



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^9 3^{10} 5^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{14} 3^{13} 5^{13}$ ,  $ac$  делится на  $2^{19} 3^{18} 5^{30}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $BC$  в точке  $B$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $F$ , а катет  $AC$  – в точке  $E$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AD : DB = 3 : 1$ . Найдите отношение площади треугольника  $ABC$  к площади треугольника  $CEF$ .
3. [4 балла] Решите уравнение  $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$ .
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-14; 42)$ ,  $Q(6; 42)$  и  $R(20; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$ .
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1, BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 90,  $SA = BC = 12$ .
  - а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1, BB_1$  и  $CC_1$ .
  - б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 4$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b, c \mid ab: 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$$

$$bc: 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$$

$$ac: 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

Все  $x_i, y_i, z_i \in \mathbb{N}$

$\min(a, b, c)$

Сначала рассмотрим только степени 2:

$$\left. \begin{aligned} ac &= 2^{19} \cdot x \\ ab \cdot bc &= 2^9 \cdot y \cdot 2^{14} \cdot z = 2^{23} \cdot z \cdot y \end{aligned} \right\} \frac{abc^2}{ac} = \frac{2^{23} \cdot 2 \cdot y}{2^{19} \cdot x} \quad b = 2^{\frac{4}{2}} \cdot \frac{2 \cdot y}{x} = 2^2 \cdot \frac{y}{x}$$

Тогда вхождение числа 2 в  $b$  имеет степень 2, тогда  $b \mid a = 9 - 2 = 7$ , а в  $c = 14 - 2 = 12$

$$\text{Получается } a = 2^7 \cdot a_1, \quad b = 2^2 \cdot b_1, \quad c = 2^{12} \cdot c_1 \Rightarrow abc = 2^{21} \cdot a_1 b_1 c_1$$

Теперь посмотрим только на степени 3:

$$\left. \begin{aligned} bc \cdot ac &= 3^{13} \cdot x_1 \cdot 3^{18} \cdot x_2 \\ ab &= 3^{10} \cdot x_3 \end{aligned} \right\} \frac{abc^2}{ab} = \frac{3^{13} \cdot 3^{18} \cdot x_1 \cdot x_2}{3^{10} \cdot x_3} = \frac{3^{21} \cdot x_1 \cdot x_2}{x_3} = c^2$$

Значит или в  $x_3$  содержится 3 в какой-то степени или степень 3 в  $c$  не менее 11.

1) Если  $c = 3^{11} \cdot c_1$ , где  $c_1 \not\vdash 3$

$$\Rightarrow a = 3^7 \cdot a_2 \Rightarrow b = 3^3 \cdot b_2 \Rightarrow abc = 3^{21}$$

2) Если в  $x_3$  есть  $3^k$ , то  $ab: 3^{10} \cdot 3^k$ , где  $k \geq 1, k \in \mathbb{N}$

$$\Rightarrow c^2 = 3^{21-k} \cdot c_3, \quad ab = 3^{10+k} \cdot x_4, \quad bc = 3^{13} \cdot z_3, \quad ac = 3^{18} \cdot z_4$$

$$\Rightarrow abc = 3^{21} \cdot z_5 \Rightarrow \text{Минимальная степень } 3 - 21.$$

Теперь посмотрим на степени 5:

Заметим, что  $ac: 5^{30}$  тогда  $abc: 5^{10}$

Пусть например  $a: 5^n$ ,  $c: 5^{19}$ , тогда  $ab: 5^{10}$ ,  $bc: 5^{13}$ , а  $b \not\vdash 5$

Тогда это пример на вхождение числа 5 со степенью 30, а меньше быть не может  $\Rightarrow 30$ .

