



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^6 3^{13} 5^{11}$ ,  $bc$  делится на  $2^{14} 3^{21} 5^{13}$ ,  $ac$  делится на  $2^{16} 3^{25} 5^{28}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $AC$  в точке  $A$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $E$ , а катет  $BC$  – в точке  $F$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AB : BD = 1,4$ . Найдите отношение площади треугольника  $ACD$  к площади треугольника  $CEF$ .
3. [4 балла] Решите уравнение  $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$ .

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-15;90)$ ,  $Q(2;90)$  и  $R(17;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$ .
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 180,  $SA = BC = 20$ .
  - а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .
  - б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 6$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 8.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$N1 \text{ (1) } ab: 2^6 3^{13} 5^{11}$$

$$\min(abc) \text{ (2) } bc: 2^{14} 3^{21} 5^{13}$$

$$\text{(3) } ac: 2^{16} 3^{25} 5^{28}$$

Мы можем заметить

каждое из чисел  $a, b, c$

каким-то образом:  $2^{\alpha} \cdot 3^{\beta} \cdot 5^{\gamma}$ .

Проще, мы можем так и записать:

$$a = 2^{\alpha_1} \cdot 3^{\beta_1} \cdot 5^{\gamma_1}$$

$$b = 2^{\alpha_2} \cdot 3^{\beta_2} \cdot 5^{\gamma_2}$$

$$c = 2^{\alpha_3} \cdot 3^{\beta_3} \cdot 5^{\gamma_3}$$

Мы можем представлять

числа  $a, b, c$  как

произведение  $2 \cdot 3 \cdot 5$  и

не учитывать четвертый элемент, т.к.

числа  $a, b, c$  будут все так же выполнять

условия задачи, а произведение  $abc \rightarrow \min$ .

$$\alpha_1 + \alpha_2 \geq 6$$

$$\alpha_2 + \alpha_3 \geq 14$$

$$\alpha_1 + \alpha_3 \geq 16$$

$$\text{(1): } \beta_1 + \beta_2 \geq 13$$

$$\text{(2): } \beta_2 + \beta_3 \geq 21$$

$$\text{3: } \beta_1 + \beta_3 \geq 25$$

$$\gamma_1 + \gamma_2 \geq 11$$

$$\gamma_2 + \gamma_3 \geq 13$$

$$\gamma_1 + \gamma_3 \geq 28$$

Мы можем сложить всю первую, вторую и третью строку и получить:

$$2\alpha_1 + 2\alpha_2 + 2\alpha_3 \geq 36$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \geq 18$$

$$2\beta_1 + 2\beta_2 + 2\beta_3 \geq 59$$

$$\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq 29,5$$

$$2\gamma_1 + 2\gamma_2 + 2\gamma_3 \geq 52$$

$$\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 \geq 26$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Мы получили степени простых множителей  
числа  $abc$ . Но  $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3$  получилось нецелым.  
Т.к.  $a, b, c$  - натур, то их произведение  
тоже натур, значит  $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq 30$ .  
Т.к. мы минимизируем  $abc$ , то:

$$abc \geq 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

Приведу пример такого случая:

Но так же нужно проверить, что  
 $abc : (ab) \quad abc : bc \quad abc : ac$ .

Т.к.  $ac \geq 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$ , то  $abc$  обязательно  
степень каждого не меньше, чем  $ac$ .

$$\min(abc) \geq 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

Пример:

$$a = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{14}$$

$$b = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 5^{10}$$

$$c = 2^{12} \cdot 3^{17} \cdot 5^{14}$$

Ответ:  $abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$



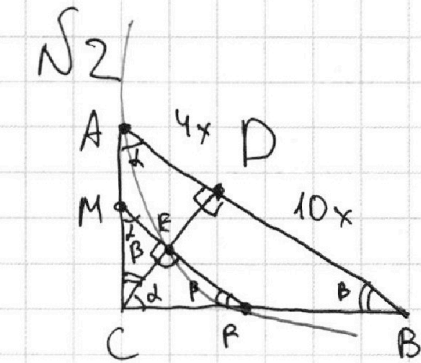
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Запишем теоремы Пифагора для  
равных  $\Delta$ :

$$196x^2 = AC^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 16x^2 + CD^2$$

$$BC^2 = CD^2 + 100x^2$$

$$CD^2 = 40x^2 \quad CD = 2\sqrt{10}x.$$

$$BC = \sqrt{140}x = 2\sqrt{35}x$$

$$AC = \sqrt{56}x = 2\sqrt{14}x$$

Из подобия  $\Delta$ :

$$\frac{AC}{ACB} = \frac{4x}{CD} = \frac{CD}{10x}$$

Степень точки M отн окр:

$$AM^2 = FE \cdot MF$$

$$\Delta CAD \sim \Delta CME \Rightarrow \frac{CE}{CD} = \frac{CM}{AC} = \frac{ME}{4x} = \frac{4x}{4x} = \frac{1}{1}$$

$$\Delta CMF \sim \Delta ACB$$

Мы можем выразить  $ME$  за  $4y$ ,  $BF$  за  $10y$ .

