



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4 (0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

МФТИ

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N 1.

Будем пользоваться тем, что если $a_1 : b_1$, а $a_2 : b_2$, то $a_1 a_2 : b_1 b_2$
Тогда $ac^2 : 2^{20} \cdot 3^{34} \cdot 5^{24} (ac \cdot bc)$

$$\text{Но } ac^2 : ac : 5^{28} \Rightarrow ac^2 : 5^{28}$$

$$\text{Значит } ac^2 : 2^{20} \cdot 3^{34} \cdot 5^{28}$$

$$a^2 b^2 c^2 = ac^2 \cdot ac : 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{56}$$

т.к. $a^2 b^2 c^2$ - квадрат натурального, то формулы 1-ой степени
входят в число простых в четной. Тогда т.к. тройка
простых то два тоже входят в четной, а т.к. $a^2 b^2 c^2 : 3^{59}$,
то $a^2 b^2 c^2 : 3^{60}$

Итого:

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{36} \cdot 3^{60} \cdot 5^{56} \Rightarrow a^2 b^2 c^2 \geq 2^{36} \cdot 3^{60} \cdot 5^{56} \Rightarrow abc \geq 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

Пример:

$$a = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{14}$$

$$b = 2^2 \cdot 3^5$$

$$c = 2^2 \cdot 3^{16} \cdot 5^{14}$$

$$\text{Тогда } abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}, \text{ а } ab = 2^6 \cdot 3^{14} \cdot 5^{14} : 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11}$$

$$bc = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{14} : 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13}, \text{ а } ac = 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} : 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$$

$$\text{Ответ: } 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

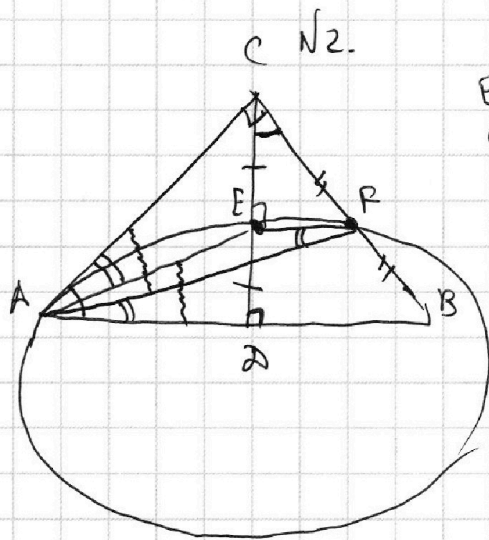
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\left. \begin{array}{l} EF \parallel AB \\ CD \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow \angle CEF = 90^\circ$$

$$\frac{AB}{BD} = 1,4 \Rightarrow \frac{AD}{BD} = 0,4$$

$$\angle FCE = \angle BCD = 90^\circ - \angle ACD = \angle CAD$$

$\triangle CEF \sim \triangle ADC$ (2 угла)

$$\frac{CF}{CE} = \frac{AC}{AD}$$

Из касания:

$$\angle CAE = \angle AFE. EF \parallel AB \Rightarrow \angle EFD = \angle FAB$$

Угол:

$$\left. \begin{array}{l} \angle CAB = \angle FAB \Rightarrow \angle CAF = \angle BAB = \angle EAD \\ \angle AAE = 90^\circ = \angle ACF \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle CAF \sim \triangle DAE \Rightarrow$$

(2 угла)

$$\Rightarrow \frac{CF}{AC} = \frac{DE}{AD} \Rightarrow \frac{CF}{DE} = \frac{AC}{AD} = \frac{CF}{CE} \Rightarrow CE = DE$$

Т.к. $EF \parallel AB$, то $CF = FB$

$$S_{CEF} = S_{CDB} \cdot \frac{CE}{CB} \cdot \frac{CF}{CB} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{S_{CDB}}{S_{ACD}} = \frac{BD}{AD} = 2,5$$

$$S_{CEF} = \frac{S_{CDB}}{4} = \frac{2,5 S_{ACD}}{4} = \frac{5}{8} S_{ACD}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{8}{5}$$

