



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 1

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^9 3^{10} 5^{10}$, bc делится на $2^{14} 3^{13} 5^{13}$, ac делится на $2^{19} 3^{18} 5^{30}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 3 : 1$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
- [4 балла] Решите уравнение $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2}(3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-14; 42)$, $Q(6; 42)$ и $R(20; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$.
- [6 баллов] Данна треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 90, $SA = BC = 12$.
 - Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1 .
 - Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}N & \quad a \cdot b : 2 = 3 \cdot 10 \\& \quad b \cdot c : 2 = 3 \cdot 13 \\& \quad a \cdot c : 2 = 3 \cdot 5\end{aligned}$$

Найти: минимальное значение
a · b · c.

Минимальное значение будем стремиться
когда a · b · c представлена в виде произведения
чисел 2, 3, 5 в небольших степенях. Найдем
нуждающие числа степени.

Число 2:

Минимальное значение произведения будет тем,
на что это число будет состоять из этих чисел.
Число 3-степень - будет стремиться
к числу X-степень двойки для числа a. Число 5,
Z-степень C,

$$\begin{cases} x+y=9 \\ y+z=14 \\ x+z=19 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=7 \\ y=2 \\ z=12 \end{cases}$$

Число 3:

Число X-степень 3 для a; Y-для b; Z-для c

$$\begin{cases} x+y=10 \\ y+z=13 \\ z+x=18 \end{cases}$$

- в этой системе изучаемые решения
числа. Сравним к третьей из сумм
степеней 1, например K(y+z).

$$\begin{cases} x+y=10 \\ y+z=13 \\ x+z=18 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=7 \\ y=3 \\ z=11 \end{cases}$$

Число 5

Число X-степень 5 для a; Y-для b; Z-для c.

$$\begin{cases} x+y=10 \\ y+z=13 \\ x+z=18 \end{cases}$$

- изучаемые решения чисел \Rightarrow
сравним к $(y+z)-1$. Остается 6 вариан-
ций при этом же будет $x < 0$, что невоз-
можное в натуральных числах.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Будем срабатывать 1 этап будем от них избавляться
все числа не являются безразумными.

$$\begin{cases} x+y=10 \\ y+z=20 \rightarrow \\ x+z=30 \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} x=10 \\ y=0 \\ z=20 \end{array} \right\} \Rightarrow a \cdot b \cdot c = 2^{7+2+12} \cdot 3^{7-3-11} \cdot 5^{10+0+0} = 2^{21} \cdot 3^{2+1} \cdot 5^{30}$$

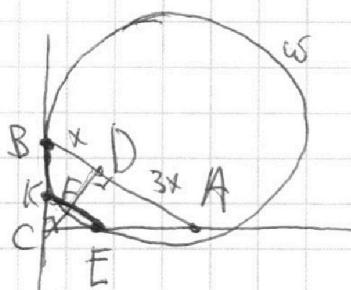
$$\text{Ответ: } 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$$

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2



~~Given:~~ $\triangle ABC$ - triangle.

w - tangent to BC at $\{B\}$.

$w \cap CD$ - intersect $B \{F\}$.

$w \cap AC = \{E\}$.

$FE \parallel AB$; $AD:DB=3:1$

Find: $\frac{S_{ABC}}{S_{CEF}}$

~~Given~~ FE is intersecting BC . $FE \cap BC = \{K\}$.
as K is exterior to w and intersecting $w \Rightarrow$

\Rightarrow vertical angles $KF \cdot KE = BK^2$

$$KF = \frac{AD}{DB}$$

as same major angle triangle ABC and KE
as $KF=x$, as $KE=4x \Rightarrow BK=2x$

$B \in KEK$ - FC - base $\Rightarrow FC = \sqrt{FE \cdot FK} =$

$$= \sqrt{x \cdot 3x} = \sqrt{3x} \Rightarrow \text{as } m \text{ triangle } CK = \sqrt{FC^2 + FK^2} =$$

$$= \sqrt{3x^2 + x^2} = 2x \Rightarrow BC = x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K = \frac{CK}{CB} = \frac{2x}{4x} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{S_{CEK}}{S_{ABC}} = k^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow$$

