



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 4

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
- [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.
- [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.
 - Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1 .
 - Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) Несмотря $a = 2^{d_1} \cdot 3^{d_2} \cdot 5^{d_3}$; $b = 2^{\beta_1} \cdot 3^{\beta_2} \cdot 5^{\beta_3}$; $c = 2^{d_1+d_2+d_3}$

\Rightarrow т.к. $ab : 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} \Rightarrow d_1 + \beta_1 \geq 6$ (1)
 $d_2 + \beta_2 \geq 13$ (2)
 $d_3 + \beta_3 \geq 11$ (3)

Аналогично получаем, что $\beta_1 + j_1 \geq 14$ (4) $d_1 + j_1 \geq 16$ (5)
 $\beta_2 + j_2 \geq 21$ (6) $d_2 + j_2 \geq 25$ (7)
 $\beta_3 + j_3 \geq 13$ (8) $d_3 + j_3 \geq 28$ (9)

2) $abc = 2^{d_1+\beta_1+j_1} \cdot 3^{d_2+\beta_2+j_2} \cdot 5^{d_3+\beta_3+j_3}$

Заметим, что $d_1; d_2; d_3; \beta_1; \beta_2; \beta_3; j_1; j_2; j_3$ - целые
ибо ~~числа~~ т.к. в противном случае \Rightarrow то $\delta 61$
противоречило условию задачи

3) $(1) + (4) + (7) : 2(d_1 + \beta_1 + j_1) \geq 36 \Rightarrow d_1 + \beta_1 + j_1 \geq 18$

Аналогично, $d_2 + \beta_2 + j_2 \geq 29,5$ $d_2 + \beta_2 + j_2 - 4$ члн

$$d_3 + \beta_3 + j_3 \geq 26$$

$\Rightarrow abc \geq \boxed{2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26}}$

Ответ: $2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

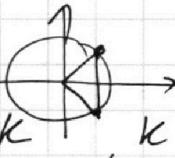
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \arccos t \in [0; \frac{9\pi}{10}] \Rightarrow 0 \leq 9\pi - 2x \leq 10\pi$$
$$-\frac{9\pi}{2} \leq -2x \leq \pi$$
$$\frac{9\pi}{2} \geq x \geq -\frac{\pi}{2}$$

$$2) \arccos(\sin x) = \frac{9\pi - 2x}{10} \Rightarrow \cos\left(\frac{9\pi - 2x}{10}\right) = \sin x$$

$$\cos\left(\frac{9\pi - 2x}{10}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{9\pi - 2x}{10} = \frac{\pi}{2} - x + 2\pi k \\ \frac{9\pi - 2x}{10} = x - \frac{\pi}{2} + 2\pi n \end{cases}, k \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}$$
$$x = -\frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{2}k, x = \frac{7\pi}{6} - \frac{5}{3}\pi n$$



\Rightarrow используя условие $\sin x: -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{9\pi}{2}$

\Rightarrow подходит такие корни: $-\frac{\pi}{2}; 2\pi; \frac{9\pi}{2}; \frac{7\pi}{6}; \frac{17\pi}{6}$.

~~Ответ:~~ $x = \{-\frac{\pi}{2}, 2\pi\}$

Ответ: $x = \left\{-\frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{6}, 2\pi, \frac{17\pi}{6}, \frac{9\pi}{2}\right\}$



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$1) (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 81 - 4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + (y + 9)^2 = 4 \end{cases} \quad \leftarrow \text{2 уравнения окружности}$$

