МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC. Окружность, касающаяся прямой AC в точке A, пересекает высоту CD, проведённую к гипотенузе, в точке E, а катет BC – в точке F. Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1{,}4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF.

3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6\log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4 (0{,}5y) + \log_{0{,}5y} 11 = \log_{0{,}125y^3}\left(11^{-13}\right) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy.

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M. Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K, лежащей на отрезке AM. Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q. Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1.

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N, $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

© МФТИ, 2023

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Так как $ab \vdots 2^6$, $bc \vdots 2^{14}$, а $ac \vdots 2^{16}$, ~~$ab \cdot bc \cdot ac = a^2b^2c^2$~~
$ab \cdot bc \cdot ac = a^2b^2c^2 \vdots 2^{6+14+16}$. То есть $a^2b^2c^2 \vdots 2^{36}$. Значит
$abc \vdots 2^{18}$

Так как $ab \vdots 3^{13}$, $bc \vdots 3^{21}$, $ac \vdots 3^{25}$, $ab \cdot bc \cdot ac =$
$= a^2b^2c^2 \vdots 3^{13+21+25}$. То есть $a^2b^2c^2 \vdots 3^{59}$. Но a, b и c — натуральные числа, значит степень вхождения каждого простого числа в их разложение на простые множители — целое число. Значит степень вхождения 3 в разложение на простые множители чисел a^2, b^2 и c^2 — целые числа, кратные 2. То есть и степень вхождения 3 в разложение на простые множители числа $a^2b^2c^2$ — целое число, кратное 2. Значит, раз $a^2b^2c^2 \vdots 3^{59}$, то $a^2b^2c^2 \vdots 3^{60}$. То есть $abc \vdots 3^{30}$.

Заметим, что $ab \cdot bc = ab^2c = ac \cdot b^2$. Значит $ab \cdot bc \vdots 5^{28}$.
То есть $ab \cdot bc \cdot ac = a^2b^2c^2 \vdots 5^{28+28}$. Значит $a^2b^2c^2 \vdots 5^{56}$. То есть $abc \vdots 5^{28}$.

Получаем, что $abc \vdots 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$. Значит $abc \geq 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$.
Если $a = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{14}$, $b = 2^2 \cdot 3^5$, а $c = 2^{12} \cdot 3^{16} \cdot 5^{14}$, то $ab = 2^6 \cdot 3^{14} \cdot 5^{14}$,
$bc = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{14}$, $ac = 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$, $abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$. В таком случае
$ab \vdots 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{14}$, $bc \vdots 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13}$, $ac \vdots 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$, то есть все условия соблюдены. Так как $abc \geq 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$ и у нас есть пример, где $abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$, то $2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$ — наименьшее возможное значение произведения abc.

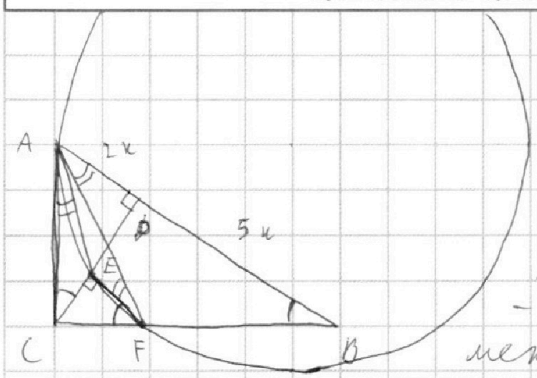
Ответ: $2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



