



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 2

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-17; 68)$, $Q(2; 68)$ и $R(19; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.
- Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~№1.~~

Заметим: т.к. $a, b, c \in \mathbb{N}$ и их произведение чётное, то

~~$ab = k_1 \cdot 2^{13}$~~

~~$ab = k \cdot 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z$~~

~~$bc = p \cdot 2^{12} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$~~

~~$ac = r \cdot 2^{14} \cdot 3^{12} \cdot 5^{43}$~~

предположим $a = k_1 \cdot 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z$ $(x \in [0, 12], y \in [0, 15], z \in [0, 14])$

~~тогда $b = k_2 \cdot 2^{12-x} \cdot 3^{15-y} \cdot 5^{14-z}$~~

~~$c = k_3 \cdot 2^{6+x} \cdot 3^{4+y} \cdot 5^{4+z}$~~

~~$(k_1 \cdot k_2 = p, k_2, k_3 \in \mathbb{N})$~~

$k_1 \cdot k_3 = K$

$k_2, k_3 \in \mathbb{N}$

так
можно сформулировать
всегда ли $a, b, c \in \mathbb{N}$

~~тогда $ac = k_1 \cdot k_3 \cdot 2^{6+x} \cdot 3^{4+y} \cdot 5^{4+z} = r \cdot 2^{14} \cdot 3^{12} \cdot 5^{43}$~~

~~№1~~

Заметим: т.к. $a, b, c \in \mathbb{N}$, то $\sqrt{ab \cdot bc \cdot ac} = \underbrace{abc}_{\in \mathbb{N}}$

н.р. если $ab = k \cdot 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z$

$bc = p \cdot 2^{12} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18} \quad (k, p, r \in \mathbb{N})$

$ac = r \cdot 2^{14} \cdot 3^{12} \cdot 5^{43}$

$ac = \sqrt{kpr \cdot 2^{12+13+14} \cdot 3^{11+15+12} \cdot 5^{14+18+43}} =$

$= \sqrt{kpr \cdot 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{75}} = 2^{12} \cdot \sqrt{kpr \cdot (3^2)^2 \cdot 3 \cdot (5^3)^2 \cdot 5} =$

$= 2^{12} \cdot 3^{21} \cdot 5^{37} \cdot \sqrt{kpr \cdot 15}, \text{ т.к. } abc \in \mathbb{N}, k, p, r \in \mathbb{N}$



На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

то наше равенство для $\sqrt{kpr \cdot 15} = \sqrt{15 \cdot 15} = 15$

т.е. $kpr \cdot r = 15$, тогда $abc = 2^{12} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$

пример $k=1, p=3, r=5$

тогда наше равенство для $\sqrt{kpr \cdot 15}$, при этом

также $abc \geq ac; bc; ab$ данного равенства $\sqrt{15 \cdot 15 \cdot 5^{10}} =$

$= 5 \cdot 3 \cdot 5^5$, тогда $\min abc = 2^{12} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

пример: $a = 5^{14} \cdot 3^5 \cdot 2^7$

$$b = 5^6 \cdot 3^6 \cdot 2^3$$

$$c = 5^{20} \cdot 3^{11} \cdot 2^{10}$$

Ответ: $2^{12} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$



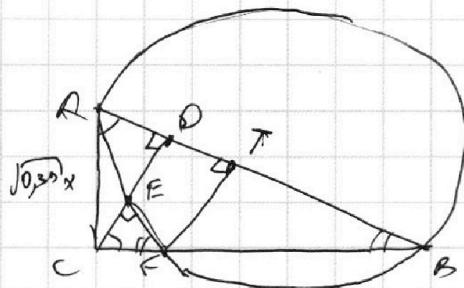
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle DOB = 103^\circ$$

$$\angle DBF = x.$$

$\triangle DEF \sim \triangle DBF \Rightarrow \triangle DBF$ -треугольник, при этом $\angle D$, т.к.
в нем $\angle B$ остро \Rightarrow
 $\Rightarrow \angle D = \angle B = 103^\circ$,

$$\text{значит } DT = EF = 103^\circ$$

$EF \parallel AB \Rightarrow \triangle CEF$ -треугольник и $\triangle ABC$ подобны
 $\Rightarrow \triangle CEF \sim \triangle ACD$