$$\text{Посчитаем } AM: AM = \sqrt{4y \cdot \frac{10y}{14}} = 2\sqrt{\frac{10}{14}}y.$$

Т.к.  $\Delta ACB \sim \Delta CMF$ , то

$$CM = 2\sqrt{14}y. \quad \text{Т.к. } AM = CM.$$

Точка M - середина AC

MF - средняя линия  $\Delta ABC$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N2 (продолжение)

Т.к. ~~ACB~~ MP - средняя линия:

$$14y = \frac{14x}{2}$$

$$y = \frac{x}{2}$$

$$\Rightarrow S_{ACD} = \frac{4x \cdot 2\sqrt{10}x}{2} = 4\sqrt{10}x^2$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEP}} = \frac{4\sqrt{10}x^2}{\frac{5}{2}\sqrt{10}x^2} = \frac{8}{5} = 1,6$$

$$S_{CEP} = \frac{10y \cdot \frac{2\sqrt{10}x}{2}}{2}$$

$$= 5y\sqrt{10}x = \frac{5}{2}\sqrt{10}x^2$$

Ответ: 1,6.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{ДЗ } 10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x.$$

$$\arccos x \in [0; \pi]$$

$$9\pi - 2x \in [0; 10\pi]$$

$$x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{9}{2}\pi\right]$$

$$10 \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin x)\right) = 9\pi - 2x.$$

$$2x = 4\pi + 10 \arcsin(\sin x).$$

$$x = 2\pi + 5 \arcsin(\sin x)$$

$\arcsin(\sin x)$  можем раскрывать по формуле  
& зависимости от  $x$ .  $\Rightarrow$  Нам придется  
рассмотреть все варианты.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

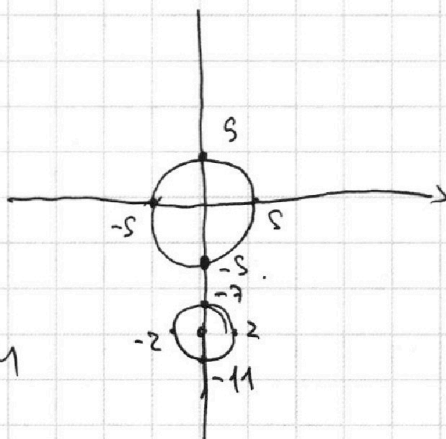
$$(1) (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + (y+9)^2 - 4) = 0$$

Нарисуем это уравнение:

Две окружности:

одна радиусом 5 в центре  
в начале координат.

Вторая радиуса 2 с центром  
в точке  $(0; -9)$

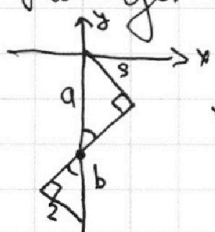


$$(2) y = \frac{b-5x}{6a} = -\frac{5}{6a}x + \frac{b}{6a}$$

Получается у нас есть прямая, которая пересекает  
две окружности. По условию нам нужно решить

Значит прямая должна проходить через каждую  
окружность. Крайние случаи это две общие  
касательных у этих окружностей.

Найдем уравнения этих касательных.



это изображение касательной с  
положительным наклоном.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

**МФТИ**

- 1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Треугольники подобны, а значит я могу  
найти точку пересечения  $oy$  касательной.

