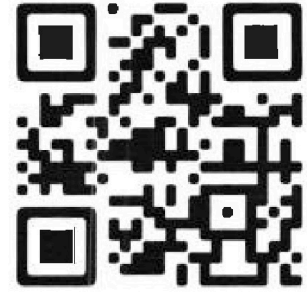




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 14



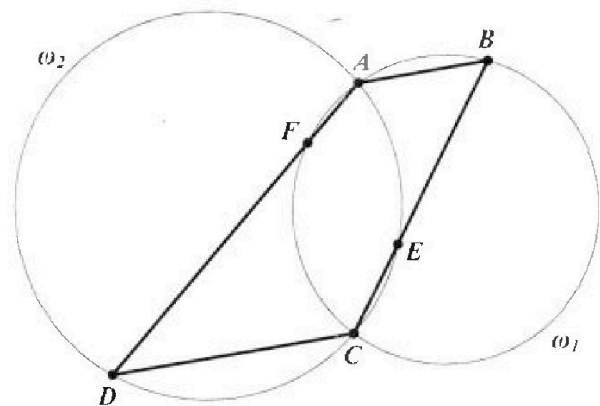
- [3 балла] В прямоугольном треугольнике длины катетов равны $|x - 1|$ и $|x^2 + 4x|$, а длина гипотенузы равна $|2x + 3|$. Найдите x .
- [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x\sqrt{2} + y\sqrt{12} + z\sqrt{75} = \sqrt{32} + \sqrt{108}$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 - z^2$.
- [4 балла] Назовём числа хорошими, если они представимы в виде $a(a + 1)$, где $a \in \mathbb{N}$. Найдите количество пар хороших чисел, разность которых равна $343 \cdot 10^{1000}$.
- [5 баллов] Решите неравенство

$$\frac{1}{\sqrt{6x - x^2} - 5} \leq \frac{1}{\sqrt{3x - x^2} - \sqrt{x^2 - x - 2}}$$

- [5 баллов] Остроугольный треугольник ABC вписан в окружность с центром O , а AA_1 и BB_1 - его высоты. Найдите расстояние от точки O до стороны AC , если $AB_1 = 5$, а площадь треугольника OBA_1 равна 3.
- [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 - xy + y + y^3 = 0, \\ 2x + 1 - y^3 - 2y^2 + 2xy = 0. \end{cases}$$

- [6 баллов] Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AB и CD ($AB < CD$). Окружность ω_1 , описанная около треугольника ABC , повторно пересекает сторону AD в точке F , а окружность ω_2 , описанная около треугольника ACD , повторно пересекает сторону BC в точке E (точки E и F расположены так, как показано на рисунке). Найдите отношение радиусов окружностей ω_1 и ω_2 , если $AF : CE = 3 : 5$.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 1

По т. Пифагора: $(x-1)^2 + (x^2+4x)^2 = (2x+3)^2$

$$(x-1)^2 + (x-1)^2 = (1-x)^2, \text{ т.е.}$$

$$(x-1)^2 + (x^2+4x)^2 = (2x+3)^2$$

$$(x^2+4x)^2 = (2x+3)^2 - (x-1)^2 \rightarrow (x^2+4x)^2 = (2x+3-x+1)(2x+3+x-1)$$

$$(x^2+4x)^2 = (x+4)(3x+2) \quad \text{При } x \rightarrow \text{слева } 0, \text{ справа } 0, \text{ т.е. равенство.}$$

При $x \neq -4$:

$$(x+4)^2 x^2 = (x+4)(3x+2) \quad \text{При } x \rightarrow \text{слева } 5, \text{ справа } 5, \text{ т.е. равенство.}$$

$$x^3 + 4x^2 - 3x - 2 = 0.$$

Разделим на $(x-1)$, т.к. $1 = \text{корень уравнения}$:

$$(x^2+5x+2)(x-1) = 0 \quad x^2+5x+2 \text{ имеет корни } \frac{-5+\sqrt{17}}{2} \text{ и } \frac{-5-\sqrt{17}}{2}.$$

$$(x-1)\left(x - \frac{\sqrt{17}-5}{2}\right)\left(x + \frac{5+\sqrt{17}}{2}\right) = 0$$

