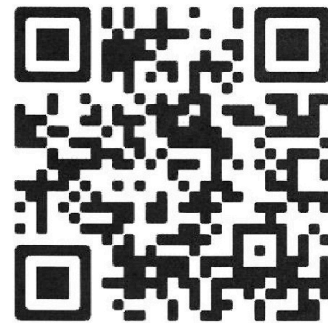




МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [4 балла] Натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^8 3^{14} 5^{12}$ ,  $bc$  делится на  $2^{12} 3^{20} 5^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{14} 3^{21} 5^{39}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $BC$  в точке  $B$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $F$ , а катет  $AC$  – в точке  $E$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AD : DB = 5 : 2$ . Найдите отношение площади треугольника  $ABC$  к площади треугольника  $CEF$ .
3. [4 балла] Решите уравнение  $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$ .
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-16; 80)$ ,  $Q(2; 80)$  и  $R(18; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$ .
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 100,  $SA = BC = 16$ .
  - а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .
  - б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 4$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1

Пусть  $a = 2^{x_1} 3^{x_2} 5^{x_3}$ ,  $b = 2^{y_1} 3^{y_2} 5^{y_3}$ ,  $c = 2^{z_1} 3^{z_2} 5^{z_3}$ . Если у чисел  $a, b$  и  $c$  есть еще какие-то <sup>простые</sup> делители, помимо 2, 3 и 5, то они никак не влияют на условие, но при этом увеличивают искомое произведение, поэтому будем считать, что их нет. Тогда по условию верно, что

$$x_1 + y_1 \geq 8; \quad y_1 + z_1 \geq 12; \quad x_1 + z_1 \geq 14.$$

$$x_2 + y_2 \geq 14; \quad y_2 + z_2 \geq 20; \quad x_2 + z_2 \geq 21$$

$$x_3 + y_3 \geq 12; \quad y_3 + z_3 \geq 17; \quad x_3 + z_3 \geq 39$$

Из этих неравенств получаем, что

$$x_1 + y_1 + z_1 \geq \frac{8 + 12 + 14}{2} = 17$$

$$x_2 + y_2 + z_2 \geq \frac{14 + 20 + 21}{2} = 27$$

$$x_3 + y_3 + z_3 \geq \frac{12 + 17 + 39}{2} = 34$$

$$\text{Значит, } x_1 + y_1 + z_1 \geq 17,$$

$$x_2 + y_2 + z_2 \geq 27, \quad x_3 + y_3 + z_3 \geq 34.$$

$$\text{Но по условию } x_3 + z_3 \geq 39,$$

$$\text{значит, } x_3 + y_3 + z_3 \geq 39.$$

Минимальное произведение  $abc$  равно  $2^{x_1 + y_1 + z_1} \cdot 3^{x_2 + y_2 + z_2} \cdot 5^{x_3 + y_3 + z_3} = 2^{17} \cdot 3^{27} \cdot 5^{39}$ .

$$\text{Пример: } a = 2^5 \cdot 3^7 \cdot 5^{12}, \quad b = 2^3 \cdot 3^7; \quad c = 2^9 \cdot 3^{14} \cdot 5^{27}.$$

$$\text{Тогда } ab = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} ; \quad 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$$

$$bc = 2^{12} \cdot 3^{21} \cdot 5^{27} ; \quad 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17}$$

$$ac = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39} ; \quad 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$$

$$\text{Ответ: } abc = 2^{17} \cdot 3^{27} \cdot 5^{39}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



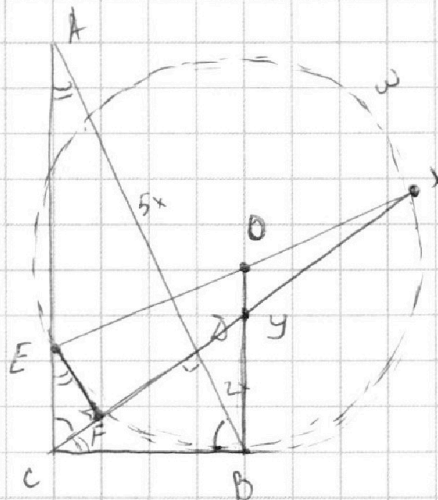
(12)

Дано:

$\triangle ABC$  - прямоугольн.,  $\angle C = 90^\circ$ ;  
 $\omega$  кас.  $BC$  в  $B$ ,  $CD$  - вис.  $\triangle ABC$   
 $\omega \cap AC = E$ ;  $\omega \cap CD = F$ ;  
 $EF \parallel AB$ ;  $AD:AB = 5:2$

$$S_{ABC} : S_{CEF} = ?$$

Решение:



т.к.  $EF \parallel AB$ ,  $\angle CAB = \angle CEF$   
 и  $\angle ADC = \angle EFC = 90^\circ$ . Значит,  
 $\triangle ABC \sim \triangle ECF$  по 2 углам.

