



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ  
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 4

- [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^6 3^{13} 5^{11}$ ,  $bc$  делится на  $2^{14} 3^{21} 5^{13}$ ,  $ac$  делится на  $2^{16} 3^{25} 5^{28}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $AC$  в точке  $A$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $E$ , а катет  $BC$  – в точке  $F$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AB : BD = 1,4$ . Найдите отношение площади треугольника  $ACD$  к площади треугольника  $CEF$ .
- [4 балла] Решите уравнение  $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$ .
- [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-15;90)$ ,  $Q(2;90)$  и  $R(17;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$ .
- [6 баллов] Дано треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 180,  $SA = BC = 20$ .
  - Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .
  - Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 6$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 8.

На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Так как  $ab : 2^6$ ,  $bc : 2^{14}$ , &  $ac : 2^{16}$ , ~~то abc не делится на 2~~  
 $a \cdot b \cdot bc \cdot ac = a^2 b^2 c^2 : 2^{6+14+16}$ . Тогда есть  $a^2 b^2 c^2 : 2^{36}$ . Значит  
 $abc : 2^{18}$ .

Так как  $ab : 3^{13}$ ,  $bc : 3^{21}$ ,  $ac : 3^{25}$ ,  $a \cdot b \cdot bc \cdot ac =$   
 $= a^2 b^2 c^2 : 3^{13+21+25}$ . Тогда есть  $a^2 b^2 c^2 : 3^{59}$ . Но  $abc$  — наименьшее  
целое число, значит степень вложенной каждого  
простого числа в их разложение не превышает  
множителей — целое число. Значит степень вложенной  $3$   
в разложение на простые множители числа  $a^2 b^2 c^2$  —  
целое число, кратное  $2$ . Тогда есть и степень вложенной  
 $3$  в разложение на простые множители числа  $a^2 b^2 c^2$  —  
целое число, кратное  $2$ . Значит, раз  $a^2 b^2 c^2 : 3^{59}$ , то  
 $a^2 b^2 c^2 : 3^{60}$ . Тогда есть  $abc : 3^{30}$ .

Заметим, что  $a \cdot b \cdot bc = ab^2 c = ac \cdot b^2$ . Значит  $a \cdot b \cdot bc : 5^{28}$ .  
Тогда есть  $a \cdot b \cdot bc \cdot ac = a^2 b^2 c^2 : 5^{28+18}$ . Значит  $a^2 b^2 c^2 : 5^{56}$ . Тогда  
есть  $abc : 5^{28}$ .

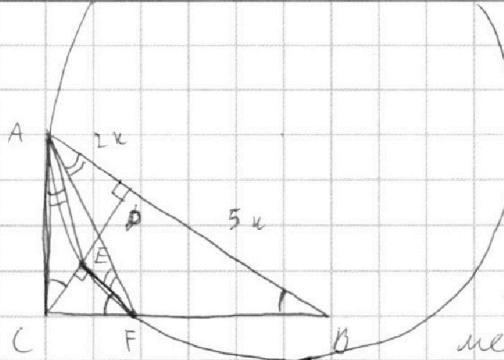
\*Получаем, что  $abc : 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$ . Значит  $abc \geq 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$ .  
Если  $a = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{14}$ ,  $b = 2^2 \cdot 3^5$ ,  $c = 2^{12} \cdot 3^{16} \cdot 5^{14}$ , то  $ab = 2^6 \cdot 3^{14} \cdot 5^{14}$ ,  
 $bc = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{14}$ ,  $ac = 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$ ,  $abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$ . В таком случае  
 $ab : 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$ ,  $bc : 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{14}$ ,  $ac : 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$ , но есть все усло-  
вия выполнения. Так как  $abc > 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$  и у нас есть  
пример, где  $abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$ , то  $2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$  — наименьшее  
возможное значение произведения  $abc$ .

