



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^9 3^{10} 5^{10}$, bc делится на $2^{14} 3^{13} 5^{13}$, а ac делится на $2^{19} 3^{18} 5^{30}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 3 : 1$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .

3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-14; 42)$, $Q(6; 42)$ и $R(20; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 90, $SA = BC = 12$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача №1

$$ab = pq \cdot 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}, \quad bc = qm \cdot 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}, \quad ac = mp \cdot 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

$$ab/bc/ac = (pqm)^2 \cdot 2^{42} \cdot 3^{41} \cdot 5^{53}$$

$$(abc)^2 = (pqm)^2 \cdot 2^{42} \cdot 3^{41} \cdot 5^{53}$$

Поскольку $\{a, b, c, p, q, m\} \in \mathbb{N}$, то $3 \cdot 5^{53} (pqm)^2 = G^2$

Тогда $G^2 = 3^k \cdot 5^l$, $k:2, l:2$. Пусть $k = 4k_1 + 8, qpm$

Пусть a_2 — степень двойки, на

которую делится a .

Аналогичные обозначения для других степеней.

$$\begin{aligned} abc &: 2^{19} \\ abc &: 5^{30} \\ abc &: 3^{18} \end{aligned} \quad (ac \cdot 2^{19})$$

$$\begin{cases} a_2 + c_2 \geq 19 \\ a_2 + b_2 \geq 9 \\ c_2 + b_2 \geq 14 \end{cases}$$

$$a_2 + b_2 + c_2 \geq 21$$

р-во при $a_2 = 7, b_2 = 2, c_2 = 12$

$$(*) \begin{cases} a_3 + c_3 \geq 18 \\ a_3 + b_3 \geq 10 \\ b_3 + c_3 \geq 13 \end{cases}$$

$$a_3 + b_3 + c_3 \geq 21, \quad a_3 + b_3 + c_3 \geq 21 \quad (\text{т.к. } \{a, b, c\} \in \mathbb{N})$$

$$(*) \begin{cases} a_3 + b_3 + c_3 = 21 \\ \text{при } a_3 = 8 \\ b_3 = 3 \\ c_3 = 10 \end{cases}$$

$$(*)_1 \begin{cases} a_5 + c_5 \geq 30 \\ a_5 + b_5 \geq 10 \\ c_5 + b_5 \geq 13 \end{cases}$$

$$a_5 + b_5 + c_5 \geq \frac{53}{2}, \quad a_5 + b_5 + c_5 \geq 28 \quad (\{a, b, c\} \in \mathbb{N}).$$

$$a_5 + b_5 + c_5 \geq 28 \quad \text{при } a_5 = 10, b_5 = 0, c_5 = 18$$

$$a_5 + b_5 + c_5 \geq 30 \quad (a_5 + c_5 \geq 30)$$

$$(*)_1 \begin{cases} a_5 + b_5 + c_5 = 30 \\ \text{при } a_5 = 10 \\ c_5 = 20 \\ b_5 = 0 \end{cases}$$

$$abc = 2^{21} \cdot 3^{28} \cdot 5^{30}, \quad a = 2^7 \cdot 3^8 \cdot 5^{10}, \quad b = 2^2 \cdot 3^3, \quad c = 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5^{20}$$

$$\text{Ответ: } 2^{21} \cdot 3^{28} \cdot 5^{30}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

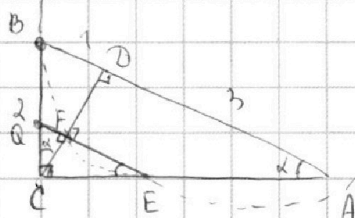
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2



1) $\angle BCD = \alpha \Rightarrow \angle CDA = \alpha$, $\triangle BCD \sim \triangle CDA$ по 2 углам
 $\frac{BD}{CD} = \frac{CD}{AD}$, $CD^2 = AD \cdot BD = 1 \cdot 3 = 3$, $CD = \sqrt{3}$

$BC = 2$, ~~AB~~

2) $EF \cap BC = D$. Пусть $FD = x$.

