



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 3

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
- [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-16;80)$, $Q(2;80)$ и $R(18;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.
- [6 баллов] Данна треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.
 - Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 1

1) Число x^2yz — степень записи в разложении числа a^2b^3c на простые множители содержит

Сумму из членов $\{x+y \geq 8$

$$\begin{cases} y+z \geq 12 \\ x+z \geq 14 \end{cases} \Rightarrow 2x+2y+2z \geq 34, \quad x+y+z=17$$

Значит, степень записи в разложении числа abc не просты множители хотя бы 17.

2) Аналогично, в числе abc степени пишутся хотя бы $\frac{17+20+24}{2} = 7+10+10,5 = 27,5$, т.е. есть хотя бы 28,

$$7, 10, 10, 5 \in \mathbb{N} \Rightarrow (abc) \in \mathbb{N}$$

3) Аналогично, степени пишутся хотя бы ~~17+20+24~~ ~~39~~ ~~17+20+24=39~~ 39, т.е. abc и ac : 5 39 .

Значит, $abc \geq 2 \cdot 3 \cdot 5$.

3) Задачи, что при $a=2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{12}$, $b=2^3 \cdot 3^6 \cdot 5^0$, $c=2^9 \cdot 3^{14} \cdot 5^{27}$, где каждое выделено в скобках) и при

$$abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$$

Значит, $2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$ — ищем, находим выражение abc

$$abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

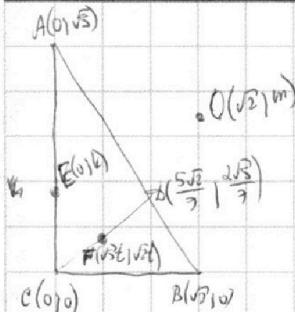
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№2

Пусть O -центр вписанной окружности. Тогда из условия $OB \perp BC$.

2) Поскольку $\frac{AB}{OB} = \frac{5}{2}$, $\frac{AC}{OC} = \sqrt{2}$ будем $BC = \sqrt{2}$, $AC = \sqrt{5}$.

3) Введём систему координат так, что $C(0, 0)$; $A(0, \sqrt{5})$; $B(\sqrt{2}, 0)$;
 $O(\sqrt{2}/m)$; $E(0, k)$.

4) Поскольку $t \in [0, \pi]$, $OB = \sqrt{2}/2$: $\Rightarrow \left(\frac{\sqrt{5}}{2} \cdot \sqrt{2} + \frac{2}{2} \cdot 0 \right) \leq \frac{\sqrt{5}}{2} \cdot 0 + \frac{2}{2} \cdot \sqrt{3}$, т. е. $\Rightarrow \left(\frac{5\sqrt{2}}{7} + \frac{2\sqrt{3}}{7} \right)$.

Тогда уравнение окружности: $\frac{x^2}{2\sqrt{5}} + \frac{y^2}{\sqrt{3}} = 1$. Угол $F(\sqrt{2}t; \sqrt{3}t)$.

5) Поскольку $EO^2 = FO^2 = BO^2$) $EF \parallel AB$; $\begin{cases} m^2 = k^2 + (m-k)^2 \\ m^2 = (\sqrt{3}t - \sqrt{2})^2 + (\sqrt{2}t - m)^2 \\ \frac{m}{k} = \frac{k - \sqrt{2}t}{\sqrt{3}t} \end{cases}$ $\begin{cases} 7t^2 - 2\sqrt{10}t - 2mt + 2 = 0 \\ t = \frac{\sqrt{2}}{7}k \\ m = \frac{1}{k} \cdot \frac{k^2 + 2}{2} \end{cases}$

$$7 \cdot \frac{2}{49}k^2 - 2\sqrt{10} \cdot \frac{\sqrt{2}}{7}k + 2 + -2 \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{k^2 + 2}{2} = 0$$

$$10 = 4\sqrt{5}^2 k$$

$$k = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ т. е. } EC = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

6) $\triangle CEF \sim \triangle ABC$, значит, $\frac{S_{CEF}}{S_{ABC}} = \left(\frac{EC}{AC} \right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = \frac{4}{1} = 4$.