Соберем:

$$abc: 2^{21}, \quad abc: 3^{21}, \quad abc: 5^{30} \Rightarrow abc: 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}, \text{ т.к. числа } 2, 3, 5 - \text{взаимно простые} \Rightarrow \min(abc) = 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$$

$$\text{Ответ: } 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $CD \perp AB$ , окружность кас  $BC$  в т.  $B$ , и  $BC$ .  $CD = F$ , и  $AC = E$   
 $AB \parallel EF$ ,  $AD:DB = \frac{3}{1}$

Найти:  $S_{\triangle ABC} / S_{\triangle CEF} = ?$

Решение:

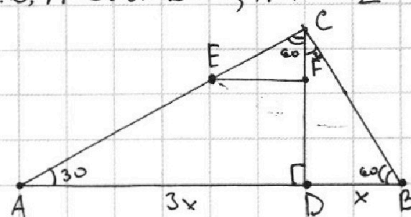
1)  $AD = 3x$ ,  $DB = x$

2) По теореме  $CD = \sqrt{AD \cdot DB} = \sqrt{3x \cdot x} = x\sqrt{3}$

3)  $\triangle ACD$ :  $AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{9x^2 + 3x^2} = 2x\sqrt{3}$

4)  $\triangle DCB$ :  $CB = \sqrt{CD^2 + DB^2} = \sqrt{3x^2 + x^2} = 2x$

5)  $\triangle ABC$ :  $AB = 4x$ ,  $BC = 2x \Rightarrow \angle A = 30^\circ \Rightarrow \angle B = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin(\cos x) = \frac{x + \frac{\pi}{2}}{5}$$

$$\cos x = \sin\left(\frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}\right)$$

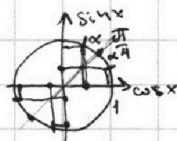
$$\begin{cases} \frac{\pi}{4} + \pi k + \alpha = x, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{\pi}{4} + \pi k - \alpha = \frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$+$$

$$\frac{\pi}{2} + 2\pi k = \frac{6x}{5} + \frac{\pi}{10}, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{5}{6} \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{10} + 2\pi k \right), k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{3} + \frac{5\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$$



Из окружности видно, что если

$x$  и  $\frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}$  будут симметричны

относительно  $\frac{\pi}{4} + \pi k$ , то взав

$\cos$  и  $\sin$  от этих величин, они будут равны.

это как раз нам и нужно.

~~Получим уравнение:~~

Подставим в уравнение:

$$\arcsin(\cos x) = \frac{\pi}{3} + \frac{5\pi k}{3} + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{3}$$

Область значений функции  $\arcsin \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

Поэтому получается неравенство:

$$-\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{3} \leq \frac{\pi}{2} \cdot \frac{2}{\pi}$$

$$-1 \leq \frac{1}{3} + \frac{2}{3}k \leq 1 \cdot 3$$

$$-3 \leq 1 + 2k \leq 3$$

$$-4 \leq 2k \leq 2$$

$$-2 \leq k \leq 1 \Rightarrow k = -2; -1; 0; 1 \text{ т.к. } k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Тогда } x_1 = \frac{\pi}{3} + \frac{5\pi}{3} \cdot (-2) = -3\pi$$

$$x_2 = \frac{\pi}{3} + \frac{5\pi}{3} \cdot (-1) = -\frac{4\pi}{3}$$

$$x_3 = \frac{\pi}{3} + \frac{5\pi}{3} \cdot 0 = \frac{\pi}{3}$$

$$x_4 = \frac{\pi}{3} + \frac{5\pi}{3} \cdot 1 = 2\pi$$

$$\text{Ответ: } x_1 = -3\pi, x_2 = -\frac{4\pi}{3}; x_3 = \frac{\pi}{3}; x_4 = 2\pi$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