Тогда $\frac{QF}{FE} = \frac{BD}{DA}$ (т. параллель.), $FE = 3x$

$\triangle QCF \sim \triangle BCD$ (по 2 углам) $\Rightarrow \frac{QC}{CB} = \frac{QF}{BD}$,

$\frac{QC}{2} = \frac{x}{1}$, $QC = 2x$, $BQ = 2 - 2x$. Также, $\frac{CF}{CD} = \frac{QF}{BD}$, $CF = \frac{3x \cdot \sqrt{3}}{1}$

степень точки Q: $QB^2 = QF \cdot QE$, $(2 - 2x)^2 = x \cdot 4x$, $4 - 4x^2 - 8x = 4x^2$, $8x = 4$, $x = \frac{1}{2}$.

3) $\triangle CQE \sim \triangle CDA$ (по 2 углам) $\Rightarrow \frac{QE}{CA} = \frac{CE}{CD}$
 $\frac{S_{ABC}}{S_{CQE}} = \left(\frac{QE}{CA}\right)^2 = \frac{S_{CQE}}{S_{ABC}}$
 $\frac{S_{ABC}}{S_{CQE}} = \left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right)^2 = 16 \cdot \frac{1}{3} = \frac{16}{3}$

3) S_{CEF} - площадь $\triangle CEF$, $S_{CEF} = CF \cdot FE \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{3} \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{8}$

S_{ABC} - площадь $\triangle ABC$, $S_{ABC} = BC \cdot AC \cdot \frac{1}{2} = 2 \cdot \sqrt{16 - 4} \cdot \frac{1}{2} = 3\sqrt{3}$

$\frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = 8$

Ответ: 8

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3 $5a \cos(\sin(\cos x)) = x + \frac{\pi}{2}$, Пусть $\alpha = \sin(\cos x)$, $\alpha \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.

$(5\alpha) \in [-\frac{5\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}]$, $(x + \frac{\pi}{2}) \in [-\frac{5\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}]$, $x \in [-3\pi, 2\pi]$. $\sin \alpha = \cos x$
 $\sin 5\alpha = \sin(x + \frac{\pi}{2})$, $\sin 5\alpha = \cos x$ $\cos \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 x}$

~~$\sin 2\alpha \cos 3\alpha + \sin 3\alpha \cos 2\alpha = \cos x$~~

$8 \sin \alpha \cos^4 \alpha - 6 \sin \alpha \cos^2 \alpha + 6 \sin \alpha \cos^2 \alpha - 8 \sin^3 \alpha \cos^2 \alpha + 4 \sin^3 \alpha = \cos x$

Пусть $\cos x = t$

~~$8t(1-t^2)^2 - 6t(1-t^2) + 6t(1-t^2) + 8t^3(1-t^2) + 4t^3 = t$~~

$t(8(1-t^2)^2 - 8t^2 + 8t^4 + 4t^2 - 4) = 0$

~~$t = 0$~~

~~$8 - 8t^4 - 16t^2 + 8t^2 - 8t^4 + 4t^2 - 4 = 0$~~

~~$\cos x = 0$~~ $t = 0$
 $8 - 8t^4 - 16t^2 - 6t^2 + 8t^4 + 4t^2 - 4 = 0$

$6 \cos x = 0$
 $16t^4 - 20t^2 + 4 = 0$, $8t^4 - 10t^2 + 2 = 0$, $(t^2 - 1)(8t^2 - 2) = 0$, $(t-1)(t+1)(2t-1)(2t+1) = 0$

- (1) $\cos x = 0$, $5\alpha = 0$
 (2) $\cos x = -1$, $5\alpha = -\frac{5\pi}{2}$
 (3) $\cos x = \frac{1}{2}$, $5\alpha = \frac{5\pi}{6}$
 (4) $\cos x = -\frac{1}{2}$, $5\alpha = \frac{5\pi}{6}$
 (5) $\cos x = -\frac{1}{2}$, $5\alpha = -\frac{5\pi}{6}$