Следовательно,  $S_{ABC} : S_{CEF} =$   
 $= \frac{AC \cdot BC}{CF \cdot EF} = \left(\frac{BC}{CF}\right)^2$ . Т.к.  $BC$  - касательная к  $\omega$ ,  $BC^2 = CF \cdot CX$ , где

$X$  - пересечение  $CD$  и  $\omega$  дальняя точка  $\Delta$ . Значит,  $\frac{BC^2}{CF^2} = \frac{CX}{CF}$   
 т.е. достаточно найти отношение  $\frac{CX}{CF}$ .

Т.к.  $\angle EFX = 90^\circ$ ,  $EX$  - диаметр  $\omega$ . Значит,  $O$  - середина  $EX$ .

Т.к.  $B$  - точка касания  $BC$  и  $\omega$ ,  $OB \perp BC$  и  $OB \parallel EC$ . Т.к.

$OB$  проходит через середину  $EX$  и  $OB \parallel EC$ ,  $OB$  - средняя линия  $\triangle ECX$  и  $OB$  пересекает  $CX$  в середине (пусть точка пересечения - точка  $Y$ ),  $BD$  - высота в прямоугольном треугольнике  $\triangle BCY$ .  $CD \cdot DY = BY^2 = 4x^2$ , где  $x = \frac{1}{2} AB$ . При этом  $CD$  - высота в  $\triangle ABC$ , т.е.  $CD^2 = AD \cdot BD = 10x^2$ . Значит,  $DY =$   
 $= \frac{4x^2}{x \sqrt{10}} = \frac{4x}{\sqrt{10}}$ . Т.к.  $CY = \frac{1}{2} CX$ ,  $CX = 2(CD + DY) = 2\left(x\sqrt{10} + \frac{4x\sqrt{10}}{10}\right)$

$$= 2 \cdot \frac{14x\sqrt{10}}{10} = \frac{14\sqrt{10}}{5} x$$

Поскольку  $BC$  - касательная,  $BC^2 = CF \cdot CX$ , а также  $BC$  - катет  $\triangle ABC$ , т.е.  $BC = \sqrt{BD \cdot BA} =$   
 $= x\sqrt{4}$ . Следовательно,  $14x^2 = CF \cdot \frac{14x \cdot \sqrt{10}}{5}$

$$CF = \frac{5x}{\sqrt{10}} \text{ . Значит,}$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = \left(\frac{BC}{CF}\right)^2 = \left(\frac{x\sqrt{4} \cdot \sqrt{10}}{5x}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{140}}{5}\right)^2 = \frac{140}{25} = 5 + \frac{15}{25} =$$

$$= 5,6$$

Ответ:  $\frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = 5,6$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(N3)

$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$5 \arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{\pi}{2} - x$$

Рассмотрим несколько случаев:

1)  $x \in [-2\pi; -\pi]$ . Тогда

$$\frac{\pi}{2} - x \in [\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}]. \text{ Значит,}$$

$$5 \arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{\pi}{2} - x$$

$$5(\frac{\pi}{2} - x - 2\pi) = \frac{\pi}{2} - x$$

$$5(-x - \frac{3\pi}{2}) = \frac{\pi}{2} - x$$

$$-5x - \frac{15\pi}{2} = \frac{\pi}{2} - x$$

$$-\frac{16\pi}{2} = 4x$$

$$x = -\frac{4\pi}{2} = -2\pi$$

Проверим корень:

$$10 \arcsin(\cos(-2\pi)) = \pi + 4\pi$$

$$10 \arcsin(1) = 5\pi$$

$$\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} \text{ - верно}$$

2)  $x \in [-\pi; 0]$ . Тогда  $\frac{\pi}{2} - x \in [\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}]$ , то есть