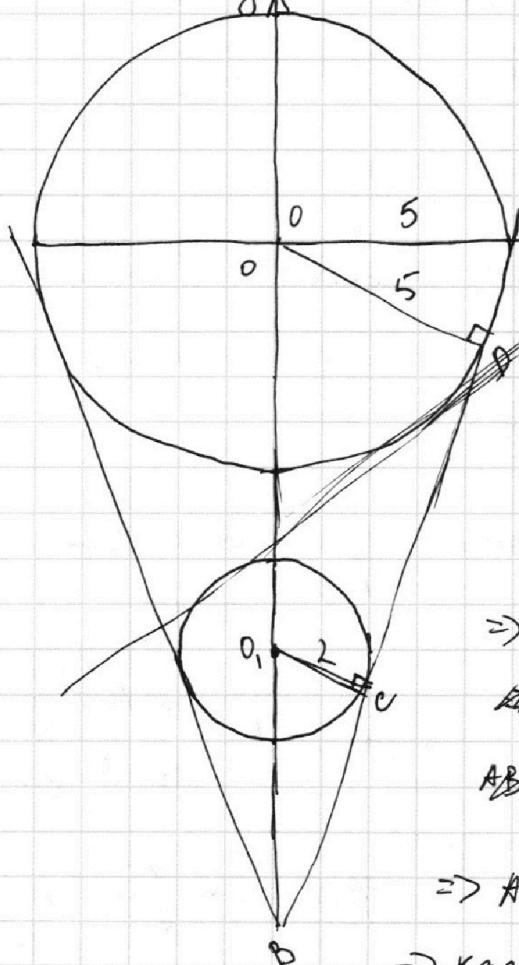
$$5x + 6ay - 6 = 0$$

y

$$y = \frac{6 - 5x}{6a} \leftarrow \text{прямая}$$

\Rightarrow чтобы система уравнений имела 4 корня \Rightarrow прямая должна пересекать 2 окружности,

но ~~не~~ ~~кас~~ быть при этом касательной



2) Найдём уравнение касательной к двум окружностям

$$\Delta ODB \sim \Delta O_1CB \Rightarrow \frac{O_1C}{OD} = \frac{O_1B}{OB}$$

$OD = 5$, т.к. O - центр окружности

$$\Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{O_1B}{9+O_1B} \Rightarrow O_1B = 6$$

$$\Delta ODB \sim \Delta AOB \Rightarrow \frac{OD}{AO} = \frac{OB}{AB}$$

~~AB~~ ~~AB~~

$$AB = \sqrt{15^2 - 5^2} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow AO = \frac{5 \cdot 15}{2\sqrt{2}} = \frac{15}{2\sqrt{2}}$$

\Rightarrow касательная пересекает ось x

в точке $(\frac{15}{2\sqrt{2}}; 0)$

ось y в т. $(0; -15)$

$$\begin{cases} 0 = \frac{15}{2\sqrt{2}}k + b \\ -15 = b \end{cases} \Rightarrow k = 2\sqrt{2}$$

3) Заметим, что прямая, касающаяся окружностей слева ~~внешней~~ имеет такой же наклон, только с другим знаком. $k = -2\sqrt{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

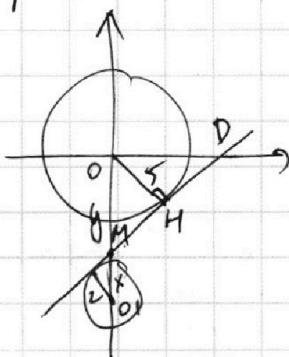
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

и) Значит, прямая $y = -\frac{5}{6a}x + \frac{b}{6a}$ должна иметь ~~такой~~ наклон ближе к оси y , чем наклон касательных и тогда оберегаемо найдется такое b , что выполнится условие, т.к. прямая, не параллельная оси y , обязательно где-нибудь её пересечёт.

$$\Rightarrow -\frac{5}{6a} \in (-\infty; -2\sqrt{2}) \cup (2\sqrt{2}; +\infty)$$

$$\Rightarrow a \in \left(-\frac{5}{6 \cdot 2\sqrt{2}}, \frac{5}{6 \cdot 2\sqrt{2}}\right) \quad a \in \left(-\frac{5}{6\sqrt{2}}, 0\right) \cup (0, \frac{5}{6\sqrt{2}})$$

5) Но касательная может касаться и внутренним образом \Rightarrow тогда наклон будет больше



$OM = 9$. Пусть касательная
пересекает ось y в точке M

$$\Rightarrow OM + MO_1 = 9$$

$$\frac{OM}{MO_1} = \frac{13}{6}$$

$$\frac{OM}{MO_1} = \frac{5}{2}$$

$$MO_1 = \frac{45}{7}$$

$$\Rightarrow OM = \frac{5}{2} MO_1 \Rightarrow \frac{5}{2} MO_1 = 9 \quad \begin{cases} MO_1 = \frac{18}{7} \\ OM = \frac{45}{7} \end{cases}$$