Пусть $AB = 7x$, тогда $BD = 5x$, а $AD = 2x$. $CD = \sqrt{AD \cdot BD} = \sqrt{10x^2} = \sqrt{10}\,x$.
По теореме Пифагора $AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{14x^2} = \sqrt{14}\,x$, а $BC = \sqrt{BD^2 + CD^2} = \sqrt{35x^2} = \sqrt{35}\,x$.
$\angle ACE = \angle ACD = 180^\circ - 90^\circ - \angle CAD = 180^\circ - 90^\circ - \angle CAB = \angle ABC$. $\angle CAE = \angle EFA$, как углы между касательной и хордой. $\angle EFA = \angle FAB$, как накрест лежащие при параллельных AB и EF, и секущей AF. То есть $\angle CAE = \angle FAB$, $\angle ACE = \angle FBA$. Значит $\triangle ACE \sim \triangle ABF$. Значит $FB = CE \cdot \frac{AB}{AC} = CE \cdot \frac{7x}{\sqrt{14}\,x} = \sqrt{\frac{7}{2}}\,CE$. $\angle CFE = \angle CBA$, $\angle CEF = \angle CDB$, т.к. $AB \parallel EF$. $\angle CEF = \angle CDB = 90^\circ = \angle ACB$. Значит $\triangle CEF \sim \triangle ACB$. Значит $CF = CE \cdot \frac{AB}{AC} = CE \cdot \frac{7x}{\sqrt{14}\,x} = \sqrt{\frac{7}{2}}\,CE$. То есть $BC = CF + FB = \sqrt{\frac{7}{2}}\,CE + \sqrt{\frac{7}{2}}\,CE = \sqrt{14}\,CE = \sqrt{35}\,x$. Значит $CE = \frac{\sqrt{35}}{\sqrt{14}}\,x = \sqrt{\frac{5}{2}}\,x$.
$\angle CFE = \angle CBA = \angle ACD$, $\angle CEF = 90^\circ = \angle ADC$, значит $\triangle CEF \sim \triangle ADC$.

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CFE}} = \left(\frac{AD}{CE}\right)^2 = \left(\frac{2x}{\sqrt{\frac{5}{2}}\,x}\right)^2 = \frac{4x^2}{\frac{5}{2}x^2} = 1{,}6.$$

Ответ: $\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = 1{,}6$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$10\arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$

$\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = 0,9\pi - 0,2x$

т.к. область значений функций arccos — $[0;\pi]$,

$0 \le 0,9\pi - 0,2x \le \pi$

$0 \le 4,5\pi - x \le 5\pi$

$-4,5\pi \le -x \le 0,5\pi$

$4,5\pi \ge x \ge -0,5\pi$

Если $x \in [-0,5\pi; 0,5\pi]$, $\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = 0,5\pi - x$

$0,5\pi - x = 0,9\pi - 0,2x \Rightarrow -0,4\pi = 0,8x \Rightarrow x = -0,5\pi$. $-0,5\pi \in [-0,5\pi; 0,5\pi]$

Если $x \in (0,5\pi; 1,5\pi]$, $\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = x - 0,5\pi$

$x - 0,5\pi = 0,9\pi - 0,2x \Rightarrow 1,2x = 1,4\pi \Rightarrow x = \frac{7}{6}\pi$. $\frac{7}{6}\pi \in (0,5\pi; 1,5\pi]$

Если $x \in (1,5\pi; 2,5\pi]$, $\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = 2,5\pi - x$

$2,5\pi - x = 0,9\pi - 0,2x \Rightarrow 1,6\pi = 0,8x \Rightarrow x = 2\pi$. $2\pi \in (1,5\pi; 2,5\pi]$.

Если $x \in (2,5\pi; 3,5\pi]$, ~~arcco~~ $\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = x - 2,5\pi$

$x - 2,5\pi = 0,9\pi - 0,2x \Rightarrow 1,2x = 3,4\pi \Rightarrow x = \frac{17}{6}\pi$. $\frac{17}{6}\pi \in (2,5\pi; 3,5\pi]$.

Если $x \in (3,5\pi; 4,5\pi]$, $\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = 4,5\pi - x$

$4,5\pi - x = 0,9\pi - 0,2x \Rightarrow 3,6\pi = 0,8x \Rightarrow x = 4,5\pi$. $4,5\pi \in (3,5\pi; 4,5\pi]$.