Ответ:  $2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть  $AB = 7x$ , тогда  $BD = 5x$ , а  $AD = 2x$ .  $CD = \sqrt{AD \cdot BD} = \sqrt{10x^2} = \sqrt{10}x$ .  
По теореме Пифагора  $AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{14x^2} = \sqrt{14}x$ , а  $BC = \sqrt{BD^2 + CD^2} = \sqrt{35x^2} = \sqrt{35}x$ .  
 $\angle ACE = \angle ACD = 180^\circ - 90^\circ - \angle CAD = 180^\circ - 90^\circ - \angle CAB = \angle ABC$ .  $\angle CAE = \angle EFA$ , как углы  
между пасечником и хородой.  $\angle EFA = \angle FAB$ , как накрест лежащие при

параллельных  $AB$  и  $EFA$ , а секущей  $AF$ . По условию  $\angle CAE = \angle FAB$ ,  $\angle ACE = \angle FBA$ . Значит  $\triangle ACE \sim \triangle AFB$ . Значит  
 $FB = CE \cdot \frac{AB}{AC} = CE \cdot \frac{7x}{\sqrt{14}x} = \sqrt{\frac{7}{2}}CE$ .  $\angle CFE = \angle CBA$ ,  $\angle CEF = \angle CBD$ , т.к.

$AB \parallel EF$ .  $\angle CEF = \angle CBD = 90^\circ = \angle ACB$ . Значит  $\triangle CEF \sim \triangle ACB$ . Значит  
 $CF = CE \cdot \frac{AB}{AC} = CE \cdot \frac{7x}{\sqrt{14}x} = \sqrt{\frac{7}{2}}CE$ . По условию  $BC = CF + FB = \sqrt{\frac{7}{2}}CE + \sqrt{\frac{7}{2}}CE = \sqrt{14}CE = \sqrt{35}x$ . Значит  $CE = \frac{\sqrt{35}}{\sqrt{14}}x = \sqrt{\frac{5}{2}}x$ .

$\angle CFE = \angle CBA = \angle ACD$ ,  $\angle CEF = 90^\circ = \angle ADC$ , значит  $\triangle CEF \sim \triangle ADC$ .

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \left( \frac{AD}{CE} \right)^2 = \left( \frac{2x}{\sqrt{\frac{5}{2}}x} \right)^2 = \frac{4x^2}{\frac{5}{2}x^2} = 1,6.$$

Ответ:  $\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = 1,6$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arccos(\cos x) = 9\pi - 2x$$

$$\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = 0,9\pi - 0,2x$$

$\pi$  к. односстъ значений функции  $\arccos$  —  $[0; \pi]$ ,

$$0 \leq 0,9\pi - 0,2x \leq \pi$$

$$0 \leq 4,5\pi - x \leq 5\pi$$

$$-4,5\pi \leq -x \leq 0,5\pi$$

$$4,5\pi \geq x \geq -0,5\pi$$

Если  $x \in [-0,5\pi; 0,5\pi]$ ,  $\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = 0,5\pi - x$

$$0,5\pi - x = 0,9\pi - 0,2x \Rightarrow -0,4\pi = 0,8x \Rightarrow x = -0,5\pi. -0,5\pi \in [-0,5\pi; 0,5\pi]$$

Если  $x \in (0,5\pi; 1,5\pi]$ ,  $\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = x - 0,5\pi$

$$x - 0,5\pi = 0,9\pi - 0,2x \Rightarrow 1,2x = 1,4\pi \Rightarrow x = \frac{7}{6}\pi. \frac{7}{6}\pi \in (0,5\pi; 1,5\pi]$$

Если  $x \in (1,5\pi; 2,5\pi]$ ,  $\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = 2,5\pi - x$

$$2,5\pi - x = 0,9\pi - 0,2x \Rightarrow 1,6\pi = 0,8x \Rightarrow x = 2\pi. 2\pi \in (1,5\pi; 2,5\pi]$$

Если  $x \in (2,5\pi; 3,5\pi]$ , ~~если~~  $\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = x - 2,5\pi$

$$x - 2,5\pi = 0,9\pi - 0,2x \Rightarrow 1,2x = 3,4\pi \Rightarrow x = \frac{17}{6}\pi. \frac{17}{6}\pi \in (2,5\pi; 3,5\pi]$$