Ответ: $\frac{8}{5}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№3 (стр. 1)

$$10 \arccos(\sin x) \geq 9\pi - 2x$$

$$10 \arccos\left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) = 9\pi - 2x$$

$$0 \leq \arccos\left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) \leq \pi$$

$$0 \leq 9\pi - 2x \leq 10\pi$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} \geq -x \geq -\frac{5\pi}{2}$$

$$\pi \geq \frac{\pi}{2} - x \geq -4\pi$$

I случай:

$$\frac{\pi}{2} - x \in [0; \pi]$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 9\pi - 2x$$

$$-8x = 4\pi$$

$$x = -\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} - x = \pi \in [0; \pi] \checkmark$$

II случай: $\frac{\pi}{2} - x \in [-\pi; 0]$

$$0 \geq \frac{\pi}{2} - x \geq -\pi \quad 0 \leq x - \frac{\pi}{2} \leq \pi$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$10\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 9\pi - 2x$$

$$12x = 14\pi$$

$$x = \frac{7\pi}{6}$$

$$x = \frac{7\pi}{6}$$

$$\frac{\pi}{2} - x = -\frac{2\pi}{3} \in [-\pi; 0] \checkmark$$

III случай: $\frac{\pi}{2} - x \in [-2\pi; -\pi]$

$$\frac{5\pi}{2} - x \in [0; \pi]$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(\frac{5\pi}{2} - x\right)$$

$$25\pi - 10x = 9\pi - 2x$$

$$8x = 16\pi$$

$$x = 2\pi$$

$$\frac{\pi}{2} - x = -\frac{3\pi}{2} \in [-2\pi; -\pi] \checkmark$$

IV случай: $\frac{\pi}{2} - x \in [-3\pi; -2\pi]$

$$x - \frac{\pi}{2} \in [2\pi; 3\pi]$$

$$x - \frac{5\pi}{2} \in [0; \pi]$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(x - \frac{5\pi}{2}\right)$$

$$10x - 25\pi = 9\pi - 2x$$

$$12x = 34\pi$$

$$x = \frac{17\pi}{6}$$

$$\frac{\pi}{2} - x = -\frac{7\pi}{3} \in [-3\pi; -2\pi] \checkmark$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

\forall случаяй: $\frac{\pi}{2} - x \in [-4\pi; -3\pi]$ N_3 (стр. 2)
 $\frac{9\pi}{2} - x \in [0; \pi]$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(\frac{9\pi}{2} - x\right)$$

$$45\pi - 10x = 9\pi - 2x$$

$$8x = 36\pi$$

$$x = \frac{9\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} - x = -4\pi \in [-4\pi; 3\pi] \quad \checkmark$$

Ответы: $-\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{6}; 2\pi; \frac{17\pi}{6}; \frac{3\pi}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

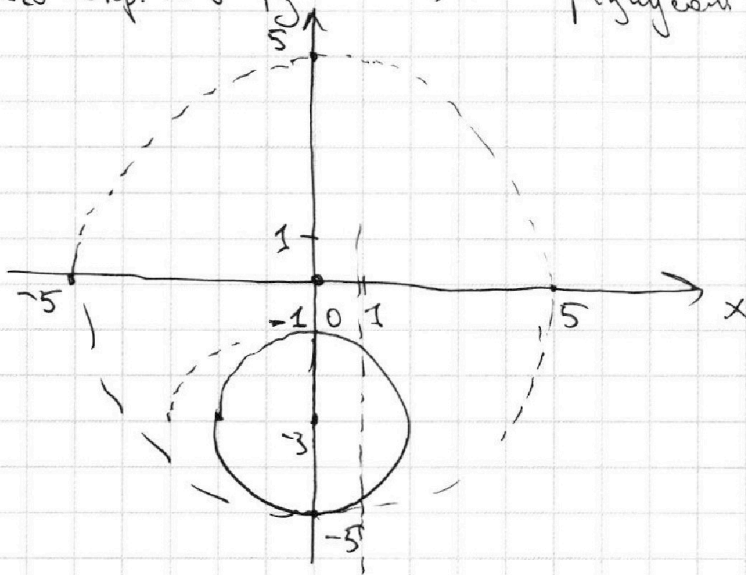
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4 (стр. 1)

$$(x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 8y + 7) = 0$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + (y+3)^2 = 4 \end{cases}$$

