



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .

3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-17; 68)$, $Q(2; 68)$ и $R(19; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1.

Заметим: т.к. $a, b, c \in \mathbb{N}$ и их произведение равно $2^{13} \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$, то

~~можно~~ $ab = k \cdot 2^{13}$

$$ab = k \cdot 2^4 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$bc = p \cdot 2^{12} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$ac = r \cdot 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43}$$

предположим $a = k_1 \cdot 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z$ $\left(\begin{array}{l} x \in [0; 7] \\ y \in [0; 11] \\ z \in [0; 14] \end{array} \right)$

тогда $b = k_2 \cdot 2^{7-x} \cdot 3^{11-y} \cdot 5^{14-z}$

$c = k_3 \cdot 2^{6+x} \cdot 3^{4+y} \cdot 5^{4+z}$

$\left(\begin{array}{l} k_3 \cdot k_2 = p \\ k_3, k_2 \in \mathbb{N} \end{array} \right)$

так
можно считать
всегда и $a, b, c \in \mathbb{N}$

тогда $ac = k_1 \cdot k_3 \cdot 2^{6+x} \cdot 3^{4+y} \cdot 5^{4+z} = r \cdot 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43}$

№1

Заметим: т.к. $a, b, c \in \mathbb{N}$, то $\sqrt{ab \cdot bc \cdot ac} = abc \in \mathbb{N}$

т.е. если $ab = k \cdot 2^4 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$

$bc = p \cdot 2^{12} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$ $\left(k, p, r \in \mathbb{N} \right)$

$ac = r \cdot 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43}$

то их произведение равно $abc = \sqrt{kpr \cdot 2^{2+12+14} \cdot 3^{11+15+17} \cdot 5^{14+18+43}} =$
 $= \sqrt{kpr \cdot 2^{28} \cdot 3^{43} \cdot 5^{75}} = 2^{14} \cdot \sqrt{kpr \cdot (3^{21})^2 \cdot 3 \cdot (5^{52})^2} =$
 $= 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{37} \cdot \sqrt{kpr \cdot 15}$, т.к. $abc \in \mathbb{N}$; $k, p, r \in \mathbb{N}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

МФТИ

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

то найдем мин ~~знаем~~ для $\sqrt{kpr \cdot 15} = \sqrt{15 \cdot 15} = 15$

т.е. $k \cdot p \cdot r = 15$, тогда $\min abc = 2^{12} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$

~~пример $k=1, p=3, r=5$~~

тогда найдем мин ~~знаем~~ для $\sqrt{kpr \cdot 15}$, при этом

чтобы $abc \geq ac; bc; ab$ должно быть $\sqrt{15 \cdot 15 \cdot 5^{10}} =$

$= 5 \cdot 3 \cdot 5^5$, тогда $\min abc = 2^{12} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

пример: $a = 5^{14} \cdot 3^5 \cdot 2^4$

$b = 5^0 \cdot 3^6 \cdot 2^3$

$c = 5^{20} \cdot 3^{11} \cdot 2^{10}$

Ответ: $2^{12} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$



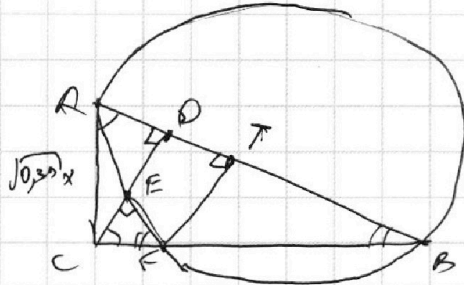
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$AD = 0,3x$$

$$DB = x$$

$DE \parallel AB \Rightarrow ABFE$ - трап, при этом $DE \perp EF$, т.к.