Если  $x \in (3,5\pi; 4,5\pi]$ ,  $\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = 4,5\pi - x$

$$4,5\pi - x = 0,9\pi - 0,2x \Rightarrow 3,6\pi = 0,9x \Rightarrow x = 4,5\pi. 4,5\pi \in (3,5\pi; 4,5\pi]$$

Значит множество  $\{-0,5\pi; \frac{7}{6}\pi; 2\pi; \frac{17}{6}\pi; 4,5\pi\}$  — решение данного уравнения

Ответ:  $x \in \{-0,5\pi; \frac{7}{6}\pi; 2\pi; \frac{17}{6}\pi; 4,5\pi\}$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

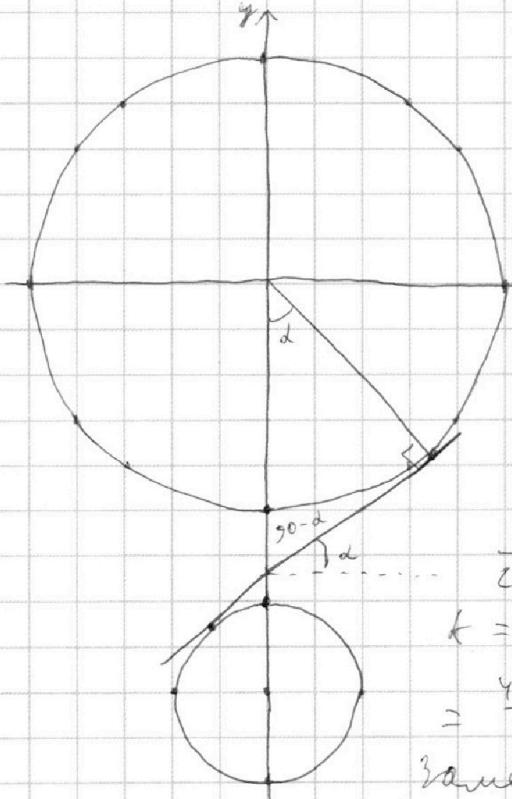
- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 5x + 6y - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} y = -\frac{5}{6a}x + \frac{b}{6a}, \\ x^2 + y^2 = 5^2 \\ x^2 + (y+9)^2 = 2^2 \end{cases}$$



При построении точек, удовлетворяющих уравнениям совокупности  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5^2 \\ x^2 + (y+9)^2 = 2^2 \end{cases}$

получаем 2 окружности, радиусами 5 и 2 и центрами в точках  $(0,0)$  и  $(0, -9)$  соответственно.

Найдём уравнения их общих внешних касательных:

$$y = kx + c \text{ и } y = -kx + c, \text{ то } (в \text{ силу } \text{ симметрии})$$

$$\frac{c}{c+9} = -\frac{3}{2} \Rightarrow 2c = -5c - 45 \Rightarrow 7c = -45 \Rightarrow c = -\frac{45}{7}$$

$$k = \operatorname{tg} \alpha; \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{c^2 - 5^2}}{5c} = \frac{\sqrt{2025 - 1225}}{5(-45)} = \frac{\sqrt{800}}{5} = \frac{4\sqrt{2}}{5}$$

Заметим, что если  $-\frac{5}{6a} > \frac{4\sqrt{2}}{5}$  или

$-\frac{5}{6a} < -\frac{4\sqrt{2}}{5}$ , то при  $\frac{b}{6a} = -\frac{45}{7}$  прямая  $y = -\frac{5}{6a}x + \frac{b}{6a}$  либо не пересекает окружности ровно в 4 точках.