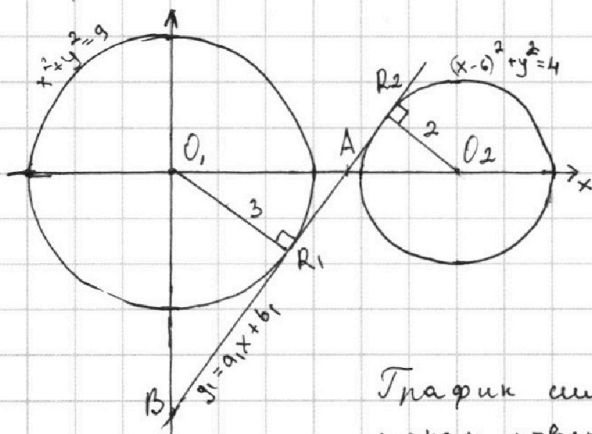
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax+2y-3b=0 \\ (x^2+y^2-9)(x^2+y^2-12x+32)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ax+2y-3b=0 \\ \begin{cases} x^2+y^2=9 \\ (x^2-12x+36)+y^2=4 \end{cases} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ax+2y-3b=0 & (1) \\ x^2+y^2=9 & (2) \\ (x-6)^2+y^2=4 & (3) \end{cases}$$

Заметим, что 1 уравнение в графическом представлении является прямой, а 2 и 3 являются уравнениями окружностей.



Проведем общую касательную к 2 окружностям:  $y=a_1x+b_1$ ,  $a_1>0, b_1<0$ .  
Заметим, если у множества прямых коэффициент перед  $x$  будет  $\geq a_1$ , то мы не сможем подобрать такой свободный член, чтобы система имела ровно 4 решения.

График симметричен оси  $OX$ , поэтому мы также можем утверждать, что коэффициент перед  $x$  не может быть  $\leq -a_1$ , т.к. мы снова не сможем подобрать

свободный член для достижения условия задачи.

Преобразуем (\*) уравнение:

$$y = -\frac{a_1}{2}x + \frac{3}{2}b_1$$

Тогда получается двойное неравенство:

$$-a_1 < -\frac{a_1}{2} < a_1$$

$$-2a_1 < -a_1 < 2a_1$$

$$-2a_1 < a < 2a_1$$

Осталось найти  $a_1$ .

Рассмотрим  $\triangle O_1R_1A$  и  $\triangle O_2R_2A$ , они подобны по 2 углам

$$\frac{O_1A}{O_2A} = \frac{O_1R_1}{O_2R_2} \Rightarrow \frac{O_1A}{O_1O_2} = \frac{O_1R_1}{O_1R_1+O_2R_2} = \frac{3}{5} \Rightarrow O_1A = \frac{3}{5} \cdot 6$$

$$y = a_1x + b_1, y = 0, x = \frac{3 \cdot 6}{5} \Rightarrow \frac{18}{5}a_1 = -b_1$$

$$\triangle O_1R_1A: R_1A = \sqrt{O_1A^2 - O_1R_1^2} = \sqrt{\left(\frac{18}{5}\right)^2 - 9} = \frac{3}{5}\sqrt{11}$$

$$O_1R_1^2 = R_1B \cdot R_1A \Rightarrow R_1B = \frac{9 \cdot \frac{3}{5}}{3\sqrt{11}} = \frac{15}{\sqrt{11}}$$

$$\triangle B O_1 R_1: O_1B = \sqrt{O_1R_1^2 + BR_1^2} = \sqrt{9 + \frac{225}{11}} = 18/\sqrt{11}$$

$$y = a_1x + b_1, x = 0, y = -18/\sqrt{11} \Rightarrow b_1 = -18/\sqrt{11}$$

$$\frac{18}{5}a_1 = -b_1 = 18/\sqrt{11} \Rightarrow a_1 = \frac{5}{18} \cdot \frac{18}{\sqrt{11}} = \frac{5}{\sqrt{11}} \Rightarrow -2 \cdot \frac{5}{\sqrt{11}} < a < 2 \cdot \frac{5}{\sqrt{11}}$$