Given ABC and KEK

$$\Rightarrow S_{CEK} = \frac{1}{4} \cdot S_{ABC}$$

as m triangle: $EC = \sqrt{KE^2 + CK^2} = \sqrt{4x^2 + 2x^2} =$

$$= 2x\sqrt{3} \Rightarrow S_{CEK} = \frac{1}{2} \cdot 2x\sqrt{3} \cdot 2x = 2x^2\sqrt{3}$$

$$S_{FEC} = \frac{1}{2} \cdot FE \cdot FC = \frac{1}{2} \cdot 3x \cdot x\sqrt{3} = \frac{3x^2\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{S_{FEC}}{S_{CEK}} = \frac{\frac{3x^2\sqrt{3}}{2}}{\frac{3x^2\sqrt{3}}{2}} = \frac{3}{4} \Rightarrow S_{CEF} = \frac{3}{4} \cdot S_{CEK}$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = \frac{4 \cdot S_{CEK}}{\frac{3}{4} \cdot S_{CEK}} = \frac{16}{3}$$

Answer: $\frac{16}{3}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin(\cos x) = \frac{x}{5} + \frac{\pi}{10} \Leftrightarrow \begin{cases} \left| \frac{x}{5} + \frac{\pi}{10} \right| \leq \frac{\pi}{2} \\ \cos x = \sin\left(\frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}\right) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} -5\pi \leq 2x + \pi \leq 5\pi \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin\left(\frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{11\pi}{2} \leq x \leq 2\pi \\ \frac{\pi}{2} - x = \frac{x}{5} + \frac{\pi}{10} + 2k\pi \\ \frac{\pi}{2} - x = \pi - \frac{x}{5} - \frac{\pi}{10} + 2\pi n \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \quad \frac{\pi}{2} - x = \frac{x}{5} + \frac{\pi}{10} + 2\pi n \quad | \cdot 5$$

$$5\pi - 10x = 2x + \pi + 20\pi n \quad | - 10x - \pi$$

$$-12x = -4\pi + 20\pi n \quad | : (-12)$$

$$x = \frac{\pi}{3} - \frac{5}{3}\pi n \quad \text{Онбэр коржан!}$$

$$x_1 = \frac{\pi}{3} - \frac{5}{3}\pi(-1) = 2\pi \quad | -3\pi \leq \frac{\pi}{3} - \frac{5}{3}\pi n \leq 2\pi \quad | \cdot \frac{3}{\pi}$$

$$x_2 = \frac{\pi}{3} \quad | -9 \leq 1 - 5n \leq 6$$

$$x_3 = \frac{\pi}{3} - \frac{5}{3}\pi \cdot 1 = -\frac{4}{3}\pi \quad | -10 \leq -5n < 5$$

$$x_4 = \frac{\pi}{3} - \frac{5}{3}\pi \cdot 2 = -3\pi \quad | 2 \geq n \geq -1$$

$$\textcircled{1} \quad x = \frac{\pi}{3}, 2\pi, -\frac{4}{3}\pi, -3\pi$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{\pi}{2} - x = \pi - \frac{x}{5} - \frac{\pi}{10} + 2\pi n \quad | \cdot 10$$

$$5\pi - 10x = 10\pi - 2x - \pi + 20\pi n$$

$$-8x = 4\pi + 20\pi n$$

$$x = -\frac{\pi}{2} - \frac{5\pi}{4}n$$

Онбэр коржан!:

$$-2k - \frac{\pi}{2} - \frac{5}{4}\pi n \leq 2\pi \quad | \cdot \frac{4}{\pi}$$

$$-12 \leq -\frac{1}{2} - 2 - 5n \leq 8$$

$$-10 \leq -5n \leq 10$$

$$2 \geq n \geq -2$$

$$x_1 = -\frac{\pi}{2} - \frac{5}{4}\pi(-2) = 2\pi$$

$$x_2 = -\frac{\pi}{2} - \frac{5}{4}\pi(-1) = -\frac{3}{4}\pi$$

$$\rightarrow x_3 = -\frac{\pi}{2}$$

$$x_4 = -\frac{\pi}{2} - \frac{5}{4}\pi \cdot 1 = -\frac{7}{4}\pi$$

$$x_5 = -\frac{\pi}{2} - \frac{5}{4}\pi \cdot 2 = -3\pi$$

$$x = -3\pi, -\frac{7}{4}\pi, -\frac{\pi}{2}, \frac{3}{4}\pi, 2\pi$$

Онбэр: $-3\pi, -\frac{7}{4}\pi, -\frac{3}{4}\pi, -\frac{\pi}{2}, \frac{3}{4}\pi, 2\pi$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha x + 2y - 36 = 0 \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha x + 2y - 36 = 0 \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{array} \right. \quad (2)$$

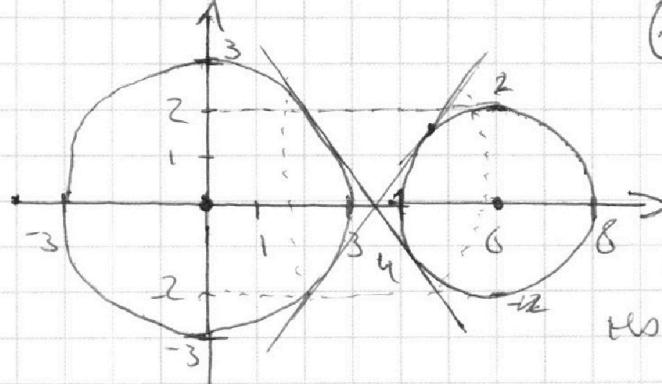
Используя симметрию
уравнения относительно оси y ,
мы получаем 4 решения.

$$(2) (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 3^2 \\ x^2 + y^2 = 12x - 36 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 3^2 \\ (x - 6)^2 + y^2 = 4^2 \end{cases}$$

Решение системы уравнений дает нам 2 окружности
в координатной плоскости: одна с центром в
(0; 0) и радиусом 3, а другая с центром в
(6; 0) и радиусом 4.



$$(1) \alpha x + 2y - 36 = 0$$

$$2y = -\alpha x + 36$$

$$y = -\frac{\alpha x}{2} + \frac{36}{2}$$

Это симметричное уравнение
представляет собой прямую линию
с фиксированной
наклоном $\frac{\alpha}{2}$ и
уравнением $y = \frac{36}{2}$.

Свободный член $\frac{36}{2}$. Чтобы система имела
и решения, необходимо, чтобы это уравнение
секало обе окружности в двух точках.

Для геометрического объяснения, что же
делает исключение ее проекции на ось x ?
Если проекция прямой, проходящей
через центр первой окружности, попадает в
вторую окружность, то у нас нет решений.

Возможен случай "совпадение - разделение".

Чем меньше радиус первой окружности в 0, а
брюху увеличим настолько же радиус кружка.
Наклоном этих касательных соответствует наклон прямой.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

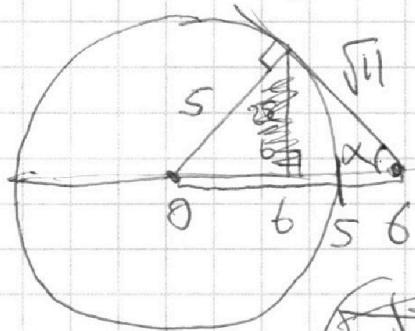
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

"Соединим "биссектрису окр. Изменили пишем (6;0)
"находим" первую дугу. Изменили окр. С центром
в (0;0) и радиусом 5.



Из найдите прямую, вписанную в окружность, что ее высота
равна $5 \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{6}$.

Найдем расстояние от вершины
ср (6;0) до н. Прямоугольн.