Посмотрим на это на плоскости Oxy .
 $x^2 + y^2 = 25$ - окр. ω_1 с центром в $(0; 0)$ и радиусом 5



$x^2 + (y+3)^2 = 4$ - окр. ω_2 с центром в $(0, -3)$ и радиусом 2.

ω_1 и ω_2 касаются в точке $(0, -5)$, т.к. она лежит на прямой $x=0$, соединяющей их центры. Тогда $5x + 6ay - b$ должно пересекать циркулярно ω_1 и ω_2 по 2. Тогда заметим, что нам достаточно, чтобы прямая

$l: 5x + 6ay - b = 0$ проходила через точку внутри ω_2 , т.е. пересекала её по 2 точкам, т.к. ω_2 лежит внутри ω_1 , а значит l пересечёт и её по 2-ым точкам.

1) $a=0$

$$5x - b = 0$$

выберем $b=5$.

$x=1$. А эта прямая очевидно пересекат ω_2 в 2-ух точках

2) $y = \frac{b}{6a} - \frac{5x}{6a}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4 (стр-2)
Т.к. прямая l проходит внутри ω_2 , то ОУ
она пересекает в точке $(0; y_1)$, где $-5 < y_1 < -1$
Значит $-5 < \frac{b}{ba} < -1$

Если $a < 0$, то выберем $-ba < b < -30a$ т.к. $a < 0$ то $-ba < -30a$, т.е. такое b существует

Если $a > 0$ выберем $-30a < b < -ba$, т.к. $a > 0$, то $-30a < -ba$, т.е. такое b существует.

Значит b существует для любого a .
 $a \in (-\infty; +\infty)$
Ответ: $(-\infty; +\infty)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_{11} x = \log_{11}^3 \frac{1}{121} - 5$$

$$\log_{11}^3 \frac{1}{121} = -\frac{2}{3} \log_{11}^3 11 = -\frac{2}{3} \frac{\log_{11} 11}{\log_{11} x^3} = -\frac{2}{3} \log_{11} 11$$

$$\log_{11}^4 x = \frac{1}{\log_{11}^4 x}$$

$$\frac{1}{\log_{11}^4 x} = \frac{16}{3} \log_{11} x - 5$$

$$1 = \frac{16}{3} \log_{11}^5 11 - 5 \log_{11}^4 11$$

$$\log_{11} 11 = 1$$

~~$$7t^5 - 30t^4 + 16t^5 - 15t^4 = 3$$~~

~~$$35t^5 - 30t^4 - 6t^5 = 3$$~~

~~$$k = \frac{1}{t} = \log_{11} x$$~~

~~$$\frac{16}{k^5} - \frac{15}{k^4} = 3$$~~

~~$$3k^5 + 15k + 16 = 0$$~~

~~$$6k^5 + 30k + 35 = 0 \quad (*)$$~~

$$\log_{11}^4 (0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,5y}^3 (11) - 5$$

$$0,5y = z$$

$$\log_{11}^4 z + \log_{11} z = -\frac{13}{3} \log_{11} z - 5$$

$$\log_{11}^4 z + \frac{16}{3} \log_{11} z + 5 = 0$$

$$\log_{11}^4 z + \frac{16}{3} \log_{11} z + 5 = 0$$

$$\log_{11}^5 z + 5 \log_{11} z + \frac{16}{3} \log_{11} z = 0$$

$$\log_{11} z = 1$$

~~$$3 \cdot 1^5 + 15 \cdot 1 + 16 = 0 \quad (**)$$~~

~~$$6k^5 + 30k + 35 = 0 \quad (*)$$~~
~~$$3(k^5 + l^5) + 15(k+l) = 0 \quad (1)$$~~

~~$$6(k^5 + l^5) + 30(k+l) = 0$$~~

Посмотрим на (*).

$$f(k) = 6k^5 + 30k - 35 = 0$$

$$f'(k) = 30k^4 + 30 > 0$$

Значит у $f(k)$ один корень (он есть, т.к. степень нечетная)

Аналогично для (**). Т.е. у нас одно значение k и l .

