



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^9 3^{10} 5^{10}$, bc делится на $2^{14} 3^{13} 5^{13}$, ac делится на $2^{19} 3^{18} 5^{30}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 3 : 1$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-14; 42)$, $Q(6; 42)$ и $R(20; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 90, $SA = BC = 12$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a \cdot b \geq 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{12}$$

$$b \cdot c \geq 2^{79} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$$

$$a \cdot c \geq 2^{79} \cdot 3^{18} \cdot 5^{10}$$

произведение левых частей имеет простые множители произведений их делителей

$$a \cdot b \cdot b \cdot c = a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 \geq 2^{42} \cdot 3^{47} \cdot 5^{53}; \quad a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 \geq 2^{42} \cdot 3^{47} \cdot 5^{53}$$

т.к. $a^2 \cdot b^2 \cdot c^2$ — полный квадрат, то степень его простых

множителей должна быть четной.

$$a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 \geq 2^{42} \cdot 3^{47} \cdot 5^{54}$$

$$a \cdot b \cdot c \geq 2^{21} \cdot 3^{27} \cdot 5^{27}$$

т.к. $a \cdot b \cdot c \geq a \cdot c \geq a \cdot c \geq 5^{30}$, то $a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 \geq 2^{42} \cdot 3^{47} \cdot 5^{60}$

$$\text{то } a \cdot b \cdot c \geq 2^{21} \cdot 3^{27} \cdot 5^{30} \Rightarrow a \cdot b \cdot c \geq 2^{17} \cdot 3^{27} \cdot 5^{30}$$

~~это достигается при~~ **поиск макс достигается при**

$$a = 2^7 \cdot 3^7 \cdot 5^{13}; \quad b = 2^2 \cdot 3^3; \quad c = 2^{12} \cdot 3^{11} \cdot 5^{17}$$

$$\text{Ответ: } 2^{27} \cdot 3^{27} \cdot 5^{30}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$AD = 3x$$

$$BD = x$$

$$\frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB}$$

$$\frac{3x}{AC} = \frac{AC}{4x}$$

$$AC = 2\sqrt{3}x$$

$$BC = \sqrt{(4x)^2 - (2\sqrt{3}x)^2} = 2x$$

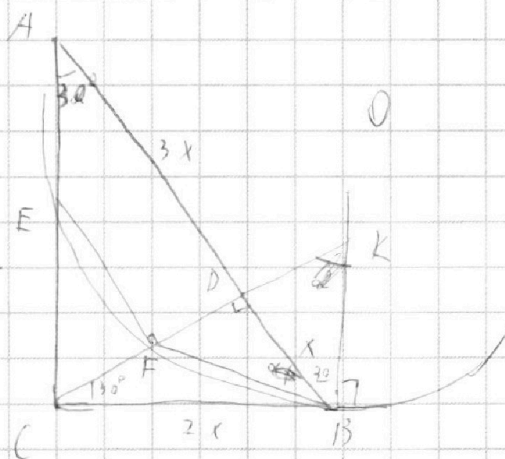
$$\sin \alpha = \sin \angle BAC = \frac{2x}{4x} = \frac{1}{2}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\angle BAC = 30^\circ$$

$$\angle DBF = \angle FBC = 60^\circ$$

$$\frac{BK}{BC} = \frac{BC}{AC} ; \frac{BK}{2x} = \frac{2x}{2\sqrt{3}x} ; BK = \frac{2\sqrt{3}}{3}x$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arccos(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\arccos(\cos x) = \frac{x + \frac{\pi}{2}}{5}$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \arccos(\cos x) \leq \frac{\pi}{2}$$

$$-\frac{5\pi}{2} \leq 5 \arccos(\cos x) \leq \frac{5\pi}{2}$$

$$-\frac{5\pi}{2} \leq x + \frac{\pi}{2} \leq \frac{5\pi}{2}$$

$$-3\pi \leq x \leq 2\pi$$

$$\sin(\arccos(\cos x)) = \sin\left(\frac{x + \frac{\pi}{2}}{5}\right)$$

$$\cos x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{x + \frac{\pi}{2}}{5}\right)$$

$$\cos x = \cos\left(\frac{x - 3\pi}{5}\right)$$

~~$$m \cdot \pi, \quad -5\pi \leq x \leq 2\pi$$~~

$$\begin{cases} x = \frac{x - 3\pi}{5} + \pi n; n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{3\pi - x}{5} + \pi n; n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{4} n; n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{6} n; n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