$\tan x$ - искомый угол решения

$\tan x = \frac{5}{\sqrt{11}}$ в силу симметрии чертежа это означает
что $\tan(90^\circ - x)$, то $-\frac{5}{\sqrt{11}}$ тоже является искомым
значением.

$$\text{Ищем: } -\frac{5}{\sqrt{11}} < \frac{\alpha}{2} < \frac{5}{\sqrt{11}}$$

$$-\frac{5}{\sqrt{11}} < \frac{\alpha}{2} < \frac{5}{\sqrt{11}} \rightarrow -\frac{10}{\sqrt{11}} < \alpha < \frac{10}{\sqrt{11}}$$

Ответ: $\left(-\frac{10}{\sqrt{11}}, \frac{10}{\sqrt{11}}\right)$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \log_3 x + 6 \cdot \log_3 3 = \log_3 3^5 \\ \log_3 y + 2 \cdot \log_3 3 = \log_{25y} 3^5 \end{cases}$$

| Найти все
возможные зна-
чения x, y .

Заметим, что $\log_3 x + \log_3 3^5 = \log_3 (5xy) \Rightarrow$

\Rightarrow Решив ~~то~~ найти все возможные значения

~~логарифмов~~ суммы логарифмов, мы можем сначала

решить задачу. Тогда $a = \log_3 x; b = \log_3 5y$

$$\begin{cases} a^4 + 6 \cdot \frac{1}{a^2} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{a} - 8 \\ b^4 + 2 \cdot \frac{1}{b^2} = \frac{11}{2} \cdot \frac{1}{b} - 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^4 + \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{a} = -8 \\ b^4 + \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{b} = -8 \end{cases}$$

$$a^4 + \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{a} = b^4 + \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{b} \Rightarrow (a^4 - b^4) + \frac{7}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) = 0$$

$$(a+b) \left((a-b)(a^2+b^2) + \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{ab} \right) = 0$$

Невсе возможные значения $a+b=0$

$$(a-b)(a^2+b^2) + \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{ab} = 0$$

$$\frac{2ab(a-b)(a^2+b^2)}{2ab} + \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{ab} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0; b \neq 0 \\ 2ab(a-b)(a^2+b^2) + 7 = 0 \end{cases}$$

$$ab(a-b)(a^2+b^2) = -\frac{7}{2}$$

$$ab(a-b)(a^2+b^2) = -\frac{7}{2} ; \log_3 5xy = 0 \Rightarrow 5xy = 1 ; xy = \frac{1}{5}$$

Ответ: $\frac{1}{5}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

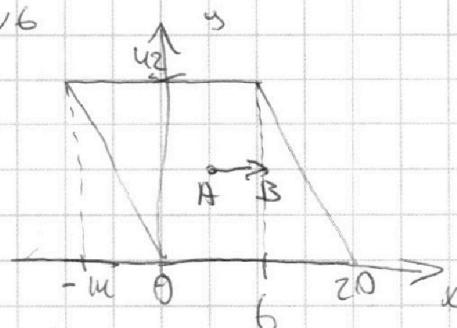
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N6



Найти координаты $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$,
 $x_1, y_1, x_2, y_2 \in \mathbb{Z}$: $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$.

$$3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33 \\ 3(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 33$$

Это соединение задачи и
число сivo ~~расшифруется~~ — венгерский. У второго
чертежа есть проекции на ось X и проекции на
ось Y в сумме дают 33.
Заменим, что т.к. координаты $\in \mathbb{Z}$, то
 y_2 и y_1 имеют одинаковые знаки при
делении на 3.