Ответ: 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

6
3

$$10 \operatorname{arcsin}(\cos x) = \pi - 2x$$

$$10 \left(\frac{\pi}{2} - \arccos(\cos x) \right) = \pi - 2x$$

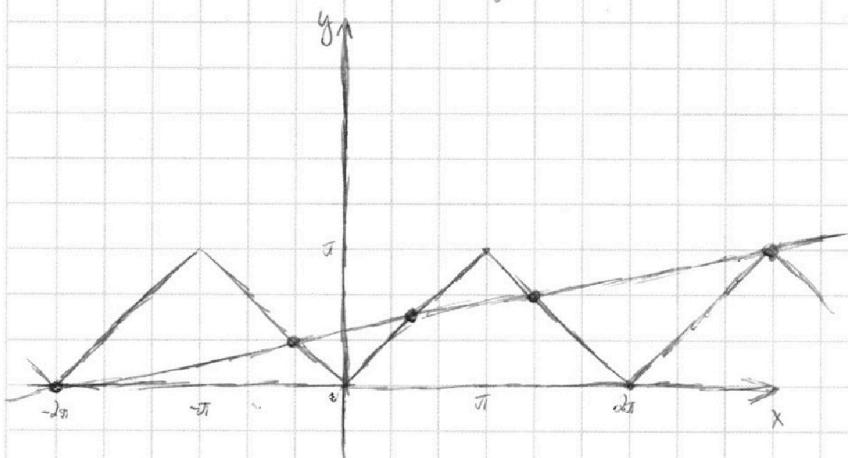
$$5\pi - 10 \arccos(\cos x) = \pi - 2x$$

$$4\pi + 2x = 10 \arccos(\cos x)$$

$$5 \arccos(\cos x) = x + 2\pi$$

$$\arccos(\cos x) = \frac{x}{5} + \frac{2\pi}{5}$$

Построим графики обеих частей уравнения:



Найдём точку пересечения по графику. $x_1 = -2\pi$ | $x_2 = -\frac{\pi}{3}$ | $x_3 = \frac{\pi}{2}$ | $x_4 = \frac{4\pi}{3}$ | $x_5 = 3\pi$.

Однако, это больше тоже нулю пересечения нет.

Одно: -2π | $-\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{4\pi}{3}$ | 3π .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(4x^2 + (y-10)^2 - 6^2) = 0 \end{cases}$$

Решим задачу графически. Второе ур-е даёт две окружности $\omega_1(O_1(0, 0)), r_1=1$ и $\omega_2(O_2(0, 10)), r_2=6$.

Первое ур-е даёт прямую при конкретных а и б. Опять же, это две окружности ω_1 и ω_2 не пересекаются. Поэтому,

для них система имеет 4 решения, необходимо достичь чтобы эта прямая пересекала какую-нибудь из окружностей

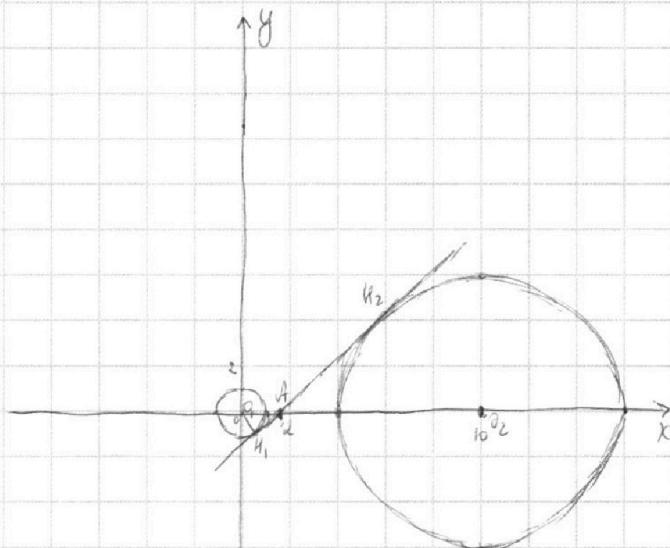
gabe рис.

$$3y = ax + 4b \quad y = \frac{a}{3}x + \frac{4b}{3}.$$

При данном а: $y = \frac{a}{3}x + \frac{4b}{3}$ — множество всех

прямых, налож. прямой $y = \frac{a}{3}x$, и она одна.