Значит множество $\{-0,5\pi; \frac{7}{6}\pi; 2\pi; \frac{17}{6}\pi; 4,5\pi\}$ — решение данного уравнения

Ответ: $x \in \{-0,5\pi; \frac{7}{6}\pi; 2\pi; \frac{17}{6}\pi; 4,5\pi\}$.

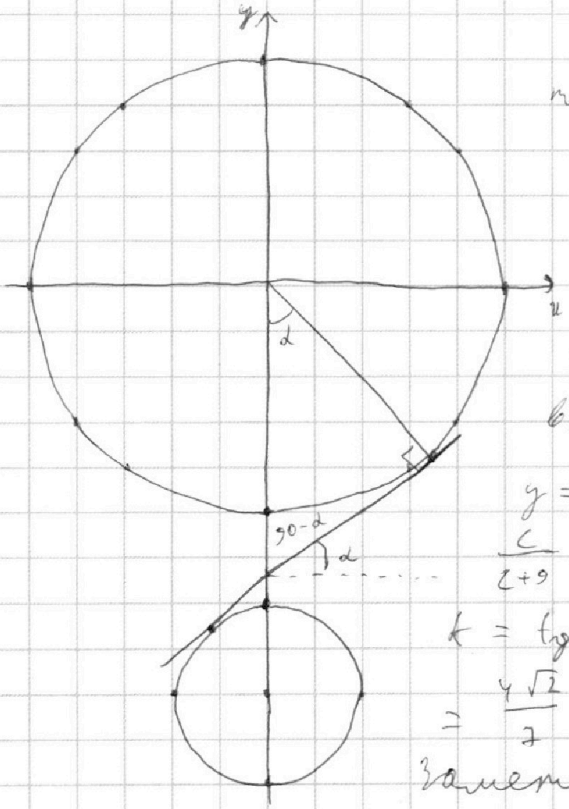
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\begin{cases} 5x+6ay-b=0, \\ (x^2+y^2-25)(x^2+y^2+18y+77)=0; \end{cases} \quad \begin{cases} y=-\frac{5}{6a}x+\frac{b}{6a} \\ \left[\begin{array}{l} x^2+y^2=5^2 \\ x^2+(y+9)^2=2^2 \end{array}\right. \end{cases}$$



При построении точек, удовлетворяющей совокупности $\left[\begin{array}{l} x^2+y^2=5^2 \\ x^2+(y+9)^2=2^2 \end{array}\right.$ получаем 2 окружности, радиусами 5 и 2 и центрами в точках (0,0) и (0;−9) соответственно.

Найдём уравнения их общих внутренних касательных:

$y=kx+c$ и $y=-kx+c$, т.к. (в силу симметрии)

$\frac{c}{c+9}=-\frac{5}{2} \Rightarrow 2c=-5c-45 \Rightarrow 7c=-45 \Rightarrow c=-\frac{45}{7}$

$k=\operatorname{tg}\alpha$; $\operatorname{tg}\alpha=\frac{\sqrt{c^2-5^2}}{5}=\frac{\sqrt{\frac{2025-1225}{49}}}{5}=\frac{\sqrt{\frac{800}{49}}}{5}=$

$=\frac{4\sqrt{2}}{7}$

Заметим, что, если $-\frac{5}{6a}>\frac{4\sqrt{2}}{7}$ или $-\frac{5}{6a}<-\frac{4\sqrt{2}}{7}$, то при $\frac{b}{6a}=-\frac{45}{7}$ прямая $y=-\frac{5}{6a}x+\frac{b}{6a}$ будет пересекать окружности ровно в 4 точках. Если же $-\frac{5}{6a}\in\left[-\frac{4\sqrt{2}}{7};\frac{4\sqrt{2}}{7}\right]$, то при пересечении одной из окружностей в двух точках прямая $y=-\frac{5}{6a}x+\frac{b}{6a}$ не будет пересекать вторую окружность ни при каких b. А так как прямая пересекает окружность не более, чем в 2-х точках, то и b, таких, что данная в условии система имеет ровно 4 решения мы не найдём.