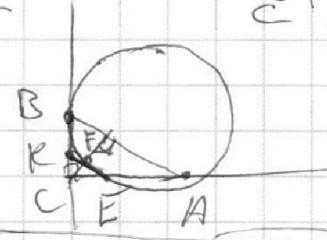
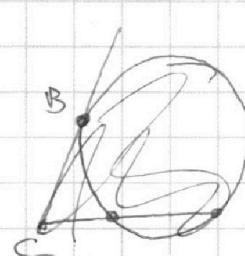
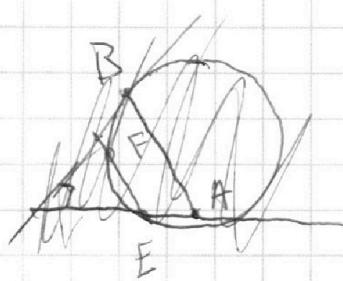
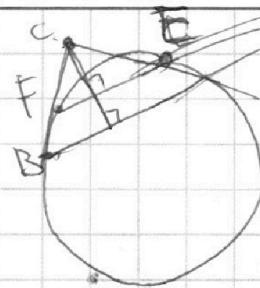
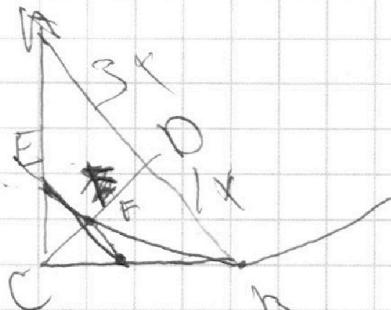
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

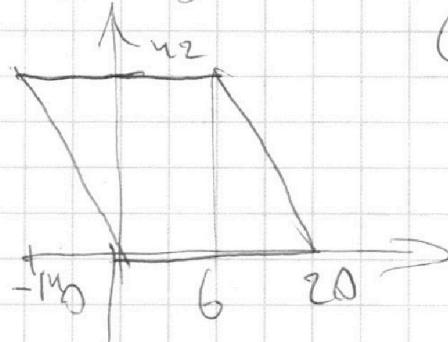
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



KB - как
 BKE -сек

$$BK = KE \cdot FK$$

$$3(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 33$$



$$(y_2 - y_1) = 33 - 3(x_2 - x_1)$$

$$y_2 - y_1 = 3(11 - x_2 + x_1)$$

~~KB~~

$$x_2 - x_1 + y_2 - y_1 = \text{const}$$

$\frac{1}{t} = \omega$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

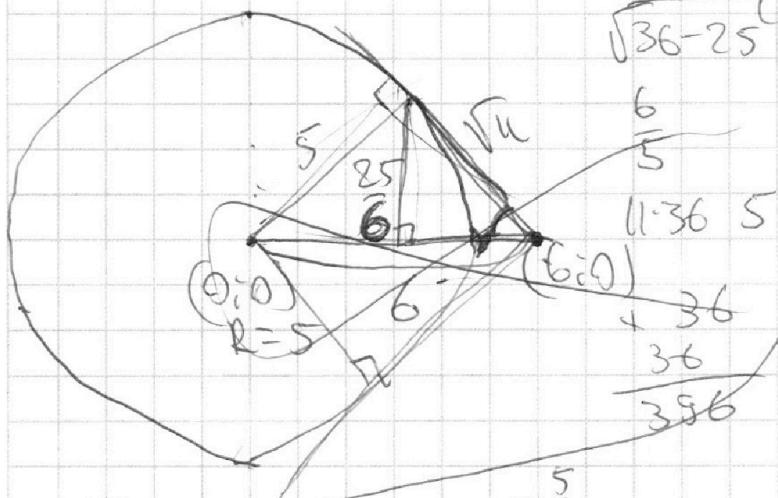
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{36-25} = \sqrt{11}$$

$$\begin{array}{c} 6 \\ | \\ 5 \end{array}$$

$$(1 \cdot 36 - 5^2)$$

$$36 - 25$$

$$356$$

$$\log_3 x + \log_3 5y =$$

$$= \log_3 5xy$$

$$\log_3 x = \alpha, \log_3 5y = \beta$$

~~$$\log_3 x + 6 \log_3 3 - \cancel{\log_3 3} + 8 = 0$$~~

~~$$\log_3 x + \cancel{6} - \cancel{2} + 8 = 0$$~~

~~$$5 \log_3 5 + 30 - 2$$~~

~~$$5 \log_3 3 = -8$$~~

$$\alpha^4 + \frac{6}{\alpha} - \frac{5}{112a} - 8 = 0$$

~~$$b^4 + \frac{2}{b} - \frac{5}{28} - 8 = 0$$~~

~~$$a+b=2$$~~

$$a^4 + \frac{7}{2a} - 8 = 0$$

~~$$b^4 - \frac{3}{2b} - 8 = 0$$~~

~~$$(a^2 - b^2) + \frac{7}{2}(a+b) = 0$$~~

~~$$(a^2 - b^2)(a^2 + b^2) + \frac{7}{2}(a+b) = 0$$~~

~~$$(a+b)(a-b)(a^2 + b^2) + \frac{7}{2} = 0$$~~

$$(a^4 - b^4) + \frac{7}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) a^3 = 0$$