- (1): $x + \frac{\pi}{2} = 0$, $x = -\frac{\pi}{2}$, $\cos x = 0$ ✓
 (2): $x + \frac{\pi}{2} = -\frac{5\pi}{2}$, $x = -3\pi$, $\cos(-3\pi) = -1$ ✓
 (3): $x + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{6}$, $x = \frac{\pi}{3}$, $\cos(\frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$ ✓
 (4): $x + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{6}$, $x = \frac{\pi}{3}$, $\cos(\frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$ ✓
 (5): $x + \frac{\pi}{2} = -\frac{5\pi}{6}$, $x = -\frac{7\pi}{6}$, $\cos(-\frac{7\pi}{6}) = -\frac{1}{2}$ ✓

Ответ: $\{-\frac{\pi}{2}, -3\pi, \frac{\pi}{3}, -\frac{7\pi}{6}\}$

Ответ: $\{-\frac{\pi}{2}, -3\pi, 2\pi, \frac{\pi}{3}, -\frac{4\pi}{3}\}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №4

$$\begin{cases} 2y = 3b - ax, y = -\frac{a}{2}x + \frac{3}{2}b \\ x^2 + y^2 = 9 \\ (x-6)^2 + y^2 = 4 \end{cases}$$

Изменяя a от $-\infty$ до $+\infty$ отсчитываем возможность пересечения прямой $y = -\frac{a}{2}x + \frac{3}{2}b$ с окружностями в 4 точках. Пусть $-\frac{a}{2} = t$.

При $t \in (-\frac{5}{\sqrt{11}}, \frac{5}{\sqrt{11}})$ будут существовать 4 точки, когда

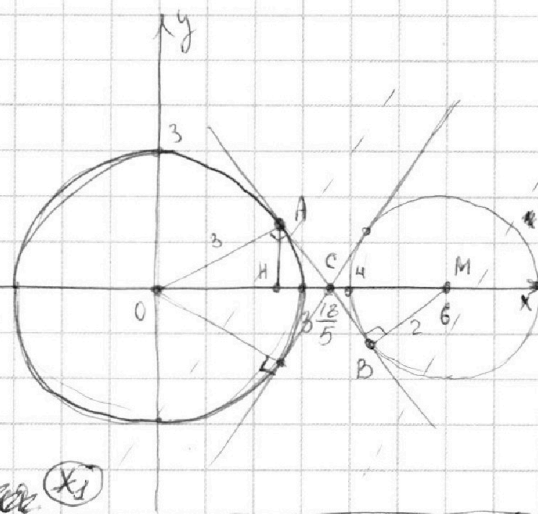
возможны пересечения $2b = \frac{18}{5}$. При $t \in (-\frac{5}{\sqrt{11}}, \frac{5}{\sqrt{11}})$ $b = \frac{18}{5}$ $\Rightarrow$ $2b = \frac{18}{5}$. Тогда при $t \in (-\frac{5}{\sqrt{11}}, \frac{5}{\sqrt{11}})$ $b = \frac{18}{5}$ $\Rightarrow$ $2b = \frac{18}{5}$. (x_1)

При $t = \pm \frac{5}{\sqrt{11}}$ будет не более 2 решений, так как тогда прямая будет касательной к одной из окружностей. и любой другой в $\frac{18}{5}$ даст $\frac{18}{5}$ пересечений одной из окружностей пересечение не более, чем в 2 точках.

При $t \in (-\infty; -\frac{5}{\sqrt{11}}) \cup (\frac{5}{\sqrt{11}}; \infty)$ - прямая будет касаться / пересекаться не более, чем с 1 окружностью. $\Rightarrow$ решений не более 2.