Ответ:  $a \in \left(-\frac{10}{\sqrt{11}}; \frac{10}{\sqrt{11}}\right)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \\ \log_3^4 (5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{(5y)^2} (3'') - 8 \end{cases} \begin{cases} x > 0, x \neq 1 \\ 5y > 0, 5y \neq 1 \end{cases}$$

$$243 = 3^5$$

$$(\log_3 x)^4 + 6 \left( \frac{\log_3 3}{\log_3 x} \right) = \log_{x^2} (3^5) - 8$$

$$\log_{x^2} (3^5) = \frac{5}{2} (\log_x 3), \text{ но } x > 0 \Rightarrow = \frac{5}{2} \log_x 3 = \frac{5}{2} \left( \frac{\log_3 3}{\log_3 x} \right)$$

$$(\log_3 x)^4 + 6 \left( \frac{1}{\log_3 x} \right) - \frac{5}{2} \left( \frac{1}{\log_3 x} \right) + 8 = 0$$

$$\log_3 x = t \Rightarrow 3^t = x$$

$$t^4 + \frac{6}{t} - \frac{5}{2t} + 8 = 0 \cdot 2t$$

$$2t^5 + 16t + 7 = 0 = f(t)$$

$$f'(t) = 10t^4 + 16 - \text{всегда} \geq 16 \Rightarrow \text{возрастает} \Rightarrow \text{пересечение}$$

$y = 0$  не более 1  $\Rightarrow$  не более 1 корня

Заметим  $f(-1) < 0$ ,  $f(0) > 0 \Rightarrow$  корень между  $-1$  и  $0$

$$3^t = x \Rightarrow x \text{ между } \frac{1}{3} \text{ и } 1$$

$$(\log_3 (5y))^4 + 2 \log_{5y} 3 = \log_{(5y)^2} (3'') - 8$$

$$(\log_3 (5y))^4 + \frac{2}{\log_3 (5y)} - \frac{11}{2 \log_3 (5y)} + 8 = 0$$

$$\log_3 5y = z$$

$$z^4 + \frac{2}{z} - \frac{11}{2z} + 8 = 0 \cdot 2z$$

$$2z^5 + 16z - 7 = 0 = f_1(z)$$

$$f_1'(z) = 10z^4 + 16 \text{ всегда} \geq 16 \Rightarrow \text{возрастает} \Rightarrow \text{пересечение с } y = 0$$

не более 1  $\Rightarrow$  не более 1 корня

Заметим  $f_1(0) < 0$ ,  $f_1(1) > 0 \Rightarrow$  корень между  $0$  и  $1$

$$3^z = 5y \Rightarrow 5y \text{ между } 1 \text{ и } 3$$

Тогда  $x \cdot 5y$  между  $\frac{1}{3}$  и  $3 \Rightarrow xy$  между  $\frac{1}{15}$  и  $\frac{3}{5}$

Теперь посмотрим на уравнения:

$$2t^5 + 16t + 7 = 0 \text{ и } 2z^5 + 16z - 7 = 0$$

Пусть  $a$  - решение первого уравнения, тогда:

$$2 \cdot a^5 + 16 \cdot a + 7 = 0. \text{ Подставим } -a \text{ во второе:}$$

$$-2 \cdot a^5 - 16a - 7 = -(2 \cdot a^5 + 16a + 7) = -(-7) = 0 \text{ т.е. } -a \text{ - реше-}$$

ние второго уравнения. Тогда

$$x = 3^a, 5y = 3^{-a} \Rightarrow x \cdot 5y = 3^a \cdot 3^{-a} = \frac{3}{3^2} = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{5}$$

Применяя условия на  $x$  и  $y$  выполняются.