Значит $\left[\begin{array}{l} -\frac{5}{6a}>\frac{4\sqrt{2}}{7}; \\ -\frac{5}{6a}<-\frac{4\sqrt{2}}{7}; \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} a<-\frac{35\sqrt{2}}{48} \\ a>\frac{35\sqrt{2}}{48} \end{array}\right.$

Ответ: $a\in\left(-\infty;-\frac{35\sqrt{2}}{48}\right)\cup\left(\frac{35\sqrt{2}}{48};\infty\right)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Пусть $t = \log_{11} x$, $k = \log_{11}(0{,}5y)$. Тогда равенства преобразуются следующий вид:

$$\begin{cases} t^4 - \frac{6}{t} = -\frac{2}{3t} - 5, \\ k^4 + \frac{1}{k} = -\frac{13}{3k} - 5; \end{cases} \quad \begin{cases} 3t^5 + 15t - 16 = 0, \\ 3k^5 + 15k + 16 = 0. \end{cases}$$

Пусть t_0 – решение уравнения $3t^5 + 15t - 16 = 0$.
Тогда при $t > t_0$ $3t^5 > 3t_0^5$, $15t > 15t_0$, значит $3t^5 + 15t - 16 > 0$.
При $t < t_0$ $3t^5 < 3t_0^5$, $15t < 15t_0$, значит $3t^5 + 15t - 16 < 0$.
~~Заметим, что~~ Значит t_0 – единственное решение.
Пусть k_0 – решение уравнения $3k^5 + 5k + 16 = 0$.
Тогда при $k > k_0$ $3k^5 + 15k + 16 > 0$, а при $k < k_0$ $3k^5 + 15k + 16 < 0$, док-ва аналогичны тем, что были ранее. Значит k_0 – единственное решение.
Заметим, что $3(-t_0)^5 + 15(-t_0) = -3t_0^5 - 15t_0 = -16 = 3k_0^5 + 15k_0$. Значит $t_0 = -k_0$. То есть $t_0 + k_0 = 0$.

$t_0 = \log_{11} x_0$, $k_0 = \log_{11}(0{,}5y_0)$

$$11^{\log_{11} x + \log_{11}(0{,}5y)} = 11^{\log_{11} x} \cdot 11^{\log_{11}(0{,}5y)} = 0{,}5xy.$$

Значит $0{,}5x_0y_0 = 11^{t_0 + k_0} = 11^0 = 1$
Значит $x_0y_0 = 2$

Так как t_0 и k_0 – единственные решения, то и x_0y_0 – единственное значение xy.

Ответ: 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Заметим, что ~~точка (x,y)~~ уравнение $6x+y=a$ равносильно уравнению $y=-6x+a$.

Пусть точки A и B лежат на прямых $y=-6x+a$ и $y=-6x+a+48$ соответственно.

Параллелограмм OPQR лежит между прямыми $y=-6x$ и $y=-6x+102$, при этом эти прямые совпадают с прямыми OP и QR. Таких целых a, что $a \geq 0$ и $a+48 \leq 102$ ровно 54. При этом для каждой прямой $y=-6x+a$ есть ровно одна точка с OPQR, имеющая целые координаты. Так как для каждой прямой $y=-6x+a$ и $y=-6x+a+48$ мы можем выбрать 1 точку, а всего пар таких прямых – 54, количество таких пар прямых A и B – 54. 91^2