(x_1) найдется ли существует такое b , что $(-\frac{18}{5}, 0)$ - решение $y = tx + \frac{3}{2}b$, а также будет 4 $\frac{18}{5}$ пересечения этой прямой с окружностью, так как $(-\frac{18}{5}, 0)$ - точка пересечения касательных, $\frac{18}{5}$ $\Rightarrow$ $2b = \frac{18}{5}$.

$$-\frac{a}{2} = t \in (-\frac{5}{\sqrt{11}}, \frac{5}{\sqrt{11}}) \quad a \in (-\frac{10}{\sqrt{11}}, \frac{10}{\sqrt{11}}) \quad \text{Ответ: } (-\frac{10}{\sqrt{11}}, \frac{10}{\sqrt{11}})$$



(x_1) Найдём общие касательные к окружностям.

$$\begin{aligned} OC &= \frac{18}{5}, \sin = \frac{12}{5}, AC = \sqrt{a^2 - 3^2} = \frac{3\sqrt{11}}{5}, AH = \frac{a \cdot AC}{OC} = \frac{18}{5} \cdot \frac{\sqrt{11}}{2} \\ MC &= \frac{11}{10} \\ K_{\text{касательная}} &= \pm \frac{AH \pm 5}{\sin} = \frac{18 \pm 5}{\sqrt{11}} \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача №5

$$1) \log_3^4 x + 6 \log_3 3 = \frac{5}{2} \log_3 3 - 8$$

$$\log_3^4 x + \frac{6}{\log_3 x} = \frac{5}{2} \log_3 x - 8$$

$$2 \log_3^5 x + 12 = 5 - 16 \log_3 x$$

$$2 \log_3^5 x + 16 \log_3 x + 7 = 0$$

$$2) \log_3^4(5y) + 2 \log_3 3 = \frac{11}{2} \log_3 3 - 8$$

$$2 \log_3^5(5y) + 4 = 11 - 16 \log_3 5y$$

$$2 \log_3^5(5y) + 16 \log_3(5y) - 7 = 0$$

$$f_1(t) = 2t^5 + 16t$$

$$f_2(t) = 10t^4 + 16 > 0 \Rightarrow f \text{ - возрастает на } D_f = \mathbb{R} \quad \{ f_1(g(x)) \} \text{ - возрастает.}$$

$$g(x) = \log_3 x \text{ - непрерывная, монотонно возрастающая}$$

$$(f_1(g(x)) = 7) \text{ - имеет не более одного решения (т.к. } f_1 \text{ - монотонно возрастает)}$$

$$\text{Значит, } x = 5y, \quad xy = 5y^2$$

$$\text{Аналогично } f_2(t) = 2t^5 + 16t - 7$$

$$f_2(t) = 10t^4 + 16 > 0 \Rightarrow f_2(g(5y)) \text{ - возрастает, } f_2(g(5y)) < 0$$

имеет не более 1 решения.

$$\text{Также, } f_4(t) = -f_3(t), \text{ т.е. если } (f_1(t) = 7), \text{ то } (f_4(t) = -7)$$

$$\text{Тогда } x = 5y, \quad xy = 5y^2$$

$$\text{Тогда } (f_1(\log_3 x) = 7) \Rightarrow (f_1(-\log_3 x) = 7)$$

$$\left. \begin{aligned} f_1(\log_3 x) &= 7 \\ f_1(\log_3 5y) &= 7 \end{aligned} \right\} \quad (*) \quad f_1(-\log_3 x) = f_1(\log_3(5y))$$

$$(*) \Leftrightarrow -\log_3 x = \log_3 5y, \text{ поскольку } f_1 \text{ - монотонно возрастающая.}$$

$$\log_3 5y + \log_3 x = 0 \quad \log_3(5yx) = 0, \quad 5yx = 1, \quad yx = \frac{1}{5}$$