Заметим, что «крайний случай» будет при
~~угле~~ угле $\pm 90^\circ$, потому что в этих случаях
он обладает ~~одинаково~~ ~~одинаково~~ касательной.



Сам этот случай, очевидно, не подходит, because
«горизонтальное» прямые не подходит, а более «вертикальные» — нет.

Найдём эту прямую. Всё же нужно понять, как ее рисовать. Мы будем с O_1AH_1 и O_2H_2A : $\frac{O_1A}{O_1H_1} = \frac{1}{\sqrt{51}}$

$$\text{т. е. } O_1A = \frac{1}{\sqrt{51}} O_1H_1 = \frac{10}{\sqrt{51}}. \text{ Тогда } H_1A = \sqrt{O_1A^2 - O_1H_1^2} = \sqrt{\frac{100}{49} - 1} = \frac{\sqrt{51}}{7}, H_1A = \frac{\sqrt{51}}{7}, \operatorname{tg} \angle O_1AH_1 = \frac{O_1H_1}{H_1A} = \frac{1}{\sqrt{51}} = \frac{1}{\sqrt{51}} = \frac{7}{\sqrt{51}}.$$

Тогда $\frac{a}{3} = \frac{7}{\sqrt{51}}$. Аналогично, для другой «крайней» прямой $\frac{a}{3} = -\frac{7}{\sqrt{51}}$.

Поэтому, если наклон, тогда $-\frac{7}{\sqrt{51}} < \frac{a}{3} < \frac{7}{\sqrt{51}}$, т. е. $-\frac{21}{\sqrt{51}} < a < \frac{21}{\sqrt{51}} = \frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{17}} < a < \frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{17}}$

Очевидно $(-\frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{17}}, \frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{17}})$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

вс5

$$1) \log_5^4(2x) - 3\log_{2x} 5 = \log_{(2x)^3}(5^9) - 3$$

Пусть $n = \log_5 y$. Тогда:

$$\text{Пусть } t = \log_5 2x. \text{ Тогда: } t^4 - \frac{3}{t} = \frac{9}{3t} - 3 \cdot 3t \quad n^4 + \frac{4}{n} = -\frac{1}{3t} - 3 \cdot 3n$$

$$3t^5 - 4t + 9t - 9 = 0 \quad 3t^5 + 9t - 13 = 0$$

$$3n^5 + 9n + 12 = 0$$

$$3n^5 + 9n + 13 = 0$$

$$\Delta P(t) = 3t^5 + 9t - 13, \quad \Delta'(P) = \Delta(P') = \mathbb{R}$$

$P'(t) = 15t^4 + 9 > 0 \Rightarrow P(t)$ монотонно возрастает на $\mathbb{R} \Rightarrow$ ур-е $P(t) = 0$ имеет ровно 1 корень

Аналогично, ур-е $3n^5 + 9n + 13 = 0$ имеет ровно 1 корень.

Также очевидно, что существует ровно 1 положительное значение x и ровно 1 отрицательное значение y .

$$\begin{cases} 3t^5 + 9t = -13 \\ 3n^5 + 9n = 13 \end{cases}$$

$f(x) = 3x^5 + 9x$ монотонно, поэтому корни этого ур-я $f(x) = 0$ и t соответствуют тем же

$$n_0 = -t_0 \Rightarrow n_0 + t_0 = 0, \text{ т.е. } \log_5 y + \log_5 2x = 0 \Rightarrow \log_5(2xy) = 0 \Rightarrow 2xy = 1; xy = \frac{1}{2}$$

О т б о р! $\frac{1}{2}$.