вмн в осях \Rightarrow

$$\Rightarrow AD = TB = 0,3x$$

$$DM \text{ и } DT = EF = 0,2x$$

$EF \parallel AB \Rightarrow OCEF$ - трап и $\sim \triangle OBC \sim$

\Rightarrow

$$\Rightarrow \triangle OEF \sim \triangle OAD$$

$$AD = 0,3x$$

$$EF = 0,6x$$

$$AC = \sqrt{0,30}x \text{ (из под } \triangle ACF \text{ и } \triangle CDF)$$

$$\Rightarrow AC$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



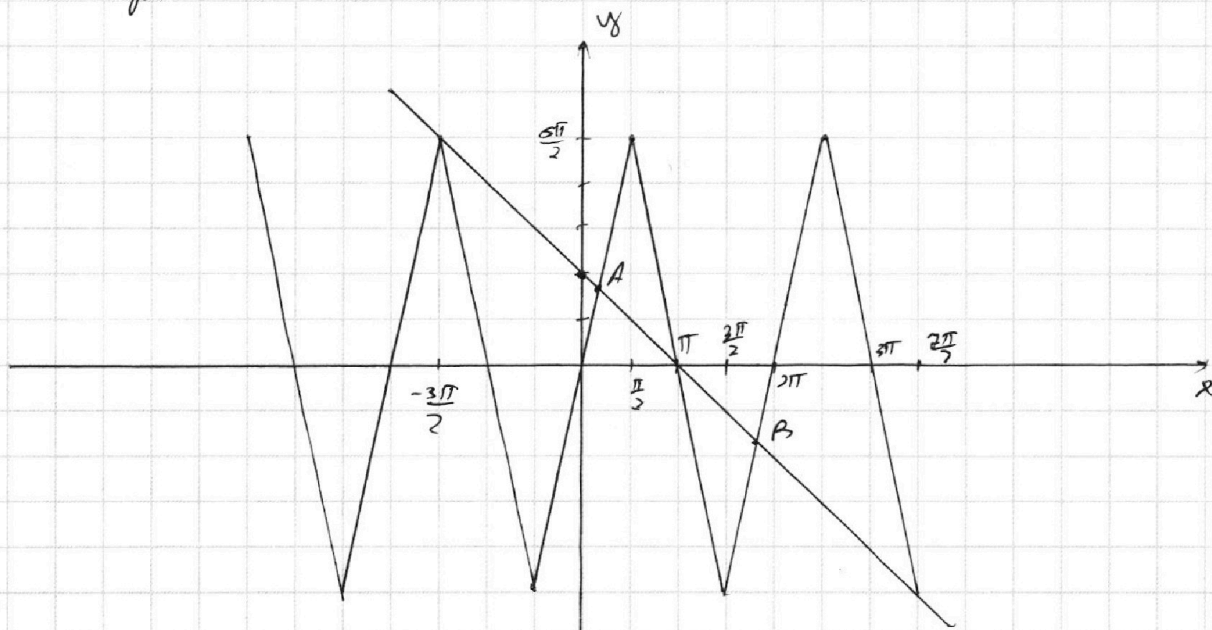
23

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$5\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin x)\right) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\pi - x = 5 \arcsin(\sin x)$$

Рисуем л.т. и п.з



Заметим: очевидны корни: $-\frac{3\pi}{2}$; π ; $\frac{3\pi}{2}$

нигде оставшиеся 2 корня

$$x_A \in (0; \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \arcsin(\sin x_A) = x_A$$

$$\text{тогда } \pi - x_A = 5x_A$$
$$x_A = \frac{\pi}{6}$$

$$x_B \in (\frac{3\pi}{2}; 2\pi) \Rightarrow \arcsin(\sin x_B) = x_B - 2\pi$$

$$\text{тогда } \pi - x_B = 5x_B - 10\pi$$

$$6x_B = 11\pi$$
$$x_B = \frac{11\pi}{6}$$

Ответ: $(-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{6}; \pi; \frac{11\pi}{6}; \frac{3\pi}{2})$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Заметим, если т. перес. \varnothing прямой и $Ox \leq -\frac{1}{3}b$, т.е. $\frac{1}{3}b \geq -\frac{1}{3}b$ т. перес. \varnothing \varnothing \varnothing

$$\begin{cases} \frac{1}{3}b \geq -\frac{1}{3}b \\ x \leq -\frac{1}{3}b \end{cases} \text{ это достаточно}$$

условие, что коэфф. этой прямой будет

по модулю $<$ чем $K_{\text{кас}}$ при прямой с таким нормаль m

$$\begin{cases} x = \frac{1}{3}b \\ \frac{1}{3}b \geq -\frac{1}{3}b \\ \text{по модулю } \left| -\frac{1}{3a} \right| < \frac{3}{\sqrt{(2b)^2 - 4}} \end{cases}$$

если т. перес. прямой и $Ox \geq -\frac{1}{3}b$, т.е.

$$\begin{aligned} \text{т.е.} \\ x = \frac{1}{3}b \\ \frac{1}{3}b \geq -\frac{1}{3}b \end{aligned}$$

то будет достаточно условие, что

коэфф. норм. этой прямой будет по модулю $<$ чем $K_{\text{кас}}$ при прямой с таким нормаль m

$$\begin{aligned} \text{т.е. } x = \frac{1}{3}b \\ \frac{1}{3}b \geq -\frac{1}{3}b \end{aligned}$$

$$\left| -\frac{1}{3a} \right| < \frac{2}{\sqrt{(2b+2)^2 - 4}}$$

если же т. перес. прямой и $Ox \in (-\frac{1}{3}b, \frac{1}{3}b)$, то

будет как, т.е. если взять 1) прямую, то если прямая перес. в 2-ух т. 2-ую окр, то первую они только пересекут и каждая окружит 2) или

3) т.е. при x стоит коэфф. $-\frac{1}{3a}$, то прямая, пер. Ox

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

н) Континент \rightarrow пересечение OA . Точка A — это же прямая
как дуга окружности \cap . $A \cap B$ и $C \cap D$ совпадают

тогда $\rightarrow x \neq 0$, но $x \neq 0$ ($k = \frac{2}{3} \Rightarrow$)

$$\Rightarrow \frac{|x \cdot 0|}{|x \cdot 0|} = \frac{2}{3} \quad \left| \Rightarrow x \cdot 0 = 14; \text{ т.е. } x(-21; 0) \right.$$

$|0 \cdot 0| = 7$

Вспомним то что я говорил под "замечание" в 1)
есть.