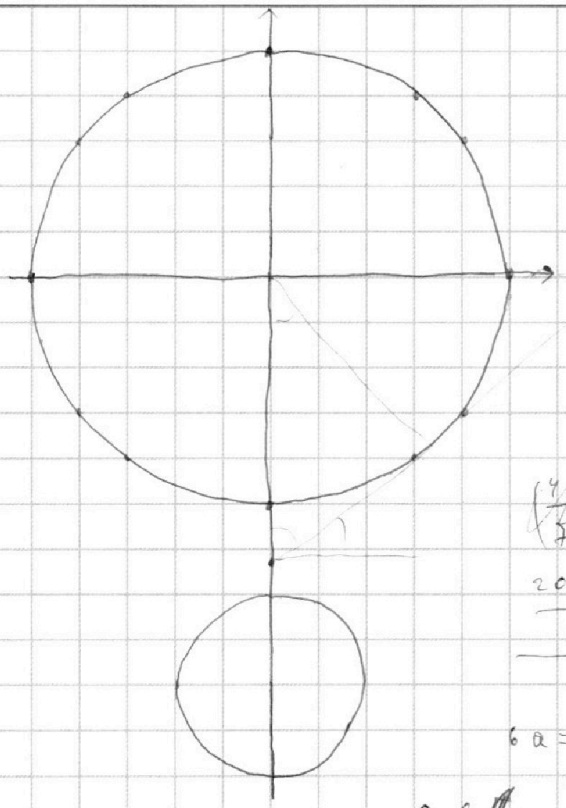
Ответ: $54 \cdot 91^2$ ровно

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$5x+6ay-b=0$

$y=-\frac{5}{6a}x+\frac{b}{6a}$

$\frac{x}{x-9}=\frac{5}{2}$

$2x=5x-45 \Rightarrow x=15$

$\frac{x}{9-x}=\frac{5}{2} \Rightarrow 2x=45-5x$

$\Rightarrow x=45 \quad x=6\frac{3}{7}$

$\sqrt{\left(\frac{45}{7}\right)^2-5^2}=\sqrt{\frac{2025-1225}{49}}=\sqrt{\frac{800}{49}}=\frac{20\sqrt{2}}{7}$

$\frac{\frac{20\sqrt{2}}{7}}{5}=\frac{4\sqrt{2}}{7}=-\frac{5}{6a}=\frac{4\sqrt{2}}{7}$

$6a=-\frac{35}{4\sqrt{2}} \quad a=-\frac{35}{24\sqrt{2}}$

$a\in\left(-\frac{35}{24\sqrt{2}};\frac{35}{24\sqrt{2}}\right)$

$t^4-\frac{6}{t}=-\frac{2}{3t}-5 \qquad 3t^5+15t-16=0$

$t^4=\frac{16}{3t}-5$

$3k^5+15k+16=0$

$k^4+\frac{1}{k}=-\frac{13}{3k}-5$

$3t^5+15t=16$

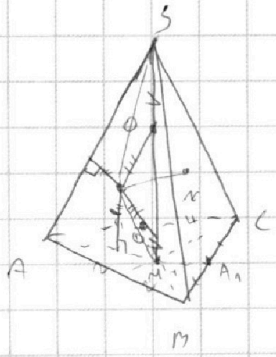
$6x+y=a$

$y=-6x+a$

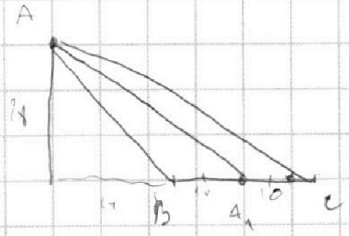
$102-48=54$

$0-102$

$54\cdot 91$



$AA_1=30 \qquad \frac{30\cdot 20}{2}=300 \qquad \frac{x\cdot 20}{2}=180 \Rightarrow x=18$



$18^2+14^2=324+196$

$\sqrt{9^2+27^2}=9\sqrt{10}$

$\sqrt{3^2+9^2}=3\sqrt{10}$

$20\cdot 3\sqrt{10}\cdot 9\sqrt{10}=5400$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$6+14+16$ $\quad 13+21+25$ $\quad 11+13+28$

