



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



VI. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^6 3^{13} 5^{11}$ ,  $bc$  делится на  $2^{14} 3^{21} 5^{13}$ ,  $ac$  делится на  $2^{16} 3^{25} 5^{28}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

VII. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $AC$  в точке  $A$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $E$ , а катет  $BC$  – в точке  $F$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AB : BD = 1,4$ . Найдите отношение площади треугольника  $ACD$  к площади треугольника  $CEF$ .

VIII. [4 балла] Решите уравнение  $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$ .

IX. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

X. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4 (0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-15;90)$ ,  $Q(2;90)$  и  $R(17;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$ .

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 180,  $SA = BC = 20$ .

а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .

б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 6$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 8.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 1.

$$ab: 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{15}, bc: 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13}, ac: 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}.$$

$$\text{Рассмотрим } ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 = 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52} \Rightarrow$$

$$abc: 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26} \quad (\text{каждый простой множитель } a, b, c$$

входит в  $(abc)^2$  дважды, т.е. четное кол-во раз,

$$\text{поэтому если } ord_2((abc)^2) \geq 36 \Rightarrow ord_2(abc) \geq 18,$$

$$ord_3((abc)^2) \geq 59 \Rightarrow ord_3(abc) \geq 30, \quad \text{аналогично}$$

$$\text{поэтому } ac: 5^{28}, abc: 5^{26} \Rightarrow abc: 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26}.$$

$$\cdot 5^{28} \Rightarrow abc \geq 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28} \quad \text{приведем пример}$$

$$\text{таких } a, b, c: \begin{cases} a = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{14} \\ b = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^0 \\ c = 2^{12} \cdot 3^{16} \cdot 5^{14} \end{cases} \quad \text{Тогда } abc =$$

$$= 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28} \quad \text{и} \quad ab = 2^6 \cdot 3^{14} \cdot 5^{14} \cdot 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11};$$

$$bc = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{14} \cdot 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13}; \quad ac = 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \cdot 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}.$$

$$\Rightarrow \text{наименьшее } abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28} - \text{мин возможное } abc$$

$$\text{Ответ: } 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3.

$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x.$$

ОДЗ:

$$\arccos(\sin x) \in [0; \pi] \Rightarrow 10 \arccos(\sin x) \in [0; 10\pi] \Rightarrow$$

$$9\pi - 2x \in [0; 10\pi] \Rightarrow x \in \left[-\frac{\pi}{2}; 4,5\pi\right].$$

Рассмотрим случаи, когда  $x$  принадлежит различным интервалам:  $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ ,  $[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}]$ ,  $[\frac{3\pi}{2}; 2\pi]$ ,  $[2\pi; 3\pi]$ ,  $[3\pi; 4\pi]$ ,  $[4\pi; 4,5\pi]$ .

$$1) x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow 10 \arccos(\sin x) = 10\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 9\pi - 2x$$

$$\Rightarrow 5\pi - 10x = 9\pi - 2x \Rightarrow 8x = -4\pi \Rightarrow x = -\frac{\pi}{2}$$

$$2) x \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right] \Rightarrow 10 \arccos(\sin x) = 10\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 9\pi - 2x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10x - 5\pi = 9\pi - 2x \Rightarrow x = \frac{14\pi}{12} = \frac{7}{6}\pi$$

$$3) x \in \left[\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right] \Rightarrow 10 \arccos(\sin x) = 10(-x + 2,5\pi) = 9\pi - 2x$$

$$\Rightarrow -10x + 25\pi = 9\pi - 2x \Rightarrow 8x = 16\pi, x = 2\pi$$

$$4) x \in \left[\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}\right] \Rightarrow 10 \arccos(\sin x) = 10(x - 2,5\pi) = 9\pi - 2x$$

$$10x - 25\pi = 9\pi - 2x \Rightarrow 12x = 34\pi \Rightarrow x = \frac{17}{6}\pi$$

$$5) x \in \left[\frac{7\pi}{2}; \frac{9\pi}{2}\right] \Rightarrow 10 \arccos(\sin x) = 10\left(\frac{9\pi}{2} - x\right) = 9\pi - 2x$$

$$\Rightarrow 45\pi - 10x = 9\pi - 2x \Rightarrow 8x = 36\pi \Rightarrow x = \frac{9}{2}\pi$$

Ответ:  $-\frac{\pi}{2}; \frac{7}{6}\pi; 2\pi; \frac{17}{6}\pi; \frac{9}{2}\pi$ .