тогда т. пересечение это -21 .

тогда есть $x = 7b$ / т. пересечение $(0, x) \leq -21$,

то будет достаточно если $\left| -\frac{1}{3a} \right| < \frac{2}{\sqrt{(2b+2)^2 - 4}}$, т.е.

при этом же. прямая точка пересечения окружности $R=3$

Условие:

$$\text{есть } \begin{cases} 7b \leq -21 \\ \text{или } -\frac{1}{3a} < \frac{2}{\sqrt{(2b+2)^2 - 4}} \end{cases}$$

$$\text{есть } \begin{cases} 7b \in [-21; -4] \\ \left| -\frac{1}{3a} \right| < \frac{2}{\sqrt{(2b)^2 - 0}} \end{cases}$$

$$\text{есть } \begin{cases} 7b \geq -4 \\ \left| -\frac{1}{3a} \right| < \frac{2}{\sqrt{(2b+2)^2 - 4}} \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

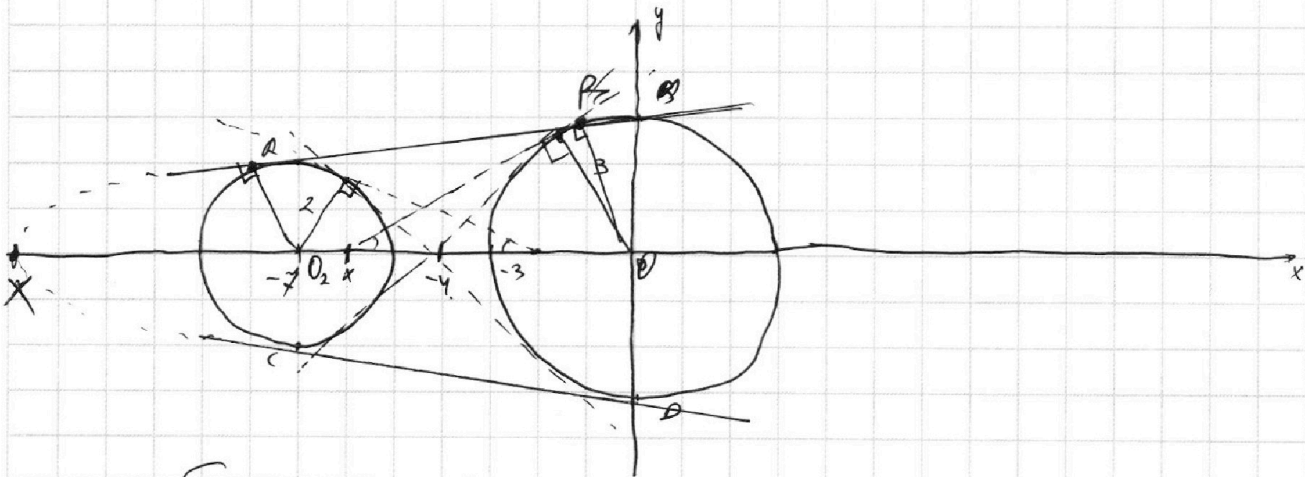
24

$$\begin{cases} x + 3ay - 2b = 0 & (1) \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 & (2) \end{cases}$$

(2) $x^2 + 14x + y^2 + 45 = 0$ или $x^2 + y^2 = 9$
 окруж. с ц. $(-7, 0)$ и $R = 3$
 $x^2 + 14x + 49 + y^2 = 4$
 $(x+7)^2 + y^2 = 4$
 окруж. с ц. $(-7, 0)$ и $R = 2$

1) $3ay = -x + 2b$
 если $a = 0$
 то $x = 2b$ - прямая параллельно Oy . она не сможет никогда пересекать окружности обе сразу из (2) $\Rightarrow a \neq 0$ по условию

2) если $a \neq 0$
 $y = -\frac{1}{3a}x + \frac{2b}{3a}$



чтобы у сист было 4 реш, должно быть 4 т. перес. прямой из (1) и функ. окр из (2). т.е. каждая окр. прямая пересекать окруж. в 2х точках. найдем уг-я касательных кас. прямых функ. этих окр. будет т. это же касательные: для АВ и CD. АВ! $\begin{cases} 2 = -7k + b \\ 3 = b \\ y = \frac{1}{2}x + 3 \end{cases}$
 и CD! $y = -\frac{1}{2}x - 3$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2(t_1 + t_2) \left(\underbrace{\dots}_{>0} + 4 \right) = 0$$

$$t_1 + t_2 = 0$$

$$t_1 = -t_2$$

$$\log_2 y + \log_2 6x = 0$$

$$\begin{cases} \log_2 6xy = 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6xy = 1 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = \frac{1}{6} \\ x > 0 \end{cases}$$