В процессе решения получили 4 корня: $-4, 1, \frac{-5+\sqrt{17}}{2}$ и $\frac{-5-\sqrt{17}}{2}$

Ответ: $-4, 1, \frac{-5+\sqrt{17}}{2}, \frac{-5-\sqrt{17}}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$^{\wedge} 2 \quad y\sqrt{12} + 2y\sqrt{3}, \quad 2\sqrt{25} + 5\sqrt{3}$$

$$x\sqrt{2} + (2y + 5z)\sqrt{3} = 4\sqrt{2} + 6\sqrt{3}$$

П. и. т.е. числа целые, коэф. перед $\sqrt{2}$ и $\sqrt{3}$ должны совпадать:
(п. и. цел. числа $m, n, n \in \mathbb{Z}$, $m \neq n$, это $m\sqrt{2} = n\sqrt{3}$).

$$\begin{cases} x = 4 \\ 2y + 5z = 6 \Rightarrow y = \frac{6 - 5z}{2} = 3 - \frac{5}{2}z \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 - z^2 = 16 + 9 - 15z + \frac{25}{4}z^2 - z^2 = 25 - 15z + \frac{21}{4}z^2$$

Максимум в точке $z = \frac{-b}{2a} = \frac{15}{\frac{21}{2}} = \frac{30}{21} = \frac{10}{7}$

Из-за неотрицательности параметров по обе стороны от вершины, макс. минимум находится в ближайшей целой точке $y = \frac{10}{2}$ т.е. $z = 2$.

Но y тоже целое, т.е. $3 - \frac{5}{2}z$ - целое и z - четное.

Ближайшее четное целое - это 2. Если $z = 2$, то $y = -2$.

$$x^2 + y^2 - z^2 = 16 + 4 - 4 = 16$$

Максимум в $z = \frac{10}{7}$

Ответ: 16. Крестик в z . Из-за неотрицательности параметров по обе стороны от вершины, минимум в ближайшей целой точке

П. и. $y \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{5z}{2} \in \mathbb{Z}, z \in \mathbb{Z}$. Ближайшее четное целое = 2.

При $z = 2$ $y = 3 - \frac{5}{2} \cdot 2 = -2$, $x^2 + y^2 - z^2 = 16 + 4 - 4 = 16$

Ответ: 16



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 13

Пусть есть пара чисел a и b , тогда $a(a+1)$ и $b(b+1)$. Тогда

$$a(a+1) - b(b+1) = 343 \cdot 10^{1000}$$

$$a^2 + a - b^2 - b = (a-b)(a+b) - (a-b) = (a-b)(a+b-1) = 7^3 \cdot 2^{1000} \cdot 5^{1000}$$

Эту разность $343 \cdot 10^{1000}$ на простые множители, получим что

их я могу как-то распределить между $a-b$ и $a+b-1$:

если, например, $a-b$ кратно 2^a , но не 2^{a+1} , то $a+b-1$

одновременно кратно 2^{1000-a} . $a-b = 2^a \cdot 7^3 \cdot 2^b \cdot 5^x$, т.е. это

(можно эти числа т.ч. и перебрать было еще можно)

$\alpha \in [0; 3]$, $\beta \in [0; 1000]$, $\gamma \in [0; 1000]$. Всего $4 \cdot 1001^2$ таких вариантов разложения $2 \cdot b$ на множители. Но не все подходят, т.к.

$a+b+1 \geq a-b$ из-за натуральности чисел a и b

Заметим, что если $\alpha > 0$, то $a-b$ четно, и $a+b$ нечетно

нечетно, а $a+b-1$ - четное т.е. $1000 - \alpha = 0$. Значит α равно 1000 или ~~это было много + 2022~~ вариант

Тогда вариант $2 \cdot 4 \cdot 1001 = 8008$

Ответ: 8008

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \text{Решение:} \quad & 6x - x^2 \geq 0 \Rightarrow x \in [0; 6] \\ & 3x - x^2 \geq 0 \Rightarrow x \in [0; 3] \\ & x^2 - x - 2 \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty) \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} 6x - x^2 \geq 0 \\ 3x - x^2 \geq 0 \\ x^2 - x - 2 \geq 0 \end{aligned}} \right\} x \in [2; 3]$$