м.к. $-3\pi \leq x \leq 2\pi$, то из полученных совокупности уравнений найдем корни лишь $-2 \leq n \leq 1$ для первого равенства и $-4 \leq n \leq 1$ для второго, получим:

$$x = \frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{4} k; k \in \mathbb{Z}; -2 \leq k \leq 1; x = \frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{6} m; m \in \mathbb{Z}; -4 \leq m \leq 1$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{4} k; k \in \mathbb{Z}; -2 \leq k \leq 1; x = \frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{6} m; m \in \mathbb{Z}; -4 \leq m \leq 1$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0 \\ x^2 + y^2 = 9 \\ x^2 - 12x + 32 + y^2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-6)^2 + y^2 = 4 \\ x^2 + y^2 = 9 \\ y = -\frac{a}{2}x + \frac{3}{2}b \end{cases}$$

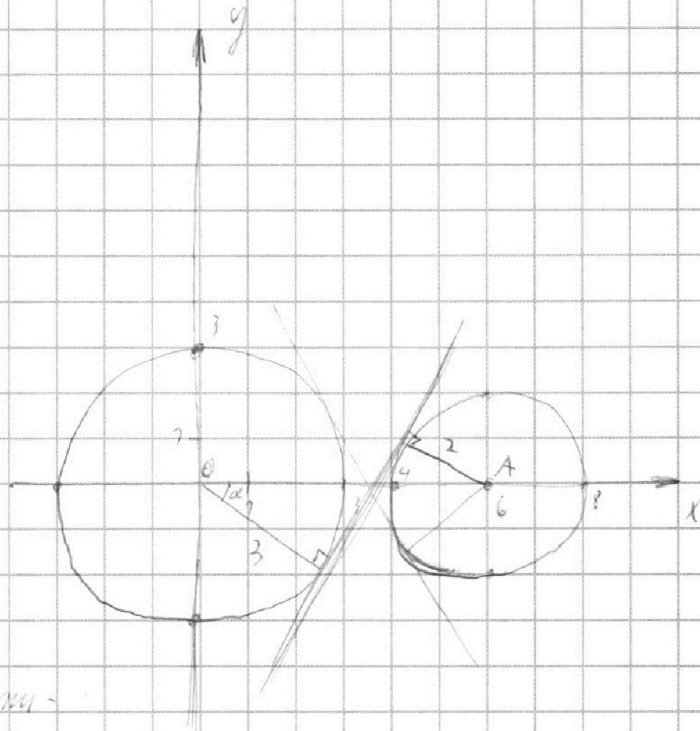


график первой совокупности — две окружности с центрами в точках $(0;0)$ и $(6;0)$

график второго уравнения — прямая с коэф. углов наклона $-\frac{a}{2}$ и свободным членом $\frac{3}{2}b$

~~предельный случай~~ ~~общий случай~~ ~~прямой~~ ~~внутренней~~

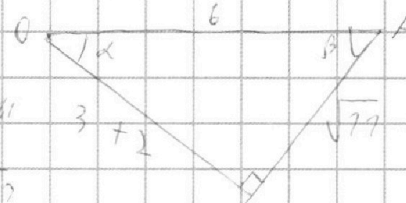
общая точка системы имеет 4 решения — четыре касательных,

т.е. прямая пересекает каждую из окружностей по 2 разам.

предельный случай — касательная к окружностям.

касательная к окружностям.

коэффициент углов наклона для этой прямой $\pm \tan \beta = \pm \frac{5}{\sqrt{11}}$; $-\frac{5}{\sqrt{11}} < -\frac{a}{2} < \frac{5}{\sqrt{11}}$



ответ: $a \in \left(-\frac{10}{\sqrt{11}}; \frac{10}{\sqrt{11}}\right)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} \log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \\ \log_3^4 (xy) + 2 \log_{xy} 3 = \log_{15y^2} 3^{11} - 8 \end{cases}$$

$$\log_x 3 = a ; \log_{xy} 3 = b$$

$$\begin{cases} \frac{1}{a^4} + 6a = \frac{5}{2}a - 8 \\ \frac{1}{b^4} + 2b = \frac{11}{2}b - 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{2}{a^4} = -7a - 16 \\ \frac{2}{b^4} = 7b - 16 \end{cases}$$

$$a_0 = -b_0 - \text{по сим-ваз}$$

$$a = -b$$

$$\log_x 3 = -\log_{xy} 3$$

$$\log_3 x = \log_3 (xy)^{-1}$$

$$x = \frac{1}{xy}$$

$$xy = \frac{1}{x}$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{5}$$

для обоих уравнений верно следующее:

в левой части равенств находятся отрицательные слагаемые в 4 степени

и отрицательная симметричная относительно своих осей функция.

в правой части равенств находятся выражения, переписанные при своих отрицательных в м. - 16

следовательно, каждое из уравнений имеет ровно 1 решение.