Заметим, что м.к. (1) и (2) — монотонны возрастает φ -и

то у них не более одного корня, но т.к. у каждого

есть значения $v < 0$ и $v > 0$, то у (1) и (2) ровно

один корень

а значит

ровно одна пара

$$\begin{cases} \log_2 6x = t_1 \\ \log_2 y = t_2 \end{cases}$$

откуда ~~нет~~ ~~более~~

^{одна} пара $(x, y) \Rightarrow$

\Rightarrow ровно одно произ-
 $x \cdot y$

И это произведение $\frac{1}{6}$

Ответ: $\frac{1}{6}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

25

$$1) \log_2^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x} 7 \quad 343 - 4$$

$$\log_2^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 - \frac{2}{3} \log_{6x} 7 + 4 = 0$$

~~$t_1 = \log_2^4(6x)$~~
 ~~$t_1^4 - \frac{7}{3} t_1 + 4 = 0$~~ *Замени* $\log_2^4(6x) - \frac{7}{3} \cdot \frac{1}{\log_2 6x} + 4 = 0$

$$t_1 = \log_2 6x$$

$$t_1^4 - \frac{7}{3} \cdot \frac{1}{t_1} + 4 = 0$$

$$\frac{2t_1^5 + 8t_1 - 7}{t_1} = 0$$

$$2t_1^5 + 8t_1 - 7 = 0 \quad (t_1 \neq 0)$$

$$2) \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4$$

$$\log_7^4 y + 6 \log_y 7 - \frac{5}{2} \log_y 7 + 4 = 0$$

$$\log_7^4 y + \frac{7}{2} \log_y 7 + 4 = 0$$

$$\log_7^4 y + \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{\log_7 y} + 4 = 0$$

Замени $t_2 = \log_7 y$

$$t_2^4 + \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{t_2} + 4 = 0$$

$$\frac{2t_2^5 + 8t_2 + 7}{t_2} = 0$$

$$2t_2^5 + 8t_2 + 7 = 0 \quad (t_2 \neq 0)$$

\Rightarrow сложим (1) и (2) $2(t_1^5 + t_2^5) + 8(t_1 t_2) + 7 - 7 = 0$
 $2(t_1 t_2) \underbrace{(\dots)}_{=0} + 8(t_1 t_2) = 0$



