2)=\frac{2\cdot 132°-2°(n-1)}{2}n$

$180n-360=(133-n)n$

$360-180n=n^2-133n$

(3) $n^2+47n-360=0$ $\quad D=47^2+1440=3649$

$60^2=3600<3649<61^2=3721$ значит решени уравнения (3) не будет целым, а $n\in\mathbb{Z}$. Тогда $n=40$ – наибольшее.

Ответ: 40.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

N 2.

$x\ln 25 + y\ln 75 + z\ln 125 = \ln 45$

$2x\ln 5 + y(2\ln 5 + \ln 3) + 3z\ln 5 = 2\ln 3 + \ln 5$

$\ln 5(2x+2y+3z) + y\ln 3 = 2\ln 3 + \ln 5$

$\ln 5(2x+2y+3z-1) = \ln 3(2-y)$ Так как $\ln 5 \neq 0$ и $\ln 3 \neq 0$

Либо $2x+2y+3z-1 = 2-y = 0$

Либо $\log_3 5 = \frac{2-y}{2x+2y+3z-1}$, что невозможно, т.к по условию $x, y, z \in \mathbb{Z}$

$\begin{cases} 2x+2y+3z-1=0 \\ 2-y=0 \to y=2 \end{cases}$ Тогда $2x+4+3z-1=0$

$\downarrow$

$2x+3z=-3$

$\downarrow$

$3z=-3-2x \quad z=\frac{-3-2x}{3}$

Тогда $x^2+y^2+z^2 = x^2+4+\frac{4x^2+12x+9}{9} = \frac{1}{9}(9x^2+36+4x^2+12x+9) =$

$= \frac{1}{9}(13x^2+12x+45)$ Пусть $f(x) = \frac{1}{9}(13x^2+12x+45)$

График парабола ветви вверх наим. значение в вершине

$x_0 = \frac{-12}{13\cdot 2} = -\frac{6}{13}$ Так как $x \in \mathbb{Z}$, то наименьшее значение при $x=0$ или $x=-1$ ближайшие значения к $-\frac{6}{13}$.

$f(0)=5 \quad f(-1)=\frac{46}{9}$ В обоих случаях $\frac{46}{9} > 5$

$z=-1$ - целое $\quad z=-\frac{1}{3}$ нецелое. Тогда 5 - наименьшее

Ответ: 5

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

N 3

Пусть множество M состоит из чисел: $n, n+1; n+2; n+3; n+4; n+5; n+6$ где $n \in \mathbb{N}$. Тогда $6n+15 \le p \le 6n+21$ и $6n+15 \le q \le 6n+21$. А значит $p-q \le (6n+21)-(6n+15)$

То есть $p-q \le 6$. $p^2-q^2=1080=(p-q)(p+q)$

Заметим, что $6n+15=3(2n+5)$ не является простым

$6n+16=2(3n+8)$ не является простым

$6n+18=6(n+3)$ не является простым

$6n+20=2(3n+10)$ не яв. простым $6n+21=3(2n+7)$ не яв. простым

Так как $p^2-q^2=1080$; $p,q \in \mathbb{N}$, то $p>q$ Значит

$p=6n+19$ $q=6n+17$ Иначе сумма шестерок не будет простой.