$$OM^2 + OD^2 = (\sqrt{OM^2 - 25} + \sqrt{OD^2 - 25})^2$$

$$OD^2 - 25 = \frac{25^2}{(\frac{45}{7})^2 - 25}$$

$$\Rightarrow OD^2 = \frac{25^2 + 25 \cdot (\frac{45}{7})^2 - 25^2}{(\frac{45}{7})^2 - 25} = \frac{(5 \cdot \frac{45}{7})^2}{(45-35)(45+35)} = \frac{(5 \cdot 45)^2}{10 \cdot 80}$$

$$\Rightarrow OD = \frac{5 \cdot 45}{10 \cdot 2\sqrt{2}} = \frac{45}{4\sqrt{2}} \Rightarrow f(x) = kx + b \quad b = -\frac{45}{7} \quad \uparrow 10^2 \cdot 4 \cdot 2^2 \cdot 2$$

$$k \cdot \frac{45}{4\sqrt{2}} - \frac{45}{7} = 0 \Rightarrow \left(k = \frac{4\sqrt{2}}{7}\right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$-\frac{5}{6a} \in (-\infty; -\frac{4\sqrt{2}}{7}) \cup (\frac{4\sqrt{2}}{7}; +\infty)$$

$$\Rightarrow a \in \left(-\frac{35}{24\sqrt{2}}, \frac{35}{24\sqrt{2}} \right)$$

$$a \in \left(-\frac{35}{24\sqrt{2}}, 0 \right) \cup \left(0, \frac{35}{24\sqrt{2}} \right)$$

Ответ: $a \in \left(-\frac{35}{24\sqrt{2}}, 0 \right) \cup \left(0, \frac{35}{24\sqrt{2}} \right)$

\Rightarrow Объединим: $-\frac{5}{6a} \in \left(-\frac{35}{24\sqrt{2}}, \frac{35}{24\sqrt{2}} \right)$

$$-\frac{5}{6a} \in (-\infty; -\frac{4\sqrt{2}}{7}) \cup (\frac{4\sqrt{2}}{7}; +\infty)$$

$$\Rightarrow \boxed{a \in \left(-\frac{35}{24\sqrt{2}}, 0 \right) \cup \left(0, \frac{35}{24\sqrt{2}} \right)}$$

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ.Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) Решим $t = \log_{11} x$

$$\Rightarrow t^4 - \frac{6}{t} = -\frac{2}{3t} - 5 \quad t \neq 0$$

$$\Rightarrow t^5 + 5t - \frac{16}{3} = 0 \quad \text{Заметим, что } f'(x) > 0 \text{ при } f(x) = x^5 + 5x - \frac{16}{3}$$

\Rightarrow решение единственное

2) Решим $p = \log_{11}(0,5y)$

$$\Rightarrow p^4 + \frac{1}{p} = -\frac{13}{3p} - 5 \quad *p \quad \text{т.к. } p \neq 0$$

$$p^5 + 5p + \frac{16}{3} = 0 \quad \text{Аналогично, функция возрастающая}$$

Заметим, что $g(x) = x^5 + 5x$ имеет единственный корень

$$x(x^4 + 5) = 0, \text{ а } x^4 \geq 0 \Rightarrow x = 0$$

Заметим, что при $f_1(x) = x^5 + 5x - \frac{16}{3}$

$$f_2(x) = x^5 + 5x + \frac{16}{3}$$

$f_1(x)$ и $f_2(x)$ - это все симметричные

уравнения $g(x)$ только сдвинуты
вверх или вниз на $\frac{16}{3}$

\Rightarrow корни f_1 корень $f_1(x)$ равен по
многим корням $f_2(x)$, но различен по

3) Т.к. $t = \log_{11} x \Rightarrow 11^t = x \Rightarrow xy = 2 \cdot 11^{(p+t)}$ ^{знаку}

$$\text{Аналогично, } 11^p = \frac{1}{2}y$$

$$\text{Т.к. } |p| \neq |t| \quad p = -t \Rightarrow p + t = 0 \Rightarrow xy = 2 \cdot 11^0 =$$

$\boxed{-2}$

Ответ: 2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$y = \frac{3\sqrt{2}}{3}x - 15 \Rightarrow k \in \left(-\infty; -\frac{3\sqrt{2}}{3}\right) \cup \left(\frac{3\sqrt{2}}{3}; +\infty\right)$$

$$y = -\frac{3\sqrt{2}}{3}x - 15$$

$$1; 3; 4$$

$$\cancel{\frac{5}{6a} > -2\sqrt{2}}$$

$$\cancel{\frac{5}{6a} < \frac{5}{6\cdot 2\sqrt{2}}} \quad b$$

$$\cancel{\frac{5}{6a} > 2\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{a} > \frac{5}{6\cdot 2\sqrt{2}}$$

