



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^9 3^{10} 5^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{14} 3^{13} 5^{13}$ ,  $ac$  делится на  $2^{19} 3^{18} 5^{30}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $BC$  в точке  $B$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $F$ , а катет  $AC$  – в точке  $E$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AD : DB = 3 : 1$ . Найдите отношение площади треугольника  $ABC$  к площади треугольника  $CEF$ .

3. [4 балла] Решите уравнение  $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$ .

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-14; 42)$ ,  $Q(6; 42)$  и  $R(20; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$ .

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1, BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 90,  $SA = BC = 12$ .

а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1, BB_1$  и  $CC_1$ .

б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 4$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b, c \mid \begin{cases} ab: 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10} \\ bc: 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13} \\ ac: 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30} \end{cases}$$

Все  $x_i, y_i, z_i \in \mathbb{N}$

$\min(a, b, c)$

Сначала рассмотрим только степени 2:

$$\left. \begin{cases} ac = 2^{19} \cdot x \\ ab \cdot bc = 2^9 \cdot y \cdot 2^{14} \cdot z = 2^{23} \cdot z \end{cases} \right\} \frac{ab^2c}{ac} = \frac{2^{23} \cdot 2 \cdot y}{2^{19} \cdot x} \quad b = 2^{\frac{4y}{x}} \cdot \frac{2 \cdot y}{x} = 2^2 \cdot \frac{2 \cdot y}{x}$$

Тогда входящие числа  $a$  и  $b$  имеют степени 2, тогда  $b \mid a = 9 - 2 = 7$ , а  $b \mid c = 14 - 2 = 12$

Получается  $a = 2^7 \cdot a_1$ ,  $b = 2^2 \cdot b_1$ ,  $c = 2^{12} \cdot c_1 \Rightarrow abc = 2^{21} \cdot a_1 b_1 c_1$

Теперь посмотрим только на степени 3:

$$\left. \begin{cases} bc \cdot ac = 3^{13} \cdot x_1 \cdot 3^{18} \cdot x_2 \\ ab = 3^{10} \cdot x_3 \end{cases} \right\} \frac{abc^2}{ab} = \frac{3^{13} \cdot 3^{18} \cdot x_1 \cdot x_2}{3^{10} \cdot x_3} = \frac{3^{21} \cdot x_1 \cdot x_2}{x_3} = c^2$$

Значит или в  $x_3$  содержится 3 в какой-то степени или степень 3 в  $c$  не менее 11.

1) Если  $c = 3^{11} \cdot c_1$ , где  $c_1 \not\mid 3$

$$\Rightarrow a = 3^7 \cdot a_2 \Rightarrow b = 3^3 \cdot b_2 \Rightarrow abc = 3^{21}$$

2) Если в  $x_3$  есть  $3^k$ , то  $ab: 3^{10} \cdot 3^k$ , где  $k \geq 1, k \in \mathbb{N}$

$$\Rightarrow c^2 = 3^{21-k} \cdot c_3, ab = 3^{10+k} \cdot x_4, bc = 3^{13} \cdot z_3, ac = 3^{19} \cdot z_4$$

$$\Rightarrow abc = 3^{21} \cdot z_5 \Rightarrow \text{Минимальная степень } 3 - 21.$$

Теперь посмотрим на степени 5:

Заметим, что  $ac: 5^{30}$  тогда  $abc: 5^{30}$

Пусть например  $a: 5^n$ ,  $c: 5^{19}$ , тогда  $ab: 5^{10}$ ,  $bc: 5^{13}$ , а  $b \not\mid 5$

Тогда это пример на входящие числа 5 со степенью 30, а меньше быть не может  $\Rightarrow 30$ .

Соберем:

$$abc: 2^{21}, abc: 3^{21}, abc: 5^{30} \Rightarrow abc: 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}, \text{ т.к. числа } 2, 3, 5 - \text{взаимно просты} \Rightarrow \min(abc) = 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$$

Ответ:  $2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $CD \perp AB$ , окружность кас  $BC$  в т.  $B$ , и  $BC$ .  $CD = F$ ,  $\angle AC = E$   
 $AB \parallel EF$ ,  $AD : DB = \frac{3}{1}$

Найти:  $S_{\triangle ABC} / S_{\triangle CEF} = ?$

Решение:

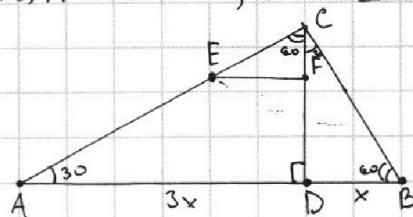
1)  $AD = 3x$ ,  $DB = x$

2) Тогда  $CD = \sqrt{AD \cdot DB} = \sqrt{3x \cdot x} = x\sqrt{3}$

3)  $\triangle ACD$ :  $AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{9x^2 + 3x^2} = 2x\sqrt{3}$

4)  $\triangle DCB$ :  $CB = \sqrt{CD^2 + DB^2} = \sqrt{3x^2 + x^2} = 2x$

5)  $\triangle ABC$ :  $AB = 4x$ ,  $BC = 2x \Rightarrow \angle A = 30^\circ \Rightarrow \angle B = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\operatorname{arcsin}(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\operatorname{arcsin}(\cos x) = \frac{x + \frac{\pi}{2}}{5}$$

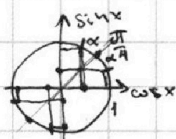
$$\cos x = \sin\left(\frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}\right)$$

$$\begin{cases} \frac{\pi}{4} + \pi k + \alpha = x, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{\pi}{4} + \pi k - \alpha = \frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$+ : \frac{\pi}{2} + 2\pi k = \frac{6x}{5} + \frac{\pi}{10}, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{5}{6} \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{10} + 2\pi k \right), k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{3} + \frac{5\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$$



Из окружности видно, что если

$x$  и  $\frac{x + \frac{\pi}{2}}{5}$  будут симметричны

относительно  $\frac{\pi}{4} + \pi k$ , то взав

$\cos$  и  $\sin$  от этих величин, они будут равны,

что как раз нам и нужно.

~~Получим уравнение:~~

Подставим в уравнение:

$$\operatorname{arcsin}(\cos x) = \frac{\pi}{3} + \frac{5\pi k}{3} + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{3}$$

Область значений функции  $\operatorname{arcsin} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

Поэтому получается неравенство:

$$-\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{3} \leq \frac{\pi}{2} \cdot \frac{2}{\pi}$$

$$-1 \leq \frac{1}{3} + \frac{2}{3}k \leq 1 \cdot 3$$

$$-3 \leq 1 + 2k \leq 3$$

$$-4 \leq 2k \leq 2$$

$$-2 \leq k \leq 1 \Rightarrow k = -2; -1; 0; 1 \text{ т.к. } k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Тогда } x_1 = \frac{\pi}{3} + \frac{5\pi}{3} \cdot (-2) = -3\pi$$

$$x_2 = \frac{\pi}{3} + \frac{5\pi}{3} \cdot (-1) = -\frac{4\pi}{3}$$

$$x_3 = \frac{\pi}{3} + \frac{5\pi}{3} \cdot 0 = \frac{\pi}{3}$$

$$x_4 = \frac{\pi}{3} + \frac{5\pi}{3} \cdot 1 = 2\pi$$

$$\text{Ответ: } x_1 = -3\pi, x_2 = -\frac{4\pi}{3}; x_3 = \frac{\pi}{3}; x_4 = 2\pi$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

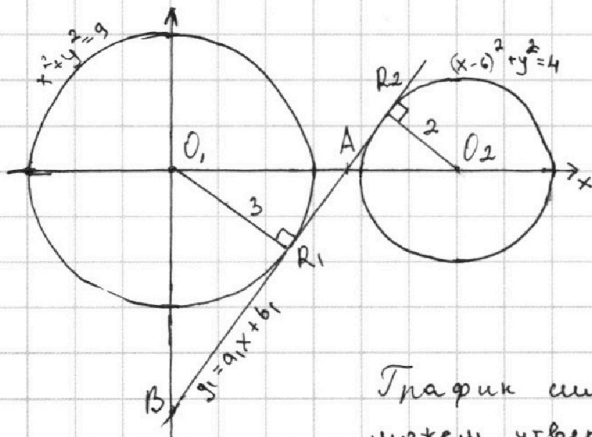
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax+2y-3b=0 \\ (x^2+y^2-9)(x^2+y^2-12x+32)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ax+2y-3b=0 \\ \begin{cases} x^2+y^2=9 \\ (x^2-12x+36)+y^2=4 \end{cases} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ax+2y-3b=0 & (1) \\ x^2+y^2=9 & (2) \\ (x-6)^2+y^2=4 & (3) \end{cases}$$

Заметим, что 1 уравнение в графическом представлении является прямой, а 2 и 3 являются уравнениями окружностей.