$$5 \arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{\pi}{2} - x$$

$$5(\frac{\pi}{2} - x - \pi) = \frac{\pi}{2} - x$$

$$5(-x - \frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2} - x$$

$$-5x - \frac{5\pi}{2} = \frac{\pi}{2} - x$$

$$-\frac{6\pi}{2} = 4x$$

$$x = -\frac{3\pi}{4}$$

Проверим корень:

$$10 \arcsin(\cos(-\frac{3\pi}{4})) = \pi + \frac{3\pi}{2}$$

$$10 \arcsin(\sin(\frac{\pi}{4})) = \pi + \frac{3\pi}{2}$$

$$\frac{10\pi}{4} = \frac{5\pi}{2} \text{ - верно}$$

3)  $x \in [0; \pi]$ . Тогда  $\frac{\pi}{2} - x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ , то есть

$$5(\frac{\pi}{2} - x) = \frac{\pi}{2} - x$$

$$\frac{\pi}{2} = x \text{ - Проверим корень:}$$

$$10 \arcsin(\cos \frac{\pi}{2}) = 0$$

$$10 \arcsin(0) = 0$$

$$0 = 0 \text{ - верно}$$

4)  $x \in [\pi; 2\pi]$ . Тогда  $\frac{\pi}{2} - x \in [-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}]$ , то есть

$$5(\frac{\pi}{2} - x + \pi) = \frac{\pi}{2} - x$$

$$5(\frac{3\pi}{2} - x) = \frac{\pi}{2} - x$$

$$\frac{15\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = 4x$$

$$x = \frac{7\pi}{4}$$

Проверим корень:

Т.к.  $\arcsin(\sin t) \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

$$-\frac{5\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} - x \leq \frac{5\pi}{2}$$

$$-\frac{6\pi}{2} \leq -x \leq \frac{4\pi}{2}$$

$$3\pi \geq x \geq -2\pi$$

$$x \in [-2\pi; 3\pi]$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arcsin \left( \cos \frac{7\pi}{4} \right) = 10\pi - \frac{7\pi}{2}$$

$$10 \arcsin \left( \sin \left( -\frac{\pi}{4} \right) \right) = -\frac{5\pi}{2}$$

$$-\frac{10\pi}{4} = -\frac{5\pi}{2} \text{ - верно}$$

5)  $x \in [2\pi; 3\pi]$ . Тогда  $\frac{\pi}{2} - x \in \left[ -\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2} \right]$ , т.е.

$$5 \left( \left( \frac{\pi}{2} - x \right) + 2\pi \right) = \frac{\pi}{2} - x$$

$$4 \left( \frac{\pi}{2} - x \right) = -10\pi$$

$$12\pi = 4x$$

$x = 3\pi$ . - Проверим корни;

$$10 \arcsin \left( \cos 3\pi \right) = \pi - 6\pi$$

$$10 \arcsin (-1) = -5\pi$$

$$-5\pi = -5\pi \text{ - верно.}$$

Найдем все корни, т.е. рассмотрим все случаи по ОДЗ.

Ответ:  $x \in \left\{ -2\pi; -\frac{3\pi}{4}; \frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{4}; 3\pi \right\}$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

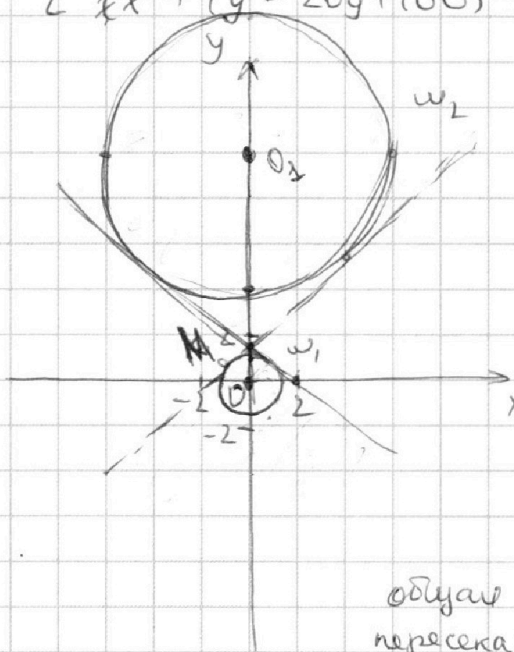


№4

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{a}{3}x + 4b \\ \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + (y - 20y + 100) = 36 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{a}{3}x + 4b \\ \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \quad (\omega_1) \\ x^2 + (y - 10)^2 = 36 \quad (\omega_2) \end{cases} \end{cases}$$