$$\angle D = 103^\circ$$

$$EF = 103^\circ$$

$$AC = \sqrt{10,30}x \text{ (из условия } A\in BC \cup CD)$$

$$\Rightarrow AC$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

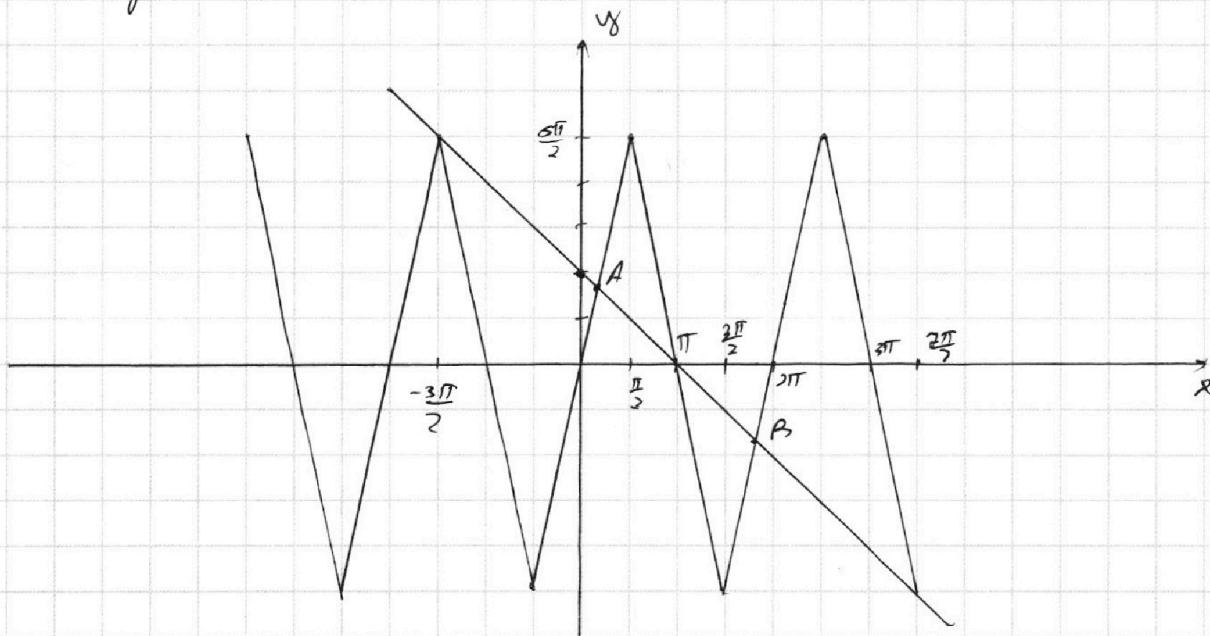
№ 3

$$5 \operatorname{arccos}(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$5\left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arcsin}(\sin x)\right) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\pi - x = 5 \operatorname{arcsin}(\sin x)$$

Построим 1. 2. и 3.



Заметим: очевидны корни: $-\frac{3\pi}{2}; \pi; \frac{2\pi}{2}$

найдем оставшиеся 2 корня

$$x_A \in (0, \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \operatorname{arcsin}(\sin x_A) = x_A$$

$$\text{тогда } \pi - x_A = 5x_A \\ x_A = \frac{\pi}{6}$$

$$x_B \in (\frac{3\pi}{2}, 2\pi) \Rightarrow \operatorname{arcsin}(\sin x_B) = x_B - 2\pi$$

$$\text{тогда } \pi - x_B = 5x_B - 10\pi$$

$$6x_B = 11\pi \\ x_B = \frac{11\pi}{6}$$

$$\text{Ответ: } \left(-\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, \pi, \frac{11\pi}{6}, \frac{2\pi}{2}\right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Запомни, если т.перес. л. прямой a и $Ox \leq -\frac{1}{3a}$, т.е. ^{т.перес. б. прямой}
 $\text{если } x = -\frac{1}{3a} + \frac{a_2}{3a}$
 $x \leq -\frac{1}{3a}$ то достаточн.

Чтобы, что б. прямой ^{наш} a буде
то модуль $<$ чем R при прямой с таким
углом т.е.

$$\left| x = \frac{1}{3a} \right| < \frac{3}{\sqrt{(3a)^2 - a^2}}$$

если т.перес. прямой a и $Ox \geq -\frac{1}{3a}$, то.

$$\begin{array}{l} \text{если} \\ x = \frac{1}{3a} \\ \frac{1}{3a} \geq -\frac{1}{3a} \end{array}$$

то будем достаточн. условие, что
угол т.перес. прямой a буде $<$ чем R при прямой с таким
углом т.е.

$$\left| x = \frac{1}{3a} \right| < \frac{2}{\sqrt{(3a+2)^2 - 4}}$$

если же т.перес. прямой a и $Ox \in (-3; 5)$, то
достаточн. \geq угл. -4 ; т.е. это т.перес. двух общих
внеш. углов, т.к. если будем 1) прямую, то если прям.
перес. б. угл. т. 2-го вр., то первым это можно пересечь
1) ~~закон~~ 2) ~~закон~~

3) т.к. при x ставят \geq угл. $-\frac{1}{3a}$, то прямых, п.р. O ,
небудет

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

7) Найдите, через время x , расстояние между двумя прямыми
один из которых проходит из точки $B(0, 2)$ и содержит
точку $(x, 0)$, и $x \geq 0$.

$$x \geq 0, \text{ и } x \geq 0 \quad (k = \frac{2}{3} \Rightarrow)$$

$$\Rightarrow \frac{|x - 0|}{|x - 0|} = \frac{2}{3} \quad \left| \Rightarrow x_0 = 14, \text{ т.е. } x(-21; 0) \right.$$

$x_0 = 7$

Более того это и говорят под заголовком "б)"
если

тогда т.нрс это -21 .