* поскольку уравнение $\log_5 ax = b$ имеет ровно 1 решение при $a > 0$ любое любое b .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

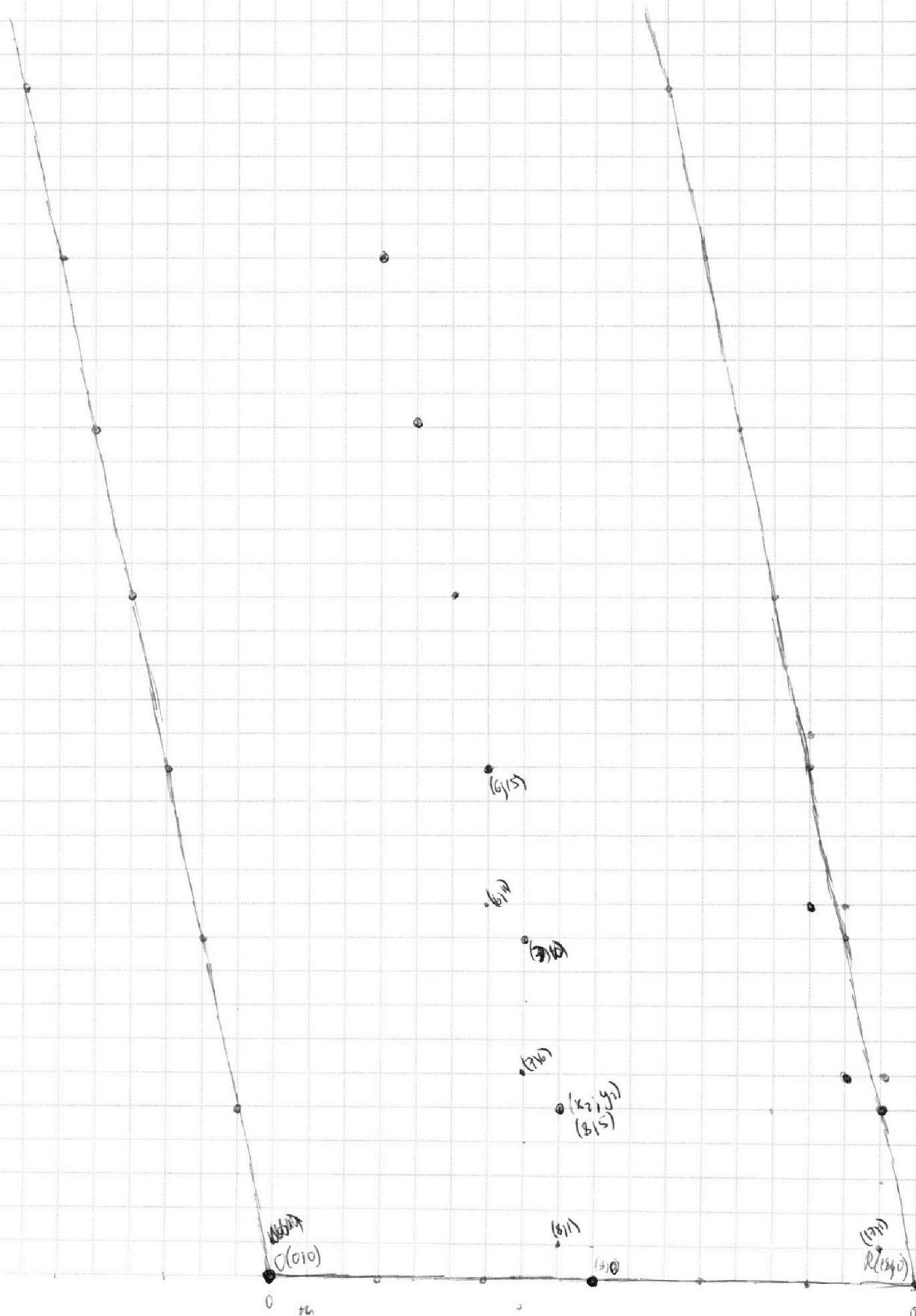
5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

всё

$$1) 5(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 45$$

Заметим, что для любой точки (x_1, y_1) решения это уравнение в цепях газов будет

$$\begin{cases} x_2 = x_1 + 3 + t \\ y_2 = y_1 - 5t \end{cases} \quad t \in \mathbb{Z}$$

Заметим, что при этом, на каждом будет лежать эта точка, ^(x₂, y₂) ^{«одинакова»} ~~на каждом~~ ^{одинакова} отрезок передвижения.

