



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .

3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-17;68)$, $Q(2;68)$ и $R(19;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1.

Заметим: т.к. $a, b, c \in \mathbb{N}$ и их произведение — число, то

~~можно~~ $ab = k \cdot 2^{13}$

$$ab = k \cdot 2^4 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$bc = p \cdot 2^{12} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$ac = r \cdot 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43}$$

предположим $a = k_1 \cdot 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z$ $\left(\begin{array}{l} x \in [0; 7] \\ y \in [0; 11] \\ z \in [0; 14] \end{array} \right)$

тогда $b = k_2 \cdot 2^{8-x} \cdot 3^{11-y} \cdot 5^{14-z}$

$$c = k_3 \cdot 2^{6+x} \cdot 3^{4+y} \cdot 5^{4+z}$$

$$\left(\begin{array}{l} k_3 \cdot k_2 = p \\ k_3, k_2 \in \mathbb{N} \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{l} k_1 \in \mathbb{N} \\ k_1 \neq k_2 \\ k_1 \cdot k_3 = k \\ k_3 \in \mathbb{N} \end{array}$$

так
можно считать
всегда и $a, b, c \in \mathbb{N}$

тогда $ac = k_1 \cdot k_3 \cdot 2^{6+x} \cdot 3^{4+y} \cdot 5^{4+z} = r \cdot 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43}$

1

Заметим: т.к. $a, b, c \in \mathbb{N}$, то $\sqrt{ab \cdot bc \cdot ac} = \underbrace{abc}_{\in \mathbb{N}}$

т.е. если $ab = k \cdot 2^4 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$
 $bc = p \cdot 2^{12} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$
 $ac = r \cdot 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43}$ $\left(k, p, r \in \mathbb{N} \right)$

$$\begin{aligned} \text{то их произв} &= abc = \sqrt{kpr \cdot 2^{4+12+14} \cdot 3^{11+15+17} \cdot 5^{14+18+43}} = \\ &= \sqrt{kpr \cdot 2^{30} \cdot 3^{43} \cdot 5^{75}} = 2^{15} \cdot \sqrt{kpr \cdot (3^{21})^2 \cdot 5^{52}} \cdot 5 = \\ &= 2^{15} \cdot 3^{21} \cdot 5^{37} \cdot \sqrt{kpr \cdot 15}, \text{ т.к. } abc \in \mathbb{N}; k, p, r \in \mathbb{N} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

то нам нам ~~знам~~ для $\sqrt{kpr \cdot 15} = \sqrt{15 \cdot 15} = 15$

т.е. $k \cdot p \cdot r = 15$, тогда $\min abc = 2^{14} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$

~~пример: $k=1, p=3, r=5$~~

тогда нам нам ~~знам~~ для $\sqrt{kpr \cdot 15}$, при этом

чтобы $abc \geq ac; bc; ab$ должно быть $\sqrt{15 \cdot 15 \cdot 5^{10}} =$

$= 5 \cdot 3 \cdot 5^5$, тогда $\min abc = 2^{12} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

пример: $a = 5^{14} \cdot 3^5 \cdot 2^4$

$b = 5^0 \cdot 3^6 \cdot 2^3$

$c = 5^{20} \cdot 3^{11} \cdot 2^{10}$

Ответ: $2^{12} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$



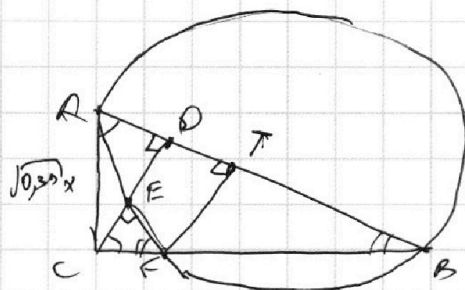
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$AD = 0,3x$$

$$DB = x.$$

$DE \parallel AB \Rightarrow ABFE$ - трап, при чем $p \perp d$, т.к. BM в $ABFE \Rightarrow$

$$\Rightarrow AD = TB = 0,3x$$

$$\text{так как } DT = EF = 0,4x$$

$FE \parallel AB \Rightarrow OCEF$ - трап и $\sim \triangle OBC \sim \triangle OEF \Rightarrow$
 $\Rightarrow \triangle OEF \sim \triangle OAD$