Ответ: единственное возможное произведение  $= \frac{1}{5} = xy$



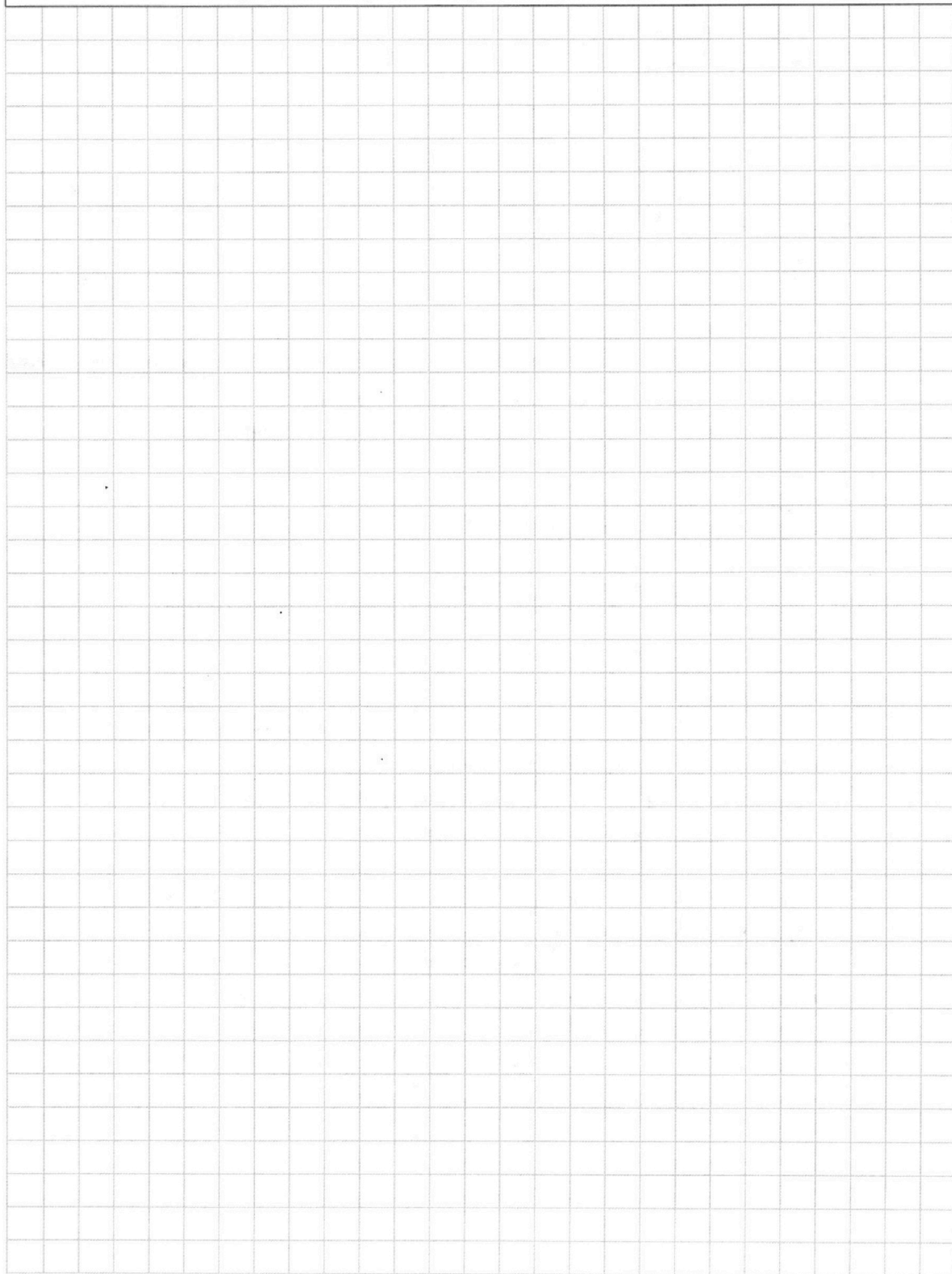
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