Больше подходящих шестерок нет

$(p-q)(p+q)=1080$ $(6n+19-6n-17)(6n+19+6n+17)=2\cdot540$

$2\cdot(12n+36)=2\cdot540$ $12n+36=540$ $12n=504$

$n=\frac{504}{12}=42$ Тогда $p=6\cdot42+19=271$ (252) $q=269$

Оба числа простые

Тогда множество $M=\{42;43;44;45;46;47;48\}$

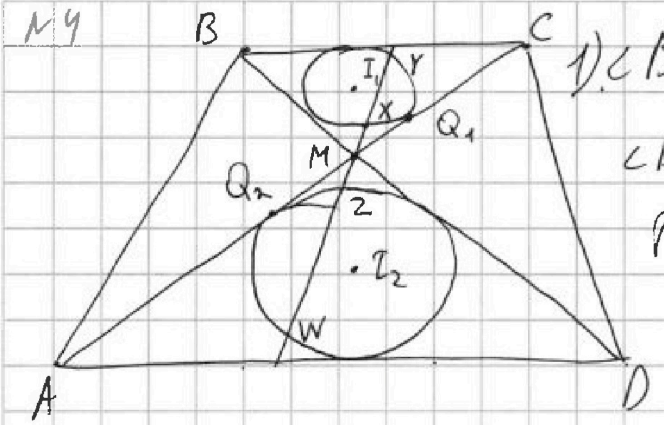
Ответ: $\{42;43;44;45;46;47;48\}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№4



1) $\angle BMC = \angle AMD$ как вертикальные

$\angle BMI_1 = \angle I_1MC$; $\angle AMI_2 = \angle I_2MD$

Так как центры вписан. окружностей лежат на точке пересечения биссектрис.

Тогда $\angle AMI_2 = \angle I_1MC = \angle I_2MD = \angle BMI_1$, значит M, I_1 и I_2 лежат на одной прямой.

2) Пусть Q_1 и Q_2 точки касания первой и второй окружности с AC. $I_2Q_2 \perp Q_2M$ и $I_1Q_1 \perp MQ_1$ как радиусы проведенные в точку касания. Тогда $\Delta Q_2I_2M \sim \Delta Q_1I_1M$ по 2 углам ($\angle MQ_2I_2 = \angle MQ_1I_1 = 90°$, $\angle Q_2MI_2 = \angle I_1MQ_1$ см. выше)

Значит $\frac{MQ_1}{MQ_2} = \frac{MI_1}{MI_2} = \frac{I_1Q_1}{I_2Q_2}$. Заметим что $\angle MAD = \angle BCM$ как накрест лежащие при $AD \parallel BC$ и секущей AC. Тогда $\Delta AMD \sim \Delta BMC$ по двум углам ($\angle AMD = \angle BMC$, $\angle MAD = \angle BCM$) Так как по условию $2BC = AD$, то коэф. подобия $\frac{1}{2}$. Значит радиусы вписан. окружности относятся как $\frac{1}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Тогда $\frac{MQ_1}{MQ_2} = \frac{MI_1}{MI_2} = \frac{I_1Q_1}{I_2Q_2} = \frac{1}{2}$ Откуда $MI_1 = \frac{8}{3}$

$MI_2 = \frac{16}{3}$ $2MQ_1 = MQ_2$

Из теоремы о секущей и касательной $MQ_2^2 = 4MQ_1^2 = MZ \cdot MW = 4MX \cdot MY$

По теореме косинусов в $\triangle MWI_2$ и $\triangle MYI_1$

$MW^2 + MI_2^2 - 2MW\,MI_2 \cos MWI_2 = WI_2^2$

$MY^2 + MI_1^2 - 2MY\,MI_1 \cos MWI_2 = YI_1^2 \quad | \cdot 4$

$$\begin{cases} MW^2 + MI_2^2 - 2MW\,MI_2 \cos MWI_2 = WI_2^2 \\ 4MY^2 + MI_2^2 - 2MI_2 \cos MWI_2 \cdot 2MY = WI_2^2 \end{cases}$$

$MW^2 - 4MY^2 + 2MI_2 \cos MWI_2 (2MY - MW) = 0$

$MW = 2MY$ или $2MY + MW = 2MI_2 \cos MWI_2$

$2MI_2 \cos MWI_2 \le 2MI_2$, но очевидно, что $2MY + MW > 2MI_2$

Значит $MW = 2MY$. Тогда $MQ_2^2 = 4MQ_1^2 = MZ \cdot MW =$

$= 4MX \cdot MY = 2MX \cdot MW$

Откуда $MZ = 2MX$

$MZ \cdot MY = 2MX \cdot MY = 9$; $MX \cdot MY = MQ_1^2 \Rightarrow MQ_1 = \frac{3\sqrt{2}}{2}$,