$$AD = 0,3x$$

$$EF = 0,6x$$

$$AC = \sqrt{0,3^2 x^2 + 0,6^2 x^2} \text{ (из пог. } AA' \perp AC \text{)}$$

$$\Rightarrow AC$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



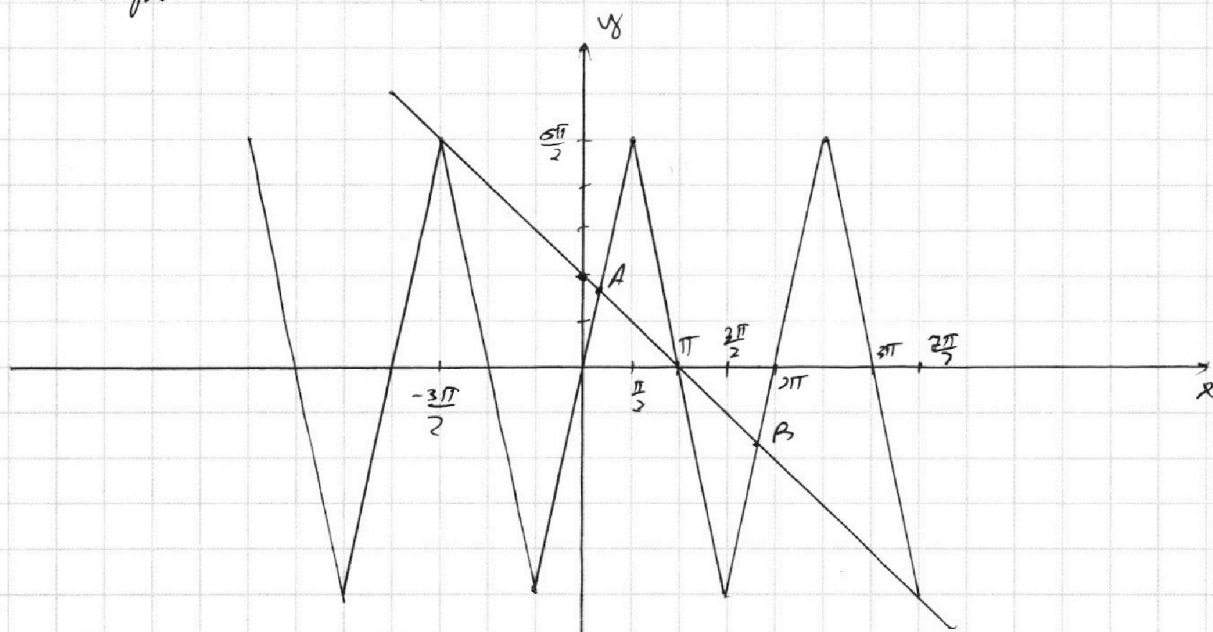
23

$$5 \arcsin(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$5\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin x)\right) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\pi - x = 5 \arcsin(\sin x)$$

Построим л.т. и п.с



Заметим: очевидны корни: $-\frac{3\pi}{2}$; π ; $\frac{7\pi}{2}$

найдем оставшиеся 2 корня

$$x_A \in (0; \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \arcsin(\sin x_A) = x_A$$

$$\text{тогда } \pi - x_A = 5x_A$$

$$\underline{x_A = \frac{\pi}{6}}$$

$$x_B \in (\frac{3\pi}{2}; 2\pi) \Rightarrow \arcsin(\sin x_B) = x_B - 2\pi$$

$$\text{тогда } \pi - x_B = 5x_B - 10\pi$$

$$6x_B = 11\pi$$

$$\underline{x_B = \frac{11\pi}{6}}$$

Ответ: $(-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{6}; \pi; \frac{11\pi}{6}; \frac{7\pi}{2})$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Заметим, если т. перес. $\varnothing$ прямой и $Ox \leq -\frac{1}{3a}$, т.е. $\frac{1}{3a} \geq -\frac{1}{3a}$ т. перес. $\varnothing$ $\varnothing$ $\varnothing$

$$\begin{cases} 0 = -\frac{1}{3a}x + \frac{2b}{3a} \\ x \leq -\frac{1}{3a} \end{cases} \text{ это достаточно}$$

уловия, что коэфф. этой прямой будет

по модулю $<$ чем $K_{\text{кас}}$ при прямой с таким $K_{\text{кас}}$ т.е.

$$\begin{cases} x = \frac{1}{3a} \\ \frac{1}{3a} \leq -\frac{1}{3a} \\ \text{по модулю } \left| -\frac{1}{3a} \right| \leq \frac{3}{\sqrt{(2b)^2 - 4}} \end{cases}$$

и, если т. перес. прямой и $Ox \geq -\frac{1}{3a}$, т.е.

$$\begin{aligned} \text{или} \\ x = \frac{1}{3a} \\ \frac{1}{3a} \geq -\frac{1}{3a} \end{aligned}$$

то будет достаточно условия, что

коэфф. кас. этой прямой будет по модулю $<$ чем $K_{\text{кас}}$ при прямой с таким $K_{\text{кас}}$ т.е.