Т.е. одно значение $k+l$. Заметим, что т.к. $k^5 + l^5 = (k+l)(k^4 - kl^3 + k^2l^2 - kl^4 + l^4)$

то при $k+l=0$ наше выражение 1 записывается.

Заметим, что если $k+l=a$, то $\log_{11} x + \log_{11} z = a$

$$\log_{11} xz = a$$

$$xz = 11^a$$

$z = \frac{1}{2} y \Rightarrow xy = 2 \cdot 11^a$, но $k+l=0$ подходит, а из доказанного — одно единственное, т.е. $a=0$. Значит $xy=2$

Ответ: 2.

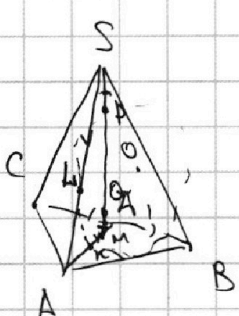
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

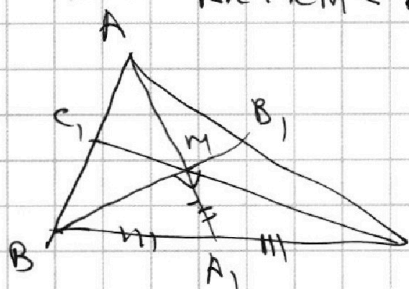
а) 

№7 (стр. 1)
Пусть O — центр сферы.
Тогда
Т.к. $OP = OQ \Rightarrow \angle OPQ = \angle OQP \Rightarrow \angle OPS = \angle OQM$
 $\triangle OPS \cong \triangle OQM$ (по 2 сторонам и углу)
 $OS = OM$

Значит касательные из S и M равны.

Т.е. $SL = MK$ а $AL = AK$, т.к. AL и AK касательные к одной сфере.

Значит $AM = AK + KM = AL + LS = AS = 20$



$$MA_1 = \frac{1}{2} AM = 10$$

$$BA_1 = AC = 10 = MA_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle BMC = 90^\circ$$

Следует, что $S_{BMC} = \frac{1}{3} S_{ABC} = 60$

$$BM \cdot MC = 2S_{BMC} = 120$$

($\triangle BMC$ — прямоугольный)

$$BB_1 \cdot CC_1 = \frac{3}{2} BM \cdot \frac{3}{2} CM = \frac{9}{4} \cdot 120 = 270$$

$$AA_1 = \frac{3}{2} \cdot AM = 30$$

$$AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 30 \cdot 270 = 8100$$

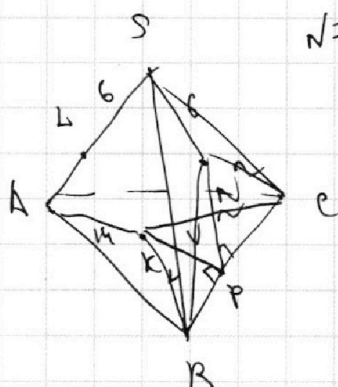
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\sqrt{7}$ (стр. 2)

$LS = SN = 6$ (т.к. отрезки касательных)

$AL = AS - LS = 14$

$AK = AL = 14$ (отрезки касательных)

$BK = BN$ (кас.)

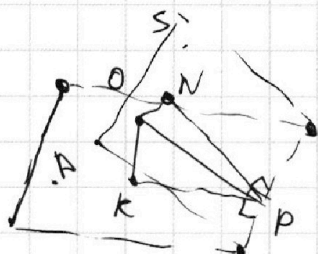
$CK = CN$ (кас.)

BC - общая

$\Rightarrow \triangle BKC = \triangle BNC$

Восставим высоты из K и N на BC , они падают в одну точку

\square и $NP = KP$.