тогда если $x = 7$ т.нрс $(0, x) \leq -21$,

$$\text{но нужно достаточно } \left| -\frac{1}{3}x \right| < \frac{2}{\sqrt{(2x+2)^2 - 4}}, \text{ т.е.}$$

при этом ул. прямая должна пересекать окр с $R=3$

Учтите!

$$\text{если } \begin{cases} x \leq -21 \\ \left| -\frac{1}{3}x \right| < \frac{2}{\sqrt{(2x+2)^2 - 4}} \end{cases}$$

$$\text{если } \begin{cases} x \in [-21; -4] \\ \left| -\frac{1}{3}x \right| < \frac{3}{\sqrt{(2x+2)^2 - 4}} \end{cases}$$

$$\text{если } x \geq -4$$

$$\left| -\frac{1}{3}x \right| < \frac{2}{\sqrt{(2x+2)^2 - 4}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

14

$$\begin{cases} x+3ay-zb=0 \quad (1) \\ (x^2+14xy+y^2+45)(x^2+y^2-a)=0 \quad (2) \end{cases}$$

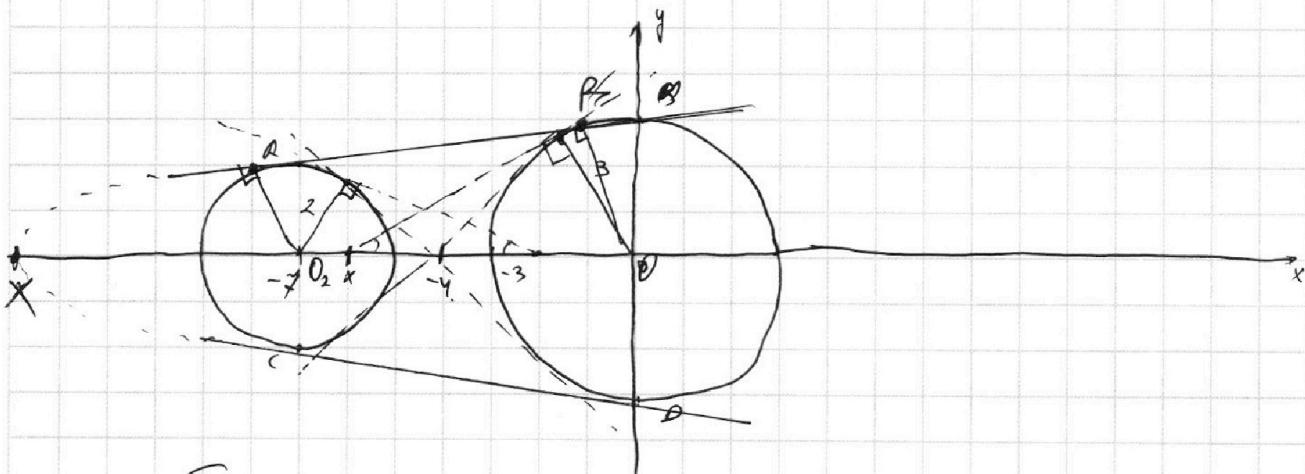
$$\begin{aligned} (1) \quad & x^2+14xy+y^2+45=0 \quad \text{или} \quad x^2+y^2=0 \\ & \text{окр } (x, y) = (0, 0) \quad r = 3 \\ & x^2+14x+y^2+45=0 \\ & (x+7)^2+y^2=49 \\ & \text{окр } (x, y) = (-7, 0) \quad r = 7 \end{aligned}$$

$$(1) \quad 3ay = -x + zb$$

$$\text{если } a=0$$

то $x = zb$ - прямая параллельная оси Oy , это не может никогда пересечь окружность除非通过点 (2) $\Rightarrow a=0$ но тогда

$$\begin{aligned} (2) \quad & \text{если } a \neq 0 \\ & y = -\frac{1}{3a}x + \frac{zb}{3a} \end{aligned}$$



Чтобы у системы было 4 решения, должно быть 4 прямых, проходящих через прямую из (1) и будущую окружность из (2). т.е. каждая будущая окружность должна пересекать в 4 точках уравнение $y = -\frac{1}{3}x + b$.
это возможно для $AB \cup CD$. $AB: \begin{cases} x = -3 \\ y = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} x = -3 \\ y = b \end{cases}$$

$$CD: \begin{cases} x = -3 \\ y = -\frac{1}{3}x - 3 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2(f_1 + f_2) \left(\underbrace{\dots}_{\geq 0} + u \right) = 0$$