Заменим $t = x - 2, t \in [0; 1]$ $x = t + 2$

$$\sqrt{t+2} - t^2 - t - 5 \leq \sqrt{3t+6} - t^2 - 5t - 5 + \sqrt{t^2 + 5t + 9} - t - 2 - 2$$

$$\sqrt{2t+4} - t^2 - 5 \leq \sqrt{2-t-t^2} + \sqrt{t^2+5t}$$

Левая в знаменателе $\sqrt{2t+4} - 5$. Максимум у $2t+4 - t^2$ в точке $t = 1$ (по формуле вершины параболы $t_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{-2} = 1$)

$2 \cdot 1 + 4 - 1^2 = 5, \sqrt{5} < 3, 3 - 5 < -2$. ~~максимальное значение достигается при $t \in [0; 1]$.~~ Левая в знаменателе сумма корней,

она не отрицательна (и не равна 0, т.к. $t^2 + 3t = 0$ при $t = 0$ или -3 , но при $t = 0$ или -3 $2t - t - t^2$ не равно 0). Если

максимальное значение знаменателя слева отрицательно, то он всегда отрицателен, т.е. левая часть отрицательна. Правая

часть положительна, т.к. знаменатель ее положительна, и неравенство выполняется при любых $t \in [0; 1]$, т.е. при любых $x \in [2; 3]$.

Ответ: $x \in [2; 3]$

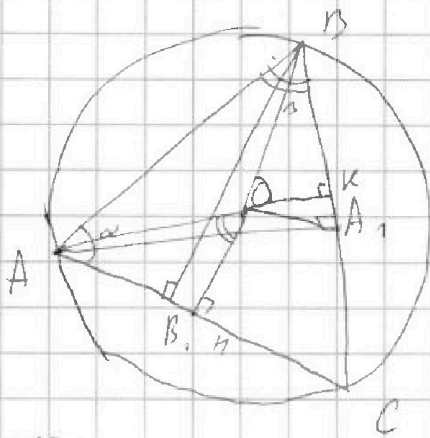


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Опишем перпендикуляр из
O в OH и BC и AC с центром

Пусть $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$.

$\angle BOK = 2\alpha$ (центр угла),

$\angle AOH = \beta$

$$OA = OC, OB = R, OH = R \cos \alpha \cos \beta, OK = R \cos \alpha \cos \beta$$

$$S_{OBA_1} = \frac{OK \cdot AB}{2}, \quad R \cos \alpha \cos \beta \cdot AB \cdot \cos \beta = \frac{R \cdot AB \cdot \cos \alpha \cos \beta}{2}$$

$$AB_1 = AB \cos \alpha = 5.$$

$$\frac{S_{OBA_1}}{AB_1} = \frac{\frac{R \cdot AB \cdot \cos \alpha \cos \beta}{2}}{AB \cdot \cos \alpha} = \frac{R \cos \beta}{2} = \frac{OH}{2}, \quad OH = \frac{2 \cdot S_{OBA_1}}{AB_1} = \frac{6}{5}$$

Ответ: $\frac{6}{5}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6

Система уравнения:

$$(x^2 - xy + y + y^3) + (2x + 1 - y^3 - 2y^2 + 2xy) = 0$$

$$x^2 + 2x + 1 + xy + y - 2y^2 = 0 + 0 = 0$$

$$(x+1)^2 + (x+1)y - 2y^2 = 0$$

Квадратное уравнение от y . $D = (x+1)^2 - 4(-2) = (x+1)^2 + 8$

$$y = \frac{-(x+1) \pm \sqrt{(x+1)^2 + 8}}{-4}$$

П.и. перед корнем уже есть знак \pm , поэтому обратим.

$$y = \frac{-(x+1) \pm 2(x+1)}{-4} = (x+1) \text{ или } -\frac{1}{2}(x+1)$$

Подставим $(x+1) = y$ в 1 уравнение:

$$x^2 - x^2 - x + x + 1 + x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$x^3 + 3x^2 + 3x + 2 = 0 = (x+1)^3 + 1 = 0. \text{ Если } (x+1)^3 = -1, \text{ то } x+1 = -1, x = -2.$$

Если $x = -2$, то $y = x+1 = -1$. \checkmark П.и. первая пара решения $(x; y) = (-2; -1)$