$$(*) \quad f_4(-t) = 2 \cdot (-t)^5 + 16(-t) = -(2t^5 + 16t) = -f_1(t)$$

Ответ: $\frac{1}{5}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

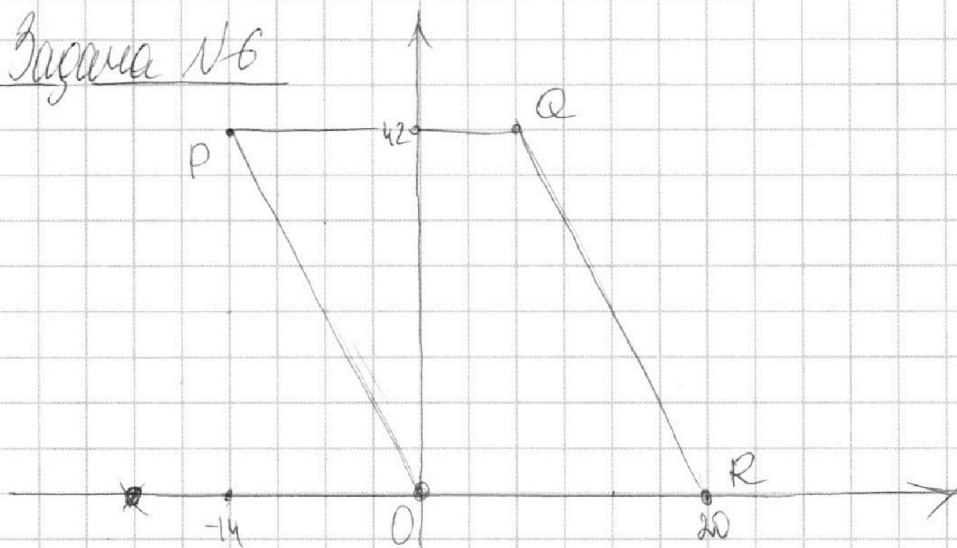
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача №6



~~$\vec{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$~~ $\vec{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$ $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 3(x_2 - x_1) \\ y_2 - y_1 \end{pmatrix}$

$(3a + b = 33) \Rightarrow b = 33 - 3a$

Если $a \in [0; 42]$, $b \in [0; 34]$. Для таких a, b всегда найдутся x_1, x_2, y_1, y_2 такие, что

Для любых a, b

$x \in [0; 42], y \in [-14; 20]$

$3a + b = 33$, $3a \in [-14; 42]$

$(3a = 33 - b) \in [-9; 7]$

$a \in [-3; 25]$. Для каждого a есть $b = 33 - 3a$.

Всего в таких a — 29

Ответ: 29



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~НЕ ПРОВЕРЯЕТСЯ~~

$$\frac{-42}{14} = \frac{-6}{2} = -3$$

в

$$33 - 42 =$$

$$60 + 16$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2a^5 + 16a + 7 = 0$$

$$7 - \frac{2}{32} + \frac{16}{2} < 0$$

$$2a^4 = 16$$

$$f(a) = -7$$

a - решение

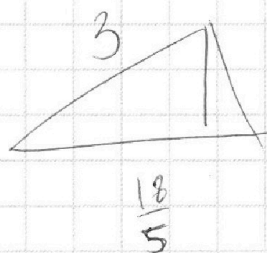
$$f(b) = 7$$

$$f(-a) = 7$$

$$b = -a$$

$$\frac{3k}{2k}$$

$$5k - 6 \quad k = \frac{6}{5} \quad 3k = \frac{18}{5}$$



$$\frac{9 \cdot 4}{25} - 9 = 9 \cdot \left(\frac{9 \cdot 4 - 25}{25} \right) =$$

$$\left(\frac{\sqrt{11} \cdot 3}{5} \right)^2$$

$$AM = \frac{3 \cdot \sqrt{11} \cdot 3 \cdot 5}{5 \cdot 18 \cdot 2} = \frac{\sqrt{11}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{11} \cdot 10}{2 \cdot 11} = \frac{5}{\sqrt{11}}$$

$$8a^2 - 10a + 2$$

$$(a-1)(8a-2)$$

$$HC = \sqrt{\frac{9 \cdot 11}{25} - \frac{11}{4}} = \sqrt{\frac{11(9 \cdot 4 - 25)}{25 \cdot 4}} = \frac{11}{10}$$