$$(a-b)(a+b) + \frac{7}{2} \cdot \frac{a+b}{ab} = 0$$

$$(a+b)(a-b)(a^2 + b^2) + \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{ab} = 0$$

$$(a-b)((a+b)^2 - 2ab) + \frac{7}{2ab} = 0$$

$$2(x)(-x)(x-(-x))(x^2+x^2) =$$

~~$$-2x^2 \cdot 2x^2 = 2x^4$$~~

$$a(x-a)(a-x+ab)(a^2+x^2)$$

$$a(x-a)(2a-x)(x^2-2ax) = \frac{7}{2}$$

$$(a^2b - b^2a)((a+b)^2 - 2ab) = \frac{7}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} ab: & 2^{10} \cdot 3^{10} \cdot 5^{10} \\ ac: & 2^{11} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13} \\ ac: & 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x+y &= 9 \\ y+z &= 14 \rightarrow y=7 \\ x+z &= 19 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 7 \\ y &= 7 \\ z &= 12 \end{aligned}$$

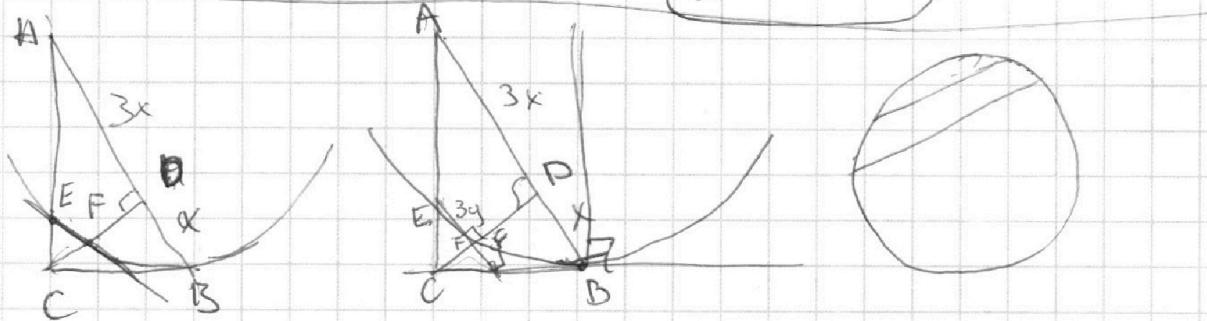
$$\begin{aligned} x+y &= 10 \\ y+z &= 13 \rightarrow y=3 \\ x+z &= 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 7 \\ y &= 3 \\ z &= 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x+y &= 10 \\ y+z &= 13 \rightarrow y=0 \\ x+z &= 30 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 10 \\ z &= 20 \end{aligned}$$

$$a \cdot b \cdot c = 2 \cdot 3 \cdot 5^{30} = 2^{27} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$$



$$\log_3 x + 6 \log_3 3 = \log_3 3^5 - 8$$

$$\log_3 x + 6 \cdot \frac{1}{\log_3 x} = \frac{1}{2 \log_3 x} - 8$$

$$t = \log_3 x$$

$$x = \log_3 t$$

~~$$6 \log_3 3 = 2 \log_3 t$$~~

$$t^5 + \frac{6}{t} = \frac{5}{2} - 8 \cdot t$$

$$t^5 + 6 = \frac{5}{2} - 8t$$

$$2t^5 + 12 = 5 - 16t \quad 2t^5 + 16t + 7 = 0$$

$$x^4 + 2 = \frac{11}{2} \cdot \frac{1}{x} - 8 \quad x \cdot y =$$

$$2x^8 + 4 = 11 - 16x \quad t+x = \log_3 x + \log_3 5^y = \log_3 5xy$$

$$2t^5 + 2x^5 + 16t + 16x = 0 \quad | : 2$$

$$(t^5 + x^5) + 8(t+x) = 0$$

~~$$t^5 + x^5 + (t+x)(t^4 - t^3 x + t^2 x^2 - t x^3 + x^4) = 0$$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