Проведем общую касательную к 2 окружностям:  $y = a_1x + b_1$ ,  $a_1 > 0, b_1 < 0$ . Заметим, если у множества прямых коэффициент перед  $x$  будет  $\geq a_1$ , то мы не сможем подобрать такой свободный член, чтобы система имела ровно 4 решения.

График симметричен оси  $OX$ , поэтому мы также можем утверждать, что коэффициент перед  $x$  не может быть  $\leq -a_1$ , т.к. мы снова не сможем подобрать

свободный член для достижения условия задачи.

Преобразуем (\*) уравнение:

$$y = -\frac{a_1}{2}x + \frac{3}{2}b_1$$

Тогда получается двойное неравенство:

$$-a_1 < \frac{a_1}{2} < a_1$$

$$-2a_1 < -a_1 < 2a_1$$

$$-2a_1 < a_1 < 2a_1$$

Осталось найти  $a_1$ .

Рассмотрим  $\triangle O_1R_1A$  и  $\triangle O_2R_2A$ , они подобны по 2 углам

$$\frac{O_1A}{O_2A} = \frac{O_1R_1}{O_2R_2} \Rightarrow \frac{O_1A}{O_1O_2} = \frac{O_1R_1}{O_1R_1 + O_2R_2} = \frac{3}{5} \Rightarrow O_1A = \frac{3}{5} \cdot 6$$

$$y = a_1x + b_1, y = 0, x = \frac{3 \cdot 6}{5} \Rightarrow \frac{18}{5}a_1 = -b_1$$

$$\triangle O_1R_1A: R_1A = \sqrt{O_1A^2 - O_1R_1^2} = \sqrt{\left(\frac{18}{5}\right)^2 - 9} = \frac{3}{5}\sqrt{11}$$

$$O_1R_1^2 = R_1B \cdot R_1A \Rightarrow R_1B = \frac{9 \cdot \frac{3}{5}}{3\sqrt{11}} = \frac{15}{\sqrt{11}}$$

$$\triangle B O_1 R_1: O_1B = \sqrt{O_1R_1^2 + R_1B^2} = \sqrt{9 + \frac{225}{11}} = 18/\sqrt{11}$$

$$y = a_1x + b_1, x = 0, y = -18/\sqrt{11} \Rightarrow b_1 = -18/\sqrt{11}$$

$$\frac{18}{5}a_1 = -b_1 = 18/\sqrt{11} \Rightarrow a_1 = \frac{5}{18} \cdot \frac{18}{\sqrt{11}} = \frac{5}{\sqrt{11}} \Rightarrow -2 \cdot \frac{5}{\sqrt{11}} < a < 2 \cdot \frac{5}{\sqrt{11}}$$

Ответ:  $a \in \left(-\frac{10}{\sqrt{11}}; \frac{10}{\sqrt{11}}\right)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \\ \log_3^4 (5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{(5y)^2} (3^{11}) - 8 \end{cases} \begin{cases} x > 0, x \neq 1 \\ 5y > 0, 5y \neq 1 \end{cases}$$

$$243 = 3^5$$
$$\log_{x^2} (3^5) = \frac{5}{2} (\log_x 3), \text{ но } x > 0 \Rightarrow = \frac{5}{2} \log_x 3 = \frac{5}{2} \left( \frac{\log_3 3}{\log_3 x} \right)$$

$$(\log_3 x)^4 + 6 \left( \frac{1}{\log_3 x} \right) - \frac{5}{2} \left( \frac{1}{\log_3 x} \right) + 8 = 0$$

$$\log_3 x = t \Rightarrow 3^t = x$$

$$t^4 + \frac{6}{t} - \frac{5}{2t} + 8 = 0 \cdot 2t$$

$$2t^5 + 16t + 7 = 0 = f(t)$$

$f'(t) = 10t^4 + 16$  - всегда  $\geq 16 \Rightarrow$  возрастает  $\Rightarrow$  пересечение

$y = 0$  не более 1  $\Rightarrow$  не более 1 корня

Заметим  $f(-1) < 0, f(0) > 0 \Rightarrow$  корень между  $-1$  и  $0$

$$3^t = x \Rightarrow x \text{ между } \frac{1}{3} \text{ и } 1$$

$$(\log_3 (5y))^4 + 2 \log_{5y} 3 = \log_{(5y)^2} (3^{11}) - 8$$

$$\log_3 (5y) = z$$
$$z^4 + \frac{2}{z} - \frac{11}{2z} + 8 = 0$$

$$\log_3 5y = z$$

$$z^4 + \frac{2}{z} - \frac{11}{2z} + 8 = 0 \cdot 2z$$

$$2z^5 + 16z - 7 = 0 = f_1(z)$$

$f_1'(z) = 10z^4 + 16$  всегда  $\geq 16 \Rightarrow$  возрастает  $\Rightarrow$  пересечение с  $y = 0$