$MI_1 = \frac{8}{3}$ (см. выше) из $\triangle MQ_1I_1$ по теореме Пифагора

$I_1Q_1 = \sqrt{MI_1^2 - MQ_1^2} = \sqrt{\frac{64}{9} - \frac{18}{4}} = \sqrt{\frac{256}{36} - \frac{162}{36}} = \sqrt{\frac{94}{36}} = \frac{\sqrt{94}}{6}$ искомый радиус.

Ответ: $\frac{\sqrt{94}}{6}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№5

$\sin\frac{9\pi}{14} = \sin\left(\frac{6\pi}{14}+\frac{3\pi}{14}\right) = \sin\frac{6\pi}{14}\cos\frac{3\pi}{14} + \sin\frac{3\pi}{14}\cos\frac{6\pi}{14} =$

$= 2\sin\frac{3\pi}{14}\cos^2\left(\frac{3\pi}{14}\right) + \sin\frac{3\pi}{14}\left(2\cos^2\left(\frac{3\pi}{14}\right)-1\right) =$

$= \sin\left(\frac{3\pi}{14}\right)\left(4\cos^2\frac{3\pi}{14}-1\right) = \sin\frac{3\pi}{14}\left(3-4\sin^2\left(\frac{3\pi}{14}\right)\right)$

$5-4\sin\frac{9\pi}{14} = 5-4\sin\frac{3\pi}{14}\left(3-4\sin^2\left(\frac{3\pi}{14}\right)\right)$

$3\sin\frac{3\pi}{14} - 4\cos\frac{3\pi}{7} = 3\sin\frac{3\pi}{14} - 4\left(1-2\sin^2\frac{3\pi}{14}\right) = 8\sin^2\left(\frac{3\pi}{14}\right) + 3\sin\left(\frac{3\pi}{14}\right) - 4$

Пусть $\sin\frac{3\pi}{14} = t$, тогда $\left(5-4\sin\frac{9\pi}{14}\right) - \left(3\sin\frac{3\pi}{14} - 4\cos\frac{3\pi}{7}\right) =$

$= \left(5-4t(3-4t^2)\right) - \left(8t^2+3t-4\right) = 16t^3-8t^2-15t+9 =$

$= (t+1)(4t-3)^2$

$\frac{3\pi}{18} < \frac{3\pi}{14} < \frac{3\pi}{12}$

$\frac{\pi}{6} < \frac{3\pi}{14} < \frac{\pi}{4}$

$\frac{1}{2} < \sin\frac{3\pi}{14} < \frac{\sqrt{2}}{2}$

Сравним $\frac{3}{4}$ и $\frac{\sqrt{2}}{2}$: $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$ $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$

Так как $\frac{1}{2} = \frac{8}{16} < \frac{9}{16}$, то $\frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{3}{4}$, значит

$\frac{1}{2} < \sin\frac{3\pi}{14} = t < \frac{3}{4}$. А значит $(t+1)(4t-3)^2 > 0$

То есть $5-4\sin\frac{9\pi}{14}$ больше, чем $3\sin\frac{3\pi}{14} - 4\cos\frac{3\pi}{7}$

Ответ: $5-4\sin\frac{9\pi}{14}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

N 6.

Пусть в пирамиде 4 вершины точки вне плоскости α. Тогда такая пирамида ~~состоит точно из~~ имеет ровно 4 вершины, иначе ~~не найдется~~ если одна или более точек в плоскости α вершина пирамиды, то не найдется такой вершины, так что все кроме нее лежат в одной плоскости и многогранник не будет пирамидой. Из условия о 4 точках в одной плоскости и определения пирамиды, если в пирамиде 5 и более вершин, то лишь одна (точка) вершина не ~~лежит~~ лежит в плоскости α.