1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



### Задача 4.

$$\begin{cases} 5x + 6ay - 6 = 0 \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 14y + 77) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 6ay - 6 = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + (y+9)^2 = 4 \end{cases}$$

Покажем на графике на плоскости  $xOy$ :

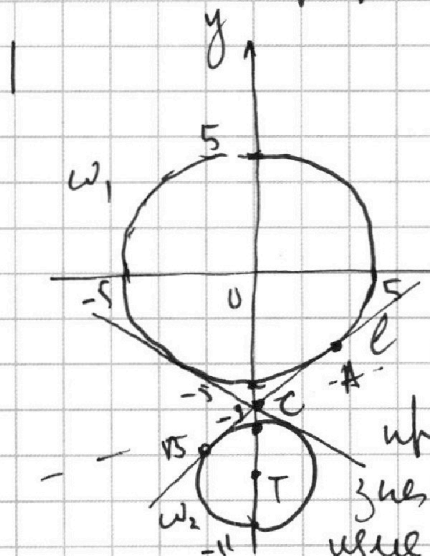
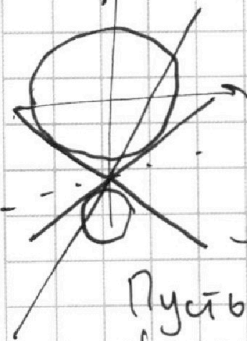


График второго ур-я -  
 $\omega_1, \omega_2$   
 это две окр-ти радиусов  
 $r_1 = 5$  и  $r_2 = 2$  и центры  
 $O(0;0)$  и  $T(0;-9)$ ,

график первого ур-я - это

прямая, в зависимости от  
 значения параметра  $a$ , имею-  
 щая наклон, который может быть

любым вещественным числом. Если система  
 ур-я имеет 4 решения, это значит, что данная прямая  
 является секущей для двух окр-ей. Из геометриче-  
 ских соображений ясно, что ~~существует~~ ~~такая~~ прямая,  
 для которой существует прямая параллельная и являю-  
 щаяся секущей, является множество прямых,  
~~касающихся~~ у которых наклон меньше больше  
 чем по модулю, чем у внутренней касательной  
 к двум окр-ам; из картинки видно, что все такие  
 прямые удовлетворяют этому условию, и ни  
 одна другая не удовлетворяет.



Найдём коэф наклона внутренней касат-  
 ельной  $l$ . ~~Ясно, что она проходит~~

~~через т.  $(0; \frac{11}{3})$  т.к. касается~~

Пусть  $\omega_1$  касател  $l$  в т. A, а  $\omega_2$  в т. B.  
 и пересекает ось симметрии Oy в т. C

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 4 - продолжение

Тогда  $\triangle AOC \sim \triangle TBC$  ;  $\frac{OA}{TB} = \frac{5}{2}$

$$\begin{cases} OC + CT = 9 \\ \frac{OC}{CT} = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow OC = \frac{45}{7} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin \angle OCA = \frac{OA}{OC} \quad AC = \sqrt{OC^2 - OA^2} = \sqrt{\left(\frac{45}{7}\right)^2 - 25} = \sqrt{\frac{800}{49}} = \frac{10\sqrt{2}}{7}$$

$\Rightarrow$   $tg \alpha$  - коэф наклона  $l$  :

$$: tg \alpha = tg \angle COA = \frac{AC}{OA} = \frac{\frac{10\sqrt{2}}{7}}{5} = \frac{2\sqrt{2}}{7}$$

или симметрич коэф наклона второй прямой  $-\frac{10}{7}\sqrt{2}$ . Иско  $tg \alpha$   $\frac{2\sqrt{2}}{7}$  коэф наклона прямой

$$y = -\frac{5}{6a}x + b \quad \text{если } \left| -\frac{5}{6a} \right| \leq \frac{10}{7}\sqrt{2} \quad \text{нужно}$$