\searrow

$$f_1 + f_2 = 0$$

$$f_1 = -f_2$$

$$\log_2 y + \log_2 6x = 0$$

$$\begin{cases} \log_2 6xy = 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6xy = 1 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = \frac{1}{6} \\ x > 0 \end{cases}$$

Задача, что м.к. (1) и (2) - монотонны возрастущи

то у них не более одного корня, то г.к. у каждого

существует $x > 0, y > 0$, то у (1) и (2) ровно

один корень

а значит ровно одна пара

$$\begin{cases} \log_2 6x = \epsilon_1 \\ \log_2 y = \epsilon_2 \end{cases}$$

тогда ~~не~~ есть

один

ровно одна пара $(x, y) \Rightarrow$

равно одна пара x, y

Что получилось?

Ответ: $\frac{1}{6}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5

$$1) \log_2(6x) - 2 \log_{6x} 2 = \log_{6x}, 343 - 4$$

$$\log_2(6x) - 2 \log_{6x} 2 - \frac{3}{2} \log_{6x} 2 + 4 = 0$$

$$t_1 = \log_2(6x)$$

$$t_2 = \frac{1}{2} t_1 \quad (t_1 \neq 0)$$

$$\log_2(6x) - \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\log_2(6x)} + 4 = 0$$

$$t_1 = \log_2(6x)$$

$$t_1^4 - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{t_1} + 4 = 0$$

$$\frac{2t_1^5 + 8t_1 - 7}{t_1} = 0$$

$$2t_1^5 + 8t_1 - 7 = 0 \quad (1) \\ (t_1 \neq 0)$$

$$2) \log_2 y + 6 \log_y 2 = \log_2(7^5) - 4$$

$$\log_2 y + 6 \log_y 2 - \frac{5}{2} \log_2 7 + 4 = 0$$

$$\log_2 y + \frac{7}{2} \log_y 2 + 4 = 0$$

$$\log_2 y + \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{\log_2 y} + 4 = 0$$

$$\text{Заменяю } t_2 = \log_2 y$$

$$t_2^4 + \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{t_2} + 4 = 0$$

$$\frac{2t_2^5 + 8t_2 + 7}{t_2} = 0$$

$$2t_2^5 + 8t_2 + 7 = 0 \quad (2) \\ (t_2 \neq 0)$$

$$\text{3) сложим } (1) + (2) \quad 2(4t_1^5 + t_2^5) + 8(t_1 + t_2) + 7 - 7 = 0 \\ 2(t_1 + t_2)(\dots) + 8(t_1 + t_2) = 0$$