2) Рассмотрим $y_1 = 0$. Тогда при $x_1 \in \{0, 1, 2\} - \{3\}$ это прямая будет лежать между ^(при 10 разных x₁) ^{линиями} ~~линиями~~, и будет соприкасаться с $y_2 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$, т. е. 19 точек.

Аналогично при $y_1 \in \{5, 10, 15, \dots, 80\}$ тоже будет 19 · 10 точек.

В этом случае получаем ~~19 · 10 · 19 · 10~~, $19(19 \cdot 10) = 283 \cdot 10 = 2830$ точек.

3) Рассмотрим $y_1 = 1$. Тогда при $x_1 \in \{0, 1, 2\} - \{3\}$ прямая будет лежать между ^(при 9 разных x₁) ^{линиями} ~~линиями~~, и будет соприкасаться точками с $y_2 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$, т. е. 16 точек.

Аналогично при $y_1 \in \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$ тоже будет 16 · 9 точек.

В этом случае получаем $(80 - 10) \cdot (16 \cdot 9) = 64 \cdot 16 \cdot 9 = 1024 \cdot 9 = 9216$ точек.

4) Таким образом, всего $2830 + 9216 = 12106$ точек.

Ответ: 12106 точек.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) Рис. 0 - центр S_1 . Очевидно, что $OS = OI = r$. Значит, O лежит в плоскости α , проходящей через

K - середину $[S_1 I]$, и перпендикулярную $S_1 I$.

2) Очевидно, что $OI = OK = r$. ~~Значит, O лежит в плоскости β , проходящей через T -середину $[OK]$, и перпендикулярную OK .~~

~~Значит, O лежит в плоскости β , проходящей через T -середину $[OK]$, и перпендикулярную OK .~~

Также, O лежит на перпендикуляре $\perp (ABC)$ через K , и в плоскости перпендикуляра (AS) и проходящей через K .

3) Рис. m_A, m_B, m_C - проекции медиан AA_1, BB_1, CC_1 соответственно. Рис. $AB = c, BC = a, AC = b$.

$$\text{Найдем: } m_A = \frac{1}{2} \sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}, m_B = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}, m_C = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}$$

$$m_A m_B m_C = \frac{1}{8} \sqrt{-4a^3 - 4b^3 - 4c^3 + 6ab^2 + 6a^2b + 6ac^2 + 6c^2b + 6bc^2 + 6b^2c}, \text{ где } a_1 = a^2, b_1 = b^2, c_1 = c^2.$$

$$(m_A m_B m_C)^2 = 3(a_1^3 + b_1^3 + c_1^3 + a_1^2 b_1 + a_1^2 c_1 + b_1^2 c_1) - 2(a_1^3 + b_1^3 + c_1^3)$$

4) ~~Рассмотрим $\triangle ABC$ с вершиной A в центре S_1 . Тогда $AS = S_1 A = \sqrt{r^2 + c_1^2} = \sqrt{r^2 + a^2} = \sqrt{16 + 8} = \sqrt{24}$~~

~~$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos \angle BAC = 24^2$~~

$$(m_A m_B m_C)^2 = 3t$$

4) Из параллелограмма очевидно, что O лежит в плоскости (AS) и биссектрисе угла BAC , и

вместе с серединой S_1 . Значит, $AS = S_1 A = \sqrt{r^2 + c_1^2} \Rightarrow AS = S_1 A = 16$, т. е. $S_1 A = 16$.