Geometric interpretation: A Cartesian coordinate system with two circles. The top circle has radius 0.9 and is centered at $(0, 0.9)$. The bottom circle has radius 1 and is centered at $(0, -1)$. The x-axis is labeled with $-2\sqrt{2}$, 0 , $2\sqrt{2}$, and 5 . The y-axis has labels $\frac{5}{6\cdot 2\sqrt{2}}$ and -5 . A point B is marked on the positive x-axis between $2\sqrt{2}$ and 5 .

$$(1) \log_{11} x - 6 \log_{11} 11 = -\frac{2}{3} \log_{11} 11 - 5 \quad \text{Однобуквенная замена; } t = \log_{11} x$$

$$t^4 - 6t = -\frac{2}{3}t - 5$$

$$\cancel{3t^4 - 18t = -2t - 15}$$

$$3t^4 - 16t + 15 = 0$$

$$\cancel{3t^4 + 5t = \frac{2}{3} + 6 \neq 1} \quad z^5 = 32$$

$$\cancel{3t^4 + 15t = 24 \neq 20} \quad \frac{32}{32}$$

$$\cancel{3t^4 + 15t - 20 = 0}$$

$$\log_{11} x = -\frac{6}{\log_{11} 11} = -\frac{2}{3} - 5t$$

$$\cancel{t^4 - 6 = \frac{2}{3} - 5} \quad t^5 = \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}$$

$$(2) \log_{11} (0,5y) + \frac{1}{\log_{11} (0,5y)} = \frac{-13}{3} \log_{11} (0,5y) + 11 - 5 \quad P = \log_{11} (0,5y)$$

$$\cancel{P^8 - t^4 - \frac{6}{t} = -\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{t} - 5} \quad \cancel{\frac{-18+2}{3} = -\frac{16}{3}}$$

$$t^5 - 6 = -\frac{2}{3} - 5t \quad t^5 + 5t - \frac{16}{3} = 0$$

$$\cancel{15t^4 + 15 = 15(t^4 + 1) = 0} \quad 3t^5 + 15t - 16 = 0 \quad t : 2$$

$$\frac{3}{32} + \frac{15}{2} = \frac{3 + 15 \cdot 16}{32} = 32 \cdot 16$$

$$\frac{3}{45} + \frac{15}{4} - 16$$

$$3t^5 + 15t^4 =$$

$$11^t = x$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{ll} \textcircled{1} ab : 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} & \text{НОД}(1; 2) = 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} \\ \textcircled{2} bc : 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13} & \text{НОД}(2; 3) = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13} \\ \textcircled{3} ac : 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} & \text{НОД}(1; 3) = 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} \end{array}$$

① ② ③

min $\sqrt{\textcircled{1} \textcircled{2} \textcircled{3}}$

① $2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} \cdot K \leftarrow K\text{-члене катуралько$

② $2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} \cdot 2^8 \cdot 3^8 \cdot 5^2 \cdot m \rightarrow 1; 2; 3 \dots$

③ $2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} \cdot 2^{10} \cdot 3^{12} \cdot 5^{17} \cdot n \rightarrow 1; 2; 3 \dots$

$$\sqrt{2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52} \cdot K \cdot m \cdot n} + \frac{34}{25} + \frac{24}{52}$$

$$\cancel{2^{18}} \cancel{2^{18}} \cancel{2^{18}} 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26} \quad \text{why?}$$

$$\text{Учимся } a=1; b=2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} \quad c=\cancel{2^{18}} \cancel{2^{18}}$$

$$a=2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} \quad b=1 \quad c=2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13} \quad k=\frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{Учимся } a=2^{\alpha_1} \cdot 3^{\alpha_2} \cdot 5^{\alpha_3} \quad b=2^{\beta_1} \cdot 3^{\beta_2} \cdot 5^{\beta_3} \quad Kx-15=0 \\ c=2^{\gamma_1} \cdot 3^{\gamma_2} \cdot 5^{\gamma_3} \quad \kappa \cdot \frac{3}{2^{\alpha_1}} \cdot 15 - 15 = 0 \\ \kappa \cdot \frac{3}{2^{\alpha_1}} = 1$$