Если же  $-\frac{5}{6a} \in [-\frac{4\sqrt{2}}{5}, \frac{4\sqrt{2}}{5}]$ , то при пересечении обеими окружностями в двух точках прямая  $y = -\frac{5}{6a}x + \frac{b}{6a}$  будет либо не пересекать вторую окружность или при неких  $b$ . А так как прямая пересекает окружность не более, чем в 2-х точках, то  $a, b$ , таких, что данная в условии система имеет ровно 4 решения, мы не найдем.

$$\text{тогда } \begin{cases} -\frac{5}{6a} > \frac{4\sqrt{2}}{5}, \\ -\frac{5}{6a} < -\frac{4\sqrt{2}}{5}, \end{cases} \quad \begin{cases} a < -\frac{35\sqrt{2}}{48}, \\ a > \frac{35\sqrt{2}}{48} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } a \in (-\infty, -\frac{35\sqrt{2}}{48}) \cup (\frac{35\sqrt{2}}{48}, \infty)$$

На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ.

Пусть  $t = \log_{11} x$ ,  $k = \log_{11}(0,5y)$ . Тогда равенство преобразуется следующим образом:

$$\begin{cases} t^4 - \frac{6}{t} = -\frac{2}{3t} - 5, \\ k^4 + \frac{1}{k} = -\frac{13}{3k} - 5; \end{cases} \quad \begin{cases} 3t^5 + 15t - 16 = 0, \\ 3k^5 + 15k + 16 = 0. \end{cases}$$

Пусть  $t_0$  — решение уравнения  $3t^5 + 15t - 16 = 0$ .  
Тогда при  $t > t_0$   $3t^5 > 3t_0^5$ ,  $15t > 15t_0$ , значит  $3t^5 + 15t - 16 > 0$ .

При  $t < t_0$   $3t^5 < 3t_0^5$ ,  $15t < 15t_0$ , значит  $3t^5 + 15t - 16 < 0$ .

Конечно же, значение  $t_0$  — единственное решение.

Пусть  $k_0$  — решение уравнения  $3k^5 + 15k + 16 = 0$ .

Тогда при  $k > k_0$   $3k^5 + 15k + 16 > 0$ , а при  $k < k_0$   $3k^5 + 15k + 16 < 0$ ,  
так как аналогичны между собой равенства. Значит  $k_0$  — единственное решение.

Заметим, что  $3(-t_0)^5 + 15(-t_0) = -3t_0^5 - 15t_0 = -16 =$   
 $= 3k_0^5 + 15k_0$ . Значит  $t_0 = -k_0$ . Но если  $t_0 + k_0 = 0$ ,

$$t_0 = \log_{11} x_0, \quad k_0 = \log_{11}(0,5y_0)$$

$$\begin{aligned} \log_{11} x + \log_{11}(0,5y) &= \log_{11} x_0 + \log_{11}(0,5y_0) \\ &= \log_{11} x_0 \cdot \log_{11}(0,5y_0) = 0,5xy. \end{aligned}$$

$$\text{Значит } x_0 \cdot 0,5y_0 = 11^{t_0+k_0} = 11^0 = 1$$

$$\text{Значит } x_0y_0 = 2$$

Так как  $t_0$  и  $k_0$  — единственное решения,  
то и  $x_0y_0$  — единственное значение  $xy$ .

Ответ: 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Замечаем, что ~~можно~~ <sup>(QR)</sup> уравнение  
 $bx + y = a$  равносильно уравнению  $y = -bx + a$ .

Проекты точек A и B лежат на прямой  
 $y = bx + a$  и  $y = -bx + a + 48$  соответственно.

Параллельными ОР QR лежат между собой  
линии  $y = -bx$  и  $y = -bx + 48$ , при этом эти прямые сов-  
падают с прямойами OR и QR. Тогда  $y$  есть  $a$ ,  
что  $a \geq 0$  и  $a + 48 \leq 102$  по втою 54. При этом для  
каждой прямой  $y = -bx + a$  есть ее общая точка с  
ОР QR, имеющая <sup>координаты</sup> координаты. Так как  
две <sup>координаты</sup> прямой  $y = -bx + a$  и  $y = -bx + a + 48$   
имеют <sup>координаты</sup> в точке A, то <sup>координаты</sup> в точке B  
будут  $-54$ , <sup>координаты</sup> в точке A <sup>координаты</sup> в точке B  $\sim 54 \cdot 91^2$