$b$  не существует, а если  $\left| -\frac{5}{6a} \right| > \frac{10}{7}\sqrt{2}$ , тогда

всегда найдёт  $b$  - абсцисса т.с. Если  $a = 0$ ,  $b = 0$ , прямая  $x = 0$  не подходит. Теперь можно найти, удовлетворяющие нас  $a$  :

$$1) \quad -\frac{5}{6a} > \frac{10}{7}\sqrt{2} \quad a < 0 \quad -\frac{5}{6a} < -\frac{10}{7}\sqrt{2} < a \quad 2) \quad -\frac{5}{6a} < -\frac{10}{7}\sqrt{2}$$

$$1) \quad a < 0 \quad a < \frac{5}{6\sqrt{2}} \quad 3) \quad a = 0$$

Ответ:  $-\frac{5}{6\sqrt{2}} < a < \frac{5}{6\sqrt{2}}$

$$\left| -\frac{5}{6a} \right| > \frac{10}{7}\sqrt{2}, a < 0 \Rightarrow -\frac{5}{6a} > \frac{10}{7}\sqrt{2}, a < 0 \Rightarrow -\frac{7}{24\sqrt{2}} < a < \frac{7}{24\sqrt{2}}$$

$$-\frac{5}{6a} < -\frac{10}{7}\sqrt{2}, a \geq 0 \Rightarrow -\frac{7}{24\sqrt{2}} < a < \frac{7}{24\sqrt{2}}$$

Ответ:  $-\frac{7}{24\sqrt{2}} < a < \frac{7}{24\sqrt{2}}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5.

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5 \Leftrightarrow \log_{11}^4 x - 6 \cdot \frac{1}{\log_{11} x} = -\log_{x^3} 121 - 5$$

$$\Leftrightarrow \log_{11}^4 x - 6 \cdot \frac{1}{\log_{11} x} + \frac{1}{\log_{11} x^3} + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_{11}^4 x - 6 \cdot \frac{1}{\log_{11} x} + \frac{1}{\log_{11} x} \cdot \frac{2}{3} + 5 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\log_{11}^5 x + 5 \log_{11} x - \frac{16}{3} = 0 \quad (1) \quad x > 0$$

$$\log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_{11}^4(0,5y) + \frac{1}{\log_{11}(0,5y)} = \log_{(0,5y)^3} (11^{-13}) - 5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_{11}^4(0,5y) + \frac{1}{\log_{11}(0,5y)} + 13 \log_{(0,5y)^3} 11 + 5 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_{11}^4(0,5y) + \frac{1}{\log_{11}(0,5y)} + \frac{13}{3} \cdot \frac{1}{\log_{11}(0,5y)} + 5 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_{11}^5(0,5y) + 5 \log_{11}(0,5y) + \frac{16}{3} = 0 \quad (2); y > 0$$

Рассмотрим функцию  $f(x) = \log_{11}^5 x + 5 \log_{11} x$

Рассмотрим  $f(x) = \log_{11}^5 x + 5 \log_{11} x$ . Если  $f(x) = a$   
то  $f(\frac{1}{x}) = -\log_{11}^5 x - 5 \log_{11} x = -f(x)$ , тогда

если  $f(x) = \frac{16}{3}$ ,  $f(0,5y) = -\frac{16}{3} \Rightarrow 0,5y =$

$= \frac{1}{x}$ , тогда  $x \cdot y = 2 \quad (x, y \neq 0)$

Ответ: 2.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

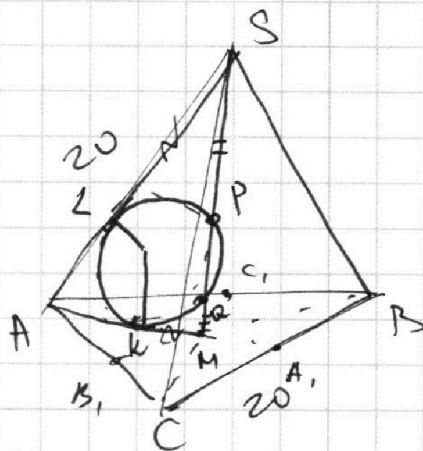
## Задача 7.