не более 1  $\Rightarrow$  не более 1 корня

Заметим  $f_1(0) < 0, f_1(1) > 0 \Rightarrow$  корень между  $0$  и  $1$

$$3^z = 5y \Rightarrow 5y \text{ между } 1 \text{ и } 3$$

Тогда  $x \cdot 5y$  между  $\frac{1}{3}$  и  $3 \Rightarrow xy$  между  $\frac{1}{15}$  и  $\frac{3}{5}$

Теперь посмотрим на уравнения:

$$2t^5 + 16t + 7 = 0 \text{ и } 2z^5 + 16z - 7 = 0$$

Пусть  $a$  - решение первого уравнения, тогда:

$$2 \cdot a^5 + 16 \cdot a + 7 = 0. \text{ Подставим } -a \text{ во второе:}$$

$$-2 \cdot a^5 - 16a - 7 = -(2 \cdot a^5 + 16a + 7) = - \cdot (0) = 0 \text{ т.е. } -a \text{ - реше-}$$

ние второго уравнения. Тогда

$$x = 3^a, 5y = 3^{-a} \Rightarrow x \cdot 5y = 3^a \cdot 3^{-a} = \frac{3^a}{3^a} = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{5}$$

Примем условия на  $x$  и  $y$  выполняются.

Ответ: единственное возможное произведение  $= \frac{1}{5} = xy$



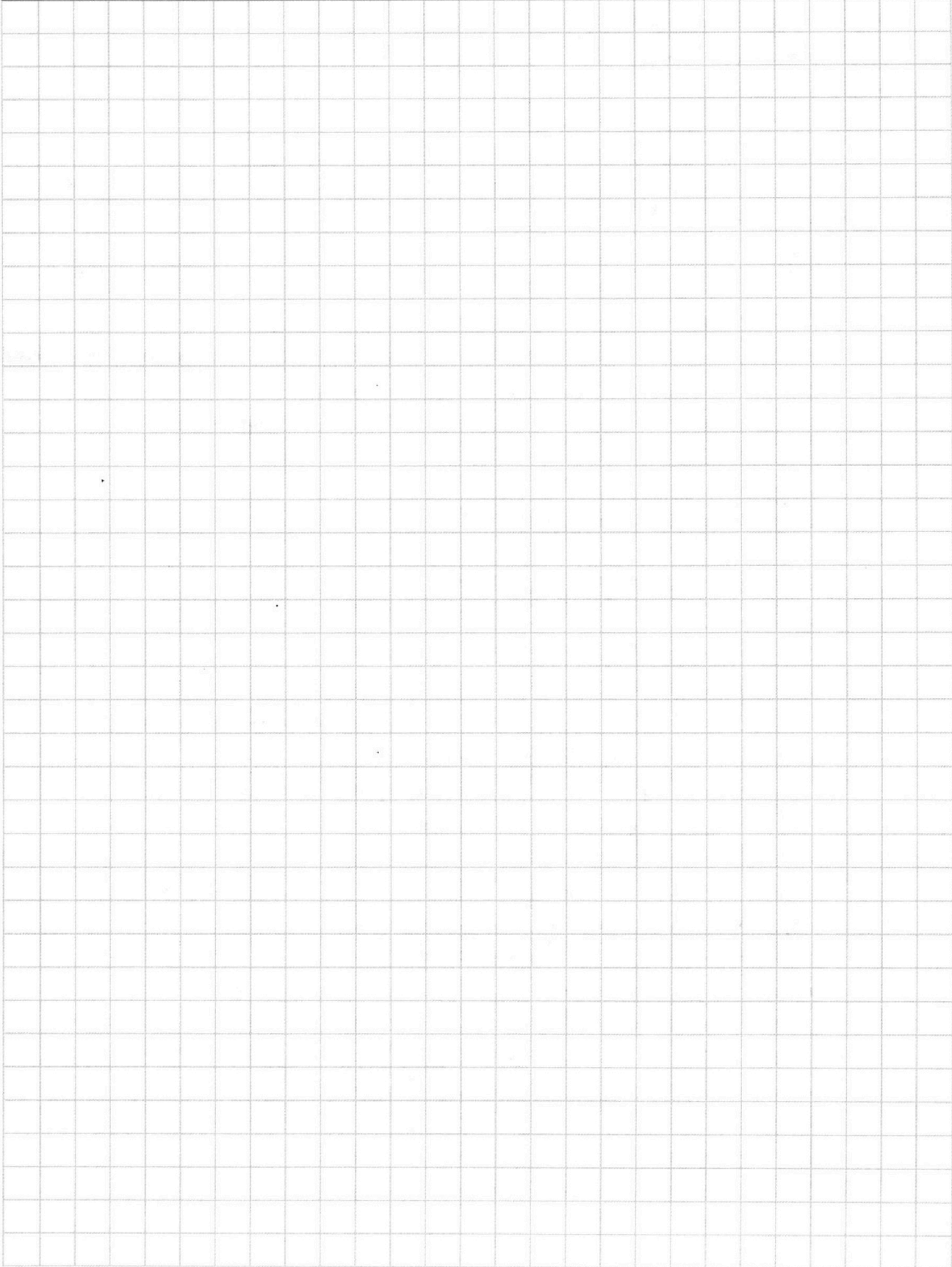
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