~~уравнение~~ $\frac{2}{a^4} = -7a - 16$
симметричная $7b - 16$

значит, если a_0 - решение первого уравнения, а b_0 - второго, то $a_0 = -b_0$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

всего мячей, крестик 3: $\frac{42}{3} + 1 = 15$

часть 2

~~всего мячей А: $15 \cdot 10 + (42 - 15 + 1) \cdot 8 = 402$~~

~~мячей А с веревкой координат, крестик 3:~~

для 15 мячей $\exists$ 10 м. А для каждой из которых
 $\exists$ 15 мячей В

для оставшихся 28 мячей $\exists$ 8 м. А, для каждой соответствует

14 мячей В

всего мячей: $15 \cdot 10 \cdot 15 + 28 \cdot 8 \cdot 14 = 5778$

Ответ: 5778

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

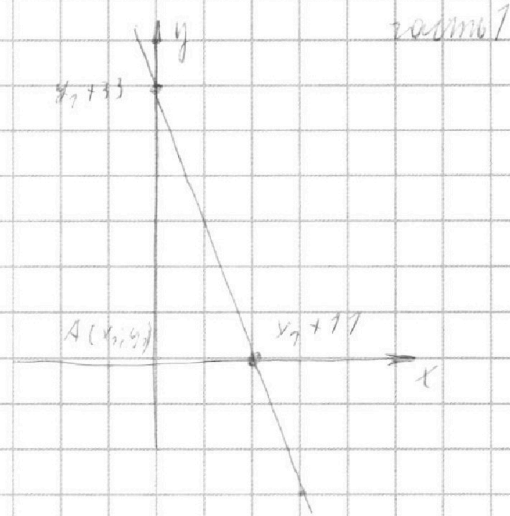
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



ГМТ точек $B(x_2; y_2)$ есть
прямая, проходящая
через точки $(x_1; y_1)$ или
 $(x_1 + 11; y_1)$ и $(x_1; y_2)$ или
 $(x_1; y_1 + 33)$



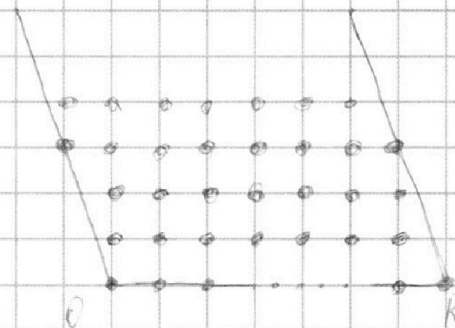
это верно в силу того, что

$$y_2 - y_1 = -3(x_2 - x_1) + 33$$

получается, для всех взятых точек A все
возможные точки B лежат на заданной прямой.

т.к. наклон ~~ГМТ~~ прямой ГМТ(B) ~~равен~~ равен

наклону стороны ширины
параллелограмма и равен $\frac{\Delta y}{\Delta x} = -3$,



то для каждого горизонтального
ряда, состоящего из целых точек

параллельных сторонам ~~равно~~

равно $20 - 11 + 1 = 10$ точек для рядов с ординатами

кратными 3 и $20 - 11 = 9$ точек для остальных

(это связано с тем, что вершины параллелограмма образуют целую точку). Итого

для точек A с ~~ординатами кратными 3~~ $3 \cdot \frac{33}{3} + 1 = 10$ и B

~~с ординатами кратными 3~~ $3 \cdot \frac{33}{3} + 1 = 10$

точек B , для остальных: 74

~~всего точек A:~~





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

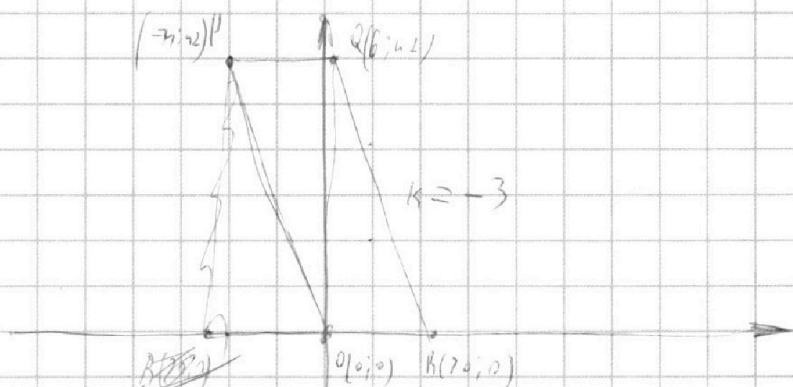
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