$2 \quad 3 \quad 5$

$x+y=11$
$x+z=16$
$y+z=14$

$x+y=11$
$x+z=28$
$y+z=13$

$x=\frac{22-14}{2}=4$
$y=\frac{30-16}{2}=2$
$z=\frac{30-6}{2}=12$

$x+y\geq 14$
$y+z\geq 11$
$x+z\geq 25$

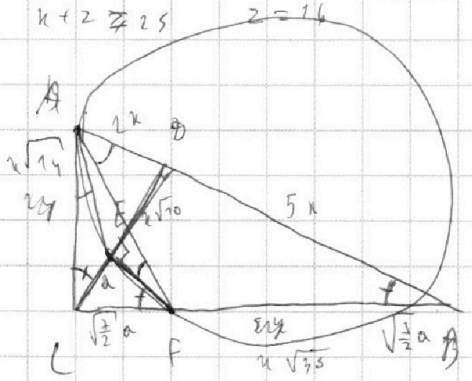
$x=9$
$y=5$
$z=16$

$\frac{10\pi}{3}$

$9\pi-\frac{14\pi}{6}=$

$=\frac{20\pi}{6}=\frac{10\pi}{3}$

$9\pi-\frac{14}{6}=$



$\sqrt{\frac{2}{3}}$ $\quad 7\cdot k^2=2 \Rightarrow k=\sqrt{\frac{2}{7}}$

$7k=\sqrt{14}$

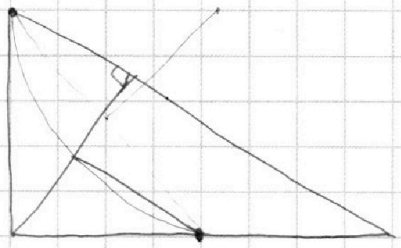
$7m^2=5 \Rightarrow m=\sqrt{\frac{5}{7}}$

$m=\sqrt{35}$

$2a\sqrt{\frac{1}{2}}=a\sqrt{14}=x\sqrt{35}\Rightarrow$

$\Rightarrow a=x\sqrt{\frac{5}{2}}$

$k=\frac{a}{2x}=\frac{\sqrt{\frac{5}{2}}x}{2x}=\sqrt{\frac{5}{8}}\Rightarrow k^2=\frac{5}{8}$



$\arccos(\sin x)=0{,}9\pi-0{,}2x$

$\sin x=\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$ $\quad x\neq-\frac{\pi}{2}$

$\frac{\pi}{2}-x\in[0;\pi]$, $x\in[-0{,}5\pi;0{,}5\pi]$ $x\leq 4{,}5\pi$

$0{,}5\pi-x=0{,}9\pi-0{,}2x$

$-0{,}4\pi=0{,}8x\Rightarrow x=-0{,}5\pi$

$x-\frac{\pi}{2}\in[0;\pi)$, $x\in[0{,}5\pi;1{,}5\pi)$

$x-0{,}5\pi=0{,}9\pi-0{,}2x$

$\begin{cases}5x+6ay-3=0\\ \left[\begin{array}{l}x^2+y^2=25\\ x^2+(y+9)^2=9\end{array}\right.\end{cases}$

$1{,}8x=1{,}4\pi\Rightarrow x=\frac{7}{9}\pi$

$2{,}5\pi-x\in[0;\pi]$, $x\in[1{,}5\pi;2{,}5\pi]$

$2{,}5\pi-x=0{,}9\pi-0{,}2x\Rightarrow 1{,}6\pi=0{,}8x\Rightarrow x=2\pi$

$x-2{,}5\pi=0{,}9\pi-0{,}2x\Rightarrow 1{,}2x=3{,}4\pi\Rightarrow x=\frac{17}{6}\pi$

$4{,}5\pi-x=0{,}9\pi-0{,}2x\Rightarrow 3{,}6\pi=0{,}8x\Rightarrow x=\frac{36}{8}\pi=\frac{9}{2}\pi=4{,}5\pi$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