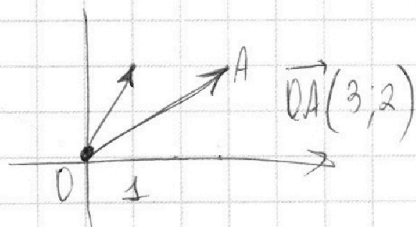
$$\sin \alpha = a$$

$$\cos \alpha = b$$

$$2ab(4b^3 - 3b) + (3a - 4a^3)(2b^2 - 1) =$$

$$8ab^4 - 6ab^2 + 6ab^2 - 8a^3b^2 - 3a + 4a^3 =$$

$$(t-2)(t+2)$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

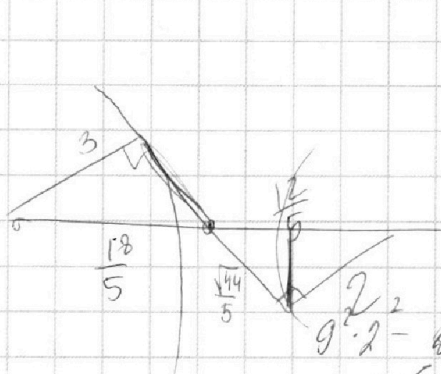
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sin 5\alpha = \cos X$



$12^2 - 10^2 = 44$

$9 \cdot 2^2 - 4 \cdot 25 = 9 \cdot 4 - 100 = -86$

$9(9 \cdot 4 - 25) = 9 \cdot 11$

$\frac{18}{5} \cdot \frac{11}{5} = \frac{18 \cdot 11}{25}$

$\sqrt{\frac{18 \cdot 11}{25} - \frac{18^2}{11}} = 3 \sqrt{\frac{11}{25} - \frac{9 \cdot 4}{11}} = 3 \sqrt{\frac{11 - 36}{25}} = 3 \sqrt{\frac{-25}{25}} = 3i$

$\frac{9 \cdot 11}{25} - \frac{81 \cdot 4}{11} = \frac{99}{25} - \frac{324}{11} = \frac{99 - 3240}{275} = \frac{-3141}{275}$

$\frac{9 \cdot 9 \cdot 4}{25} - 9 = 9 \left(\frac{9 \cdot 4 - 25}{25} \right) = \frac{3}{5} \sqrt{11}$

$\frac{3 \cdot \frac{3\sqrt{44}}{5} \cdot 5}{18} = \frac{9\sqrt{44}}{18} = \frac{\sqrt{44}}{2}$

$\frac{9 \cdot 11}{25} - \frac{11}{4} = \frac{99}{25} - \frac{11}{4} = \frac{396 - 275}{100} = \frac{121}{100}$

$\sqrt{\frac{11 \cdot (9 \cdot 4 - 25)}{25 \cdot 4}} = \frac{11}{5 \cdot 2} = \frac{11}{10}$

$2 \sin \alpha \cos \alpha (4 \cos^2 \alpha - 3 \cos \alpha) + (3 \sin \alpha - 4 \sin^2 \alpha) (2 \cos^2 \alpha - 1) =$

$= 8 \sin \alpha \cos^4 \alpha - 6 \sin \alpha \cos^2 \alpha + 6 \sin \alpha \cos^2 \alpha - 8 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + 4 \sin^2 \alpha + 3 \sin \alpha$

$8 + 8t^4 - 16t^2 + 8t^2 - 8t^4 + 4t^2 + 3t = 8 - 8t^2 + 4t^2 + 3t = 8 - 4t^2 + 3t$

$-4t^2 + 3t + 8 = 0$

$t^2 = \frac{10}{4} \quad t = \pm \sqrt{\frac{10}{4}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