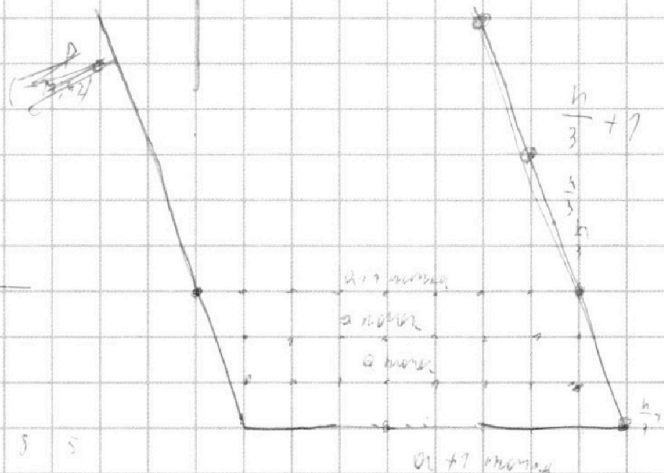
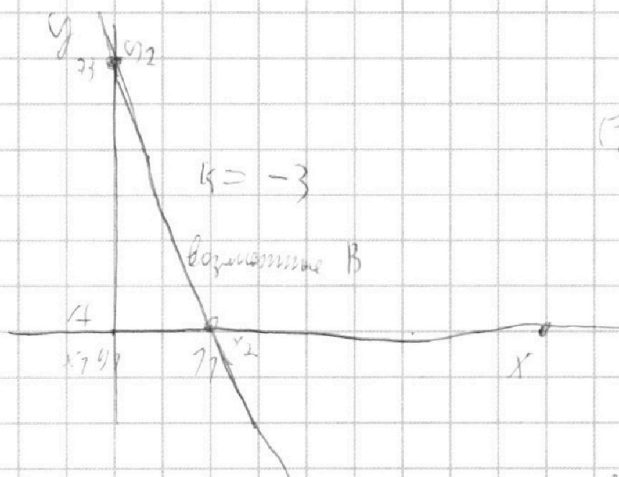
Nb



~~$3x_1 = 3x_2$~~

$$3(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 33$$

$$3 \times 4 = 12$$



Звук камыша и воды

77 months of representation
historically, given 15
by /inhab/ comparison 77 months

Barro negro n 3

28 жовт. 17 жовт. 74 жовт.

78 мисл. 72 мисл. 75 раз

11

6882

5 5
7-2-2
a-S-1

$$g = 20$$

27729

$$\frac{h}{3} = 74$$

$$\frac{1}{3} + 9 = 9\frac{1}{3}$$

人子

27

$$\begin{array}{r} 4 \\ 13 \\ \hline 28 \end{array}$$

9: 72

2

775 74 - 754

225

4 3 2 1

$$\begin{array}{r} 72 \\ 450 \\ 225 \\ \hline 2670 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 7232 \\ \hline 56 \\ 196 \\ 196 \\ 196 \\ \hline 20208 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4372 \\ 2670 \\ \hline 6982 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~2-й~~

$$\begin{cases} \frac{2}{a^4} + 2a + 16 = 0 \\ \frac{2}{b^4} - 2b - 16 = 0 \end{cases}$$

$$\frac{2}{a^4} - \frac{2}{b^4} + 2a + 2b = 0$$

$$2(a+b) = \frac{2}{b^4} - \frac{2}{a^4}$$

$$2(a+b) = \frac{2a^4 - 2b^4}{a^4 b^4}$$

~~7-й~~

$$a = -b$$

$$\frac{1}{a} = \log_3 x$$

$$\frac{1}{b} = \log_5 y$$

$$a = \log_x 3$$

$$b = \log_{5y} 3$$

$$\log_x 3 = -\log_{5y} 3$$

$$\log_3 x = -\log_3 5y$$

$$x = -\frac{1}{5y}$$

$$xy = -\frac{1}{5}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a, b, c = 2, 3, 5$$