Подставим $y = -\frac{1}{2}(x+1)$ в 1 уравнение:

$$x^2 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} + \frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} = 0 \text{ Умножим на 8}$$

$$-x^3 + 9x^2 - 3x - 5 = 0 \quad x^3 - 9x^2 + 3x - 5 = 0$$

Если $y = -\frac{1}{2}(x+1)$, то $x = -2(y+1)$. Подставим $x = -2(y+1)$ в 1 уравнение:

$$4y^2 - 4y + 1 + 2y^2 + y + y + y^3 = 0$$

$$y^3 - 6y^2 + 6y + 2 = 0. \text{ Угадываем корень } y = -1. \text{ Разделим на } (y+1)$$

$$(y^2 + 5y + 2)(y+1) = 0 \quad y^2 + 5y + 2 \text{ корни } y = \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

Пары $(x; y)$ тогда $(1; -1), (\sqrt{21}-5; \frac{-5+\sqrt{21}}{2}), (\sqrt{21}+5; \frac{-5-\sqrt{21}}{2})$

Ответ: $(-2; -1), (1; -1), (\sqrt{21}-5; \frac{-5+\sqrt{21}}{2}), (\sqrt{21}+5; \frac{-5-\sqrt{21}}{2})$

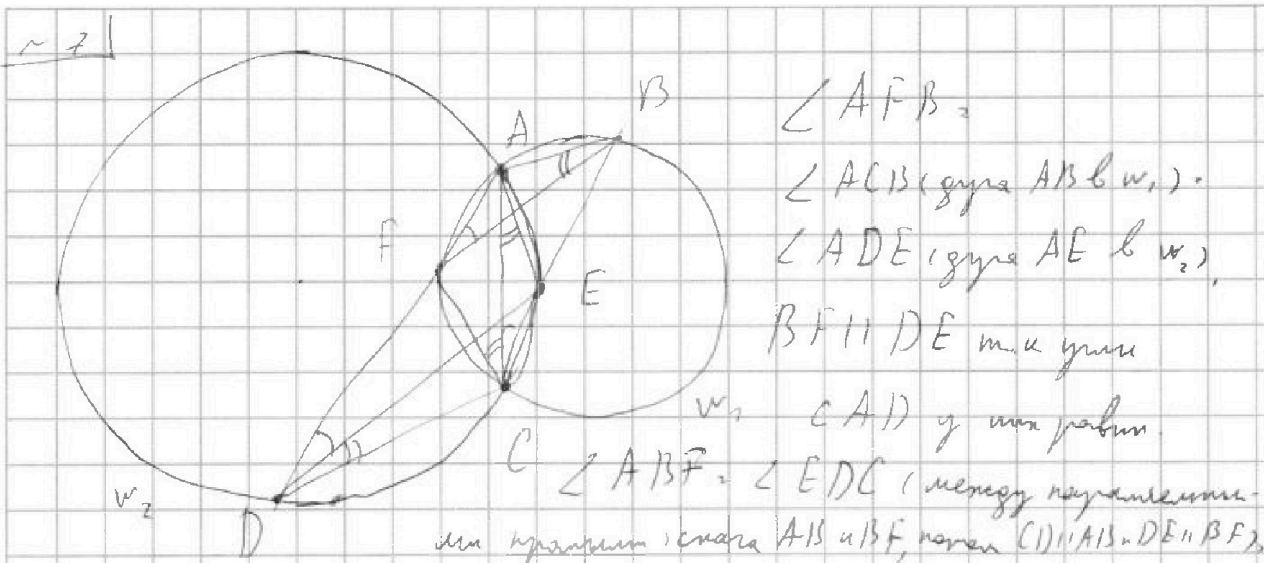


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\angle AFB =$
 $\angle ACB$ (дуга AB в w_1)
 $\angle ADE$ (дуга AE в w_2)
 $BF \parallel DE$ т.к. углы
 w_1 $\angle CAD$ у них равны.
 $\angle ABF = \angle EDC$ (между параллельными
 прямыми: стороны AB и BF , параллели $CD \parallel AB$, $DE \parallel BF$)

$\angle EDC = \angle CAE$ (дуга CE в w_2), $\angle ACF = \angle ABF$ (дуга AF в w_1)