$$\Rightarrow \alpha_1 + \beta_1 \geq 6 \quad \beta_1 + \gamma_1 \geq 14 \quad \alpha_1 + \gamma_1 \geq 16 \\ \alpha_2 + \beta_2 \geq 13 \quad \beta_2 + \gamma_2 \geq 21 \quad \alpha_2 + \gamma_2 \geq 25 \\ \alpha_3 + \beta_3 \geq 11 \quad \beta_3 + \gamma_3 \geq 13 \quad \alpha_3 + \gamma_3 \geq 28$$

$$2\alpha_1 + 2\beta_1 + 2\gamma_1 \geq 36 \quad \alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 \geq 18$$

$$\text{затем } \Rightarrow 34 + 25 = 59 \Rightarrow \alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 \geq 23,5$$

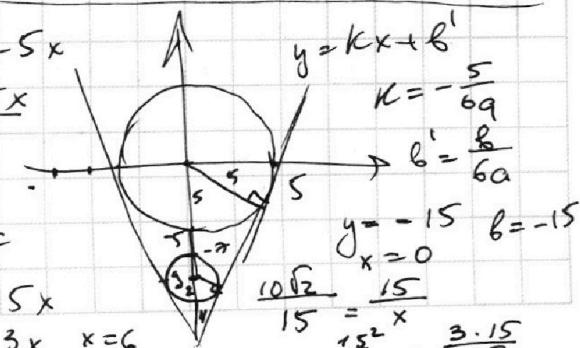
$$\textcircled{4} \quad \begin{cases} 5x + 6ay - 6 = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + y^2 + 18y + 81 = 4 \end{cases}$$

$$6ay = 6 - 5x \\ y = \frac{6 - 5x}{6a}$$

$$\frac{x}{5} - \frac{6 - 5x}{6a} = \frac{2}{5}$$

$$18 = 3x \quad x = 6$$

$$x^2 + (y+5)^2 = 4 \\ \sqrt{15^2 - 5^2} = \sqrt{10 \cdot 20} = 10\sqrt{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

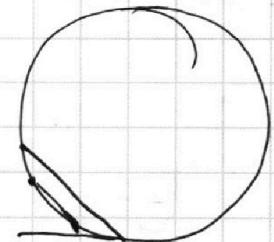
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{10x^2}{EF^2}$$

$$\frac{EF}{EC} = \frac{CD}{2x}$$

$$\frac{2x}{5x} = \frac{EC \cdot CD}{EF \cdot CD \cdot CE} =$$

$$= \left(\frac{EC}{EF}\right)^2 = \frac{2}{5}$$

$$5x = \frac{5x \cdot \sqrt{\frac{2}{5}}}{\sqrt{\frac{2}{5}}}$$

$$\frac{AC}{BC} = \operatorname{tg} \alpha$$

$$3x = CD \left(\frac{EF}{CE} - \frac{EC}{EF} \right) = 5x \cdot \sqrt{\frac{2}{5}} \left(\sqrt{\frac{5}{2}} - \sqrt{\frac{2}{5}} \right) = 5x - 5x \cdot \frac{2}{5} = 3x$$

$$\frac{a}{b} = \sqrt{\frac{2}{5}} \quad a^2 + b^2 = 4g_x^2 \quad \frac{2}{5}b^2 + b^2 = 4g_x^2$$

~~a = \sqrt{\frac{2}{5}} b~~

$$35x^2 - 25x^2 = \sqrt{10x^2} = \sqrt{10} \times$$

$$a = \sqrt{4x^2 + 10x^2} = \sqrt{14x^2} = \sqrt{14} \times \quad CD = \sqrt{10} \times \quad CB = \sqrt{35} \times$$