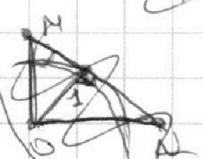
Так как ~~касаются~~ система должна иметь ровно 4 решения, прямая  $y = \frac{a}{3}x + 4b$  должна пересекать окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  в 2-х точках. Заметим, что для  $\frac{a}{3} > k$ , где  $k$  — <sup>коэффициент при x</sup> угол наклона ~~общей~~ внутренней касательной, то такой в обязательно найдётся, ведь прямая такой вид будет «ближе» к оси  $Oy$ , чем ~~общая~~ касательная, следовательно, будет пересекать обе окруж. в 2-х точках.

Т.к. ось  $Oy$  — линия центров окружностей, касательные внутренней касательной симметричны относительно  $Oy$ , т.е. касательные имеют вид  $y = kx + l$  и  $y = -kx + l$ . Аналогично описанному ранее, если  $\frac{a}{3}$  меньше  $-k$ , то прямая  $y = \frac{a}{3}x + 4b$  будет ближе к оси  $Oy$  и будет проходить наск.

Найдём общие касательные этих 2-х окружностей.

Пусть  $M$  — точка пересечения внутренних касательных. Как известно гомологии  $\omega_1$  и  $\omega_2$  с центром  $M$  и коэффициентом  $\lambda = \frac{r_2}{r_1} = \frac{6}{1} = 6$ . Тогда  $\frac{OM}{OM} = \frac{1}{6}$  и  $OM + OM = 10$ . Значит,  $OM = \frac{10}{7}$ .

Значит  $l = \frac{60}{7}$ , т.е.  $y_{кас1} = kx + \frac{60}{7}$ ,  $y_{кас2} = -kx + \frac{60}{7}$ . Пусть  $N$  — пересечение  $Ox$  и  $y_{кас1}$ . Тогда  $ON = \frac{60}{7}$ .  $OM \perp ON \Rightarrow \angle OMN = 90^\circ$ .  $OM = \frac{10}{7}$ ,  $ON = \frac{60}{7}$ .  $MN = \frac{60}{7}$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

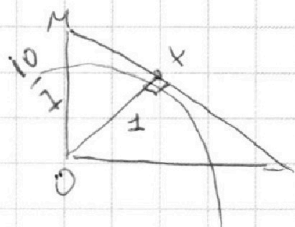
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{OM}{10-OM} = \frac{1}{6} \Rightarrow 6OM = 10-OM \Rightarrow OM = \frac{10}{7}.$$



Пусть  $M$  — точка пересечения  $Ox$  и касательной  
к  $\omega$   $y_{кас1} = kx + e$ . Из вышесказанного  
 $e = \frac{10}{7}$ . Пусть  $X$  — точка касания  $\omega$   
и  $MN$ . Тогда  $OM = ON$ .  $OM \cdot \cos \angle OMN =$   
 $N = \frac{10}{7} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{100}{49} - \frac{49}{49}}} = \frac{10}{7} \cdot \frac{7}{\sqrt{51}} = \frac{10}{\sqrt{51}}$ .

Значит,  $0 = k \cdot \frac{10}{\sqrt{51}} + \frac{10}{7}$

$$k = -\frac{10}{7} \cdot \frac{\sqrt{51}}{10} = -\frac{\sqrt{51}}{7}.$$

Следовательно,  $y_{кас1} = -\frac{\sqrt{51}}{7}x + \frac{10}{7}$ ,  $y_{кас2} = \frac{\sqrt{51}}{7}x + \frac{10}{7}$ .