$$b, c = 2, 3, 5$$

$$a, c = 2, 3, 5$$

$$a = 2, 3, 5$$

$$b = 2, 3, 5$$

$$c = 2, 3, 5$$

$$a = 2, 3, 5$$

$$a = 2, 3, 5$$

$$\begin{cases} 14-x = x \\ 15-y = y \\ 22-z = z \end{cases}$$

$$x = 2$$

$$y =$$

$$a = 2, 3, 5$$

$$b = 2, 3, 5$$

$$y + z = 9$$

$$y + z = 14$$

$$z + x = 13$$

$$y = 9 - x$$

$$9 - x + z = 14$$

$$x + z = 15$$

$$8 + z = 15$$

$$z = 24$$

$$z = 14$$

$$\begin{cases} c = 2, 3, 5 \\ a = 2, 3, 5 \\ b = 2, 3, 5 \end{cases}$$

$a, b, c = \min$

$$\begin{array}{r} 13 \\ + 28 \\ \hline 79 \\ 42 \end{array}$$

$$a, b, c = 2, 3, 5$$

$$a, b, c = 2, 3, 5$$

$$a, b, c = 2, 3, 5$$

$$a, b = 2, 3, 5$$

$$b, c = 2, 3, 5$$

$$a, c = 2, 3, 5$$

$$a = 2, 3, 5$$

$$b = 2, 3, 5$$

$$c = 2, 3, 5$$

$$a = 2, 3, 5$$

$$14-x = x \quad x = 2$$

$$14-y = y \quad y = 2$$

$$26-z = z \quad z = 13$$

$$\begin{cases} 11 \geq 18 \\ 11 \geq 12 \\ 27 \geq 30 \end{cases}$$

$$a, b, c = 2, 3, 5$$

$$a, b, c = 2, 3, 5$$

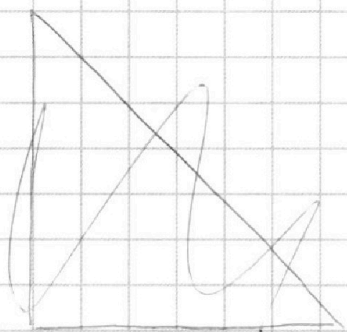
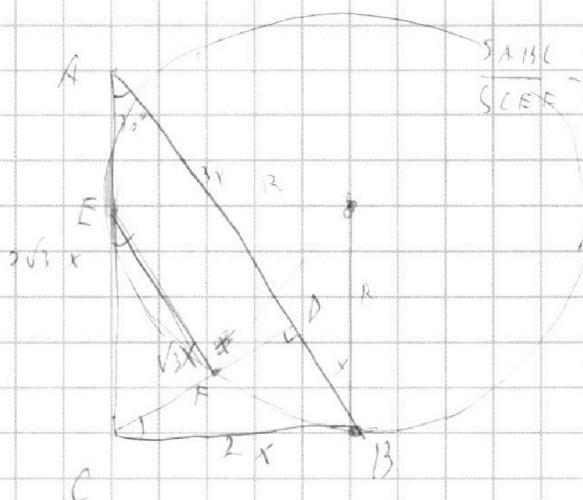
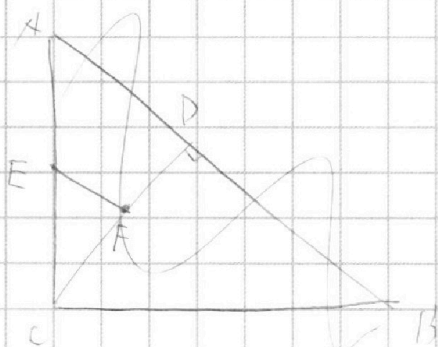
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{4x}{AC} = \frac{AC}{3x}$$

$$12x^2 = AC^2$$

$$AC = 2\sqrt{3}x$$

$$AC = 2\sqrt{3}x$$

$$BC = 2x$$

$$\frac{x}{BC} = \frac{BC}{4x}$$

$$BC^2 = 4x^2$$

$$BC = 2x$$

$$\frac{2\sqrt{3}x \cdot 2x}{4x} = \frac{4\sqrt{3}x}{4} = \sqrt{3}x$$

$$BC^2 =$$

$$4x^2 = \frac{1}{2}$$

$$x = 30^\circ$$

$$150^\circ$$

$$x^2 = 3$$

$$252$$

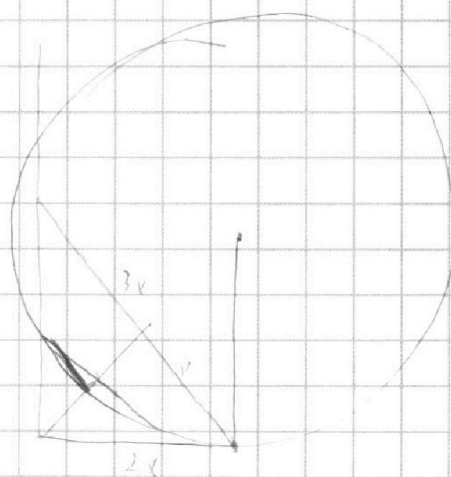
$$750$$

$$402$$

$$92$$

$$15$$

$$27$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\cos x = \sin\left(\frac{x + \frac{\pi}{2}}{5}\right)$$

$$\frac{x + \frac{\pi}{2}}{5} = 2$$

$$\cos x = \sin 2$$

$$\cos x = \sin x$$

$$\cos x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{x + \frac{\pi}{2}}{5}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \cos\left(\frac{x - 3\pi}{5}\right)$$

$$\begin{cases} x = \frac{x - 3\pi}{5} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{3\pi - x}{5} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$5x = x - 3\pi + 5\pi n$$

$$5x = 3\pi - x + 5\pi n$$

$$4x = 3\pi$$

$$-12\pi \leq 2\pi + 5\pi n \leq 8\pi$$

$$-10\pi \leq 3\pi + 5\pi n \leq 7\pi$$

$$\begin{cases} -12 \leq 2 + 5n \leq 8 \\ -10 \leq 3 + 5n \leq 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -14 \leq 5n \leq 6 \\ -27 \leq 5n \leq 8 \\ -4 \leq n \leq 7 \end{cases}$$

$$x = \frac{\pi}{2}$$

$$x = -\frac{3\pi}{4}$$

$$x =$$

$$4x = -3\pi + 5\pi n$$

$$5x = 3\pi + 5\pi n$$

$$6x = 3\pi + 5\pi n$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{4}n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{6}n$$

$$-1 \leq 5n \leq 8$$

$$n = -1, 0, 1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$N 4$

$$\begin{cases} ax + 2y - 36 = 0 \\ x^2 + y^2 = 9 \end{cases}$$

все a

$\exists b$

умень.