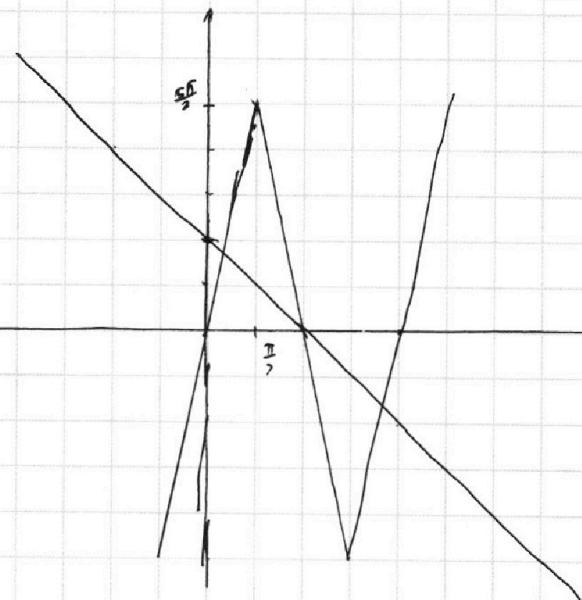
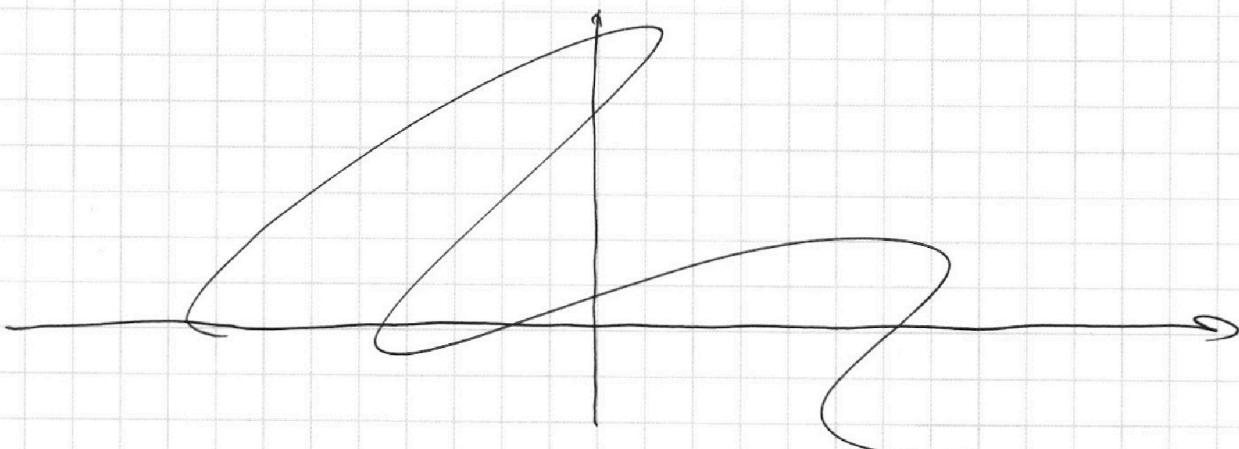
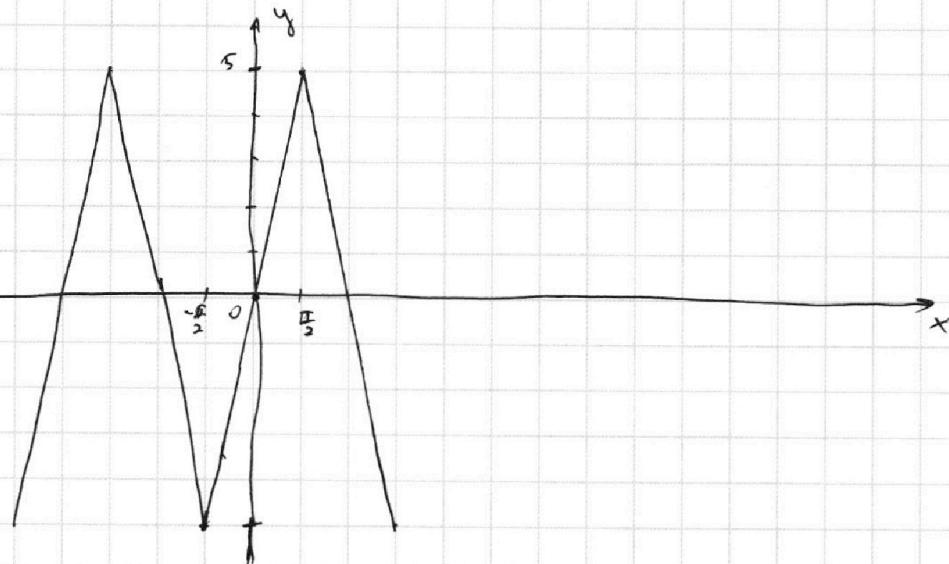
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_2(6x) - 2 \cdot \frac{1}{\log_2 6x} = \underbrace{\log_{6x}(z^3)}_{3 \log_{6x} z - 1} = 4$$

$$\log_2(6x) - 2 \log_{6x} z - 3 \log_{6x} z + 4 = 0$$

$$t^4 - \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{t} + 4 = 0$$

$$2t^4 - 2t^3 + 8 = 0$$

$$\frac{2t^5 + 8t - 7}{t} = 0$$

$$t^4 + 6t^3 - \frac{5}{2}t^2 + 4 = 0$$

$$2t^4 + 7t^3 + 8 = 0$$

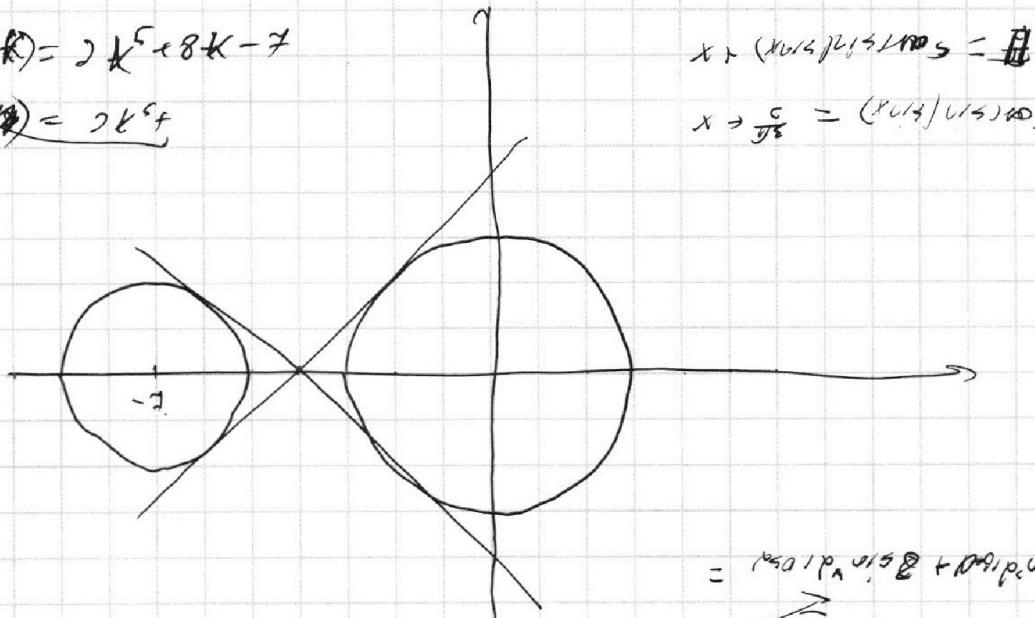
$$2(t_1 + t_2)(t_1 \cdots) + 8(t_1 t_2)$$