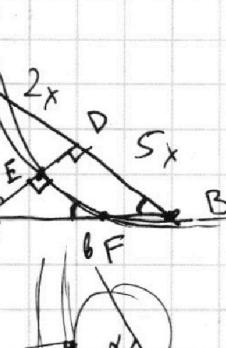
$$CF = BC \cdot k$$

$$CE = BC \cdot k \cdot \sqrt{\frac{2}{5}}$$

$$EF = 5x \cdot k$$

$$BC^2 \cdot k^2 - \frac{2}{5} + \underbrace{25x^2 k^2}_{EF} = BC^2 \cdot k^2$$

$$35x^2 \cdot \frac{3}{5} = 25x^2$$



$$\frac{7x}{5x} = \frac{14}{10} = 1,4$$

$$\frac{2x \cdot CD}{EF \cdot CE}$$

$$\frac{CD}{CE} = \frac{5x}{EF}$$

~~$$2x = \frac{EC \cdot CD}{EF}$$~~

$$5x = \frac{CD \cdot EF}{CE}$$

$$CE = EF$$

$$CD = 5x \cdot \sqrt{\frac{2}{5}}$$

$$EC^2 + EF^2 = CF^2$$

$$AC^2 = 4x^2 + CD^2$$

$$BC^2 = 25x^2 + CP^2$$

~~$$\frac{CF}{CB} = \frac{CE}{CD}$$~~

~~$$\frac{2}{5}b^2 = 4g_x^2 \quad b = \sqrt{135} \times$$~~

~~$$b^2 = 35x^2 \quad b = \sqrt{35} \times$$~~

На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДИН** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arccos \frac{5}{6} = 10 \arccos \left(\sin x \right) = 9\pi - 2x = \boxed{\cancel{\pi}}$$

$$\text{arcos } t \quad \frac{1}{2} \quad \frac{10}{3} = \frac{9-2x}{10} \quad \begin{array}{l} \text{x } 0, 2\pi \\ \text{y } -1; 1 \end{array}$$

$$10 \arccos(\sin x) \in (0, 10\pi) \Rightarrow \arccos d = \beta$$

$$\cos \frac{9\pi - 2x}{10} = \sin x \quad \begin{array}{c} \frac{\pi}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{array} \quad \Rightarrow \cos \beta = \sin x \quad \sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\cos \frac{9\pi - 2x}{10} = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \quad \text{arcos } d = 1 \Rightarrow \cos 0^\circ = 1$$

$$1) \frac{9\pi - 2x}{10} = \frac{\pi}{2} - x + 2\pi k \quad 9\pi - 2x = 10x + 20\pi k$$

$$2) \frac{9\pi - 2x}{10} = x - \frac{\pi}{2} + 2\pi n \quad \begin{array}{l} 8x = -4\pi + 20\pi k \\ x = -\frac{2\pi}{2} + \frac{5}{2}\pi k \end{array} \quad x = -\frac{\pi}{2} \quad \boxed{-\frac{\pi}{2}} \quad \boxed{\cancel{1}} \quad \boxed{\checkmark}$$

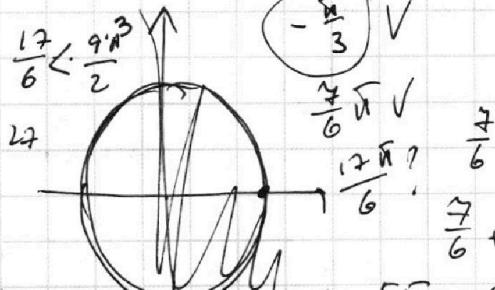
$$\arccos(\sin x) = \pi \Rightarrow \cos \pi = \sin x \quad \boxed{\cancel{\pi}} \quad \boxed{\checkmark}$$

$$9\pi - 2x = 10x - 5\pi + 20\pi n$$

$$12x = 14\pi - 20\pi n$$

$$x = \frac{7}{6}\pi - \frac{5}{3}\pi n$$

~~* квадрат~~



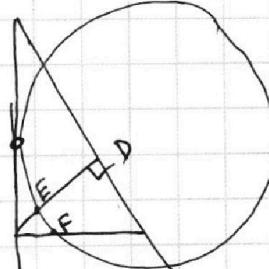
$$2x \cdot 5x + \tan \cancel{\alpha}$$

$$\frac{EF}{BD} = \frac{CE}{CD} \quad \Rightarrow \quad 5x = \frac{CE \cdot CD}{CE} = 5x$$

$$\frac{EF}{BD} = \frac{CE}{CD} / \frac{BD}{BD} \quad AD =$$

$$\frac{AD}{BD} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow AB - BD = AD = 0,4 BD \quad CEF - \text{нр-чулоний}$$



$$\frac{2x \cdot CD}{EF \cdot CE} \quad 9\pi - 2x = 10x - 5\pi + 20\pi n$$

$$12x = 14\pi - 20\pi n$$

$$AB = BD \cdot 1,4$$

$$x = \frac{7}{6}\pi - \frac{5}{3}\pi n$$