a,b,c

$$a \cdot b = 15 \cdot 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}, b \cdot c = 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13} \cdot n.$$

$$a \cdot b \cdot c = m \cdot 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

$$\cancel{\frac{b}{c} = \frac{m}{n}} \quad \frac{c}{b} = \frac{m}{15} \cdot 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5^{20} \rightarrow c = \frac{m}{15} \cdot 6 \cdot 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5^{20}$$

$$b = \frac{m}{k} \cdot 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5^{20} = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot n$$

$$b^2 = \frac{k \cdot n}{m} \cdot 2^4 \cdot 3^7 \cdot 5^7 \rightarrow b = 2^2 \cdot 3^3 \sqrt[5]{\frac{k \cdot n \cdot 3^7}{5^7 m}} = \frac{2^2 \cdot 3^3}{5^3} \sqrt[5]{\frac{3 \cdot k \cdot n}{5^7 m}}$$

$$\begin{cases} x+y=9 \\ y+z=14 \end{cases}$$

$$y = 9 - x$$

1)

$$\begin{cases} y+z=14 \\ x+z=19 \end{cases}$$

$$y = 14 - z \rightarrow 9 - x + z = 14 \rightarrow z - x = 5$$

$$z = 19 - x \rightarrow 19 - x - x = 5 \quad 2x = 14 \quad ; x = 7 \rightarrow y = 2$$

$$z = 12$$

$$\begin{cases} x+y=10 \\ y+z=13 \end{cases}$$

$$x = y = 10 - z$$

$$y = 5$$

$$\begin{cases} y+z=13 \\ x+z=18 \end{cases}$$

$$z = 18 - x$$

$$x = 8$$

$$\begin{cases} a = 2^7 \cdot 3^5 \\ b = 2^2 \cdot 3^5 \\ c = 2^{12} \cdot 3^8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=10 \\ y+z=13 \end{cases}$$

$$y = 10 - x$$

$$10 - x + z = 13 \rightarrow 2x = 3 \rightarrow x = 1.5$$

$$\begin{cases} y+z=13 \\ x+z=30 \end{cases}$$

$$z = 30 - x$$

$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}; \arcsin(\cos x) = \frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}$$

$$\cos x = \sin\left(\frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}\right)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{10}\right)$$

$$\left| \frac{x + \frac{\pi}{2}}{5} \right| \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} - x = \frac{x}{5} + \frac{\pi}{10} + 2\pi k \quad (1)$$

$$\frac{6}{5}x = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{10} - 2\pi k$$

$$\frac{\pi}{2} - x = \frac{\pi}{2} - \frac{x}{5} - \frac{\pi}{10} + 2\pi n \quad (2)$$

$$\frac{6}{5}x = \frac{2}{5}\pi - 2\pi k - 1.5$$

$$(2) 5\pi - 10x = 8\pi \quad \Rightarrow x = \pi + 20\pi n$$

$$6x = 2\pi - 10\pi k$$

$$\left| x + \frac{\pi}{2} \right| \leq 5\pi$$

$$-8x = 4\pi + 20\pi n \quad | : -8$$

$$x = \frac{\pi}{2} - \frac{5}{4}\pi n$$

$$\left| x + \frac{\pi}{2} \right| \leq 5\pi$$

$$x = -\frac{\pi}{2} - \frac{5}{4}\pi n$$

$$\frac{-5\pi}{2} \leq x + \frac{\pi}{2} \leq \frac{5\pi}{2}$$

$$-3\pi \leq x \leq 2\pi$$