$$f(k) = 2k^5 + 8k^3 - 7$$

$$f'(k) = 2k^4$$

$$x \rightarrow (\cos \varphi / \sin \varphi) \cos \theta = \boxed{}$$

$$x \rightarrow \frac{c}{\sqrt{s}} = (\cos \varphi / \sin \varphi) \cos \theta - \frac{c}{\sqrt{s}}$$



$$= p_{S0} / p_A \cos \theta + p_{B0} / p_B \cos \theta \Rightarrow$$

$$= (p_{S0} / p_A \cos \theta + (p_{B0} / p_B \cos \theta - p_{S0} / p_A \cos \theta) / p_{S0} / p_A \cos \theta + p_{S0} / p_A \cos \theta - p_{S0} / p_A \cos \theta) = \\ = (p_{B0} / p_B \cos \theta + p_{S0} / p_A \cos \theta) / p_{S0} / p_A \cos \theta = (p_{B0} / p_B \cos \theta - p_{S0} / p_A \cos \theta) / (p_{S0} / p_A \cos \theta) = \\ = p_{B0} / p_B \cos \theta - (p_{B0} / p_B \cos \theta - p_{S0} / p_A \cos \theta) = p_{B0} / p_B \cos \theta = p_{B0} / p_B \cos \theta = \\ = (p_B + p_C) S_{00} = (p_B) S_{00}$$

$$\Delta n = (n - R) + (n - S) h$$

$$\boxed{\Delta n} = \underbrace{(n - R) + (n - S) h}_{(n-h)} \Rightarrow 2 \cdot \cancel{R}$$

$$(n-h) \cancel{R} + (n-h) \cancel{S} h \cancel{R}$$

$$\Delta n = ((n-h) S_{00} + (n-h) C_{00}) / S_{00}$$

$$= \cos \theta - \sin \theta \sin \theta$$

$$\Delta n = (p_{S0} / p_A \cos \theta) / S_{00}$$

$$(n - \frac{c}{\sqrt{s}}) S_{00} = ((n - \frac{c}{\sqrt{s}}) \cos \theta / S_{00}) / S_{00}$$

$$= \cos \theta - \sin \theta \sin \theta$$



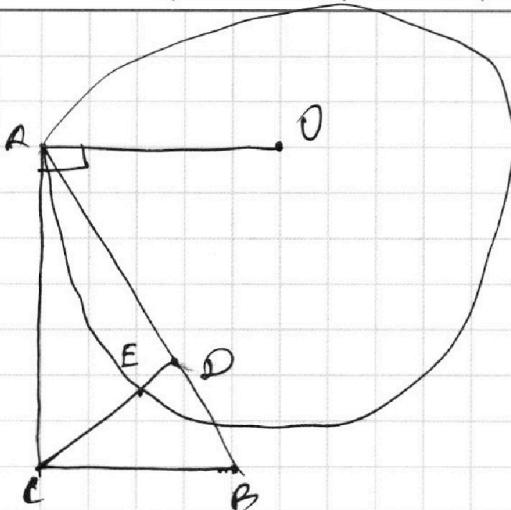
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

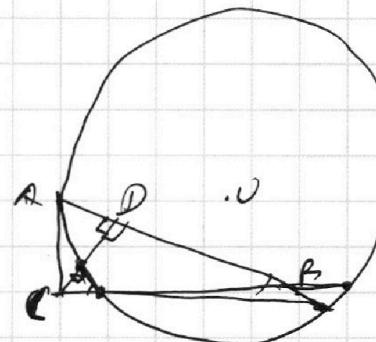
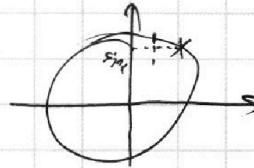
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