$$\begin{aligned} \text{т.е.} \\ x = \frac{1}{3a} \\ \frac{1}{3a} \geq -\frac{1}{3a} \end{aligned}$$

$$\left| -\frac{1}{3a} \right| < \frac{2}{\sqrt{(2b+2)^2 - 4}}$$

или же т. перес. прямой и $Ox \in (-\frac{1}{3a}, \frac{1}{3a})$, т.е. $\frac{1}{3a} > -\frac{1}{3a}$ т. перес. $\varnothing$ $\varnothing$ $\varnothing$

будет кас, т.е. если взять 1) прямую, то с ней будет перес. в 2-х т. 2-ую окр, то первую отсюда можно пересекать и другая окружность 2) аналогично

3) т.е. при x стоит коэфф. $-\frac{1}{3a}$, то прямая, пар. Ox $\varnothing$ $\varnothing$ $\varnothing$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

н) Круги γ перес. внеш. кр. Тусом эти две прямые
кас. друг друга в γ . $A \in B$ и $C \in D$ соот.

тогда $\angle AOB = 14^\circ$, $\angle COD = 7^\circ$ ($k = \frac{2}{3} \Rightarrow$)

$$\Rightarrow \frac{|x_0|}{|x_0|} = \frac{2}{3} \quad \left| \Rightarrow x_0 = 14^\circ; \text{ м.р. } x(-21; 0) \right.$$

Вспомог. то что я говорил пом. "замечка" в 1)
сл.

тогда т. перес. это -21 .

тогда сл. $x = 76$ т. перес. $(Ox) \leq -21$,

то. будет достаточно усл. $\left| -\frac{1}{3x} \right| < \frac{2}{\sqrt{(x+2)^2 - 4}}$, м.р.

при этом усл. прямая точка пересечения окр. $R=3$

Умова:

$$\text{сл. } \begin{cases} 76 \leq -21 \\ \text{или } -\frac{1}{3x} < \frac{2}{\sqrt{(x+2)^2 - 4}} \end{cases}$$

$$\text{сл. } \begin{cases} 76 \in [-21; -4] \\ \left| -\frac{1}{3x} \right| < \frac{2}{\sqrt{(x+2)^2 - 4}} \end{cases}$$

$$\text{сл. } \begin{cases} 76 \geq -4 \\ \left| -\frac{1}{3x} \right| < \frac{2}{\sqrt{(x+2)^2 - 4}} \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

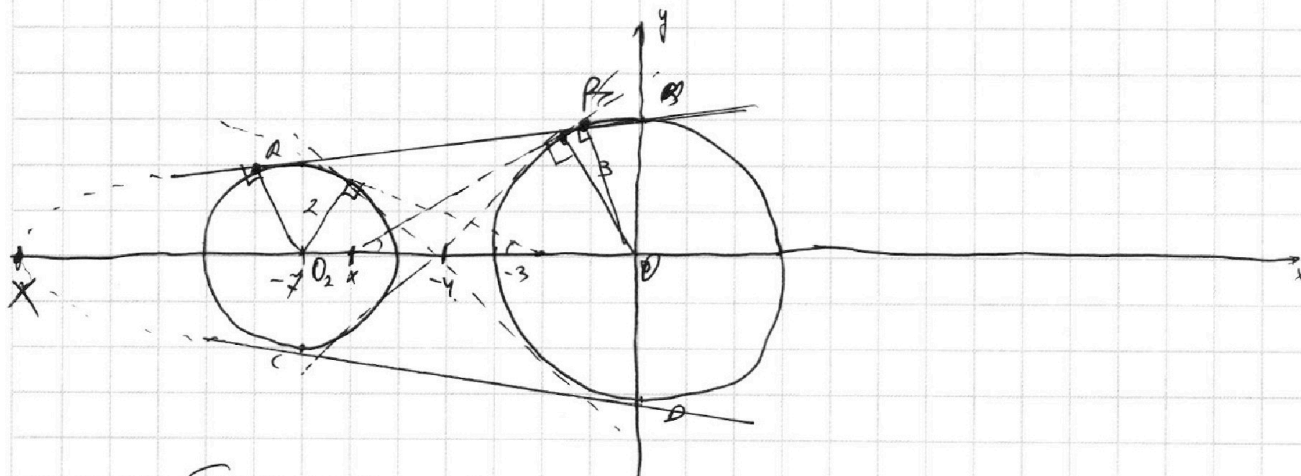
24

$$\begin{cases} x+3ay-2b=0 & (1) \\ (x^2+14x+y^2+45)(x^2+y^2-9)=0 & (2) \end{cases}$$