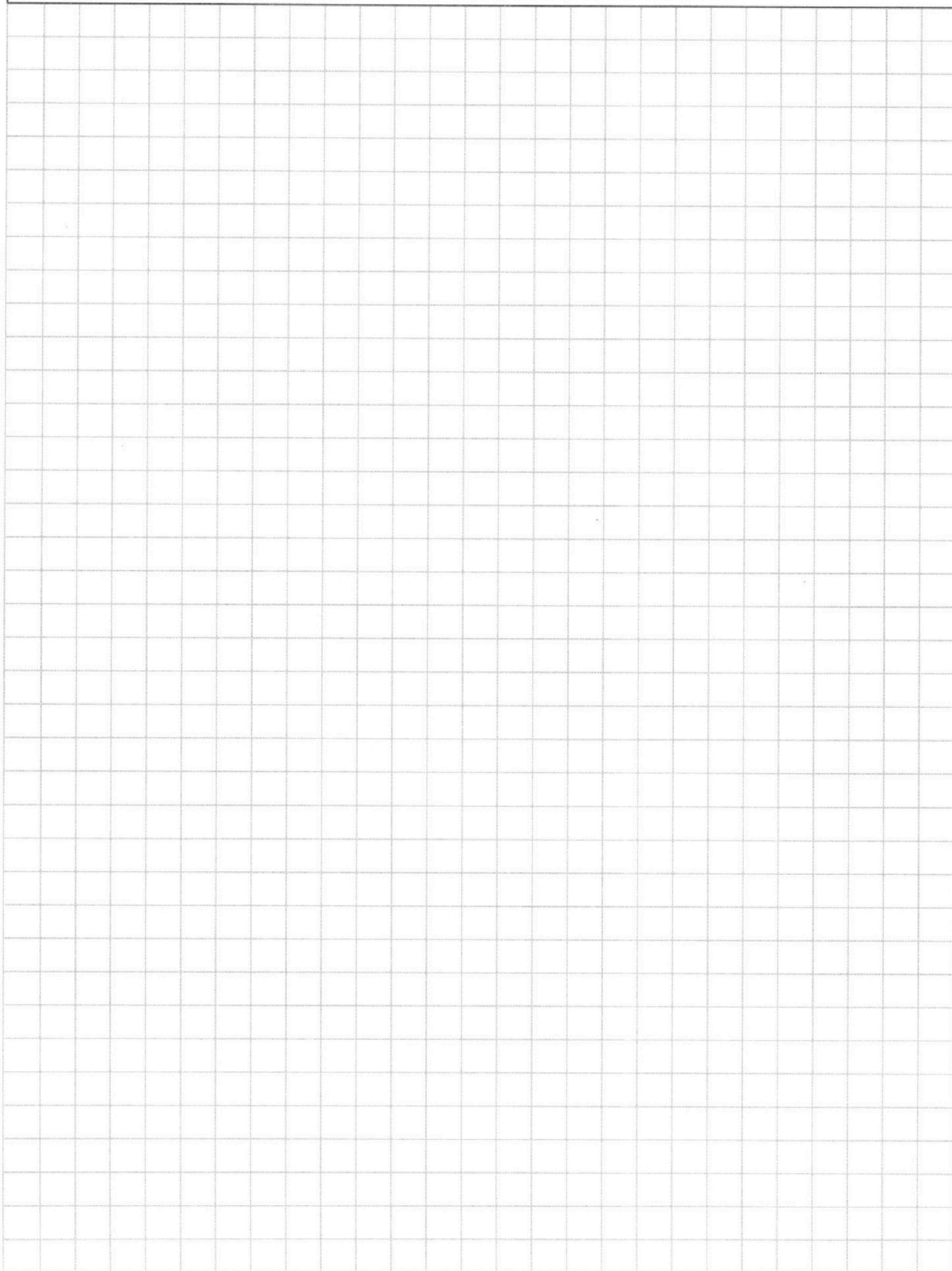
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