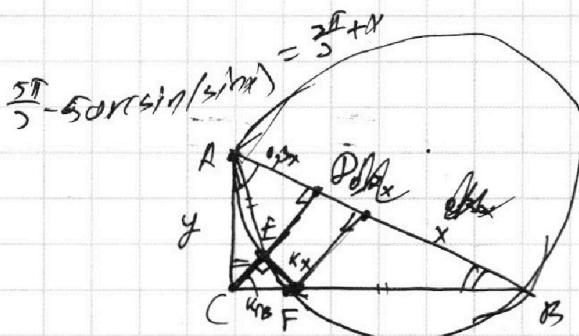
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{\alpha}{2} = \frac{3 \cdot 3,14}{2} = 3 \cdot 1,57$$



$$\arccos(\sin r) = \frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin x)$$



$\triangle ACD \sim \triangle CFE$

$$5 \arcsin x = \pi - x$$

$$x + \arcsin(\sin(\pi/\sin x)) = \pi$$

$$(E/FD) = y^2 = CF \cdot CB$$

$$\text{Пусть } \sqrt{1,6x^2 - y^2} = PB$$

$$\triangle ACD \sim \triangle QBC \cdot k$$

$$(k = \frac{QD}{y} > \frac{CD}{CB})$$

$$y^2 = k \cdot CB \cdot CB$$

$$y^2 = k \cdot (B^2)$$

$$y^2 = k \cdot (1,6x^2 - y^2)$$

$$y^2/k = 1,6x^2$$

$$\frac{k+1}{k} = \left(\frac{1,6x}{y}\right)^2$$

$$z = \frac{1,7}{\sqrt{2}} \cdot \frac{c}{f} + (-,7 \cdot \frac{c}{f})(,7 \cdot \frac{c}{f})(c-f)$$

$$0 = ((,7 \cdot \frac{c}{f}) \frac{c}{f} + (-,7 \cdot \frac{c}{f}))$$

$$,7 \cdot \frac{c}{f} - ,7 = ,7 \cdot \frac{c}{f} + ,7$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab = 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$\sqrt{ab \cdot bc \cdot ac} = abc$$

$$bc = 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

60%

$$ac = 2^{14} \cdot 3^{12} \cdot 5^{13}$$

$$\begin{matrix} x=4 \\ y=7 \\ z= \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} 3xy = & x + y \\ \text{если } & x = 0, \\ \text{то } & y^2 - \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}y^2 + \frac{3}{2}y^2 = 0 \\ & \frac{7}{2}y^2 + \frac{3}{2}y^2 = 0 \\ & 5y^2 = 0 \\ & y = 0 \end{aligned}$$

$$ab = k_1 \cdot k_2 \cdot 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$k_1, k_2 \quad 5^{32}$$

$$bc = k_2 \cdot k_3 \cdot 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18} \quad k_3, k_1$$

$$ac = k_3 \cdot k_1 \cdot 2^{14} \cdot 3^{12} \cdot 5^{13}$$

$$k_3 : k_1 = 15^{11}$$

~~$$k_1, k_2, k_3 \in \mathbb{N}$$~~

$$a = \frac{k_1}{k_1} \cdot 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z$$

$$b = k_2 \cdot 2^{a-x} \cdot 3^{a-y} \cdot 5^{a-z}$$

$$c = k_3 \cdot 2^{b-x} \cdot 3^{b-y} \cdot 5^{b-z}$$

$$ac = k_3 \cdot k_1 \cdot 2^{6+x} \cdot 3^{4+y} \cdot 5^{4+z} \quad ; \quad 2^{14} \cdot 3^{12} \cdot 5^{13}$$

$$ac = 2^{14} \cdot 3^{18} \cdot 5^{14}$$

$$bc = 2^{12} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$ab = 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$c = 2^{10} \cdot 3$$

$$ab = 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$bc = 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$ac = 2^5 \cdot 2^{14} \cdot 3^{12} \cdot 5^{13}$$

$$\begin{aligned} x+y &\geq 12 \\ y+2 &\geq 13 \\ x+2 &\geq 14 \\ x+y+2 &\geq 14 \\ x+y &\geq 12 \\ x &= 10 \\ y &= 13 \end{aligned}$$

$$(x+1)(y+1) = 4 \quad \text{или} \quad xy = 0$$

$$a = 5^{14} \cdot 3^5 \cdot 2^7$$

$$b = 5^{10} \cdot 3^{11} \cdot 2^6$$

$$c = 2^2 \cdot 3^6 \cdot 2^4$$

$$\begin{cases} x+y = 12 \\ y+2 = 13 \\ x+2 = 14 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Понад ве прямые ~~у~~ с кот : ~~k = l - 1/2; 1/2) и b = -3; 3)~~
~~k x + b <~~

зачетки

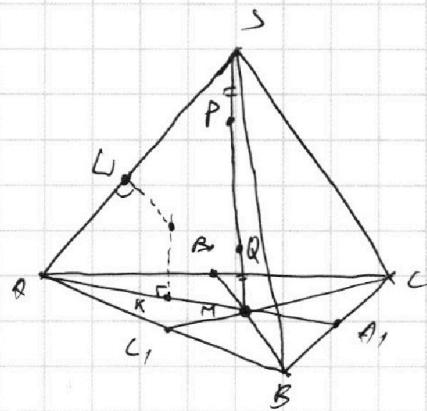
На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО** одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