$\sin \angle CAE = \sin \angle ACF$ т.к. $\angle CAE = \angle EDC = \angle ABF = \angle ACF$.

w_2 описана вокруг $\triangle ACE$, по т. Синуса $2R_{w_2} = \frac{CE}{\sin \angle CAE}$

w_1 описана вокруг $\triangle AFC$, по т. Синуса $2R_{w_1} = \frac{AF}{\sin \angle ACF}$

$$\frac{R_{w_2}}{R_{w_1}} = \frac{2R_{w_2}}{2R_{w_1}} = \frac{\frac{CE}{\sin \angle CAE}}{\frac{AF}{\sin \angle ACF}} = \frac{CE}{AF} = \frac{5}{3} = \frac{R_{w_2}}{R_{w_1}} = \frac{3}{5}$$

Ответ: $R_{w_2} : R_{w_1} = 3 : 5$

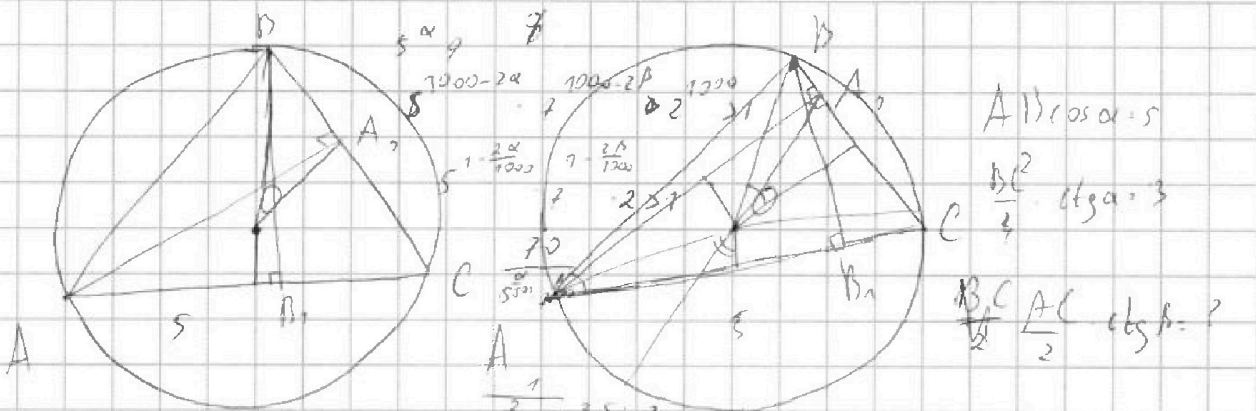


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$AB \cos \alpha = 5$
 $\frac{b^2}{4} \operatorname{ctg} \alpha = 3$
 $\frac{BC}{2} \frac{AC}{2} \operatorname{ctg} \beta = ?$

$x^2 - Cx^2 - Cx + Cx + C = b$
 $\frac{3}{25} \cdot \frac{a^2}{55 \sin^2 \alpha \cdot C^2} = \frac{a^2}{55 \cdot 25}$
 $C^2 \cdot (1 - \sin^2 \alpha) = 25$
 $70 > 55 \cdot 25$
 $b^2 (1 - \sin^2 \beta)$
 $5 \sin^2 \beta$
 $\frac{b}{\sin \beta} \cdot \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{a} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta$

$x^2 - xy + y^2 + y^2 = 0$
 $2x + y - y^3 - 2y^2 + 2xy = 2$
 $2x(1+y) + 1 + y$
 $y^3 + 2y + 2x^2 + 2x + 1 - 2y^2 = 0$

$x^2 + xy + y^2 + 2x + 1 - 2y^2 = 0$
 $32x^3 - 2x - 2y^2 + 2xy = 2$
 $(x+2)^2 + y(x+1-2y) = 0$

$(ky-x)^3 \cdot (y-\frac{2}{3})^3 \cdot 2x(-2x-1)$
 $dk^3 + 3dk^2a + 3dk^2a^2 - a^3$
 $dk^3 + 1 - y^3 - x^3$

$3dk^2a = 2$
 $3dk^2k = 2$
 $-2a$
 $\frac{3}{k} a^2 = 2$
 $2a = 2k$
 $b = \frac{3}{2} a$
 $\frac{1}{k^3} a^2 = k$