 **МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





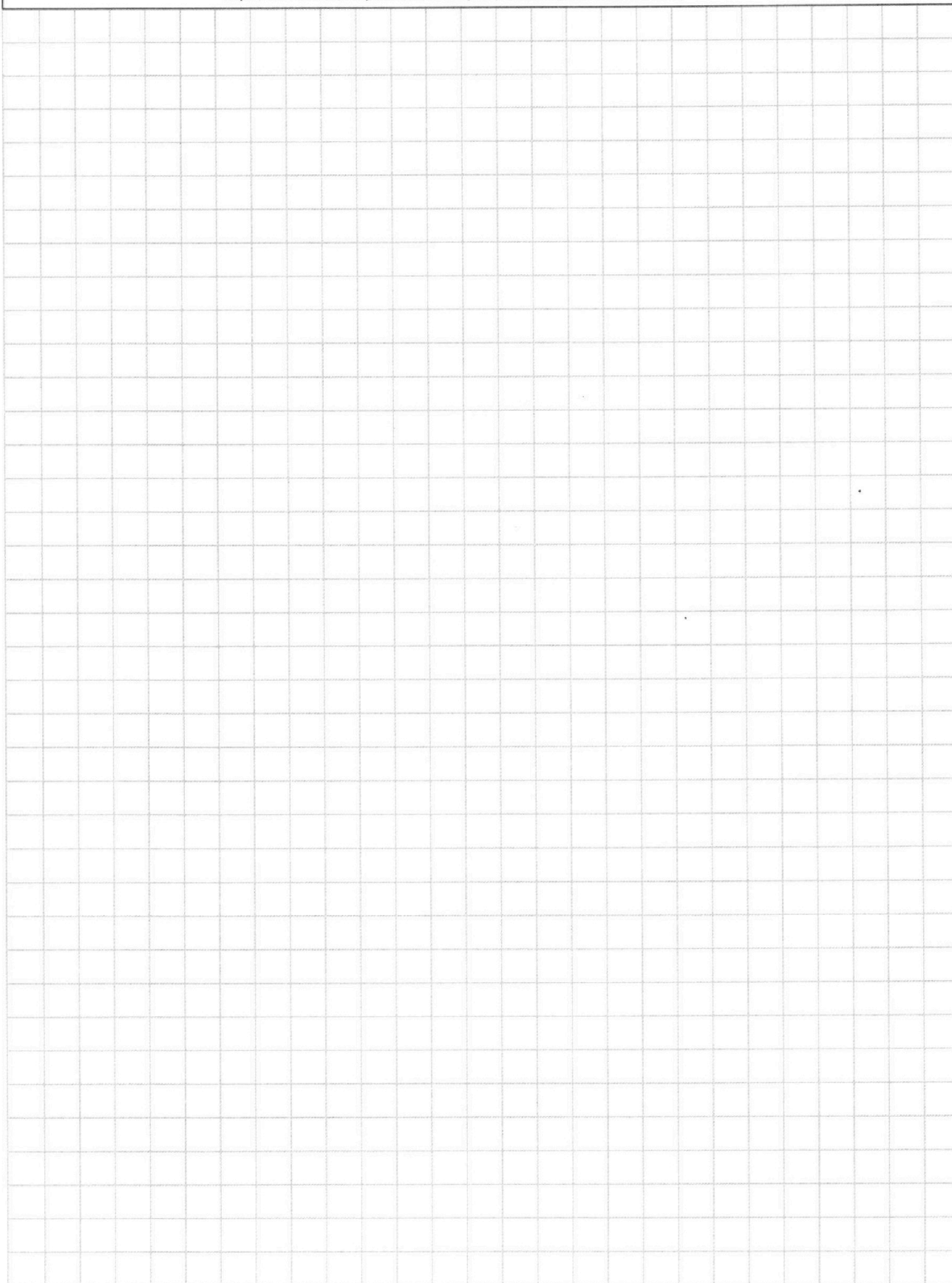
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