По вышесказанному наш порядок  $a < -\frac{\sqrt{51}}{7}$   $\vee$   
 $a > \frac{\sqrt{51}}{7}$ , т.е.  $a \in (-\infty; -\frac{\sqrt{51}}{7}) \cup (\frac{\sqrt{51}}{7}; +\infty)$

Ответ:  $a \in (-\infty; -\frac{\sqrt{51}}{7}) \cup (\frac{\sqrt{51}}{7}; +\infty)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(N5)

$$1) \log_5^4(2x) - 3\log_{2x} 5 = \log_5^3 625 - 3$$

$$\log_5^4(2x) - \frac{3}{\log_5 2x} = \frac{4}{3 \log_5 2x} - 3$$

$$\left. \begin{array}{l} 2x > 0 \\ x > 0 \\ x \neq 1/2 \end{array} \right\}$$

$$3\log_5^5(2x) + 9\log_5(2x) - 13 = 0 \quad (1)$$

$$2) \log_5^4 y + 4\log_y 5 = \log_y^3 92 - 3$$

$$\log_5^4 y + \frac{4}{\log_5 y} = \frac{-4}{3 \log_5 y} - 3$$

$$3\log_5^5 y + 9\log_5 y + 13 = 0 \quad (2)$$

Заметим, что  $\log_5(2x) + \log_5(y) = \log_5(2xy)$ . Значит, если мы найдем эту сумму, то однозначно найдем  $xy$ .

Пусть  $t = \log_5 2x$ ,  $z = \log_5 y$ . Тогда нам нужно найти  $t+z$ . Сложим (1) и (2). Получим, что

$$3(t^5 + z^5) + 9(t+z) = 0$$

$$(t+z)(t^4 - t^3z + t^2z^2 - tz^3 + z^4 + 3) = 0$$

1) Если  $t+z=0$ , то  $2xy=1$ ,  $xy=1/2$

2) Если  $t^4 - t^3z + t^2z^2 - tz^3 + z^4 + 3 = 0$ , то

$$(t^4 - t^2z^2 + z^4) + (tz(-t^2 + 2tz - z^2)) + 3 = 0$$

$$t^4 - t^2z^2 + z^4 - tz(t-z)^2 + 3 = 0$$

$$(t^2 - z^2)^2 + t^2z^2 - tz(t-z)^2 + 3 = 0$$

$$(t-z)^2((t+z)^2 - tz) + t^2z^2 + 3 = 0$$

$$(t-z)^2(t^2 + tz + z^2) + t^2z^2 + 3 = 0 \quad \rightarrow \text{это равенство}$$

$$\underbrace{\geq 0} \quad \underbrace{\geq 0} \quad \underbrace{\geq 0} \quad \underbrace{\geq 0} \quad \text{невозможно.}$$

м.к. неположит. квадрат

Следовательно,  $xy = 1/2$ . Проверим; подставив  $x = \frac{1}{2y}$  в (1):

$$3\log_5^5(y^{-1}) + 9\log_5(y^{-1}) - 13 = 0$$

$$-3\log_5^5 y - 9\log_5 y - 13 = 0$$

$$3\log_5^5 y + 9\log_5 y + 13 = 0 \quad \rightarrow \text{это уравнение (2).}$$

Значит, если корни имеются (а они есть по условию), то  $xy = 1/2$ .