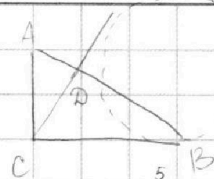
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2a^5 + 16a - 7 = 0$$

$$f' = 10a^4 + 16 > 0$$

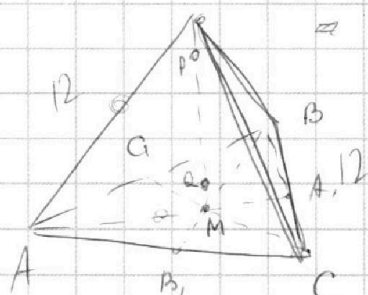
$$\Rightarrow \nearrow$$



$$2 \cdot 7^5 - 16 \cdot 7 - 7 = 0$$

$$2 \cdot 7^4 - 16 \cdot 7 - 7$$

$$2 \cdot \frac{7^5}{2^5} - \frac{16 \cdot 7}{2} - 7$$



$$S_{ABC} = 90$$

$$\frac{1}{16} + \frac{8}{7} - 7 = 0$$

$$\frac{1}{16} + \frac{8}{7} - 7 = 0$$

$$(1)(1)(x-a)$$

$$\frac{a}{c} = 2^{-5} \cdot 3^{-3} \cdot 5^{-3}$$

$$(5y^2)?$$

$$\frac{c}{a} = 2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^3$$

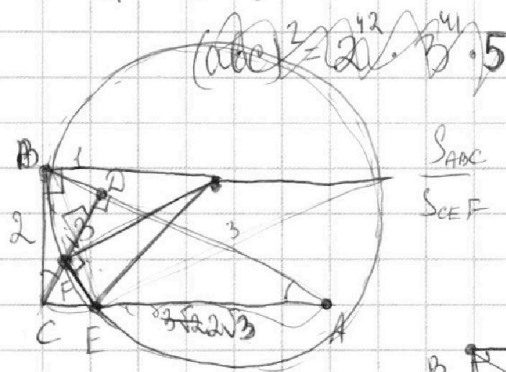
$$c^2 = 2^{24} \cdot 3^{21} \cdot 5$$

$$ac = 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

$$a^5 + b^5 = (a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)$$

$$a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4$$

$$\frac{a^4 + b^4}{a^3b - ab^3}$$

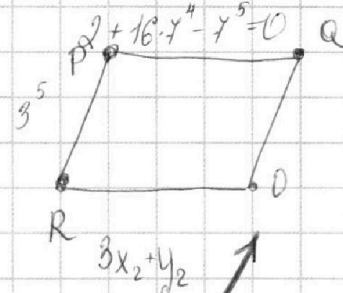
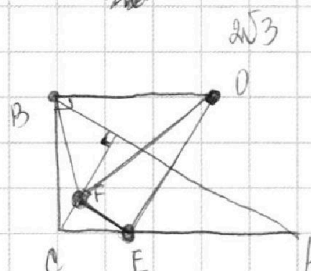


$$\frac{S_{ABC}}{S_{DEF}}$$

$$\frac{BD}{CD} = \frac{ED}{AD}$$

$$\frac{1}{CD} = \frac{CD}{3}$$

$$CD^2 = 3$$



$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$4 \arcsin(\cos x) = \frac{\pi}{10} + \frac{x}{5}$$

$$\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{10} + \frac{x}{5}\right)$$

$$3x_2^2 + y_2^2 - 3x_1 - y_1 = 33$$

$$S(AB) = 33$$

$$A/A$$

$$\log_3^4 x + \frac{8}{\log_3 x} = \frac{5}{2 \log_3 x} - 8$$

$$a^4 + \frac{6}{a} = \frac{5}{2a} - 8$$

$$2a^5 + 16a - 7 = 0$$

$$\log_3^4 y + \frac{2}{\log_3 y} = \frac{11}{2 \log_3 y} - 8$$

$$b^4 + \frac{2}{b} = \frac{11}{2b} - 8$$

$$2b^5 + 4 = 11 - 816b$$

$$2b^5 + 16b - 7 = 0$$

$$2b^5 + 16b - 7 = 0$$

$$b^5 + 16b - 7 = 0$$