$$x^2 - 12x + y^2 + 32 = 0$$

$$x^2 - 12x + 36 - 36 + y^2 = -32$$

$$(x-6)^2 + y^2 = 4$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ (x-6)^2 + y^2 = 4 \end{cases}$$

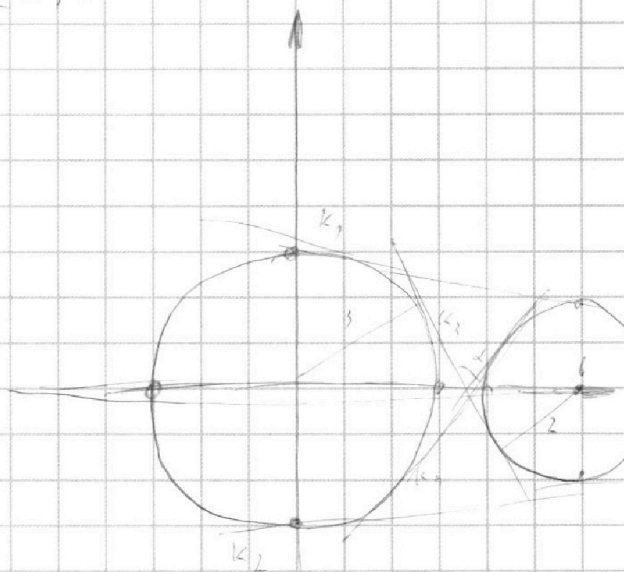
$$y = -\frac{a}{2}x + \frac{3}{2}6$$

$$a \in (k_3; k_4)$$

$$k_3 = -\frac{5}{\sqrt{6^2-5^2}} = -\frac{5}{\sqrt{11}}$$

$$k_4 = \frac{5}{\sqrt{11}}$$

$$\text{ответ: } -\frac{a}{2} \in \left(-\frac{5}{\sqrt{11}}; \frac{5}{\sqrt{11}}\right)$$



$$-\frac{5}{\sqrt{11}} < -\frac{a}{2} < \frac{5}{\sqrt{11}}$$

$$a < 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{2}{t^2} = 2\sqrt{t} - 16$$

$$t = a^2$$

$$f = -a^2$$

$$-t = a^2$$

$$\sqrt{-t} = a$$

$$\frac{2}{(-a^2)^2} = 2\sqrt{-t} - 16$$

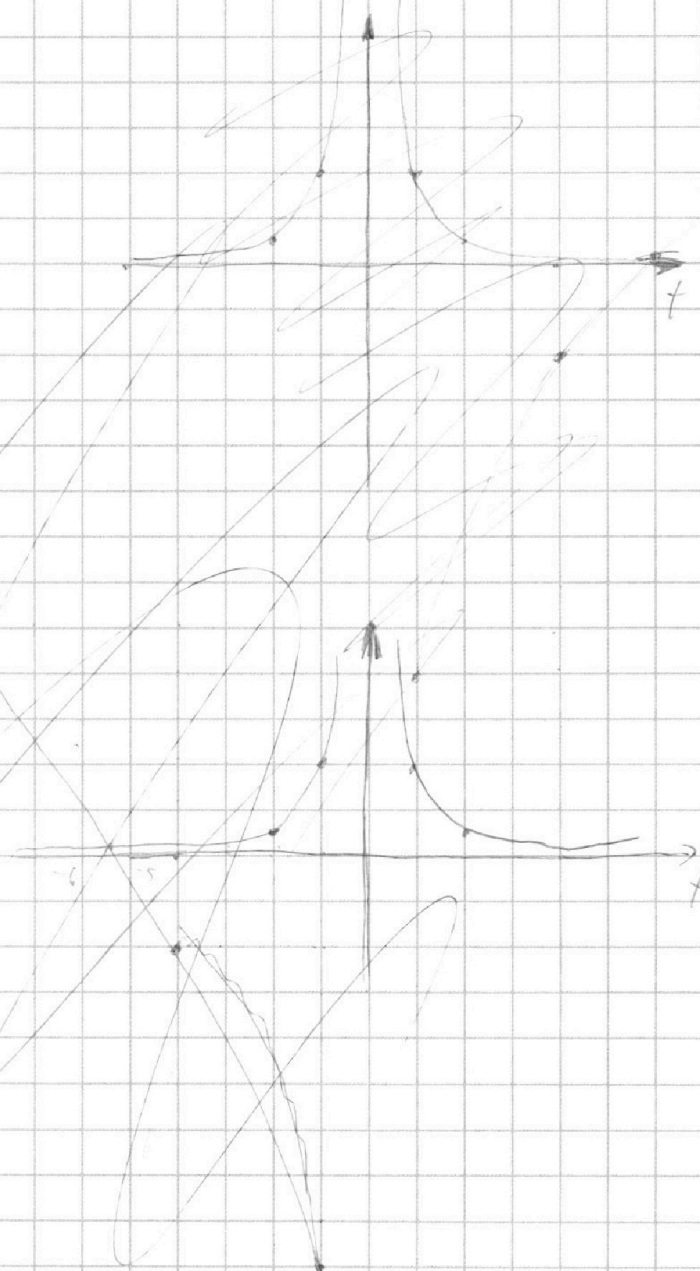
$$\frac{2}{t^2} = 2\sqrt{-t} - 16$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\sqrt{2,5} =$$
$$\sqrt{\frac{25}{10}} =$$
$$= \frac{5}{\sqrt{10}}$$