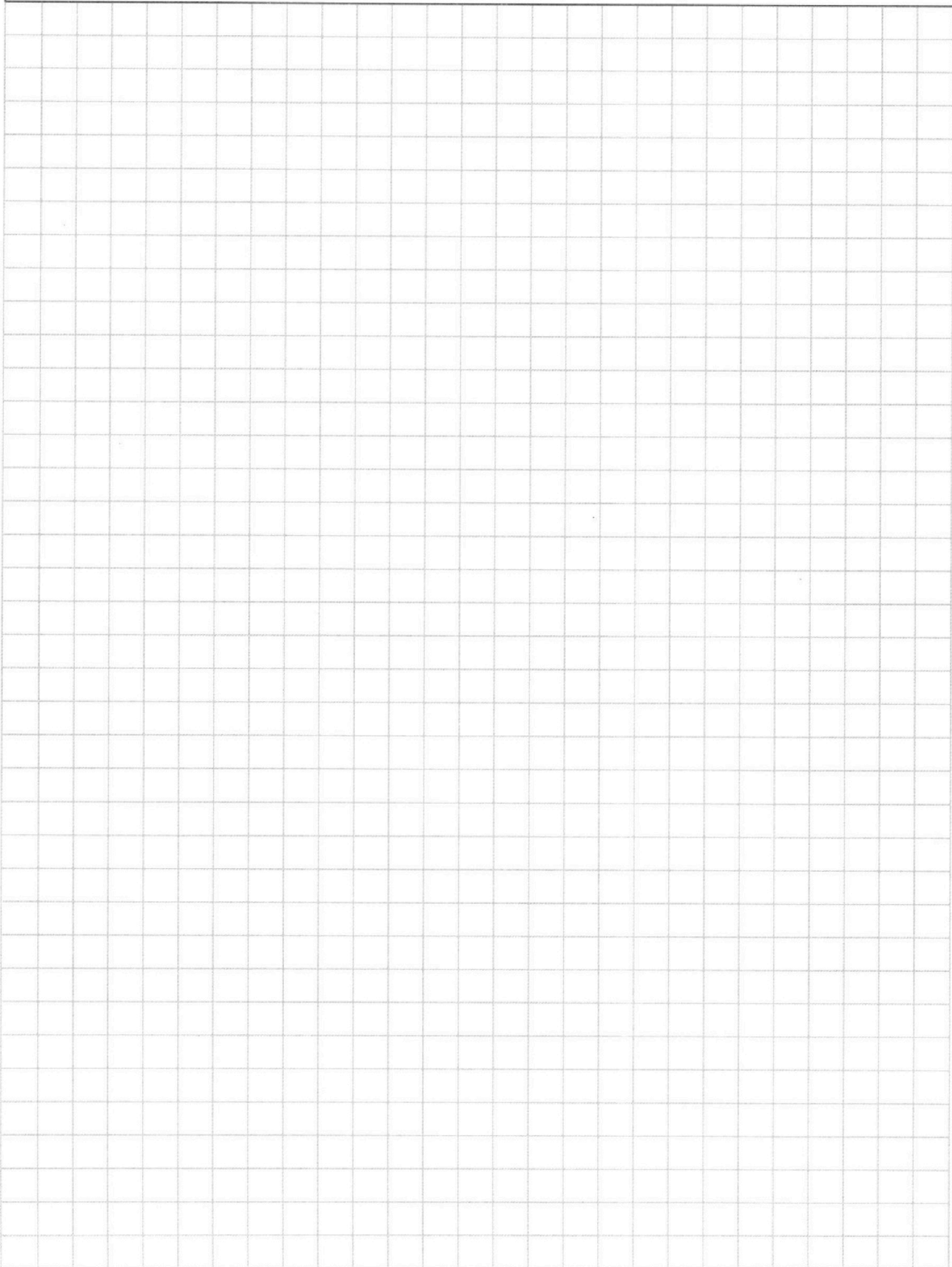
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!