$-9x^2 - 2 + 1 + 8x^3 + 12x + 2x^2 - 6x^2 + 1 - 8x^2 - 8x - 2 - 4x^2(2x) = \frac{4}{3} \cdot 2$
 $8x^3 - 8x - 2 = 0$
 $8x^2 - 8y - 2 = 0$
 $4y^2 + y = 1$

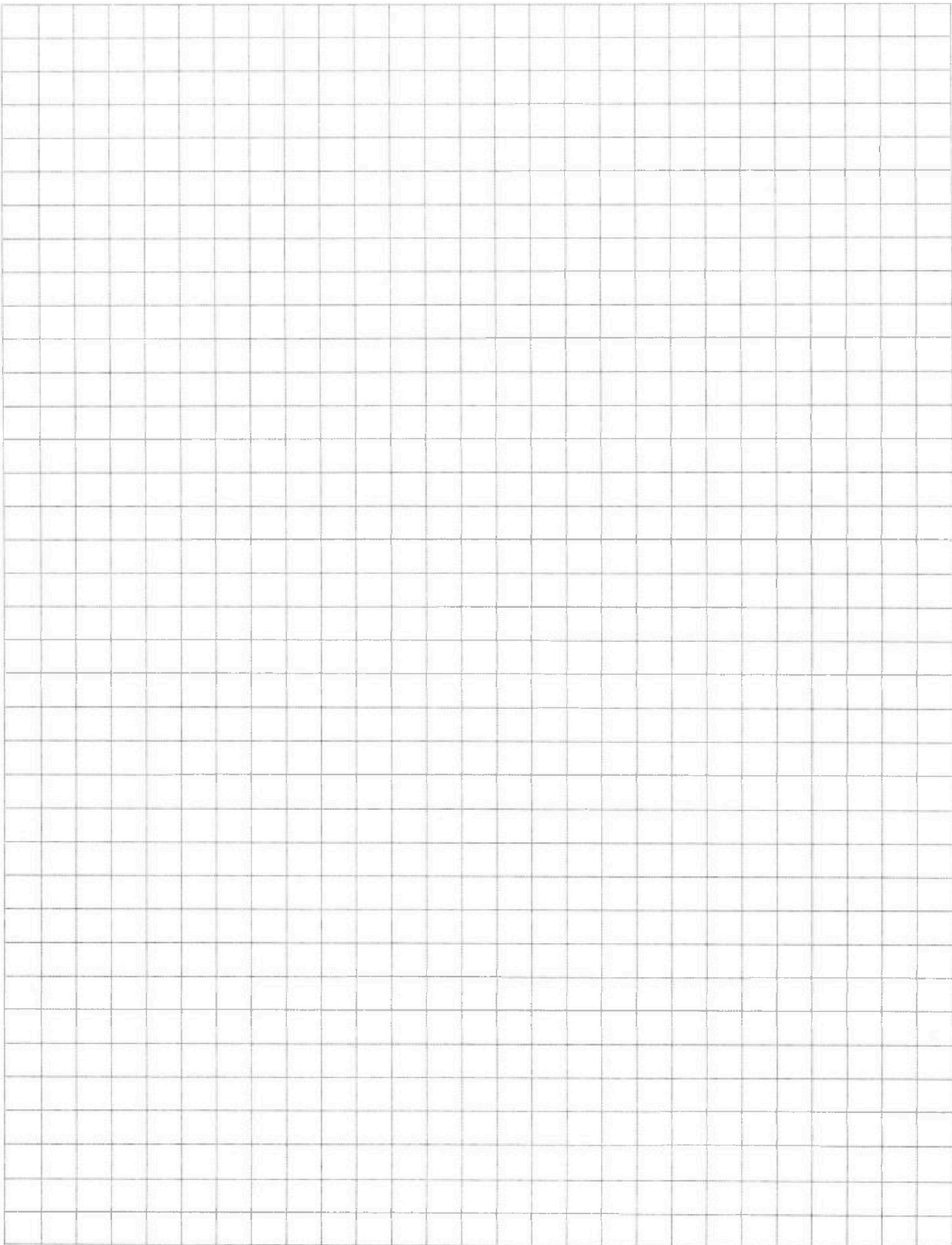


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x-1)^2 + (x^2+x)^2 = (2x+3)^2 \quad (a-k)(a+k) = a(a+k) - a(a-k)$$