(2) $x^2+14x+y^2+45=0$ или $x^2+y^2=9$
 $x^2+14x+49+y^2=4$ $\text{окр } (C, (-7, 0) \cup R=2$
 $(x+7)^2+y^2=2^2$
 $\text{окр } (C, (-7, 0) \cup R=2$

1) $3ay = -x + 2b$
 если $a=0$
 то $x=2b$ — прямая параллельна Oy. она не может нигде пересек
 окружности AB и CD из (2) $\Rightarrow a \neq 0$ по условию

2) если $a \neq 0$
 $y = -\frac{1}{3a}x + \frac{2b}{3a}$



чтобы у сист было 4 р-а, должно быть 4 т. перес прямой
 из (1) и функ. окр из (2). т.е. каждая окр. прямая перес в
 2 найден ур-я обеих кр. прямых функ. этих окр. будет 4.
 это же условие: для AB и CD. AB: $\begin{cases} x^2+y^2=9 \\ y = -\frac{1}{3}x + 3 \end{cases}$
 и CD: $y = -\frac{1}{3}x + 3$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2(t_1 + t_2) \left(\underbrace{\dots}_{>0} + 4 \right) = 0$$

$$t_1 + t_2 = 0$$

$$t_1 = -t_2$$

$$\log_2 y + \log_2 6x = 0$$

$$\begin{cases} \log_2 6xy = 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6xy = 1 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = \frac{1}{6} \\ x > 0 \end{cases}$$

Заметим, что м.к. (1) и (2) — монотонны возраст φ -и

то у них не более одного корня, но т.к. у каждой

есть значения $x < 0$ и $x > 0$, то у (1) и (2) ровно

один корень

а значит

ровно одна пара

$$\begin{cases} \log_2 6x = t_1 \\ \log_2 y = t_2 \end{cases}$$

откуда ~~нет~~ ~~более~~

^{одна пара} ровно одна пара $(x, y) \Rightarrow$

$\Rightarrow$ ровно одно произ-
 $x \cdot y$

Что получим $\frac{1}{6}$

Ответ: $\frac{1}{6}$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~5

$$1) \log_2^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x} 7 - 4$$

$$\log_2^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 - \frac{2}{3} \log_{6x} 7 + 4 = 0$$

$$t_1 = \log_2^4(6x)$$

$$t_1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\log_2 6x} + 4 = 0$$

$$t_1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{t_1} + 4 = 0$$

Замени

$$t_1 = \log_2 6x$$

$$t_1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{t_1} + 4 = 0$$

$$\frac{2t_1^3 + 8t_1 - 7}{t_1} = 0$$

$$2t_1^3 + 8t_1 - 7 = 0 \quad (1)$$

$$(t_1 \neq 0)$$

$$2) \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4$$

$$\log_7^4 y + 6 \log_y 7 - \frac{5}{2} \log_y 7 + 4 = 0$$

$$\log_7^4 y + \frac{7}{2} \log_y 7 + 4 = 0$$

$$\log_7^4 y + \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{\log_7 y} + 4 = 0$$

Замени

$$t_2 = \log_7 y$$

$$t_2^4 + \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{t_2} + 4 = 0$$

$$\frac{2t_2^5 + 8t_2 + 7}{t_2} = 0$$

$$2t_2^5 + 8t_2 + 7 = 0 \quad (1)$$

$$(t_2 \neq 0)$$

$$\Rightarrow \text{сложим } (1) \text{ и } (2) \quad 2(t_1^5 + t_2^5) + 8(t_1 + t_2) + 7 - 7 = 0$$