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{2} \quad a+b=9 \quad \left(0, -\frac{45}{7}\right) \text{ - точка пересечения касательной и } oy.$$

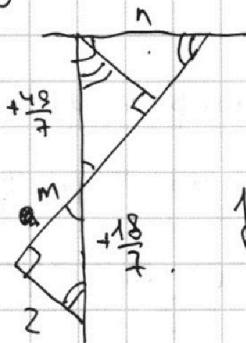
$$a = \frac{5}{2}b \quad 3,5b = 9$$

$$a = -\frac{45}{7} \quad b = -\frac{18}{7} \quad y = kx + b \quad b = -\frac{45}{7}$$

Теперь найдем точку пересечения окружности с  
радиусом 5 и касательной.

$$x^2 + y^2 = 25 \quad 25 - x^2 = \left(kx - \frac{45}{7}\right)^2$$

$$y = kx - \frac{45}{7} \quad 5^2 - x^2 = k^2 x^2 - \frac{90}{7}kx + \frac{9 \cdot 5^2}{7^2}$$



Дополним картинку и получим  
новые подобные  $\Delta$ .  
Найдем  $m$ :

$$\left(\frac{18}{7}\right)^2 = 4 + m^2$$

$$m^2 = \left(\frac{18-22}{7}\right) \left(\frac{18+22}{7}\right) = \frac{4}{7} \cdot \frac{32}{7}$$

$$m = \frac{8}{7}\sqrt{2}$$

$$k = \frac{m}{4 + \frac{45}{7}} = \frac{2}{n}$$

$$n = \frac{2 \cdot \frac{45}{7}}{\frac{8}{7}\sqrt{2}} = \frac{9 \cdot 3}{4\sqrt{2}} = \frac{45}{4\sqrt{2}} \text{ - это точка касательной, где } y=0$$

$$0 = k \cdot \frac{45}{4\sqrt{2}} - \frac{45}{7} \quad k = \frac{4\sqrt{2}}{7}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

МФТИ

1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Значит уравнение одной касательной:  $y = \frac{4\sqrt{2}}{7}x - \frac{45}{7}$

Вторая касательная так же ~~проходит~~  
пересекает оу в той же точке.

Единственная разница в том, что она  
пересекает оу ох в отриц. х.

$$0 = -k \cdot \frac{45}{4\sqrt{2}} - \frac{45}{7} \quad k = -\frac{4\sqrt{2}}{7}$$

Теперь переведем уравнения касательных в вид

через а и b:  $y = -\frac{b}{6a}x + \frac{b}{6a}$

$$y = \pm \frac{4\sqrt{2}}{7}x - \frac{45}{7}$$

$$-\frac{b}{6a} = \pm \frac{4\sqrt{2}}{7}$$

$$\begin{cases} -\frac{b}{6a} = \frac{4\sqrt{2}}{7} \\ \frac{b}{6a} = \frac{4\sqrt{2}}{7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \geq -\frac{35}{24\sqrt{2}} \\ a \geq \frac{35}{24\sqrt{2}} \end{cases}$$

Мы получили  
крайние а, при  
которых у системы <sup>решения</sup>

решения будет у системы, если а будет в пределах:

$$a \in \left(-\infty; -\frac{35}{24\sqrt{2}}\right) \cup \left(\frac{35}{24\sqrt{2}}; +\infty\right)$$

Ответ:  $a \in \left(-\infty; -\frac{35}{24\sqrt{2}}\right) \cup \left(\frac{35}{24\sqrt{2}}; +\infty\right)$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{5}. \log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_x^3 \frac{1}{121} - 5.$$

$$\log_{11}^4 (0,15y) + \log_{0,15y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Пусть  $\log_{11} x = a$

$$\log_{11} 0,15y = b.$$

$$a^4 - \frac{6}{a} = \frac{1}{3} \log_x 11^{-2} - 5.$$

$$a^4 - \frac{6}{a} + \frac{2}{3a} + 5 = 0.$$

$$a^4 - \frac{6}{a} + \frac{2}{3a} + 5 = 0. \quad \underline{a^4 - \frac{16}{3a} + 5 = 0}$$

~~$$b^4 + \frac{1}{b} = \log_{0,15y} 11^{-13} - 5$$~~

$$b^4 + \frac{1}{b} = \log_{(0,15y)^3} 11^{-13} - 5$$

$$b^4 + \frac{1}{b} + \frac{13}{3b} + 5 = 0. \quad \underline{b^4 + \frac{16}{3b} + 5 = 0.}$$

$$f(x) = x^4 + \frac{16}{3x} + 5.$$

Заметим, что  $f(x)$  имеет лишь один корень.

Если мы заменим аргумент  $x$  на  $-x$

мы получаем уравнение  $x^4 - \frac{16}{3x} + 5 = 0.$

$$f(x) = f(-x) = 0 \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дополнение

Т.к.  $f(x) = f(-x)$ , то их корни  
одинаковые.  $a + b = 0$

$$\log_{11} x + \log_{11} 0,5y = 0$$

$$0,5xy = 1$$

$$\underline{xy = 2}$$

Ответ: 2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$n_1$   
 $ab \neq 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} \cdot x$   
 $bc \neq 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13} \cdot y$   
 $ac \neq 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \cdot z$

$\min(abc)$ .