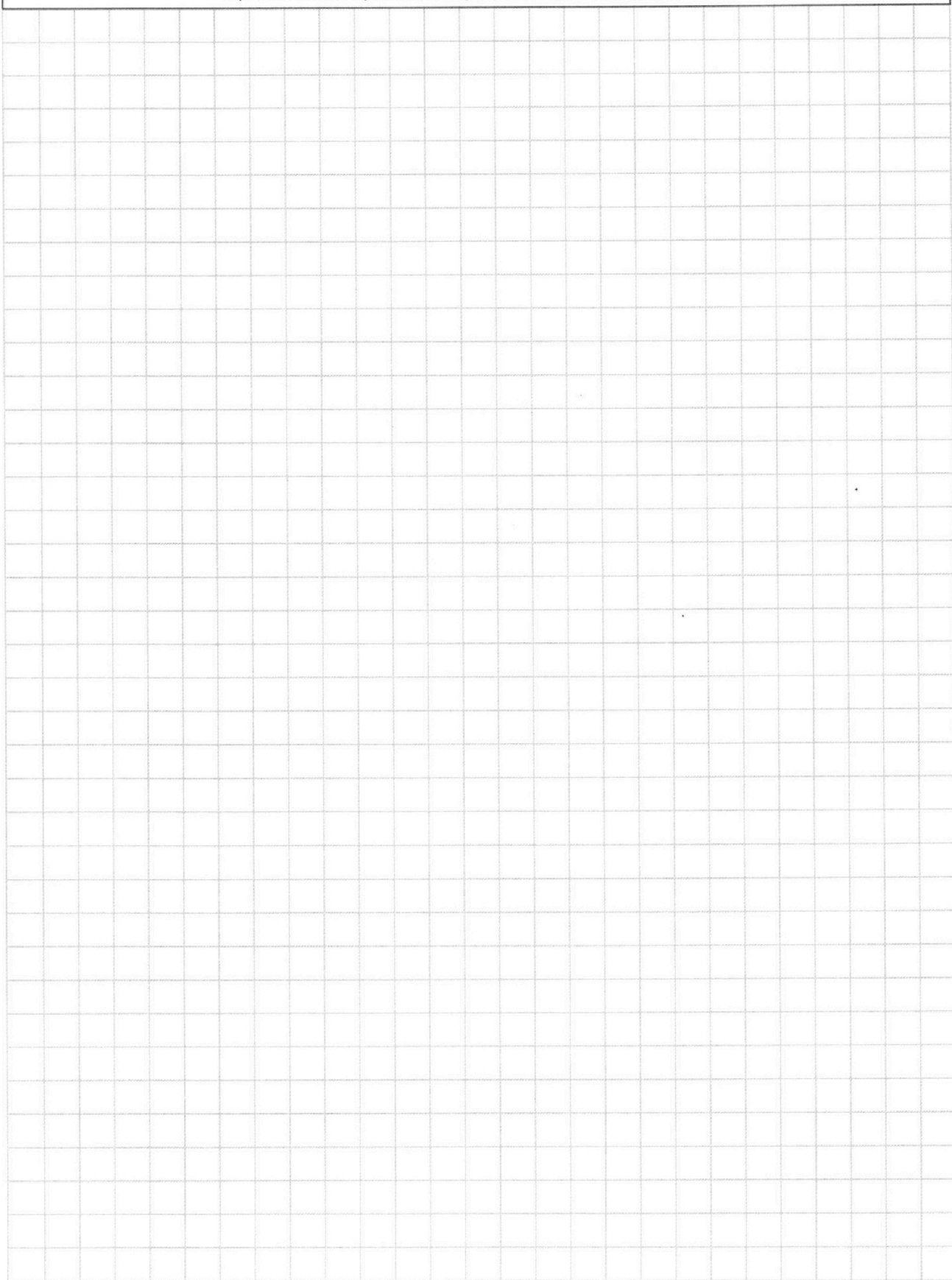
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