Ответ:  $54 \cdot 91^2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

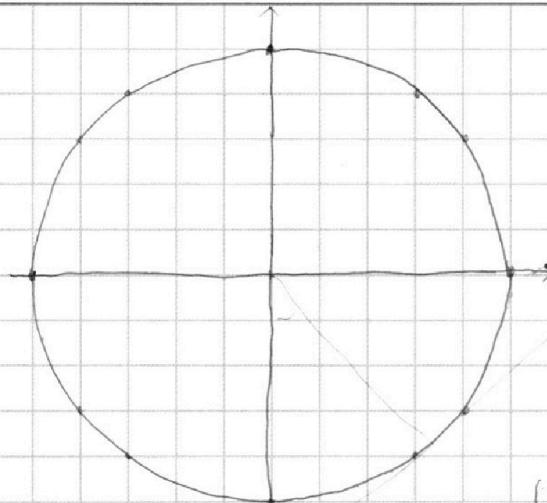
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$5k + 6a = -b = 0$$

$$y = -\frac{5}{6a}x + \frac{b}{6a}$$

$$\frac{y}{x-5} = \frac{5}{2}$$

$$2u = 5u - 45 \Rightarrow u = 15$$

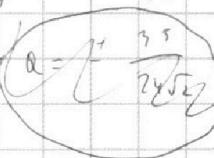
$$\frac{k}{9-u} = \frac{5}{2} \Rightarrow 2u = 45 - 5u$$

$$\approx k = 45, b = 6 \frac{3}{7}$$

$$\left(\frac{45}{7}, \frac{9}{7}\right) \quad \left(\frac{45}{7}\right)^2 - 5^2 = \sqrt{\frac{2025 - 1625}{49}} = \sqrt{\frac{800}{49}} = \frac{20\sqrt{2}}{7}$$

$$\frac{20\sqrt{2}}{7} = \frac{4\sqrt{2}}{7} - \frac{5}{6a} = \frac{4\sqrt{2}}{7}$$

$$6a = -\frac{35}{4\sqrt{2}}$$



$$a \in \left(-\frac{35}{24\sqrt{2}}, \frac{35}{24\sqrt{2}}\right)$$

$$t^4 - \frac{6}{t} = -\frac{2}{3t} - 5 \quad 3t^5 + 15t + 16 = 0$$

$$6x + y = 0$$

$$y = -6x + a$$

$$t^4 = \frac{16}{3t} - 5$$

$$k^4 + \frac{1}{k} = -\frac{13}{3k} - 5.$$

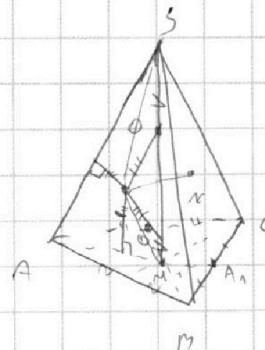
$$3k^5 + 15k + 16 = 0$$

$$3t^5 + 15t = 16$$

$$0 = 102$$

$$-\frac{102}{48}$$

$$\frac{102}{48}$$



$$H_A = 70 \quad \frac{30 \cdot 20}{2} = 300$$

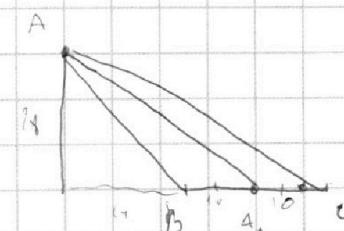
(54. 91)

$$18^2 + 14^2 = 324 + 196$$

$$\sqrt{9^2 + 27^2} = 9\sqrt{10}$$

$$\sqrt{3^2 + 9^2} = 3\sqrt{10}$$

$$20 \cdot 3\sqrt{10} \cdot 9\sqrt{10} = 5400$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$6+14+16 = 36$$