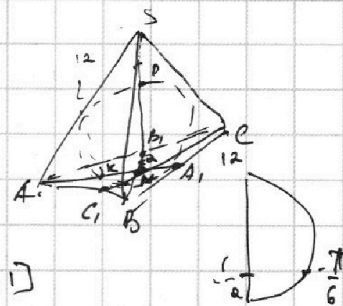
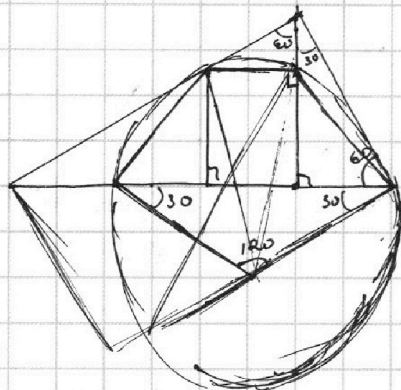
$$9 \cdot 9 \cdot 3 = 81 \cdot 3 = 243 = 3^5$$

$$2^4 + \frac{6}{2} =$$

$$3: 1 + 6 = 7 - 8 \neq$$

$$S_3: \frac{1}{16} + 12 = 5 - 8$$

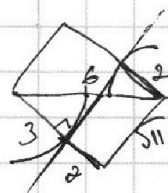
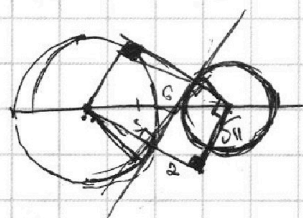
$$16 + 1 = \frac{11}{2} - 8$$



$$\sin \in [-1; 1]$$

$$\arcsin$$

$$\frac{\pi}{3} + \frac{5\pi k}{3} + \frac{\pi}{2}$$



$$\frac{Ax_1 + By_1 + c}{\sqrt{A^2 + B^2}} = 2$$

$$\arcsin(\cos)$$

$$-\frac{\pi}{2} : \frac{\pi}{2} : \frac{\pi}{2} + \frac{\pi k}{3}$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$$

$$\arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\cos x = \sin\left(\frac{x + \frac{\pi}{2}}{5}\right)$$

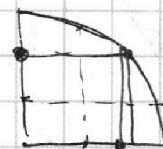
$$\begin{cases} \frac{\pi}{4} + \alpha = x \\ \frac{\pi}{4} - \alpha = \frac{x + \frac{\pi}{2}}{5} \end{cases}$$

$$+ \frac{\pi}{2} = x + \frac{x}{5} + \frac{\pi}{2.5}$$

$$2\pi k \frac{2\pi}{5} = \frac{6x}{5} \Rightarrow x = \frac{1}{3}\pi$$

$$\cos x - \sin x$$

$$\sin x \cos - \cos x \sin$$

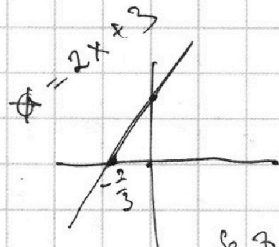
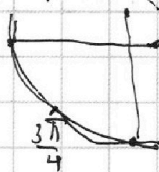


$$\cos 60 = \frac{1}{2}$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{10} = \frac{5-1}{10} = \frac{2}{5}$$



$$y = ax + b$$

$$-\frac{a_1}{b_1} = \frac{18}{5}$$

$$-7 < -x < 7$$

$$-7 < x < 7$$

$$= 18^2 = 324$$

$$\left(\frac{18}{5}\right)^2 - 9$$

$$\frac{9 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 2 - 9 \cdot 25}{25}$$

$$\frac{9(36 - 25)}{25}$$

$$9 = \frac{3 \cdot 5}{5} = x$$

$$\frac{15}{5} = x$$

$$\sqrt{\frac{225}{121} \pm 9}$$

$$\frac{225 + 1089}{121}$$

$$\frac{99}{1089}$$

$$\frac{121}{1089} \cdot \frac{99}{1089}$$

$$\frac{133}{166}$$

$$-\frac{9}{3} = -3$$