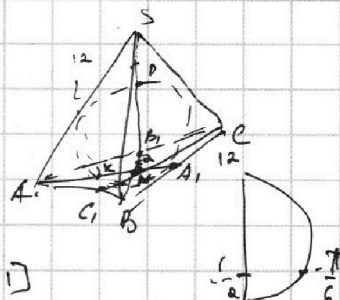
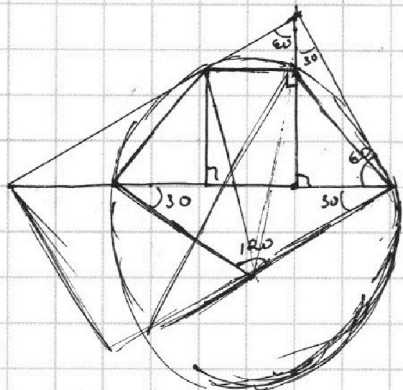
$$9 \cdot 9 \cdot 3 = 81 \cdot 3 = 243 = 3^5$$

$$2^4 + \frac{6}{2} =$$

$$3: 1 + 6 = 7 - 8 \neq$$

$$53: \frac{1}{16} + 12 = 5 - 8$$

$$16 + 1 = \frac{11}{2} - 8$$



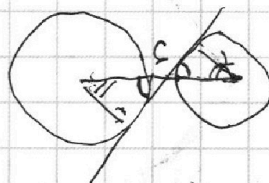
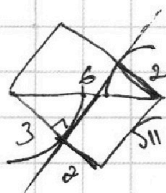
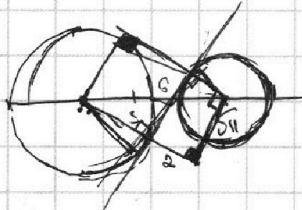
$$\sin \in [-1; 1]$$

$$\arcsin$$

$$\frac{\pi}{3} + \frac{5\pi k}{3} + \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin(\cos)$$

$$\frac{Ax_1 + By_1 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} = 2$$



$$\frac{3}{5} \cdot 6 = 3 \sin$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

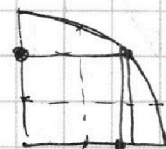
$$\arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$$

$$\arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\begin{cases} \frac{\pi}{4} + \alpha = x \\ \frac{3\pi}{4} - \alpha = x + \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} + \frac{\pi}{2} &= x + \frac{\pi}{5} + \frac{\pi}{2.5} \\ \frac{2\pi}{5} &= \frac{6x}{5} \Rightarrow x = \frac{1}{3}\pi \end{aligned}$$

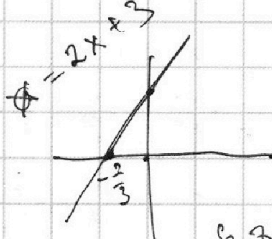


$$\cos 60 = \frac{1}{2}$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{4}{10} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{10} = \frac{5-1}{10} = \frac{2}{5}$$



$$y = a_1x + b_1$$

$$-\frac{a_1}{b_1} = \frac{10}{5}$$

$$-7 < -x < 7$$

$$-7 < x < 7$$

$$324 = 18^2$$

$$\left(\frac{18}{5}\right)^2 - 9$$

$$\frac{9 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 2 - 9 \cdot 25}{25}$$

$$\frac{9(36 - 25)}{25}$$

$$9 = \frac{9 \cdot 5}{5} = x$$

$$\sqrt{\frac{225}{101} \pm 9}$$

$$\frac{225 + 1089}{112}$$

$$\frac{89}{1089}$$

$$\frac{102 \cdot 25}{133} + \frac{12}{166x}$$

$$-\frac{9}{13} = -3$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3^{0 \dots 0} \cdot 3^{0 \dots 1} = \frac{3^{0 \dots 1}}{3^{0 \dots 0}}$$

$$a + b = 9 + x_1$$

$$b + c = 14 + x_2$$

$$a + c = 19 + x_3$$

или  $(a+b+c)$

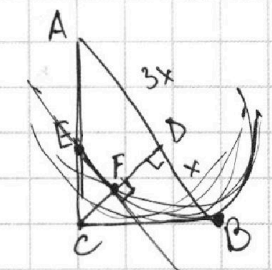
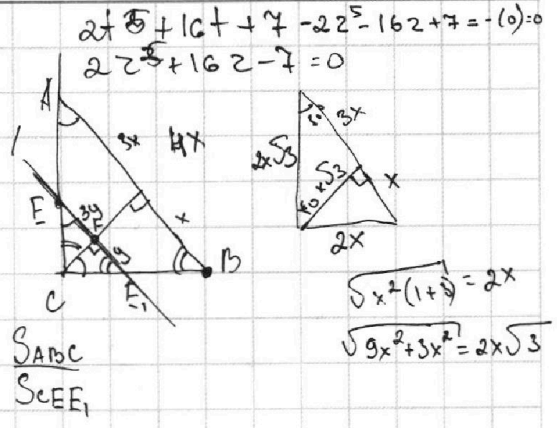
$$a - b = 5 + x_3 - x_2$$

$$a + b = 9 + x_1$$

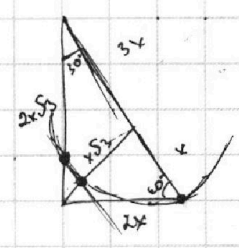
$$a = \frac{9 + x_1 + x_3 - x_2}{2}$$

Черновик.