Решение.

Степень точки M отн.  $\Omega$   
равнае  $MQ \cdot MP = SP \cdot SQ \Rightarrow$

$\Rightarrow SL = MK$  (отрезки  
касательных из т. S и M)

и п.м. этом  $AL = AK \Rightarrow$



$\Rightarrow AM = 20 \Rightarrow AA_1 = 30$  (вершина),  $S_{\triangle ABC} = 180 \Rightarrow$

$\Rightarrow$  высота AH из A на BC:  $AH = \frac{S_{\triangle ABC}}{\frac{1}{2}BC} = \frac{180}{20} = 9$

= 18. Рассмотрим  $\triangle ABC$ :

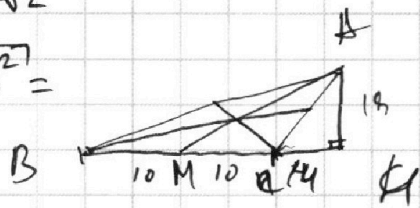
по т. Пифагора  $AH = \sqrt{30^2 - 18^2} = 24$

$\Rightarrow$  ~~OK~~ (пусть K лежит  
на продолжении BC)  $\Rightarrow$

$\Rightarrow AC = \sqrt{18^2 + 24^2} = \sqrt{820} = 2\sqrt{205}$

$AB = 2\sqrt{205} = 2\sqrt{130}$ ;  $AB = \sqrt{34^2 + 18^2} =$

$= \sqrt{324 + 1156} = \sqrt{1480} = 2\sqrt{370}$ .



также  $\angle C_1 = 3$  или 3 стороны треугольника  
можно найти произведение его сторон

$AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 30 \cdot BB_1 \cdot CC_1 \cdot \frac{18}{2\sqrt{130}} \Rightarrow$   
 $\Rightarrow BB_1 =$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

 **МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~Сделано~~  
~~Сделано~~





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a+b \geq 6 \\ b+c \geq 14 \\ a+c \geq 16 \end{cases} \Rightarrow a+b+c \geq 19$$

28

5:

$$\begin{aligned} a+b &= 6 \\ b &= 0 \\ a &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b+c &= 14 \\ b &= 14 \\ c &= 0 \end{aligned}$$

$$a+c = 16$$

$$2^{30}$$

$$\begin{aligned} a &= 5^{14} \cdot 3^9 \\ b &= 5^0 \cdot 3^{14} \\ c &= 5^{14} \cdot 3^{16} \end{aligned}$$

$$2^{14}$$

$$bc: 2^{14}$$

$$ac: 2^{16}$$

$$\begin{aligned} b &= 8 \\ c &= 8 \\ bc &= 64 \end{aligned}$$

$$19$$

$$b=15$$

$$c=15$$

$$15 \ 10$$

$$6$$

$$15 \ 9 \ 6$$

$$16 \ 9$$

$$(9 \ 5 \ 16)$$

$$a=4$$

$$a+b=6$$

$$b+c=14$$

$$a+c=12$$

$$a+b+c=12$$

$$a+b+c=12$$

$$a+b+c=12$$

$$a+b+c=12$$

$$a+b+c=12$$

$$a+b+c=12$$

$$a+b+c=12$$

$$a+b+c=12$$

$$a+b+c=12$$

$$a+b+c=12$$

$$a+b+c=12$$

$$a+b+c=12$$

$$a+b+c=12$$

$$a+b+c=12$$

$$a+b+c=12$$

$$a+b+c=12$$

$$a+b+c=12$$

$$a+b+c=12$$

$$a+b+c=12$$

$$a+b+c=12$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

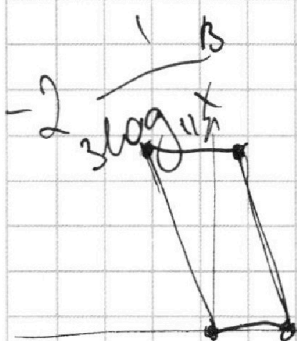
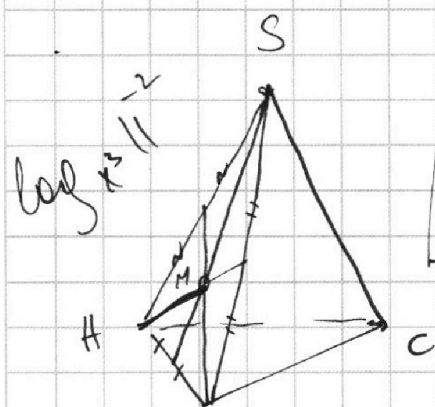
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_{11}^4 x - \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5 \quad \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_{11}^4 x - \frac{1}{\log_x 11} = \log_{x^3} 1 - \log_{x^3} 121 \quad \log_a b = \log_a - \log_b$$