Ответ:  $xy = 1/2$







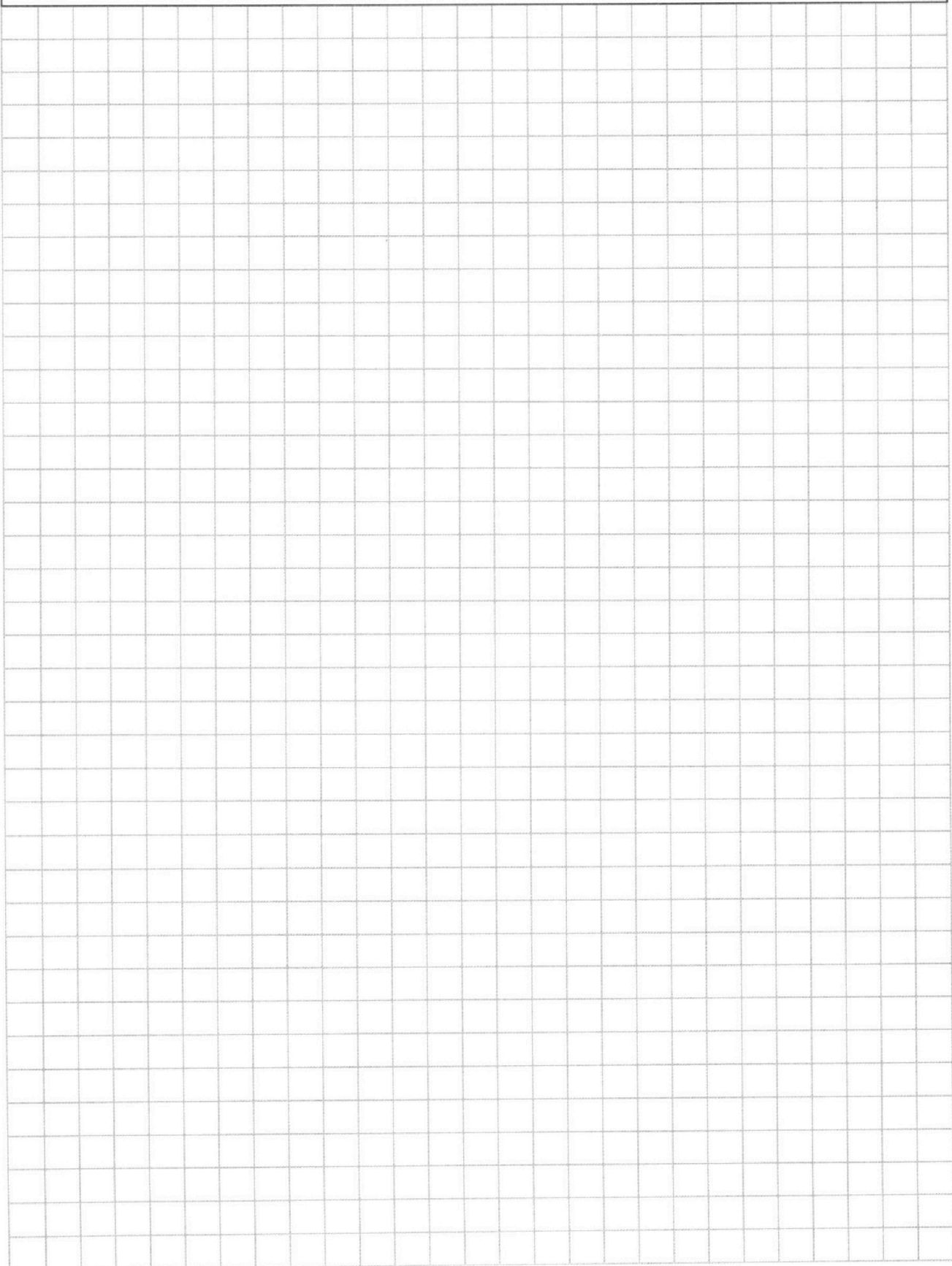
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





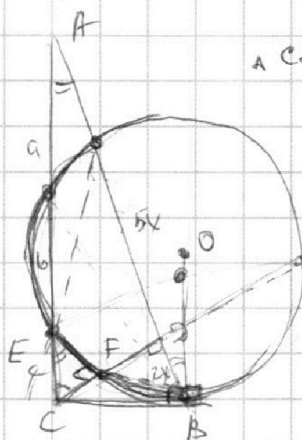
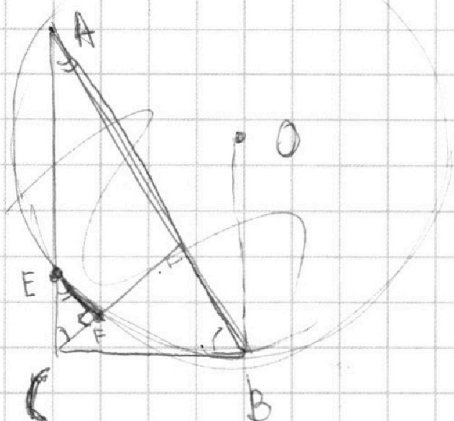
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



a CEF - хорда

$$\frac{CF}{CB} = \frac{EC}{AE}$$

$$a + b + c = x\sqrt{35}$$

$$CB = 4x^2$$

$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$$

$$[-5\pi, 5\pi]$$

$$-5\pi \leq \pi - 2x \leq 5\pi$$

$$-6\pi \leq -2x \leq 4\pi$$

$$3\pi \geq x \geq -2\pi$$

$$x \in [-2\pi, 3\pi]$$

Пусть, если

$$10 \arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) = \pi - 2x$$

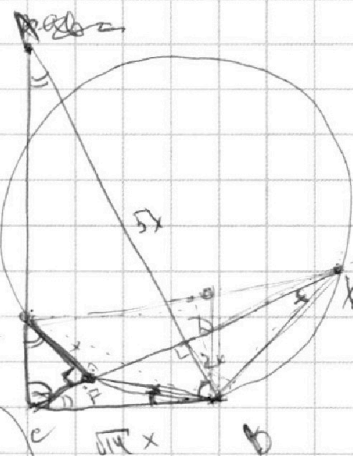
$$1. \text{ если } \frac{\pi}{2} - x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$$