т.к. $ON = OK = 8$ (радиусы и N и K точки касания сферы)

то O лежит в биссектрисе плоскости плоскостей (BSC) и (BAE)

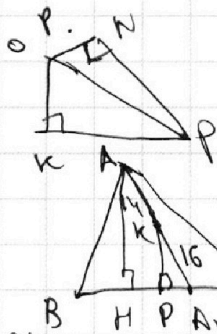
По ТПА: т.к. ON - перпендикуляр к (BSC) а NP - перпендикуляр к BC , то OP перпендикуляр к BC
Пусть двугранный угол при ребре BC - 2α .

Тогда $\angle NPK = 2\alpha$ ($NP \perp BC, PK \perp BC$ по определению)

$\triangle ONP = \triangle OKP$ ($ON = OK$
 $NP = KP$
 $\angle ONP = \angle OKP = 90^\circ$) $\Rightarrow \angle NPO = \angle KPO$.

Но ON лежит в плоскости перпендикулярно BC , проекцией NP на ON

$$\angle NPK = 2\angle NPO = 2 \arctg \left(\frac{ON}{NP} \right) = 2 \arctg \left(\frac{OK}{KP} \right)$$



$$\frac{AH \cdot BC}{2} = 180 \Rightarrow AH = 18$$

$$AA_1 = 30, AK = 14 \Rightarrow KA_1 = 16$$

$$KP = AH \cdot \frac{KA_1}{AA_1} = 18 \cdot \frac{16}{30} = \frac{48}{5}$$

$$2\alpha = \angle NPK = 2 \arctg \left(\frac{OK}{KP} \right) = 2 \arctg \left(\frac{8AA_1}{KA_1} \right) = 2 \arctg \left(\frac{8}{5} \right)$$

Ответ: а) 8100 ; б) $2 \arctg \left(\frac{8}{5} \right)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1.

Пусть α_p - степень включения p в a , β_p - степень включения p в b , γ_p - степень включения p в c .

Тогда $a^2 b^2 c^2$, $2^{36} 3^{59} 5^{52}$ как известно если $a_1; b_1$, $a_2; b_2$, то $a_1 a_2; b_1 b_2$. Тогда перемножим наши 3 условия и получим.

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{36} 3^{59} 5^{52}$$

Т.к. $a^2 b^2 c^2$ - квадрат натурального числа, то все простые множители входят в него в степени чётной. Значит тройка тоже входит в чётной, т.е. если $a^2 b^2 c^2 : 3^{59}$, то $a^2 b^2 c^2 : 3^{60}$

итого:

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{36} 3^{60} 5^{52} \Rightarrow a^2 b^2 c^2 \geq 2^{36} 3^{60} 5^{52} \Rightarrow abc \geq 2^{18} 3^{30} 5^{26}$$

Пример:

$$a = 2^4 3^9 5$$

$$b = 2^{12} 3^5 5$$

$$c = 2^2 3^{16} 5$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_n^4 x - 6 \log_x 11 = \log_9 x^3 \frac{1}{12} - 5$$

$$\log_n x \cdot \log_x 11 = 1$$

~~substitution~~

$$7p^4 - p^3 + p^2 - p + 1$$

$$\frac{35}{6}t^5 - 5t^4 = 1$$

$$-\frac{1}{2} \log_{x^3} 11$$

$$7t^5 - 6t^4 = 1$$

$$\frac{\log_x 11}{\log_x x^3}$$

$$f(x-k) = 36 - f(k)$$

$$f(1-k) = 36 - f(k)$$

$$f(x-k) = 2 - f(k)$$

$$6k^5 + 30k = k$$

$$f(x) = f(1-x)$$

$$f(x-k) = 2 - f(k)$$

$$6x^5 + 30x = 2 - 5 = 0$$

$$6x^5 + 30x = 1$$

$$6x^5 + 30x = 1$$

$$\log_n x^4 = 1$$

$$-6 \log_x 11 = -\frac{1}{6} \log_x 11 - 5$$

$$\log_n^4 x = \frac{35}{6} \log_x 11 - 5$$

$$\frac{35}{6}$$

$$\frac{1}{\log_x^4 11} = \log_x \left(11 \frac{35}{6} \frac{1}{x^5} \right)$$

$$1 = \frac{35}{6} \log_x 11^5 - 5 \log_x 11^4$$

$$20^4 (k+1)^5 + 30 = 0$$

$$t^3(t+1)$$

$$(k+1)^4 = -1$$

$$\sqrt[4]{(6a^2 + 30)} = 1$$

$$\sqrt[4]{(6a^2 + 30)} = 1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab : 2^6 3^{13} 5^{11}$$