$$\log_{11}^4 x - \frac{1}{\log_{11} x} + \frac{1}{\log_{121} x^3} + 5 = 0 \quad \log_{121} 11 = \frac{1}{2}$$

$$\log_{11}^4 x - \frac{1}{\log_{11} x} + \frac{2}{3 \log_{11} x} + 5 = 0 \quad \log_{121} a = \frac{\log_{11} a}{\log_{11} 121} = \frac{\log_{11} a}{2}$$



$$t^5 + t - 5 = 0$$

$$t(t^4 + 1) = 5$$

$$\log_{11}^5 x + 5 \log_{11} x - \frac{16}{3} = 0$$

$$\log_{11}^5 (0.5y) + 5 \log_{11} (0.5y) + \frac{16}{3} = 0$$

$$\log(\log_{11}^5 x)$$

$$\log(0.5y^3)$$

$$\log_8 4 = \frac{2}{3}$$

$$\log_2 4 = \frac{2}{3}$$

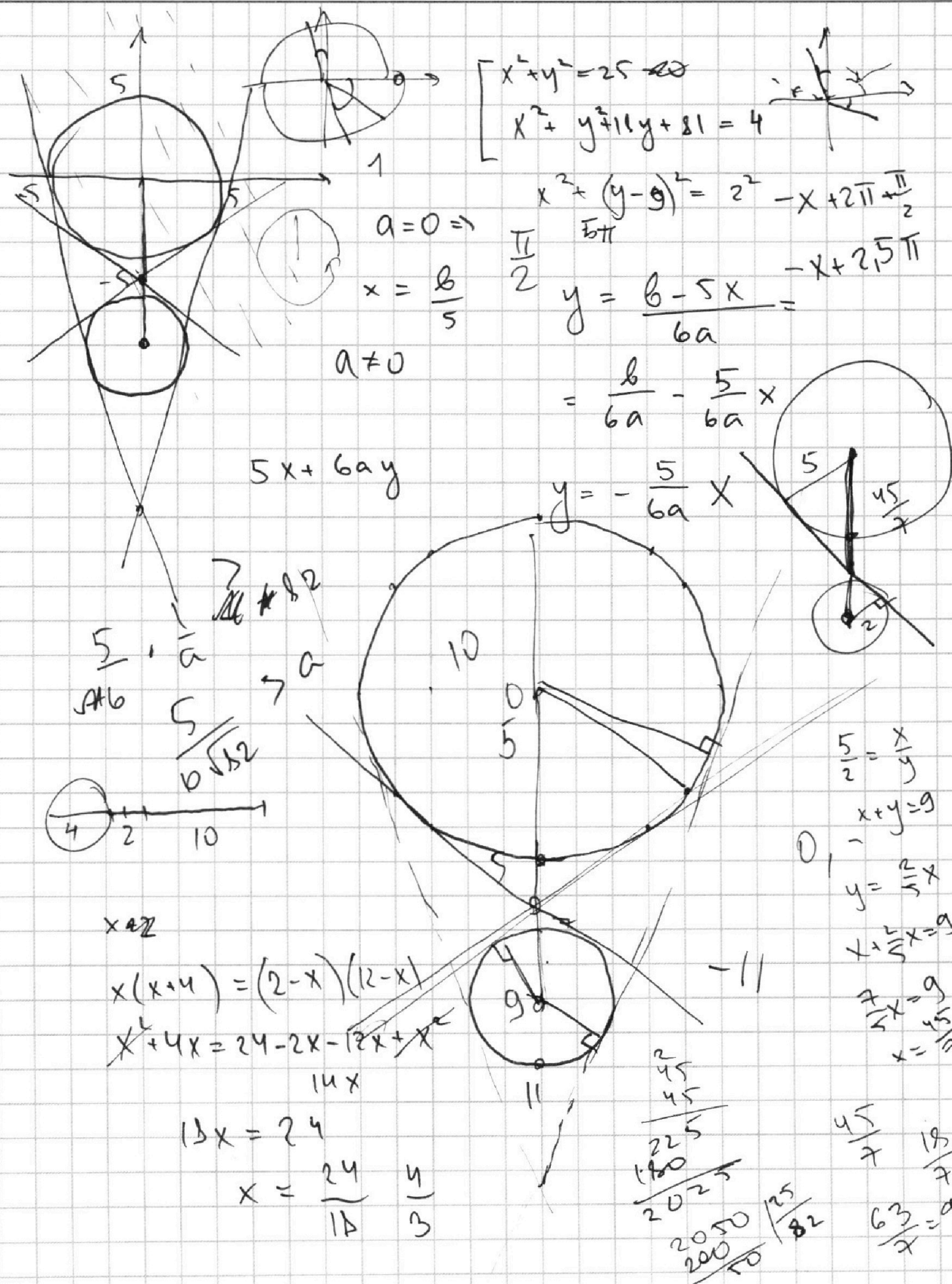
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