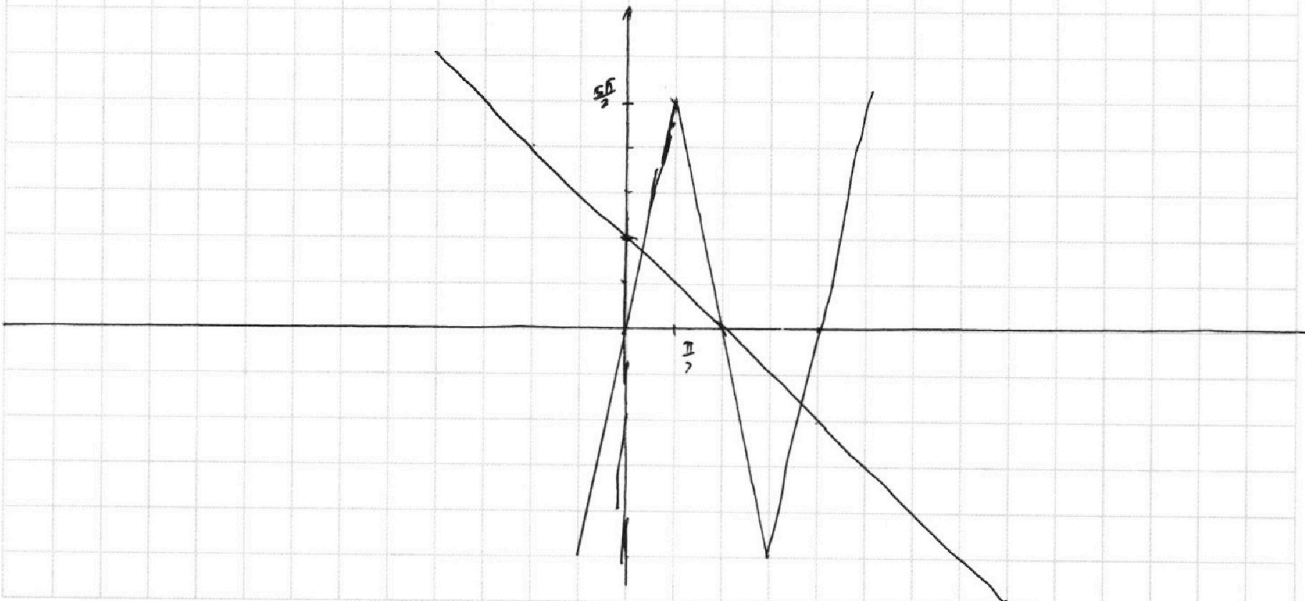
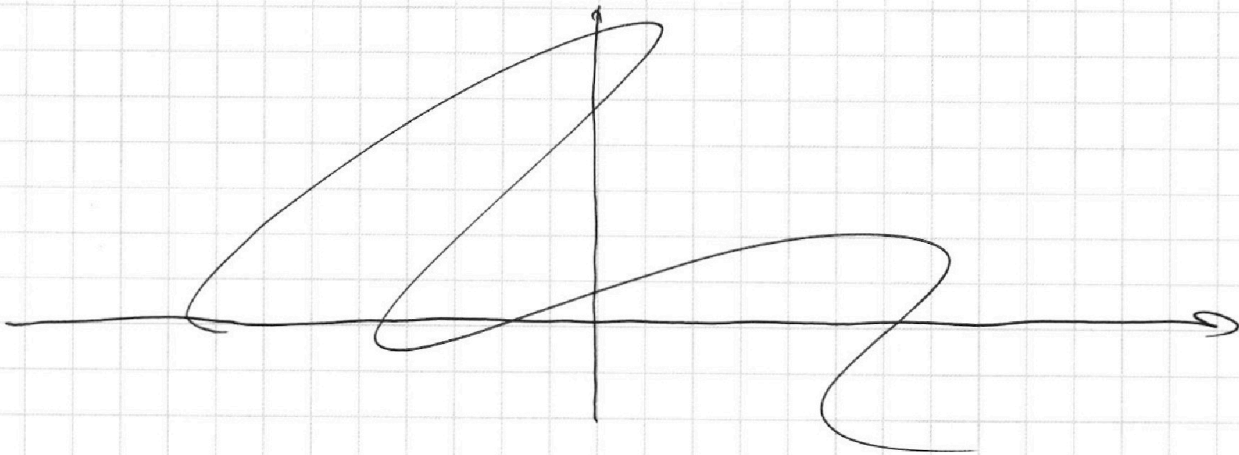
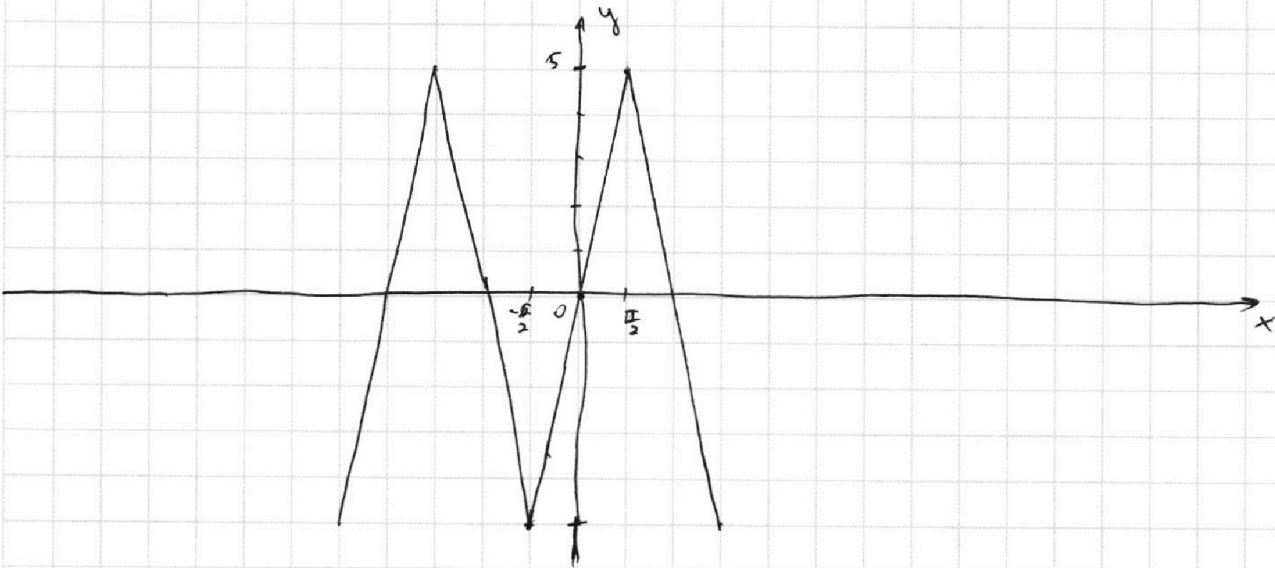
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_7(6x) - 2 \cdot \frac{1}{\log_7 6x} = \log_7(6x)^2 - \frac{2}{\log_7 6x} = 4$$