$$bc : 2^{14} 3^{21} 5^{13}$$

$$ac : 2^{16} 3^{25} 5^{28}$$

$$6e^5 + 30e^4 - 60e^3 + 30e^2 - 6e + 1 = 0$$

$$d_2 + \beta_2 \geq 6$$

$$\beta_2 + \delta_2 \geq 14$$

$$d_2 + \delta_2 \geq 16$$

$$d_2 + \beta_2 + \delta_2 \geq 18$$

$$x = \frac{15\pi}{6} = 3\pi + \frac{\pi}{6}$$

$$x - \frac{\pi}{2} = 3\pi - 2x$$

$$3x = \frac{13\pi}{2}$$

$$CA^2 = AD \cdot AB$$

$$CF \cdot \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{9\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} \geq -x \geq -\frac{9\pi}{2}$$

$$\pi \geq \frac{\pi}{2} - x \geq -4\pi$$

$x \in \mathbb{R}$

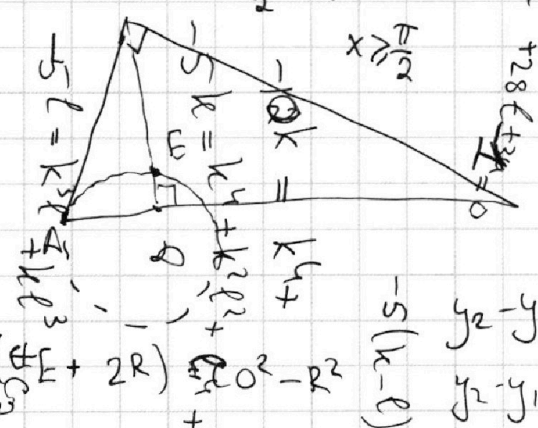
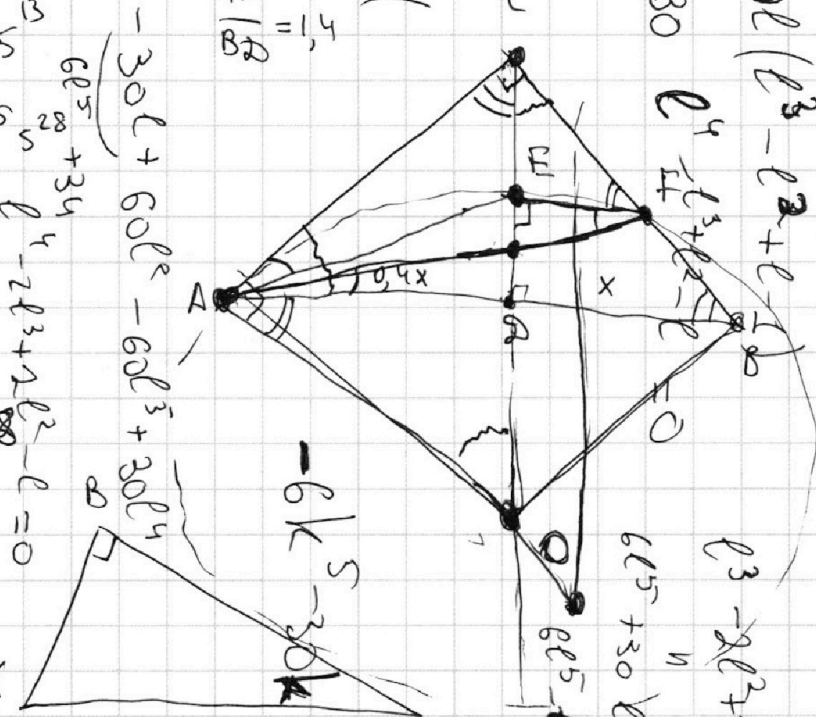
$$|\arccos(\sin x)| = 3\pi - 2x$$