$$2(t_1 + t_2)(\dots) + 8(t_1 + t_2) = 0$$



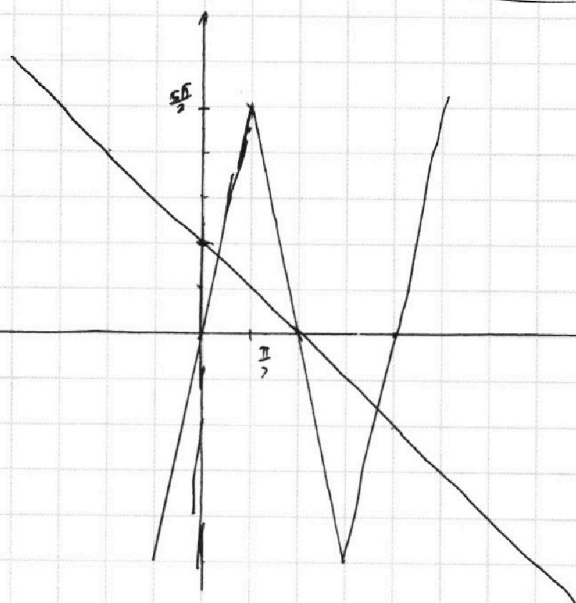
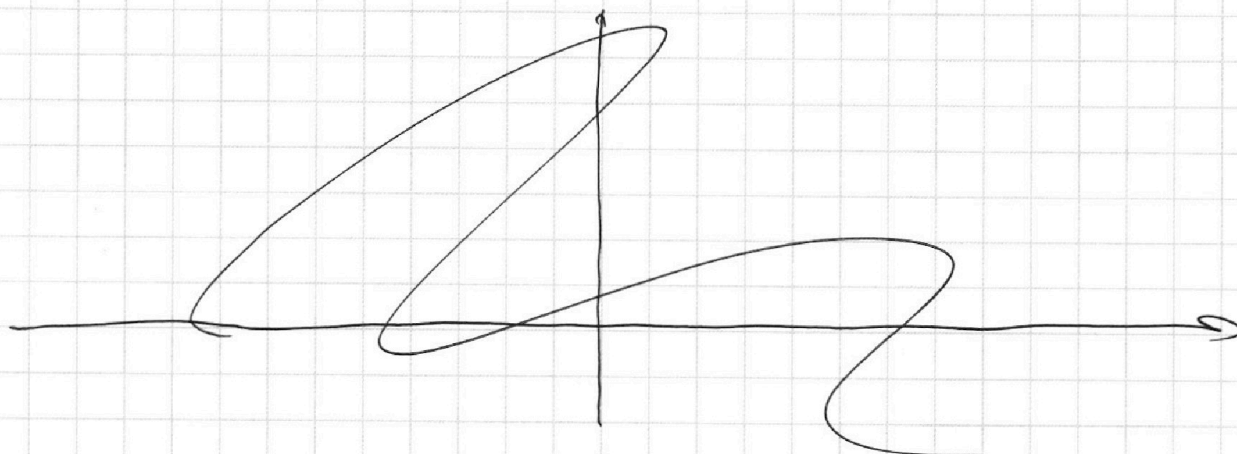
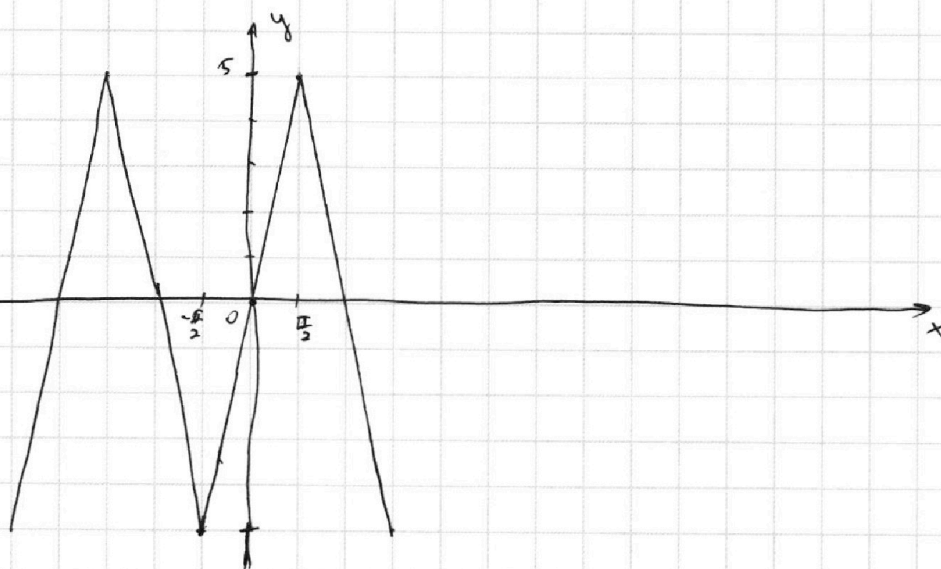
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