$x + y - z = 0$ .

$\frac{bc}{ab} = \frac{c}{a} = 2^8 \cdot 3^8 \cdot 5^2 \cdot \frac{y}{x}$

$y = \frac{b - 5x}{6a} = \frac{b}{6a} - \frac{5x}{6a}$

$ac \cdot \frac{c}{a} = c^2 = 2^{24} \cdot 3^{33} \cdot 5^{30} \cdot \frac{y^2}{x^2}$

$|\frac{5}{6a}| > \text{наименьший выкуп}$

$c = 2^{12} \cdot 3^{16.5} \cdot 5^{15} \cdot \sqrt{\frac{y^2}{x^2}}$

$a = 2^{\alpha_1} \cdot 3^{\beta_1} \cdot 5^{\gamma_1}$

$\alpha_1 + \alpha_2 \geq 6$

$b = 2^{\alpha_2} \cdot 3^{\beta_2} \cdot 5^{\gamma_2}$

$\alpha_2 + \alpha_3 \geq 14$

$c = 2^{\alpha_3} \cdot 3^{\beta_3} \cdot 5^{\gamma_3}$

$\alpha_3 + \alpha_3 \geq 16$

$$\begin{array}{r} 34 \\ 25 \\ \hline 59 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ 13 \\ \hline 41 \\ 52 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a \cdot 2^6 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10} \\ b \cdot 2^8 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10} \\ c \cdot 2^8 \cdot 3^{10} \cdot 5^6 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a \cdot 2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^1 \\ b \cdot 2^9 \cdot 3^{15} \cdot 5 \\ c \cdot 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a \cdot 2^9 \cdot 3^{15} \cdot 5^{12} \\ b \cdot 2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^1 \\ c \cdot 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{13} \end{array}$$

$ab$  - min.  
 $bc$  - сред.  
 $ac$  - max.  
 $bca < c$

$$\begin{array}{r} a \cdot 10 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 6 \\ b \cdot 9 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 14 \\ c \cdot 8 \cdot 8 \cdot 17 \cdot 16 \\ \hline 5 \quad 4 \quad 4 \\ 2 \quad 2 \quad 2 \\ 11 \quad 13 \quad 12 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



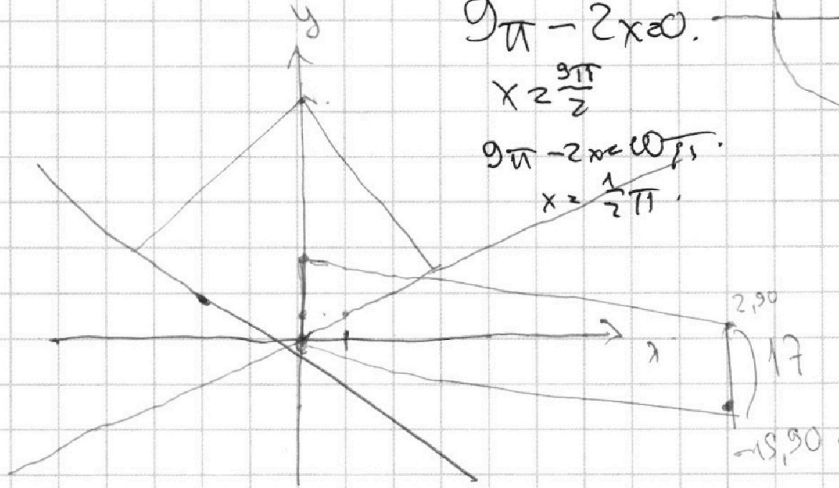
$$10 \arccos(\sin x) \geq 9\pi - 2x$$

$11^{-2}$

~~100~~

7 ч.г.