$$\frac{\pi}{2} - x \in [0; \pi] \Rightarrow \arccos(\frac{\pi}{2} - x)$$

$$\frac{\pi}{2} - x \in [-\pi; 0] \Rightarrow \arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x))$$

$$\frac{\pi}{2} - x \in [-\pi; 0] \Rightarrow 0 \leq 3\pi - 2x \leq 10\pi$$

$$\frac{AB}{BD} = 1,4$$



$$6(1 - 5e + 10e^2 - 10e^3 + 5e^4 - e^5) + 30(-30e - 35e^2) = 0$$

$$6(k^5 - 5k^4 + 10k^3 - 10k^2 + 5k - 1) + 30(-30k - 35k^2) = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical solution on a grid background, featuring a geometric diagram of a circle with points A, B, C, D, E, F and various lines and angles.

Left side notes:

- $6(m^5 - 5mk + 10m^3k^2 - 10m^2k^3 + 5mk^4 - k^5)$
- $6(m-k)^5 = 6m^5 - 30mk^4 + 60m^2k^3 - 30mk^4 + k^5$
- $AB = 1,4a$
- $AC^2 = \frac{9}{4} AB^2 = \frac{9}{4} \cdot 4a^2 = 9a^2$
- $k = \sqrt{\frac{7}{2}} = \frac{AC}{AD} = \frac{CF}{DE}$
- $CF = EF$
- $CE = E \perp$
- $5x = b$
- $\frac{6a}{b}$

Top right notes:

- $5kl(k+l^3)$
- $k^5 + l^5 = (k+l)^5 - 5kl(k+l)^3$
- $(k+l)^5 = k^5 + 5k^4l + 10k^3l^2 + 10k^2l^3 + 5kl^4 + l^5$

Bottom right notes:

- $x^2 + y^2 = 25$
- $x^2 + (y+9)^2 = 4$
- $k+l = \frac{1}{3}$
- $1 - 10 = -9$
- $k^5 + l^5 = -\frac{1}{15}$

Diagram and other notes:

- Circle with center O and radius 5.
- Points A, B, C, D, E, F on the circle.
- Line AD is a diameter.
- Line BC is a chord.
- Line EF is a chord.
- Line CE is perpendicular to AD.
- Equation: $5x + 6ay - b = 0$
- Equation: $(x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 8y + 49) = 0$
- Equation: $\frac{5x}{6a} = \frac{5x}{6a}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a(a^2-x)}{a^2+x^2}$$

$$\frac{a(a^2-x^2)}{a^2+x^2}$$

$$S_{ABC} = 180$$

$$AM = 20$$

$$a^3 - ax^2$$

$$-6$$

$$a^2 - h^2 = 4a^2x^2$$
$$= a^2 \frac{a^2 + 2a^2x^2 + x^4}{60}$$

$$a^6 - 2a^4x^2$$

$$\frac{2ax^2}{\sqrt{a^2+x^2}}$$

$$\frac{4a^2x^2}{x^2+a^2}$$
$$a^2 = \sqrt{a}$$

$$\frac{a^2}{\sqrt{a^2+x^2}}$$

$$\frac{2a^2x}{a^2+x^2} = h$$
$$x = a$$

$$2ax^2 + a^2 - 2ax + x^2 = a \cdot h$$
$$x^2 = 2ax$$

$$x_3 - y$$

$$120 = \frac{a}{3} x_3 - x_1$$

$$(1; -6) = 48$$

tg

$$y(x_2x_3 + x_2x_1 + x_1x_3) + x(y_2y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 - x_2y_3)$$

$$6k^5 + 30k$$
$$6(k^2)^5 + 30(k^2)$$

$$a^5 + a^4 \cdot 30k + \dots$$