Если в пирамиде 4 вершины, то либо ① 4 вне плоскости α, либо ② 3 вне плоскости α, 1 лежит там, либо по ③ 2 в плоскости α и вне нее, либо 3 в плоскости α и ④ одна вне нее. Для случая ① четверка 1.

Для ② четверок $C_4^3 \cdot C_8^1 = \frac{4!}{3!1!} \cdot \frac{8!}{1!7!} = 32$

Для случая ③ четверок $C_4^2 \cdot C_8^2 = \frac{4!}{2!\cdot 2!} \cdot \frac{8!}{6!\cdot 2!} = 6\cdot 28 = 168$

Для случая ④ четверок $C_4^1 \cdot C_8^3 = \frac{4!}{1!\cdot 3!} \cdot \frac{8!}{3!\cdot 5!} = 4\cdot 56 = 224$

Рассмотрим случаи, когда вершин больше 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Как писалось выше, если вершин $n > 4$, то $n-1$ вершин будут в плоскости α, 1 вершина вне её. Если вершин 5, то таких пирамид

$C_4^1 \cdot C_8^4 = \frac{4!}{3! \cdot 1!} \cdot \frac{8!}{4! \cdot 4!} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 280$

Если вершин 6, то пирамид $C_4^1 \cdot C_8^5 = \frac{4!}{3! 1!} \cdot \frac{8!}{5! \cdot 3!} = 224$

Если вершин 7, то пирамид $C_4^1 \cdot C_8^6 = \frac{4!}{3! \cdot 1!} \cdot \frac{8!}{6! \cdot 2!} = 112$

если вершин 8, то пирамид $C_4^1 \cdot C_8^7 = \frac{4!}{3! \cdot 1!} \cdot \frac{8!}{7! \cdot 1!} = 32$

Если вершин 9, то пирамид $C_4^1 \cdot C_8^8 = \frac{4!}{3! \cdot 1!} \cdot \frac{8!}{8! \cdot 0!} = 4$

Итого выпуклых пирамид с вершинами в данных точках $\overset{}{1} + \overset{33}{32} + \overset{201}{168} + \overset{425}{224} + \overset{649}{224} + \overset{761}{112} + \overset{793}{32} + 4 = 797$

Ответ: 797.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

N 5

$\sin\frac{9\pi}{14} = \sin\left(\frac{6\pi}{14}+\frac{3\pi}{14}\right) = \sin\frac{6\pi}{14}\cos\frac{3\pi}{14} + \sin\frac{3\pi}{14}\cos\frac{6\pi}{14} =$

$= 2\sin\left(\frac{3\pi}{14}\right)\cdot\cos^2\left(\frac{3\pi}{14}\right) + 2\sin\left(\frac{3\pi}{14}\right)\cos^2\left(\frac{3\pi}{14}\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{14}\right) =$

$= \sin\frac{3\pi}{14}\left(4\cos^2\frac{3\pi}{14} - 1\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{14}\right)\left(3 - 4\sin^2\left(\frac{3\pi}{14}\right)\right)$

$4\sin\frac{9\pi}{14} = 4\sin\frac{3\pi}{14}\left(4\cos^2\frac{3\pi}{14} - 1\right) = 4\sin\left(\frac{3\pi}{14}\right)\left(3 - 4\sin^2\left(\frac{3\pi}{14}\right)\right)$

$3\sin\frac{3\pi}{14} - 4\cos\frac{6\pi}{14} = 3\sin\frac{3\pi}{14} - 4\left(1 - 2\sin^2\left(\frac{3\pi}{14}\right)\right) =$

$= 3\sin\left(\frac{3\pi}{14}\right) + 8\sin^2\left(\frac{3\pi}{14}\right) - 4$ Пусть $\sin\left(\frac{3\pi}{14}\right) = t$. Тогда