 **МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_7(6x) - 2 \cdot \frac{1}{\log_7 6x} = \log_{(6x)^2} (7^3) = 4$$

$$\frac{3}{2} \log_{6x} 7 = 1$$

$$\log_{6x}(6x) - 2 \log_{6x} 7 - \frac{3}{2} \log_{6x} 7 + 4 = 0$$

$$1 - \frac{2}{2} \cdot \frac{1}{t} + 4 = 0$$

$$2t^2 - 7 \cdot \frac{1}{t} + 8 = 0$$

$$\frac{2t^3 + 8t - 7}{t} = 0$$

$$t^3 + 6t - \frac{7}{2}t + 4 = 0$$

$$2t^3 + 7 \cdot \frac{1}{t} + 8 = 0$$

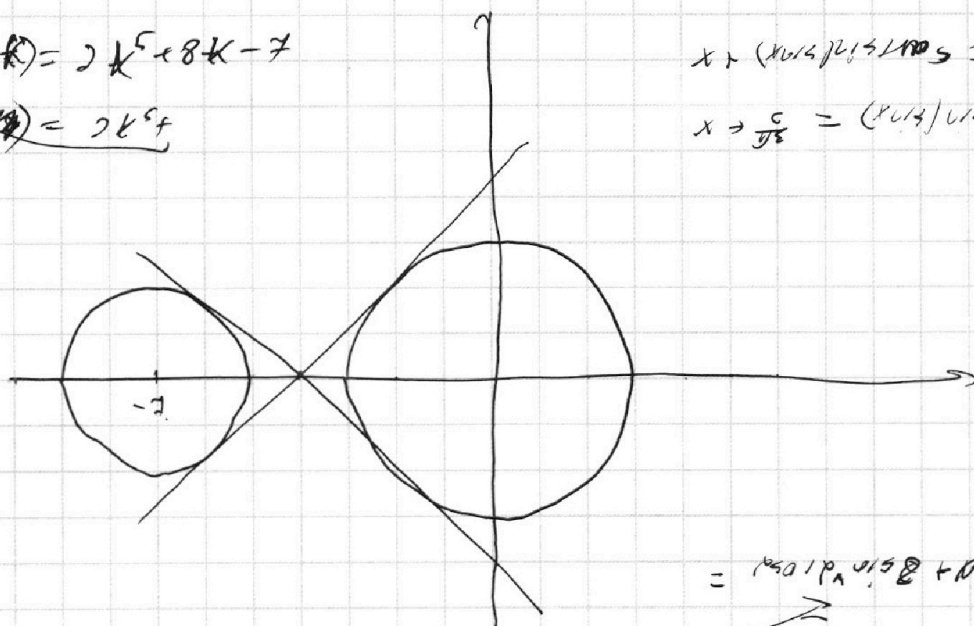
$$2(t_1 + t_2)(t_1 t_2) + 8(t_1 t_2) = 0$$

$$F(x) = 2x^5 + 8x - 7$$

$$F(x) = 2x^5 + 8x - 7$$

$$x \rightarrow (x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$x \rightarrow \frac{c}{\sqrt{3}} = (x_1, x_2, x_3) = \frac{c}{\sqrt{3}}$$



$$= \cos(\alpha) \cos(\beta) + \sin(\alpha) \sin(\beta) = \cos(\alpha - \beta)$$

$$= (\cos(\alpha) \cos(\beta) + \sin(\alpha) \sin(\beta)) \cos(\gamma) = \cos(\alpha) \cos(\beta) \cos(\gamma) + \sin(\alpha) \sin(\beta) \cos(\gamma)$$

$$= \cos(\alpha) \cos(\beta) \cos(\gamma) + \sin(\alpha) \sin(\beta) \cos(\gamma)$$

$$= \cos(\alpha) \cos(\beta) \cos(\gamma) + \sin(\alpha) \sin(\beta) \cos(\gamma)$$

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \leq 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x_1 \sin(\alpha) = (x_1 \sin(\alpha) \cos(\beta) \cos(\gamma) + \sin(\alpha) \sin(\beta) \cos(\gamma)) \cos(\gamma)$$

$$(x_1 \sin(\alpha) \cos(\beta) \cos(\gamma) + \sin(\alpha) \sin(\beta) \cos(\gamma)) \cos(\gamma)$$

$$\cos(\alpha) \cos(\beta) \cos(\gamma) + \sin(\alpha) \sin(\beta) \cos(\gamma)$$

$$x_1 \sin(\alpha) = (x_1 \sin(\alpha) \cos(\beta) \cos(\gamma) + \sin(\alpha) \sin(\beta) \cos(\gamma)) \cos(\gamma)$$



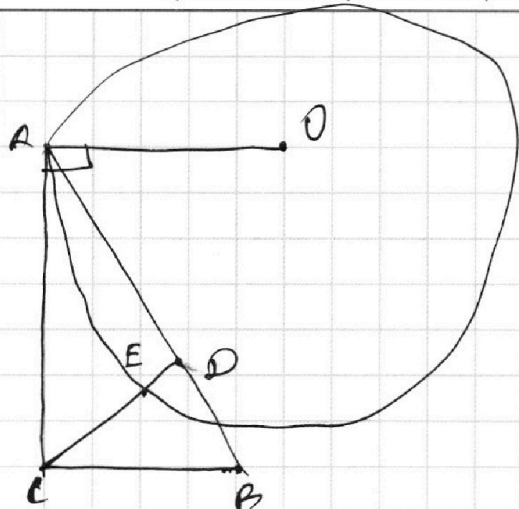
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