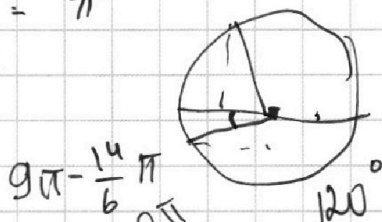
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\frac{1}{10} 10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x \quad x \in \left[ \frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2} \right]$

$\frac{1}{10} \arccos(\sin x) = \pi$   
 $x \in \left[ -\frac{\pi}{2}; 0 \right]$

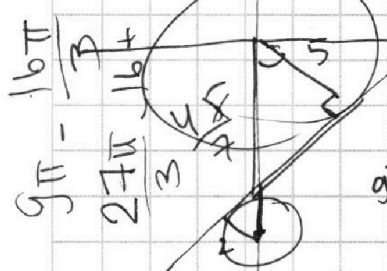
$\frac{1}{10}$



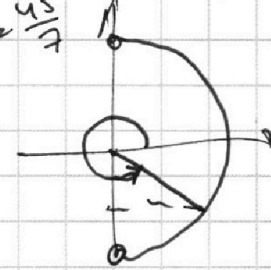
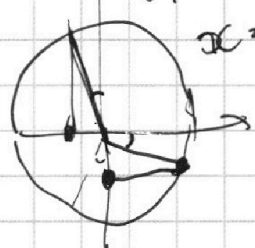
$y = -2 \times 54$

$0,5y = -x$

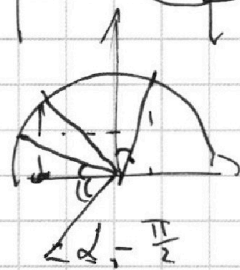
$y = -2x^2$



$\frac{2}{9-x} = \frac{5}{x} \quad x = \frac{45}{7}$



$\pi - x$

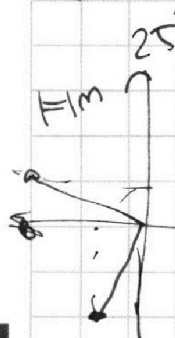


$\Delta = \frac{3\pi}{2} - 2\alpha$

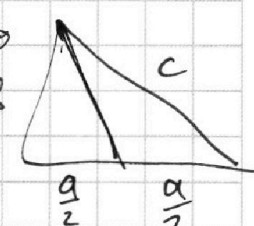
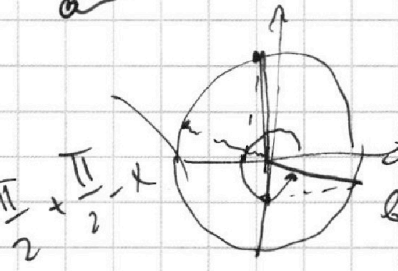
$25x = \frac{2025}{49} - \frac{1225}{49}$