$5 - 4\sin\frac{9\pi}{14} = 5 - 4t(3-4t^2) = 5 - 12t + 16t^3$

~~$3\sin\frac{3\pi}{14} - 4\cos\frac{3\pi}{7} = 8t^2 + 3t - 4$~~

~~$\left(5 - 4\sin\frac{9\pi}{14}\right) - \left(3\sin\frac{3\pi}{14} - 4\cos\frac{3\pi}{7}\right) = -8t^2 - 15t + 9$~~

~~$-8t^2 - 15t + 9 = 0$~~

~~$D = 225 - 72\cdot 4 = -63 < 0$ значит $-8t^2 - 15t + 9 > 0$ при любом t~~

$3\sin\left(\frac{3\pi}{14}\right) - 4\cos\left(\frac{3\pi}{7}\right) = 8t^2 + 3t - 4$

$\left(5 - 4\sin\frac{3\pi}{14}\right) - \left(3\sin\frac{3\pi}{14} - 4\cos\frac{3\pi}{7}\right) = 16t^3 - 8t^2 - 15t + 9 =$

$= (t+1)(4t-3)^2$

$16t^3 - 8t^2 - 15t + 9 \mid t+1$

$16t^3 + 16t^2 \qquad 16t^2 - 24t + 9$

$-24t^2 - 15t + 9$

$-24t^2 - 24t$

$9t + 9$

$9t + 9$

0

$16t^2 - 24t + 9 =$

$= (4t)^2 - 2\cdot 4t\cdot 3 + 3^2 =$

$= (4t-3)^2$

$\frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{12}$

$\frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{9}$

$\frac{\pi}{6} = \frac{3\pi}{18}$

$\frac{3\pi}{18} < \frac{3\pi}{14} < \frac{3\pi}{12}$

$\frac{\pi}{6} < \frac{3\pi}{14} < \frac{\pi}{4}$

$\frac{1}{2} < \sin\frac{3\pi}{14} < \frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{3}{4}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

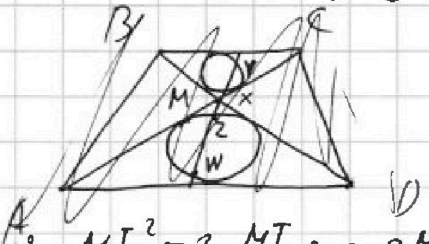
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

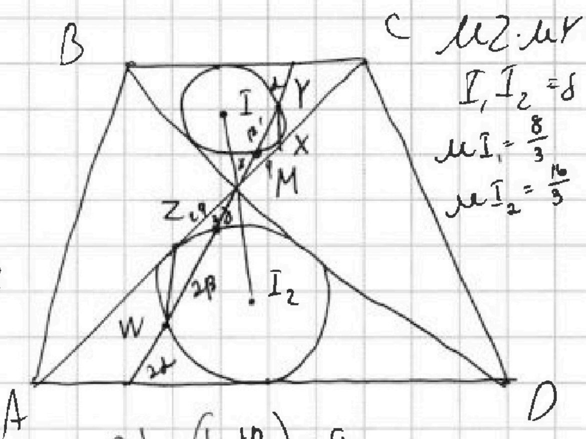
СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$MW^2 + MI_2^2 - 2MW \cdot 2MI_2 \cdot \cos = R^2$

$MY^2 + MI_1^2 - 2MYMI_1 \cos = r^2$





$MZ \cdot MY = 9$

$I_1I_2 = 8$

$MI_1 = \frac{8}{3}$

$MI_2 = \frac{16}{3}$

$4MY^2 + MI_2^2 - 2 \cdot MI_2 \cos \cdot 2MY = R^2$

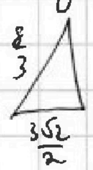
$MW^2 + MI_2^2 - 2MI_2 \cos \cdot 2MY = R^2$