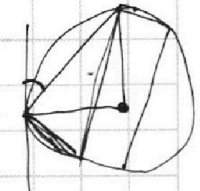
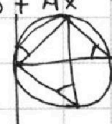
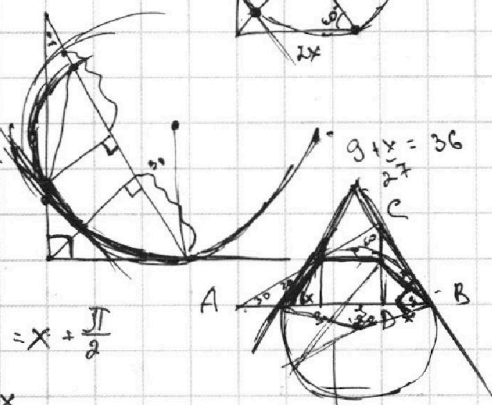
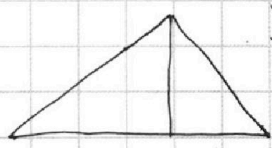
10.  
13.  
18.  
a = 8  
b = 2  
c = 10 + 1



$S_{ABC}$   
 $S_{CEE_1}$



$4x^2 \cdot 3 + 4x^2 = 4x^2 \cdot 4 \Rightarrow 4x$  верно.



$\arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$

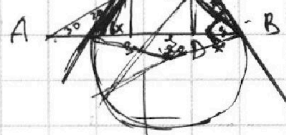
$y = 1.5b - \frac{a}{2}x$

$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ (x-6)^2 + y^2 = 4 \end{cases}$

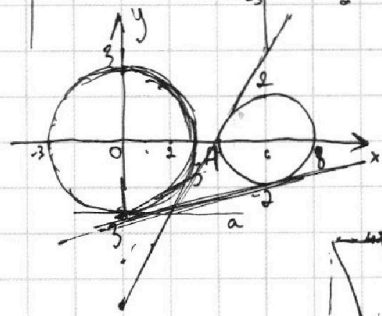
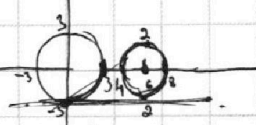
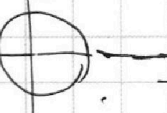
2.  $(6-x)^2 + y^2 = 4$

$2 \cdot (6-x)^2 + y^2 = 12x + 36$

$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 9 \\ (x-6)^2 + y^2 \leq 4 \\ y_1 = 1.5b - \frac{a}{2}x_1 \\ y_2 = 1.5b - \frac{a}{2}x_2 \end{cases}$



$\frac{(2x+y)^2}{y} = \frac{S_1}{S_2}$



$\frac{Ax + By + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}$  - расстояние

1)  $x=0: y=1.5b$

$(\log_3 x)^4 + 6 \log_3 3 = \log_3 x \cdot 3^5 - 8$

$(\log_3 3y)^4 + 2 \log_3 3 = \log_3 3y \cdot 3^4 - 8$

$\log_3 x = t$

$t^4 + \frac{6}{t} - \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{t} + 8 = 0$

$t^4 + \frac{7}{2t} + 8 = 0$

$t^4 + \frac{2}{t} - \frac{11}{2t} + 8 = 0$

$t^4 - \frac{7}{2t} + 8 = 0$

$t^4 + 16 \geq 16 \Rightarrow$  всегда верно не более 1 корня

$t^4 - \frac{7}{2t} + 8 = 0$  не более 1 корня

$\log_3 x = t_1$   
 $x = 3^{t_1}$

$2t^5 + 16t + 7 = 0$

$2t^5 - 7 + 16t = 0$

$\log_3 3y = t_2$   
 $3y = 3^{t_2}$

$x \cdot 5y = 3^{t_1 + t_2} \Rightarrow xy = \frac{3^{t_1 + t_2}}{5}$