$$\log_7^2(6x) - 2 \log_7 6x - \frac{2}{\log_7 6x} + 4 = 0$$

$$t^2 - \frac{2}{t} + 4 = 0$$

$$2t^3 - 2 + 8t = 0$$

$$\frac{2t^3 + 8t - 2}{t} = 0$$

$$t^3 + 6t - \frac{1}{t} + 4 = 0$$

$$2t^3 + 7 \frac{1}{t} + 8 = 0$$

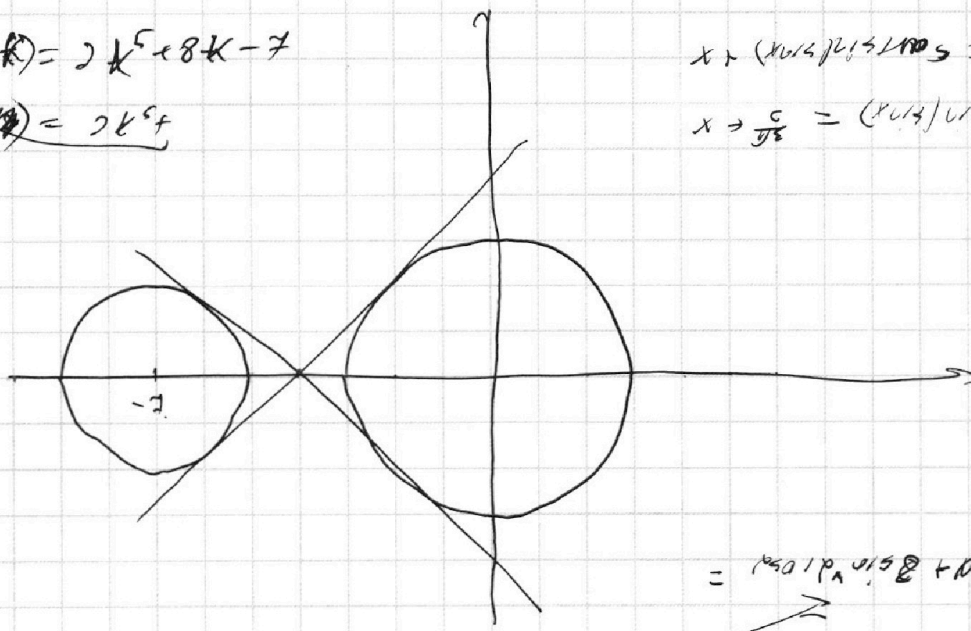
$$2(t_1 + t_2)(t_1 t_2) + 8(t_1 t_2) = 0$$

$$F(x) = 2x^5 + 8x - 7$$

$$F(x) = 2x^5 + 8x - 7$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{3}} = (\cos \frac{\pi}{6} / \sin \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{3}} = (\cos \frac{\pi}{6} / \sin \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$



$$= \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

$$= (\cos \alpha \sin \alpha + \sin \alpha \cos \alpha) + (\cos \alpha \sin \alpha - \sin \alpha \cos \alpha) = 2 \cos \alpha \sin \alpha + 0 = \sin 2\alpha$$

$$= \cos \alpha \sin \alpha - \sin \alpha \cos \alpha = 0$$

$$= (\cos \alpha + \sin \alpha) \cos \alpha = \cos^2 \alpha + \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\sqrt{2} \cos(\alpha - \frac{\pi}{4}) = 2 \cos \alpha \sin \alpha = \sin 2\alpha$$

$$\cos(\alpha - \frac{\pi}{4}) = \frac{\sin 2\alpha}{\sqrt{2}}$$

$$\cos(\alpha - \frac{\pi}{4}) = \frac{\sin 2\alpha}{\sqrt{2}}$$

$$\cos(\alpha - \frac{\pi}{4}) = \frac{\sin 2\alpha}{\sqrt{2}}$$

$$\cos \alpha \sin \alpha = \frac{\sin 2\alpha}{2}$$

$$\cos \alpha \sin \alpha = \frac{\sin 2\alpha}{2}$$

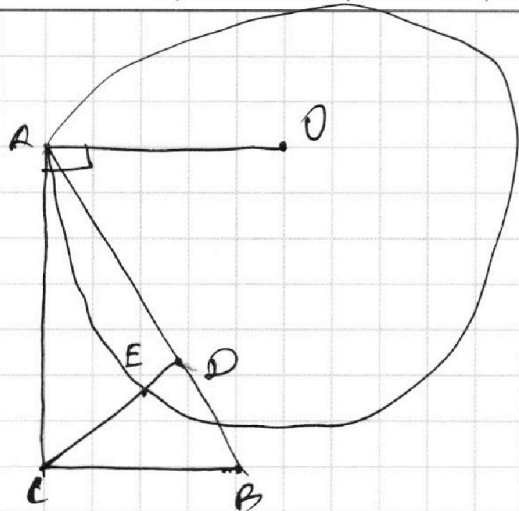
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