Восстановим медиану изображение. Рис. $C(0,0), B(0,16), A(12,5)$. Площадь $S_{\triangle ABC} = 100 = \frac{1}{2} h \cdot 16$

$$h = \frac{100}{8} = \frac{25}{2} = 12,5. \text{ Т. к. } \angle A = 90^\circ, \text{ то } \sin \angle A = \frac{2}{3} AA_1 = 16, \text{ т. е. } t^2 + 4,5^2 = 24^2$$

$$t^2 = 28,5 \cdot 19,5; t = \sqrt{\frac{1}{2} \sqrt{57 \cdot 39}}. \text{ Найдем: } B_1(6,25), C_1(6,25), A_1(12,5)$$

$$\text{Найдем } BB_1^2 = (6,25^2 + (\frac{1}{2} \sqrt{57 \cdot 39} - 8)^2), CC_1^2 = 6,25^2 + (\frac{1}{2} \sqrt{57 \cdot 39})^2, \text{ Отсюда: } AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 4096.$$

а) Ответ: 4096.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$c = 2 \frac{12}{7} \quad a = 2 \frac{8}{7}$$

$$\begin{cases} a+b \geq 8 \\ b+c \geq 12 \\ a+c \geq 14 \end{cases} \Rightarrow 2(a+b+c) \geq 2(4+6+7)$$

$$a+b+c \geq 17$$

$$\begin{matrix} 14 \\ 8 \\ 22 \end{matrix}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\cos\frac{\pi}{6}$$

$$\begin{matrix} 7 \\ 29 \end{matrix}$$

2

$$\begin{cases} a+b \geq 14 \\ b+c \geq 20 \\ a+c \geq 22 \end{cases}$$

$$a+b+c = 28$$

$$c = 14,5$$

$$\begin{cases} a = 8,5 \\ b = 7,5 \end{cases}$$

$$a = 8$$

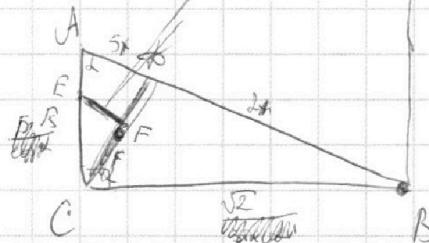
$$\begin{cases} a+b = 14 \\ b+c = 20 \\ a+c = 22 \end{cases}$$

$$a+b+c = 28$$

$$c = 14$$

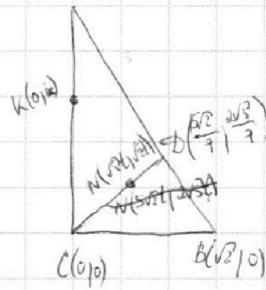
$$a =$$

$$\begin{matrix} a = 8 \\ b = 7,5 \\ c = 14 \end{matrix}$$



A($0, \sqrt{2}$)

O($\sqrt{2}, \sqrt{2}$)



$$\begin{cases} m^2 = 2 + (m-k)^2 \\ m^2 = (\sqrt{2}t - k)^2 + (\sqrt{2}t - m)^2 \\ \sqrt{2} = \frac{k - \sqrt{2}t}{\sqrt{2}t} \end{cases}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2}{3\sin \alpha} \cdot \frac{\sin \alpha}{6\sin \alpha}$$

$$\begin{cases} 0 = 2 - 2mk + k^2 \\ 0 = 5t^2 - 2\sqrt{2}t + 2 + 2t^2 - 2kt \\ 5t = \sqrt{2}k - 2t \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b=12 \\ b+c=17 \\ a+c=39 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7t = \sqrt{2}k \quad t = \frac{\sqrt{2}}{7}k \\ \frac{k^2 - 2k}{2k} = \frac{k}{2} + \frac{3}{k} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{2}{49}k^2 - 2\sqrt{10} \cdot \frac{\sqrt{2}}{7}k + 2 - 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{7} \cdot \frac{k^2 + 2}{k} = 0 \\ \frac{2}{7}k^2 - \frac{4}{7}\sqrt{2}k + 2 - \frac{2}{7}(k^2 + 2) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2k^2 - 4\sqrt{2}k + 14 - 8\sqrt{2}k^2 - 4 = 0 \\ (2-\sqrt{2})k^2 - 4\sqrt{2}k + (14-2\sqrt{2}) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (\sqrt{2}-1)k^2 - 2\sqrt{2}k + (3\sqrt{2}-2) = 0 \end{cases}$$