$$13+21+25 = 59$$

$$11+13+28 = 52$$

$$2+20+24+3+5+4 = 65$$

$$2 \cdot 3 = 6$$

$$5 \cdot 5 = 25$$

$$6 \cdot 2 = 12$$

$$3 \cdot 16 = 48$$

$$5 \cdot 14 = 70$$

$$5 \cdot 4 = 20$$

$$20 \cdot 21 = 420$$

$$x+y=6$$

$$y = \frac{22-14}{2} = 4$$

$$6 \cdot 2 = 12$$

$$3 \cdot 16 = 48$$

$$5 \cdot 14 = 70$$

$$x+2=28$$

$$x+2=16$$

$$y+2=14$$

$$y = \frac{20-16}{2} = 2$$

$$x+2=28$$

$$y+2=13$$

$$\frac{10\pi}{3}$$

$$x+y=14$$

$$x=9$$

$$2 = \frac{30-6}{2} = 12$$

$$y+2=13$$

$$y=5$$

$$3\pi - \frac{34\pi}{6} =$$

$$x+2 \geq 25$$

$$2=14$$

$$2 = \frac{30-6}{2} = 12$$

$$3\pi - \frac{14}{6} =$$

$$5\pi$$

$$6\pi - \frac{10\pi}{3} =$$

$$y+2 \geq 21$$

$$y=5$$

$$2 = \frac{30-6}{2} = 12$$

$$3\pi - \frac{20\pi}{6} = 10\pi - \frac{\pi}{3}$$

$$x+2 \geq 25$$

$$2=14$$

$$2 = \frac{30-6}{2} = 12$$

$$3\pi - \frac{14}{6} =$$

$$5\pi$$

$$6\pi - \frac{10\pi}{3} =$$

$$x+y=14$$

$$x=9$$

$$2 = \frac{30-6}{2} = 12$$

$$3\pi - \frac{14}{6} =$$

$$5\pi$$

$$6\pi - \frac{10\pi}{3} =$$

$$x+y=14$$

$$x=9$$

$$2 = \frac{30-6}{2} = 12$$

$$3\pi - \frac{14}{6} =$$

$$5\pi$$

$$6\pi - \frac{10\pi}{3} =$$

$$x+y=14$$

$$x=9$$

$$2 = \frac{30-6}{2} = 12$$

$$3\pi - \frac{14}{6} =$$

$$5\pi$$

$$6\pi - \frac{10\pi}{3} =$$

$$x+y=14$$

$$x=9$$

$$2 = \frac{30-6}{2} = 12$$

$$3\pi - \frac{14}{6} =$$

$$5\pi$$

$$6\pi - \frac{10\pi}{3} =$$

$$x+y=14$$

$$x=9$$

$$2 = \frac{30-6}{2} = 12$$

$$3\pi - \frac{14}{6} =$$

$$5\pi$$

$$6\pi - \frac{10\pi}{3} =$$

$$x+y=14$$

$$x=9$$

$$2 = \frac{30-6}{2} = 12$$

$$3\pi - \frac{14}{6} =$$

$$5\pi$$

$$6\pi - \frac{10\pi}{3} =$$

$$x+y=14$$

$$x=9$$

$$2 = \frac{30-6}{2} = 12$$

$$3\pi - \frac{14}{6} =$$

$$5\pi$$

$$6\pi - \frac{10\pi}{3} =$$

$$x+y=14$$

$$x=9$$

$$2 = \frac{30-6}{2} = 12$$

$$3\pi - \frac{14}{6} =$$

$$5\pi$$

$$6\pi - \frac{10\pi}{3} =$$

$$x+y=14$$

$$x=9$$

$$2 = \frac{30-6}{2} = 12$$

$$3\pi - \frac{14}{6} =$$

$$5\pi$$

$$6\pi - \frac{10\pi}{3} =$$

$$x+y=14$$

$$x=9$$

$$2 = \frac{30-6}{2} = 12$$

$$3\pi - \frac{14}{6} =$$

$$5\pi$$

$$6\pi - \frac{10\pi}{3} =$$

$$x+y=14$$

$$x=9$$

$$2 = \frac{30-6}{2} = 12$$

$$3\pi - \frac{14}{6} =$$