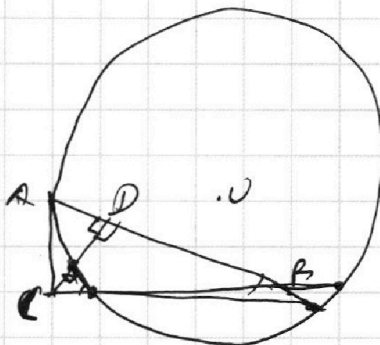
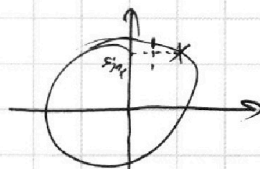
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



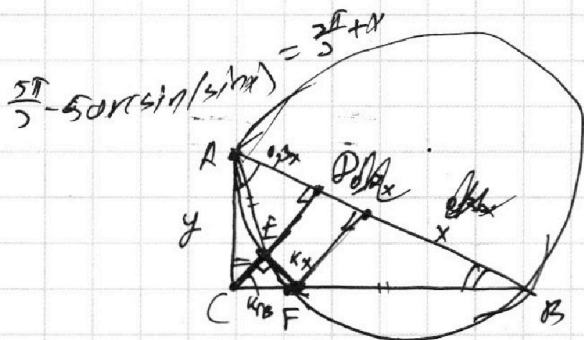
$$\frac{2\pi}{5} = \frac{3 \cdot 3,14}{2} = 3,15\pi$$



$$\arccos(\sin x) = \frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin x)$$

$$\triangle ACD \sim \triangle CFE$$

$$\arcsin x = \pi - x$$



$$x + \arcsin(\sin x) = \pi$$

$$\sqrt{1,69x^2 - y^2} = CB$$

$$\triangle ACD \sim \triangle BCE$$

$$k = \frac{0,3x}{y} = \frac{CD}{CB}$$

$$y^2 = k \cdot CB + CB$$

$$y^2 = k \cdot CB^2$$

$$y^2 = k \cdot (1,69x^2 - y^2)$$

$$y^2(k+1) = 1,69x^2$$

$$\frac{k+1}{k} = \left(\frac{1,3x}{y}\right)^2$$

$$0 = \left(\frac{0,3x}{y}\right) \cdot \frac{c}{a} + \left(\frac{0,3x}{y}\right) \cdot \left(\frac{0,3x}{y}\right) \cdot \left(\frac{0,3x}{y}\right)$$

$$0 = \left(\left(\frac{0,3x}{y}\right) \cdot \frac{c}{a} + \left(\frac{0,3x}{y}\right) \cdot \left(\frac{0,3x}{y}\right) \cdot \left(\frac{0,3x}{y}\right)\right)$$

$$\frac{0,3x}{y} \cdot \frac{c}{a} = \frac{0,3x}{y} \cdot \frac{c}{a} + \frac{0,3x}{y}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab: 2^9 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$bc: 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$ac: 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{23}$$

$$\sqrt{ab \cdot bc \cdot ac} = abc$$

б.р.т.

$$\begin{aligned} x &= 4 \\ y &= 7 \\ z &= \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ + 12 \\ \hline 43 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ + 12 \\ \hline 43 \end{array}$$

$$(x+y)^2 = 4 \text{ и } xy = 9$$

$$ab = k_1 \cdot k_2 \cdot 2^9 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$k_1, k_2 \quad 5^{32}$$

$$bc = k_3 \cdot k_4 \cdot 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$k_3, k_4$$

$$k_3: k_4 = 15^{11}$$

$$ac = k_5 \cdot k_6 \cdot 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{23}$$

$$k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6$$

$$a = k_1 \cdot 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z$$

$$x \in [0; 7]$$

$$y \in [0; 11]$$

$$z \in [0; 14]$$

$$b = k_2 \cdot 2^{a-x} \cdot 3^{11-y} \cdot 5^{14-z}$$

$$c = k_3 \cdot 2^{14-x} \cdot 3^{17-y} \cdot 5^{23-z}$$

$$ac = k_5 \cdot k_6 \cdot 2^{14+x} \cdot 3^{17+y} \cdot 5^{23+z}$$

$$2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{23}$$

$$ac = 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{23}$$

$$bc = 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$ab = 2^9 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$c = 2^{10} \cdot 3$$

$$ab = 2^9 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$bc = 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$ac = 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{23}$$

$$b = 5$$

$$\begin{aligned} 5 + 5 &\geq 11 \\ 5 + 14 &\geq 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 4 \\ y &= 7 \\ z &= 14 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x+y \geq 11 \\ y+z \geq 15 \\ x+z \geq 14 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Тогда все прямые, у кот : ~~$k \in (-\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$~~ и ~~$b \in (-3, 3)$~~
 ~~$kx + b$~~