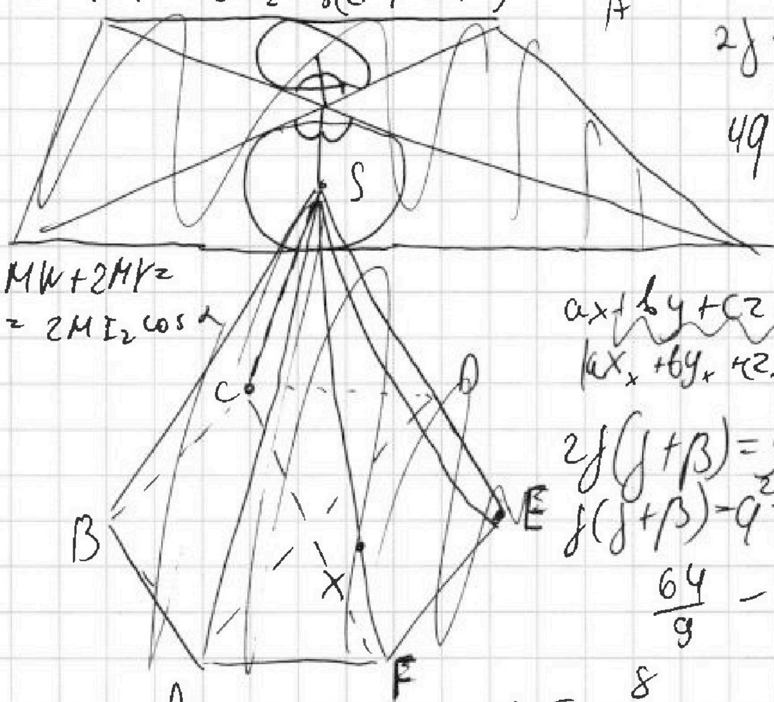
$MW^2 - 4MY^2 + 2MI_2 \cos(2MY - MW)$

$2\gamma \cdot (\gamma + \beta) = 9$

$4 \cdot 9 = 2\gamma(2\gamma + 2\beta) = 4\gamma(\gamma + \beta) = 18$

$q = \frac{3\sqrt{2}}{2}$





$MW + 2MY =$

$= 2MI_2 \cos\alpha$

~~$ax + by + cz + d = 0$~~

$|ax_x + by_x + cz_x + d| = |ax_y + by_y + cz_y + d|$

$2\gamma(\gamma + \beta) = 9$

$\gamma(\gamma + \beta) = q^2 = 4{,}5 = \frac{9}{2} \to q = \frac{3}{\sqrt{2}}$

$\frac{\sqrt{94}}{6}$

$\frac{64}{9} - \frac{18}{4} = \frac{256}{36} - \frac{162}{36} = \frac{94}{36} = \frac{47}{1}$

$MI = \frac{8}{3}, \; q = \frac{3}{\sqrt{2}}$

$\frac{64}{9} - \frac{9}{2}$

$\frac{MI_2}{MH} = \frac{MP}{MA} = \frac{MP}{}$

q и $2q$ через подобие треугольники

$\frac{128}{18} - \frac{81}{18} = \frac{47}{18} =$

$= \frac{94}{36} = \boxed{\frac{\sqrt{94}}{6}}$

$2\beta + 2\alpha$ и $\beta + \alpha$ через MWI_2 и ΔMI_1Y

$MW^2 + 4MI_1^2 - 2MW \cdot 2MI \cdot \cos\alpha = 4IX^2$

$4MY^2 + 4MI_1^2 - 2 \cdot 2MY \cdot 2MI_1 \cos\alpha = 4Ix^2$

$MW^2 - 4MY^2 + 4MI\cos\alpha(2MY - MW) = 0$

$(MW - 2MY)(MW + 2MY) - 4MI\cos\alpha(MW - 2MY)$