$$5\pi$$

$$6\pi - \frac{10\pi}{3} =$$

$$x+y=14$$

$$x=9$$

$$2 = \frac{30-6}{2} = 12$$

$$3\pi - \frac{14}{6} =$$

$$5\pi$$

$$6\pi - \frac{10\pi}{3} =$$

$$x+y=14$$

$$x=9$$

$$2 = \frac{30-6}{2} = 12$$

$$3\pi - \frac{14}{6} =$$

$$5\pi$$

$$6\pi - \frac{10\pi}{3} =$$

$$x+y=14$$

$$x=9$$

$$2 = \frac{30-6}{2} = 12$$

$$3\pi - \frac{14}{6} =$$

$$5\pi$$

$$6\pi - \frac{10\pi}{3} =$$

$$x+y=14$$

$$x=9$$

$$2 = \frac{30-6}{2} = 12$$

$$3\pi - \frac{14}{6} =$$

$$5\pi$$

$$6\pi - \frac{10\pi}{3} =$$

$$x+y=14$$

$$x=9$$

$$2 = \frac{30-6}{2} = 12$$

$$3\pi - \frac{14}{6} =$$

$$5\pi$$

$$6\pi - \frac{10\pi}{3} =$$

$$x+y=14$$

$$x=9$$

$$2 = \frac{30-6}{2} = 12$$

$$3\pi - \frac{14}{6} =$$

$$5\pi$$

$$6\pi - \frac{10\pi}{3} =$$

$$x+y=14$$

$$x=9$$

$$2 = \frac{30-6}{2} = 12$$

$$3\pi - \frac{14}{6} =$$

$$5\pi$$

$$6\pi - \frac{10\pi}{3} =$$

$$x+y=14$$

$$x=9$$

$$2 = \frac{30-6}{2} = 12$$

$$3\pi - \frac{14}{6} =$$

$$5\pi$$

$$6\pi - \frac{10\pi}{3} =$$

$$x+y=14$$

$$x=9$$

$$2 = \frac{30-6}{2} = 12$$

$$3\pi - \frac{14}{6} =$$

$$5\pi$$

$$6\pi - \frac{10\pi}{3} =$$

$$x+y=14$$

$$x=9$$

$$2 = \frac{30-6}{2} = 12$$

$$3\pi - \frac{14}{6} =$$

$$5\pi$$

$$6\pi - \frac{10\pi}{3} =$$

$$x+y=14$$

$$x=9$$

$$2 = \frac{30-6}{2} = 12$$

$$3\pi - \frac{14}{6} =$$

$$5\pi$$

$$6\pi - \frac{10\pi}{3} =$$

$$x+y=14$$

$$x=9$$

$$2 = \frac{30-6}{2} = 12$$

$$3\pi - \frac{14}{6} =$$

$$5\pi$$

$$6\pi - \frac{10\pi}{3} =$$

$$x+y=14$$

$$x=9$$

$$2 = \frac{30-6}{2} = 12$$

$$3\pi - \frac{14}{6} =$$

$$5\pi$$

$$6\pi - \frac{10\pi}{3} =$$

$$x+y=14$$

$$x=9$$

$$2 = \frac{30-6}{2} = 12$$

$$3\pi - \frac{14}{6} =$$

$$5\pi$$

$$6\pi - \frac{10\pi}{3} =$$

$$x+y=14$$

$$x=9$$

$$2 = \frac{30-6}{2} = 12$$

$$3\pi - \frac{14}{6} =$$

$$5\pi$$

$$6\pi - \frac{10\pi}{3} =$$

$$x+y=14$$

$$x=9$$

$$2 = \frac{30-6}{2} = 12$$

$$3\pi - \frac{14}{6} =$$

$$5\pi$$

$$6\pi - \frac{10\pi}{3} =$$

$$x+y=14$$

$$x=9$$

$$2 = \frac{30-6}{2} = 12$$

$$3\pi - \frac{14}{6} =$$

$$5\pi$$

$$6\pi - \frac{10\pi}{3} =$$

$$x+y=14$$

$$x=9$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