$$2\sqrt{2}k = 4\sqrt{2} \quad \frac{2}{4} = 10 - (\sqrt{2}-1)(7\sqrt{2}-2) \quad 10 - (14 - 9\sqrt{2} + 2) = 5\sqrt{2} - 6 = 3(3\sqrt{2} - 2)$$

$$2k = \sqrt{2}$$

$$k = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

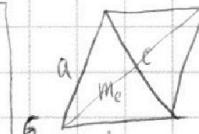
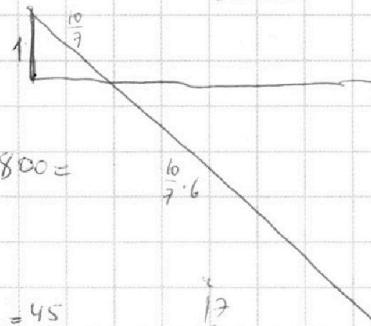
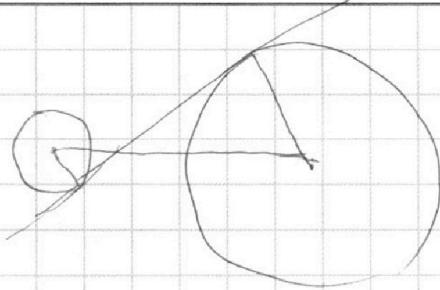
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\lg_{\frac{1}{2}} 5^{-1}$$

$$(100-4)^2 = 10000 - 8000 = \\ = 9200$$

$$3n^5 + n^2 + 9n + 12 = 0$$

$$n = -\frac{1}{3} \pm \frac{1}{81}$$

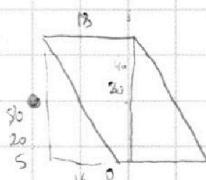
$$\frac{32}{56}$$

$$\begin{cases} 5x+y=45 \\ y=0.5t \end{cases}$$

$$\frac{17}{119} c^2 + 4m_c^2 = 2a^2 + 2b^2 \\ \frac{17}{289} 2m_c = \sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2} \\ m_c = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}$$

$$3(n^5 + t^5) + 9(n+t) + n^2 - 9t^2 + 3 = 0$$

28510



$$f(t) = 3t^5 + 9t - 13$$

$$f'(t) = 15t^4 + 9$$

2890

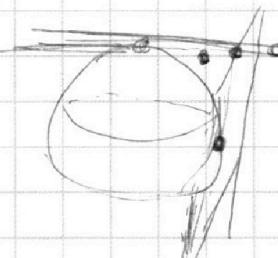
9216

12106

2850

289

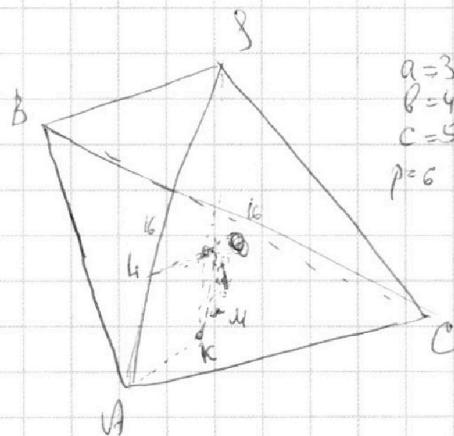
2601



$$64 \cdot 16 \cdot 9 + 17 \cdot 17 \cdot 10 = 2890 + 9200 =$$

$$a^2 \cdot b^2 = 2^{16}$$

$$2ab = 400$$



$$\begin{aligned} a &= 3 \\ b &= 4 \\ c &= 5 \\ p &= 6 \end{aligned}$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$10 \arcsin(\lambda) = \bar{a} + 4\bar{c}$$

$$10 \cdot \frac{5}{6} \cdot \pi \cdot \frac{26}{3}$$

$$10 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 \pi \cdot \frac{4}{3}$$

$$10 \cdot \frac{25}{36} \pi \cdot \frac{4}{3}$$

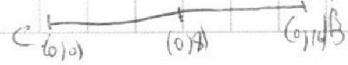
$$A(12.5)^2$$

$$A(12.5)^2$$

$$(2a+2b-c)(2a+2c-b)(2b+2c-a)$$

$$\begin{array}{ccccccc} a & & b & & c & & \\ a & & b & & a & & \\ a & & a & & a & & \\ 6 & & 6 & & 6 & & \\ & & & & & & \end{array}$$