$$t^2 = 6,25$$

$$\frac{2}{6,25} = 2\sqrt{2,5} - 16$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{2}{a^4} + 7a = 5a - 7b$$

$$\frac{2}{a^4} + 4b = 7a - 7b$$

$$\frac{2}{a^4} + 7a + 7b = 0$$

$$\frac{2}{b^4} - 7b + 7a = 0$$

$$\frac{2}{a^4} + 7a + 7b = 0$$

$$a^4 - b^4 = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2) =$$

$$= (a - b)(a + b)(a^2 + b^2) =$$

$$\begin{cases} \frac{2}{a^4} + 7a + 7b = 0 \\ \frac{2}{b^4} - 7b + 7a = 0 \end{cases}$$

$$xy = \log_3 xy =$$

$$\frac{1}{a^4} - \frac{2}{b^4} + 7(a + b) = 0$$

$$= \frac{\log_3 xy + \log_3 y}{5} =$$

$$7(a + b) = \frac{2(a^4 - b^4)}{a^4 b^4}$$

$$a = -b$$

$$= \frac{\log_3 y + \log_3 y}{5} = \frac{3}{5} = \frac{3}{5}$$

$$7a^4 b^4 = 2(a - b)(a^2 + b^2)$$

$$7a^4 b^4 = 2(a - b)(a^2 + b^2)$$

$$a - b = \alpha$$

$$a - b = 2a$$

$$ab = \beta$$

$$ab = -a^2$$

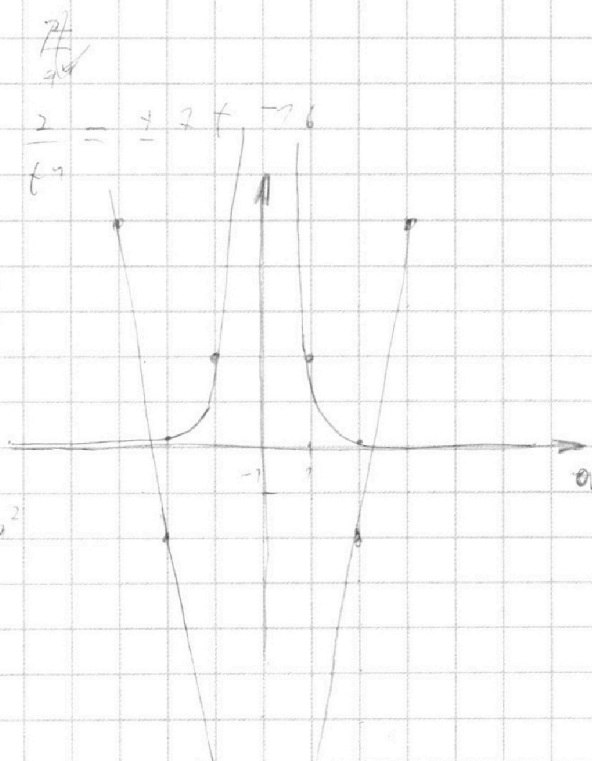
$$7\beta^4 = 2\alpha(\alpha^2 + 2\beta)$$

$$7\beta^4 = 2\alpha^3 + 4\alpha\beta$$

$$2\alpha^3 + 4\alpha\beta - 7\beta^4 = 0$$

$$-6\alpha^3 + 10\alpha^3 - 7\alpha^2 = 0$$

$$8 = 2a^5 \quad a = \sqrt[5]{2}$$



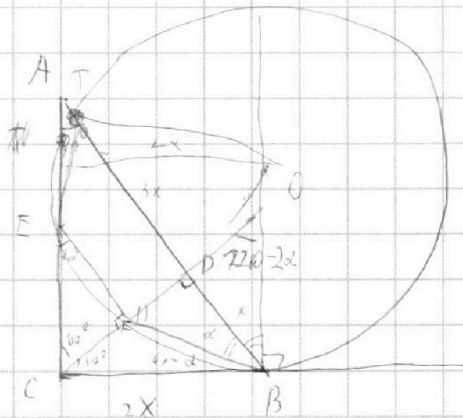
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