$$\left(\frac{-7 \pm \sqrt{49}}{2}\right), \quad (x^2+x)^2 (x-4)(2x+3) \quad a^2 + (2k+1)a + k^2 - a^2 - a$$

$$\left(\frac{-5 \pm \sqrt{25}}{2}\right) = \frac{25}{4} \pm \frac{5\sqrt{25}}{2} + \frac{12}{2}, \quad \frac{21}{2} = \frac{5\sqrt{25}}{2}$$

$$\frac{21}{2} = \frac{5\sqrt{25}}{2} + 10 \pm 2\sqrt{25} = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{25}$$

36

$$\frac{1}{9} = \frac{1+x}{9} \quad \frac{9}{21} = \frac{1}{2}\sqrt{21}$$

$$\left(\frac{-2 \pm \sqrt{4}}{2}\right) \left(\frac{3 \pm \sqrt{9}}{2}\right) \left(\frac{-2 \pm \sqrt{4}}{2}\right), \quad -3 + \frac{1}{4}$$

$$x^2 + 3x + 1 = 0 \rightarrow -3 + \frac{17}{2}, \quad \frac{5}{2}, \quad \frac{12}{2}$$

$$x\sqrt{2} + 2y\sqrt{3} + 5z\sqrt{3} = 4\sqrt{2} + 6\sqrt{3}$$

$$2y + 5z = 6$$

$$-x^3 + x^2 + 11x + 3 = 0$$

$$13 - \frac{250}{7} = \frac{91}{7} - \frac{250}{7} = \frac{15}{7}$$

$$3m^2 - 36m + 18 = 0$$

$$13 - \frac{250}{7} = \frac{91}{7} - \frac{250}{7} = \frac{15}{7}$$

$$18x^2 + 76x + 8 = 0$$

$$2x^2 + 7x + 3 = 0$$

$$2x^2 + 7x + 3 = 0$$

$$3x^2 + 4x + 3 = 0$$

$$x^3 - x^2 - x + 2 = 0$$

$$x^3 + 7x^2 + 3x + 5 = 0$$

$$-2x + 63 - 9 + 5 = -8 + 28 - 6 + 5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА 9 ИЗ 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Сначала найдем решение уравнения:

$$(-x^3 + x^2 + 13x + 3) + (x^3 + 7x^2 + 3x + 5) = 0$$

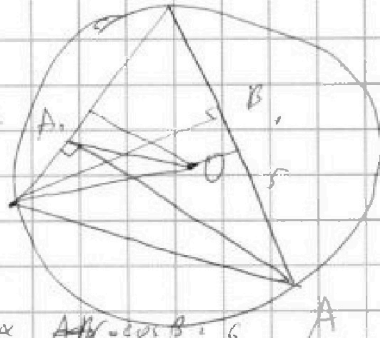
$$8x^2 + 16x + 8 = 0 \quad 8(x+1)^2 = 0 \quad x = -1$$

Многа $y = \frac{1}{2}(x+1) = 0$

Проверим, не является ли $x = -1$ корнем уравнения

$$\begin{cases} (-1)^3 - (-1)^2 + 13(-1) + 3 = -1 - 1 - 13 + 3 = -10 \neq 0 \\ 2 \cdot (-1) + 1 - 0^3 - 2 \cdot 0^2 + 2 \cdot (-1) \cdot 0 = -1 \neq 0 \end{cases}$$

$a, b = 2, 3, 6$



$R \cos \alpha = AK = \cos \beta = 6$
 $C \cdot \cos \alpha = 5$
Невозможно

2) Пусть $x < -1$ из \sin найдем решение уравнения

$(-\frac{1-\sqrt{5}}{2}, \frac{\sqrt{5}-1}{2})$, т.к. мы рассматриваем случаи $x < -1$

$a = \frac{1-\sqrt{5}}{2} < -1$, $\frac{a-b}{a+b} = \frac{b-a}{b+a}$
Многа $y = \frac{1}{2}(x+1)$