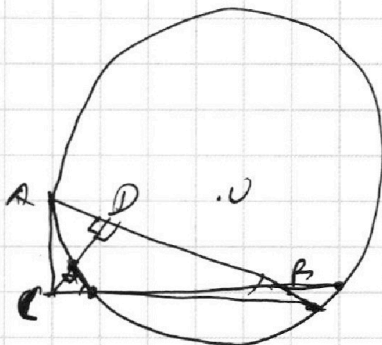
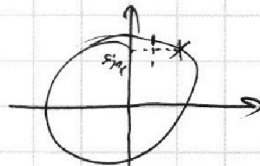
- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



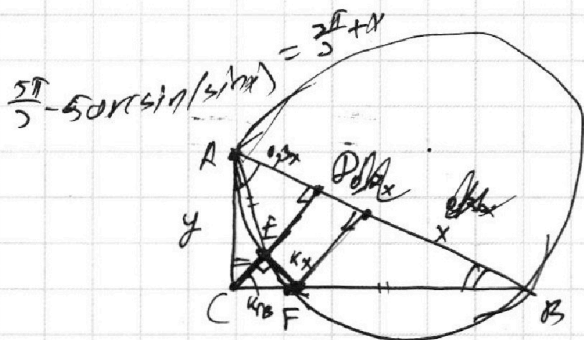
$$\frac{2R}{5} = \frac{3 \cdot 3,14}{2} = 3,157$$



$$\arccos(\sin x) = \frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin x)$$

$\triangle ACD \sim \triangle CFE$

$$5 \arcsin a = \pi - x$$



$$x + 5 \arcsin(\sin x) = \pi$$

$$(E=O) = y = CF \cdot CB$$

$$y^2 = k \cdot CB + CB$$

$$y^2 = k \cdot CB^2$$

$$y^2 = k \cdot (1,69x^2 - y^2)$$

$$y^2(k+1) = k \cdot 1,69x^2$$

$$\frac{k+1}{k} = \left(\frac{1,31}{y}\right)^2$$

$\triangle ACD \sim \triangle CFE$ (k)

$$k = \frac{0,3x}{y} = \frac{CD}{CB}$$

$$0 = \frac{17+7}{17+7} \cdot \frac{c}{7} + \frac{(7+7)(7+7)(7+7)}{7}$$

$$0 = \left(\frac{9+7}{7}\right) \frac{c}{7} + \frac{(7-1)}{7}$$

$$17 \cdot \frac{c}{7} - \frac{6}{7} = \frac{c}{7} + \frac{6}{7}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab: 2^9 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$bc: 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$ac: 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{23}$$

$$\sqrt{ab \cdot bc \cdot ac} = abc$$

$$\begin{aligned} x &= 4 \\ y &= 7 \\ z &= \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ + 12 \\ \hline 43 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x+y+z \\ -x \\ \hline y+z \\ -y \\ \hline z \end{array}$$

$$(x+y)^2 = 4 \quad \text{или} \quad xyz = 9$$

$$ab = k_1 \cdot k_2 \cdot 2^9 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$bc = k_2 \cdot k_3 \cdot 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$ac = k_3 \cdot k_1 \cdot 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{23}$$

~~или $k_1, k_2, k_3 \in \{2, 3, 5\}$~~

$$a = k_1 \cdot 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z$$

$$b = k_2 \cdot 2^{a-x} \cdot 3^{11-y} \cdot 5^{14-z}$$

$$c = k_3 \cdot 2^{14-x} \cdot 3^{17-y} \cdot 5^{23-z}$$

$$ac = k_3 \cdot k_1 \cdot 2^{6+2x} \cdot 3^{4+y} \cdot 5^{4+2z}$$

$$ac = 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{23}$$

$$bc = 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$ab = 2^9 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$c = 2^{10} \cdot 3$$

$$ab = 2^9 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$bc = 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$ac = 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{23}$$

$$b = 5$$

$$\begin{aligned} x+y &\geq 11 \\ y+z &\geq 15 \\ x+z &\geq 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x+y &= 11 \\ y+z &= 15 \\ x+z &= 15 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x+y+z = 17 \\ y+z = 15 \\ x+z = 15 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x+y+z &= 17 \\ y+z &= 15 \\ x+z &= 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x+y+z &= 17 \\ y+z &= 15 \\ x+z &= 15 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Тогда все прямые $y = kx + b$! ~~$k \in (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ и $b \in (-3, 3)$~~
 ~~$kx + b$~~