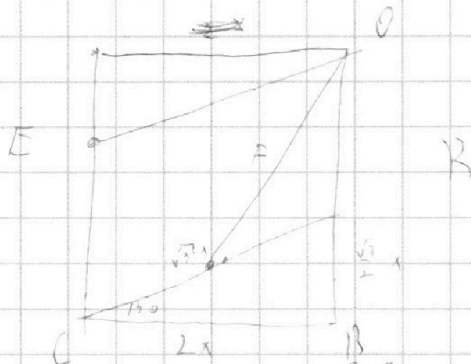
$$ET = FB$$

$$720 - 7x = d$$

$$x = 90$$

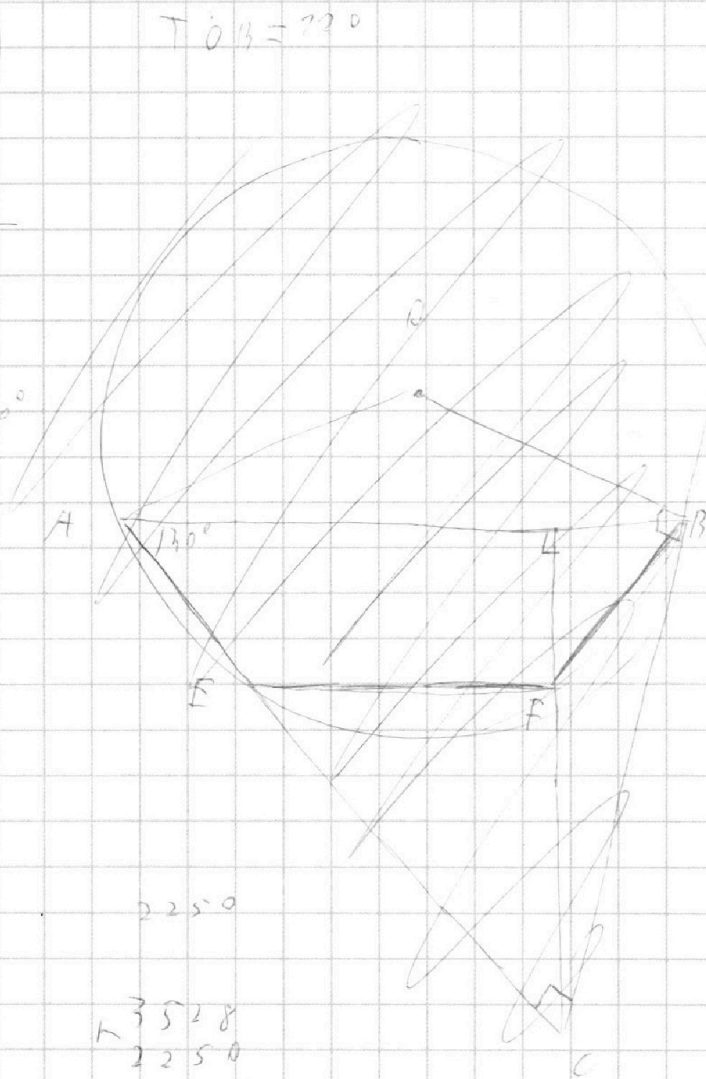
$$720 - 7 \cdot 90 = 90^\circ$$

$$x = 90$$



$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 74 \\ \hline 220 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 726 \\ 28 \\ \hline \times 7008 \\ 252 \\ \hline 3528 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 2250 \\ \times 3528 \\ \hline 5778 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

NS

$$\begin{cases} \log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_x^{24} 3 - 8 \\ \log_3^4 (5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{5y}^{11} (3^{11}) - 8 \end{cases}$$

~~$$\log_3 x = a$$~~

$$6 \log_x 3 = 6a$$

$$\log_x^{24} 3 = \frac{1}{5} \log_x 3^5 = \frac{5}{2} a$$

~~$$6 \log_x 3$$~~

$$\log_x^4 x = \frac{1}{24}$$

$$\log_3 5y = \frac{1}{6}$$

$$\log_3 x = \frac{1}{6}$$

$$\log_3^{11} 3 = \frac{11}{6}$$

$$2 \log_{5y} 3 = 2b$$

$$\log_{5y}^{11} 3^{11} = \frac{11}{2} b$$

$$\log_{5y}^4 5y = \frac{1}{64}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{24} + 6a = \frac{5}{2} a - 8 \\ \frac{1}{64} + 2b = \frac{11}{2} b - 8 \end{cases}$$