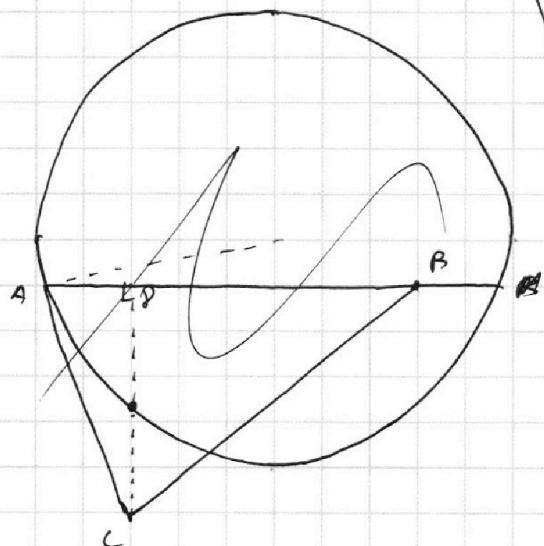
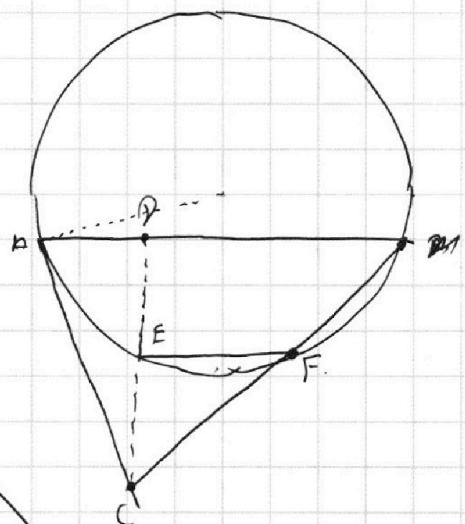
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Решение!

1)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

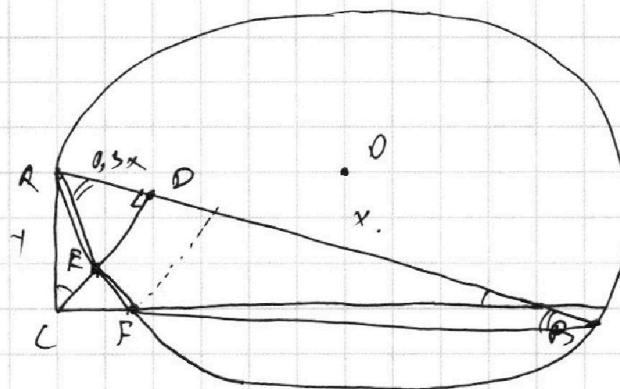
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

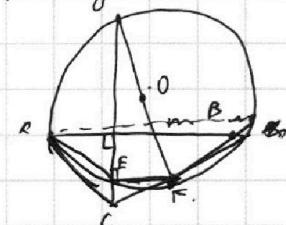
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2



$$\frac{0,3x}{y} = \frac{y}{1,3x}$$

$$0,3x^2 = y^2$$



$$0,3x^2 = CF^2$$

Задачи!

Пусть $BD = x$, тогда $AB = 1,3x \Rightarrow AD = 0,3x$

$\Rightarrow AB \perp EF$ (кордат бокр) $\Rightarrow (D \perp EF, \text{ т.к. } \triangle CEF - \text{ прямой})$

3) $\triangle ACD \sim \triangle BCF$ (т.к. D -бокр) \Rightarrow

$$\Rightarrow \frac{AD}{BC} = \frac{DC}{BF}$$

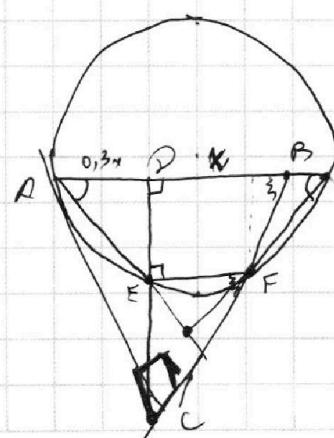
Пусть $AC = y$, тогда $\frac{0,3x}{y} = \frac{y}{1,3x}$

$$y^2 = 0,39x^2 \quad 0,39x^2$$

тогда $(B^2 = (1,3x)^2 - y^2 \leq 1,69x^2 - 0,39x^2 = 1,3x^2)$

$$\begin{aligned} &CS \\ &y = x \\ &0 = x \end{aligned}$$

9)



$$\begin{aligned} &O \\ &x = x \end{aligned}$$