$0,5^1$   
 $0,25^2$   
 $0,125^{-2}$



$$9\pi - 2x \geq 0$$

$$x \geq \frac{9\pi}{2}$$

$$9\pi - 2x \leq 0$$

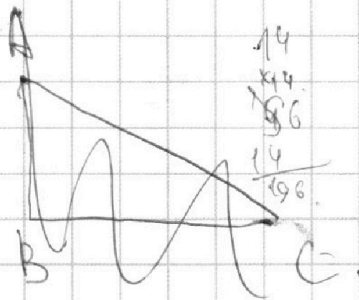
$$x \leq \frac{9\pi}{2}$$

$0 \leq x \leq \pi$

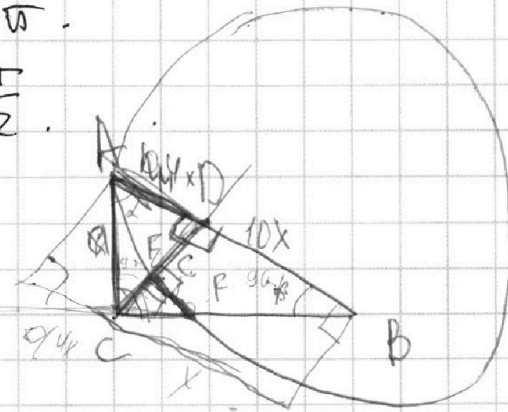
$$2x \geq 9\pi$$

$$x \geq \frac{9\pi}{2}$$

$$x \leq \frac{\pi}{2}$$



$14$   
 $14$   
 $196$   
 $14$   
 $196$



$EF \parallel AB$

$$\begin{cases}
 196x^2 = a^2 + b^2 \\
 a^2 = 46x^2 + c^2 \\
 b^2 = c^2 + 100x^2
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 (14)^2 x^2 = a^2 + b^2 \\
 a^2 = 46x^2
 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten solution on grid paper:

$x^2 + y^2 = 25$   
 $y^2 = 25 - x^2$   
 $x^2 + (y+9)^2 = 4$

$y = kx + b$   
 $y^2 = (kx + b)^2 = 25 - x^2$

$\frac{k}{4\sqrt{2}} = -\frac{1}{7}$   
 $k = -\frac{4\sqrt{2}}{7}$

$x^2 + y^2 + 18y + 77 = 0$   
 $-(y^2 + 18y) = x^2 + 77$   
 $y(y+18)$

$32 = 8 \cdot 4 = \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2}$

$k = \frac{4\sqrt{2}}{7}$

Diagrams include:  
 - A coordinate system with a circle centered at the origin and radius 5.  
 - A smaller circle centered at (0, -9) with radius 2.  
 - A line  $y = kx + b$  tangent to the smaller circle.  
 - A right-angled triangle with legs of length 2 and 9, and hypotenuse 9.5.  
 - A right-angled triangle with legs of length 2 and 18, and hypotenuse 18.2.  
 - A right-angled triangle with legs of length 2 and 9, and hypotenuse 9.5.  
 - A right-angled triangle with legs of length 2 and 18, and hypotenuse 18.2.  
 - A right-angled triangle with legs of length 2 and 9, and hypotenuse 9.5.  
 - A right-angled triangle with legs of length 2 and 18, and hypotenuse 18.2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$k = \frac{a}{b} = \frac{4x}{c}$   $196x^2 = a^2 + b^2$  <sup>Черновик</sup>

$a^2 = 16x^2 + c^2$

$b^2 = c^2 + 100x^2$

$c^2 = 40x^2$

$$\begin{cases} 196x^2 = a^2 + b^2 \\ a^2 = 56x^2 \\ b^2 = 140x^2 \end{cases}$$

$a = 2\sqrt{2.7}x$

$b = 2\sqrt{7.5}x$

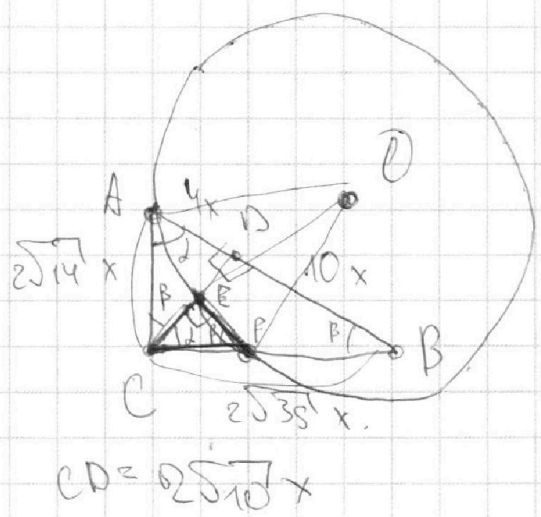
$\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}}$   $\frac{a^2}{b^2} = \frac{7}{5}$

$c = 2\sqrt{10}x$

$\frac{S_{ACD}}{S_{CEB}}$

$\frac{CB}{CA} = \frac{EB}{DB}$

J



$x^4 - \frac{16}{3x} + 5$

$\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$

$\arcsin x = \frac{\pi}{2} - \arccos x$