$$5\pi - 10x = \pi - 2x$$

$$5(\pi - 2x) = \pi - 2x$$

$$\pi = 2x$$

$$x = \frac{\pi}{2}$$



$$BC^2 = EC \cdot CX$$

$$\left(\frac{BC}{CF}\right)^2 = \frac{CX}{CF}$$

$$\frac{CF \cdot CX}{CF^2} = \frac{CX}{CF}$$

$$4 \log_5(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{(2x)^3} (5)^4 - 3$$

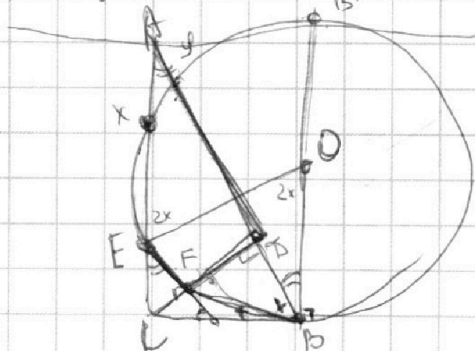
$$4 \log_5 y + 4 \log y 5 = \log_{y^3} (5)^4 - 3$$

$$\log_5^4(2x) - \frac{3}{\log_5 2x} = \frac{4}{3} \log_{2x} 5 - 3$$

$$\log_5^4(2x) - \frac{13}{3} \log_{2x} 5 + 3 = 0$$

$$3 \log_5^5(2x) + 9 \log_5(2x) - 13 = 0$$

$$3t^5 + 9t - 13 = 0$$



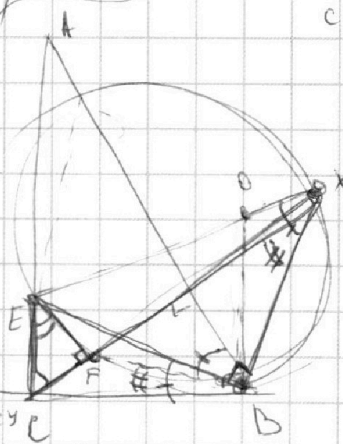
$$v = \frac{EB - XY}{2}$$

$$f = \frac{-FB}{2}$$

$$v + f = \frac{FB + EB - XY}{2}$$

$$\frac{EB - XY + EB}{2} = \frac{EX + EB}{2} = \frac{XB}{2}$$

$$\angle X + \angle Y = 180^\circ \Rightarrow \frac{180^\circ - \angle X}{2} = \frac{\angle Y}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a = 2^{x_1} 3^{x_2} 5^{x_3}$$