Заметим



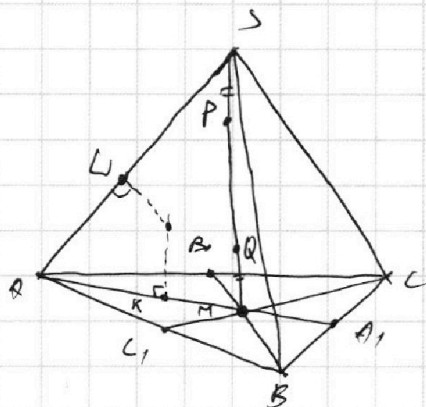
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

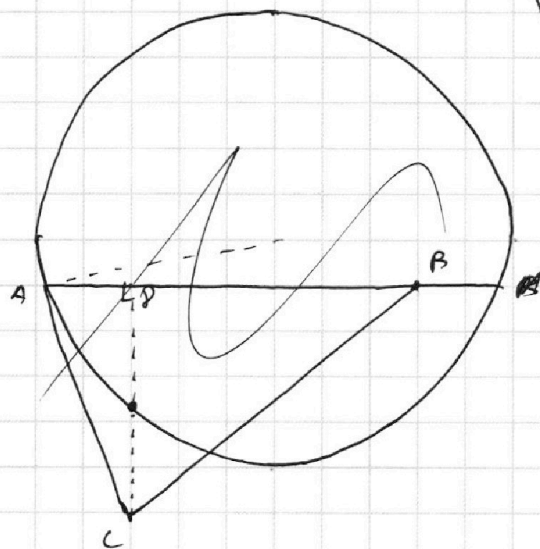
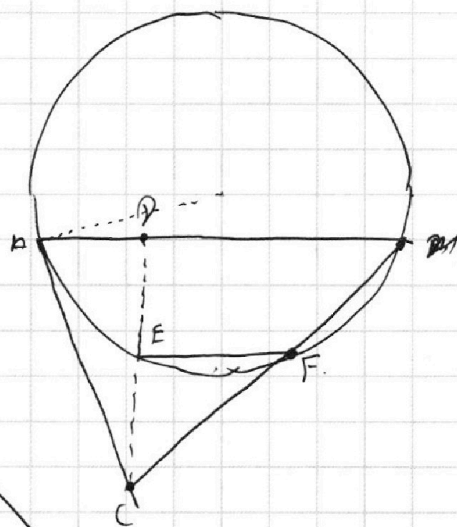
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Решение!

7)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

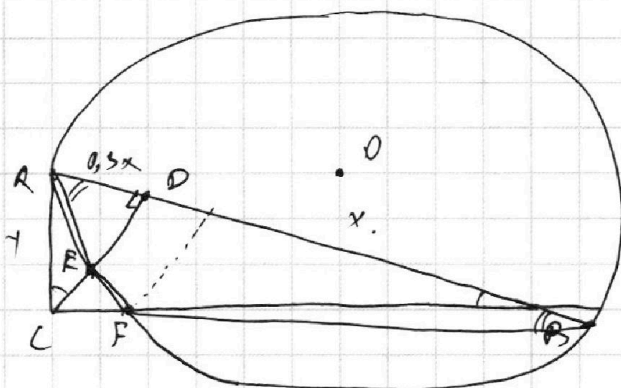
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

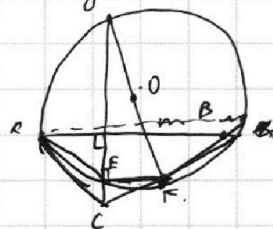
МФТИ

22



$$\frac{0,5x}{y} = \frac{y}{1,3x}$$

$$0,3x^2 = y^2$$



$$0,3x^2 = (CF)^2$$

Решение!

Пусть $BD = x$, тогда $AB = 1,3x \Rightarrow AD = 0,3x$

$\Rightarrow AB \perp EF$ (корды биср) $\Rightarrow CD \perp EF$, т.е. $OC \perp EF$ — радиус

3) $\triangle ACD \sim \triangle ABC$ (т.е. CD — биср) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB}$$

Пусть $AC = y$, тогда $\frac{0,3x}{y} = \frac{y}{1,3x}$

$$y^2 = 0,39x^2$$

$$\text{тогда } (BC)^2 = (1,3x)^2 - y^2 = 1,69x^2 - 0,39x^2 = 1,3x^2$$

$$y = x$$

$$y = x$$