$$S = f \sqrt{\left(\frac{a}{2} + \frac{b}{2} + \frac{c}{2}\right) \left(\frac{a}{2} + \frac{b}{2} - \frac{c}{2}\right)}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3y = ax + 4b$$

$$y = \frac{a}{3}x + \frac{4b}{3}$$

$$h = \frac{a}{3}, m = \frac{4b}{3} : y = hx + m$$

$$\left((h^2 + 1)x^2 + kx^2 + 2hm x + (m^2 - i) \right) + \left(x^2 + (hx + (m - 10))^2 - 36 \right) = 0$$

$$y = \frac{8}{kx + 6}$$

$$h^2 m^2 - (h^2 + 1)(m^2 - i) > 0$$

$$-m^2 + h^2 + i > 0$$

$$h^2 - m^2 + i > 0$$

$$(h^2 + 1)x^2 + 2hx(m - 10)x + (m^2 - 20m + 64) < 0$$

$$n^2(m - 10)^2 - (n^2 + 1)((m - 10)^2 - 36) > 0$$

$$h, m_1, -(h^2 + 1)(m_1 - 36) > 0$$

$$-m_1 + 36h_1 + 36 > 0$$

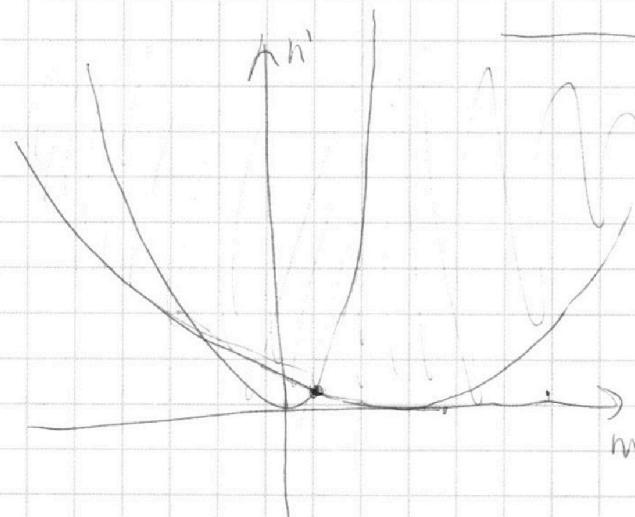
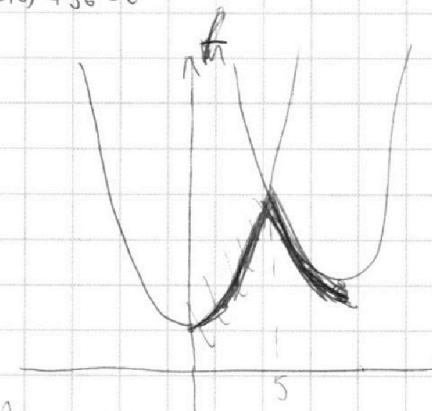
$$36h^2 - (m - 10)^2 + 36 > 0$$

BG

$$?n: \exists m: \begin{cases} m^2 < n^2 + 1 \\ (m - 10)^2 < 36h^2 + 36 \end{cases}$$

$$y^2 = k^2 + 1$$

$$?n^2: \exists m: \begin{cases} m^2 < n^2 \\ (m - 10)^2 < 36n^2 \end{cases}$$



$$36m^2 = (m - 10)^2, 35m^2 + 20m - 100 = 0$$

$$7m^2 + 4m - 20 = 0$$

$$\frac{d}{7} = 4 + 140 = 144 = 12^2$$

$$m = \frac{-2-12}{7} = -2$$

$$m = \frac{-2+12}{7} = \frac{10}{7}$$

$$n^2 = \frac{100}{49}$$

$$n^2 + 1 = \frac{100}{49} + 1 = \frac{51}{49}$$

$$n = \frac{\sqrt{51}}{7}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ.