$$b = 2^{y_1} 3^{y_2} 5^{y_3}$$

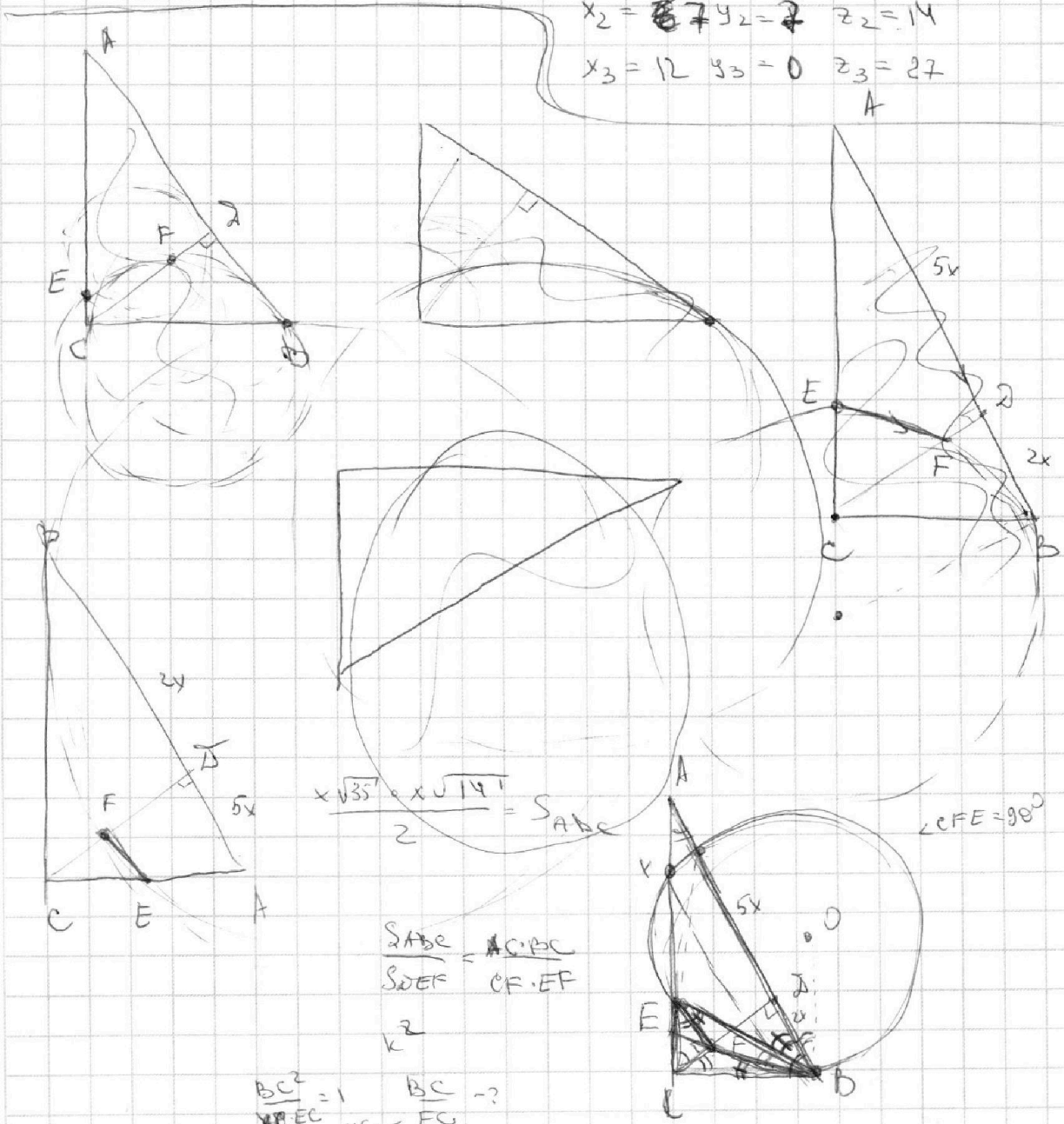
$$c = 2^{z_1} 3^{z_2} 5^{z_3}$$

$$\begin{aligned} x_1 + y_1 &\geq 8 & y_1 + z_1 &\geq 12 & x_1 + z_1 &\geq 14 \\ x_2 + y_2 &\geq 14 & y_2 + z_2 &\geq 20 & x_2 + z_2 &\geq 21 \\ x_3 + y_3 &\geq 12 & y_3 + z_3 &\geq 17 & x_3 + z_3 &\geq 39 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 + y_1 + z_1 &\geq \frac{34}{2} = 17 \\ x_2 + y_2 + z_2 &\geq \frac{55}{2} > 27 \\ x_3 + y_3 + z_3 &\geq \frac{68}{2} = 34 \end{aligned}$$

$$abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39} ?$$

$$\begin{aligned} x_1 = 5 & \quad y_1 = 3 & \quad z_1 = 9 \\ x_2 = 7 & \quad y_2 = 7 & \quad z_2 = 14 \\ x_3 = 12 & \quad y_3 = 0 & \quad z_3 = 27 \end{aligned}$$



$$\frac{x\sqrt{35} \cdot x\sqrt{14}}{2} = S_{ABE}$$

$$\frac{S_{ABE}}{S_{DEF}} = \frac{AC \cdot BC}{CF \cdot EF}$$

$$\frac{BC^2}{AC \cdot EC} = 1 \quad \frac{BC}{AC} = \frac{EC}{BC} \quad \frac{BC}{AC} = \frac{EC}{BC}$$