$y = -\frac{1}{2}(x+1)$

$2x+1 = 5$

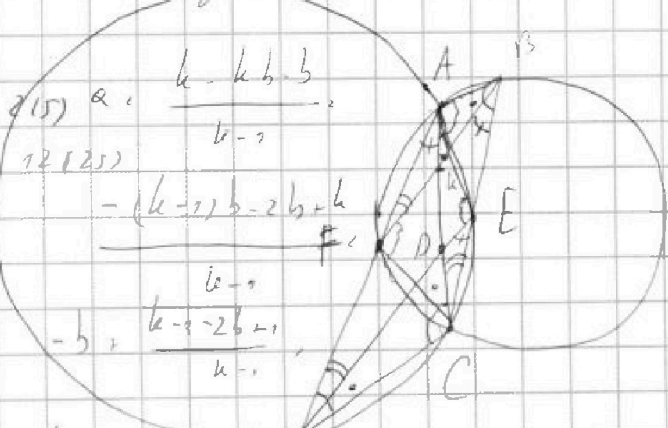
$2x = 4$

$x = 2$

$2x+1 = 5$

$2x = 4$

$x = 2$



$\frac{AP}{CE} = \frac{PK}{CD} = \frac{KA}{DE}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+1)^2 + xy + y^2 = 2y^2 \quad (2x+1 - x^2 - 3x^2) - 3x - 1 + 2x^2 - 2x - 2 + 2x^2 - 2x$$

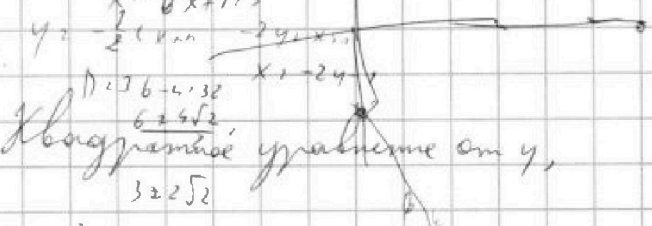
$$2y^2 + (x+1)y + (x+1)^2 = 9 - x^3 - 3x^2 - 3x - 2$$

Сумма уравнения: $3 - 6 + 2 = 5$ $276 - 3 \cdot 36 + 18 = 5$

$$x^3 - 9x^2 + 3x - 5 = 0$$

$$(x^2 - xy + y^2 + y^3) + (2x+1 - y^3 - 2y^2 + 2xy) = 0 + 0$$

$$x^2 + 2x + 1 + xy + y - 2y^2 = 0$$



$(-2)y^2 + (x+1)y + (x+1)^2 = 0$ Квадратное уравнение от y , $3 \pm 2\sqrt{2}$

$$D = (x+1)^2 - 4(-2)(x+1)^2 = 9(x+1)^2$$

$$y = \frac{-(x+1) \pm 3(x+1)}{-4}$$

1) Если $x > -1$, $(x+1) = x+1$
 $y = \left(\frac{-1 \pm 3}{-4}\right)(x+1) = -(x+1)$ или $\frac{1}{2}(x+1)$

Подставляем в 2 уравнение системы $y = -(x+1)$:

$$x^2 + x^2 + x + x = 4 + x^3 + 3x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$-x^3 - x^2 - 3x - 2 = 0 \quad x^3 + x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$2x+1 + x^3 + 3x^2 + 3x+1 - 2x^2 - 3x - 2 - 2x^2 - 2x = 0$$

$$x^3 - x^2 - x = 0 \quad x(x^2 - x - 1) = 0 \quad x\left(x - \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)\left(x - \frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right) = 0$$

Корни корни $x = 0$, и $x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$ и пара $(x; y)$: $(0; -1)$, $(\frac{-1-\sqrt{5}}{2}, \frac{\sqrt{5}-1}{2})$ и $(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}, \frac{-\sqrt{5}-1}{2})$

Переходим к 1 уравнению $y = \frac{1}{2}(x+1)$ и домножим на 8:

$$8\left(x^2 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} + \frac{1}{8}x^3 + \frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{8}x + \frac{1}{8}\right) = 0$$

$$x^3 + 7x^2 + 3x + 5 = 0 \quad 25 - 152 +$$

Анализом со 2 уравнением:

$$8\left(2x+1 - \frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{8}x - \frac{1}{8} - \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{1}{2} + x^2 + x\right) = 0$$

$$-x^3 + x^2 + 13x + 3 = 0$$