Заметим



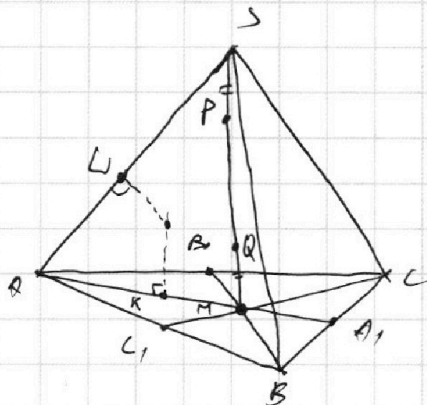
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

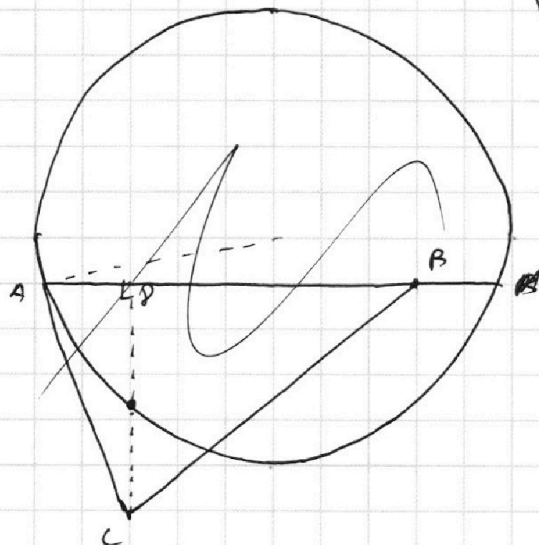
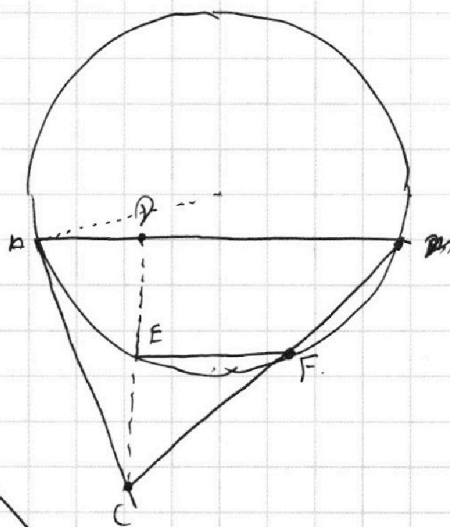


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Решение!

1)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

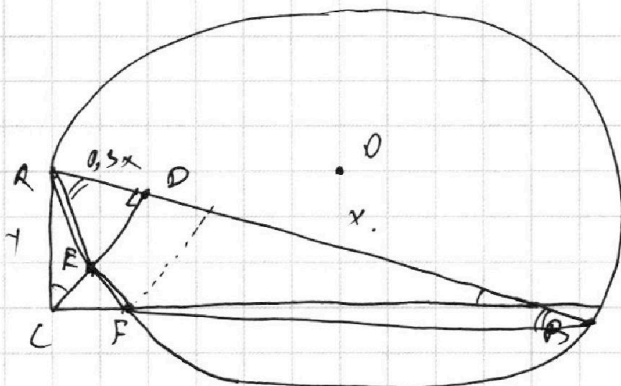
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



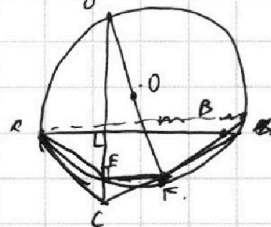
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

а2



$$\frac{0.5x}{y} = \frac{y}{1.3x}$$

$$0.3x^2 = y^2$$



$$0.3x^2 = CF$$

Семена!

Пусть $BD = x$, тогда $AB = 1.3x \Rightarrow AD = 0.3x$

$\Rightarrow AB \perp EF$ (корды хорд) $\Rightarrow OD \perp EF$, м.р. $OC \perp EF$ — радиус

3) $\triangle ACD \sim \triangle ABC$ (т.к. CD — хорда) \Rightarrow

$$\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB}$$

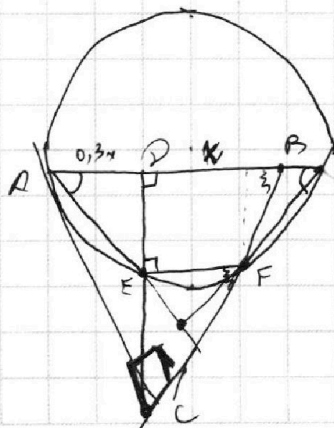
Пусть $AC = y$, тогда $\frac{0.3x}{y} = \frac{y}{1.3x}$

$$y^2 = 0.39x^2$$

тогда $(AB)^2 = (1.3x)^2 - y^2 = 1.69x^2 - 0.39x^2 = 1.3x^2$

$$y = x$$

а



$$y = x$$