$x = \frac{\pi}{2}$

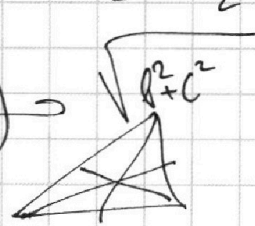
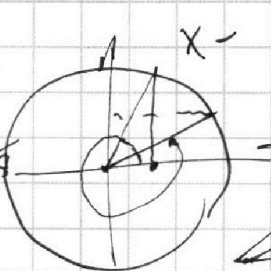
$x = \frac{\pi}{2}$



$2025 - 25 \cdot 49 = 3x$



$\frac{25}{49} = \frac{2025}{1225}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

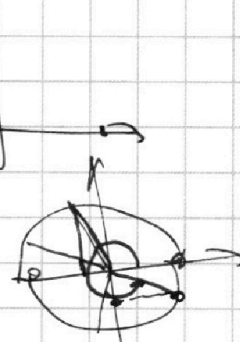
$$10(\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x))) = 9\pi - 2x$$

$$\frac{\pi}{2} - x$$

$$\arccos \in [0; \pi]$$

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{36} \cdot 3^{29} \cdot 5^{52}$$

$$abc : 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26}$$



$$\frac{CE}{BF} = \frac{AC}{AB} = \sin \beta$$

XC

X

$$\begin{aligned} a &= 2 \\ b &= 2^7 \\ c &= 2^{14} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= 2^7 \\ b &= 2^{10} \end{aligned}$$

$$x + y + z = 18$$

$$x + y = 6$$

$$y + z = 14$$

$$x + z = 16$$

$$x - y = 2$$

$$x + y = 6$$

$$2x = 4$$

$$x = 4$$

$$z = 12$$

$$x = 4$$

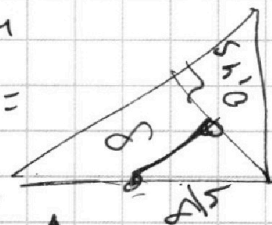
$$y = 0$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{2x - \frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}}$$

$$\frac{CE}{BF} = \frac{AC}{AB} = \frac{CE}{CF}$$

$$\log_{10} \frac{1}{x} =$$

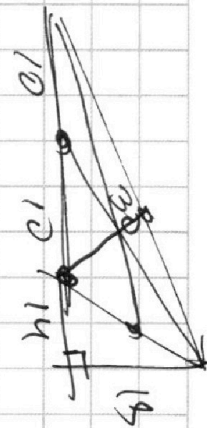
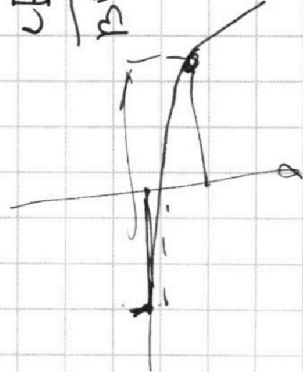
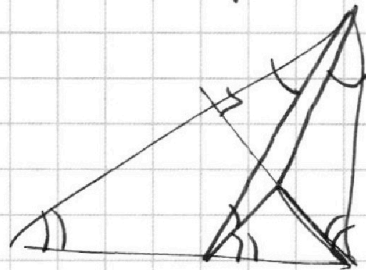
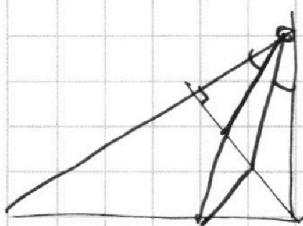
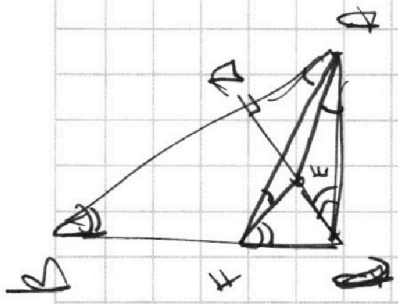
$$= -\log$$



$$\frac{CE}{BF} = \frac{AC}{AB}$$

$$CE = BE \cdot \sin \alpha$$

$$CE = CF \cdot \sin \alpha$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

