



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ  
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 11 КЛАСС. Вариант 4

- [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^6 3^{13} 5^{11}$ ,  $bc$  делится на  $2^{14} 3^{21} 5^{13}$ ,  $ac$  делится на  $2^{16} 3^{25} 5^{28}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $AC$  в точке  $A$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $E$ , а катет  $BC$  – в точке  $F$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AB : BD = 1,4$ . Найдите отношение площади треугольника  $ACD$  к площади треугольника  $CEF$ .
- [4 балла] Решите уравнение  $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$ .
- [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-15;90)$ ,  $Q(2;90)$  и  $R(17;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$ .
- [6 баллов] Дано треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 180,  $SA = BC = 20$ .
  - Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .
  - Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 6$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} N1 \quad & a) ab : 2^6 3^{13} 5^4 \\ & \min(abc) - ? \\ & b) bc : 2^{14} 3^{21} 5^{13} \\ & c) ac : 2^{16} 3^{25} 5^{28} \end{aligned}$$

Мы можем заметить  
каждое из чисел  $a, b, c$   
как то-то вида:  $2^d \cdot 3^e \cdot 5^f$ .

Тогда, мы можем так и записать:

$$\begin{aligned} a &= 2^{d_1} \cdot 3^{e_1} \cdot 5^{f_1} && \text{Мы можем представить}\\ b &= 2^{d_2} \cdot 3^{e_2} \cdot 5^{f_2} && \text{числа } a, b, c \text{ как} \\ c &= 2^{d_3} \cdot 3^{e_3} \cdot 5^{f_3} && \text{произведение } 2 \cdot 3 \cdot 5 \text{ и} \end{aligned}$$

и учитывать тем самым делитель, т.к.  
числа  $a, b, c$  будут ~~все~~ все так же выполнять  
условия задачи, а произведение  $abc \rightarrow \min$ .

$$d_1 + d_2 \geq 6$$

$$e_2 + e_3 \geq 14$$

$$f_1 + f_2 \geq 16$$

$$(1): e_1 + e_2 \geq 13 \quad (2): f_2 + f_3 \geq 21 \quad (3): d_1 + d_3 \geq 25.$$

$$d_1 + d_2 \geq 11$$

$$e_1 + e_3 \geq 13$$

$$f_1 + f_2 \geq 28$$

Мы можем сложить все первые, вторые и  
третьи строки и получим:

$$2d_1 + 2d_2 + 2d_3 \geq 36 \quad d_1 + d_2 + d_3 \geq 18$$

$$2e_1 + 2e_2 + 2e_3 \geq 59 \quad e_1 + e_2 + e_3 \geq 29,5$$

$$2f_1 + 2f_2 + 2f_3 \geq 84 \quad f_1 + f_2 + f_3 \geq 26$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Мы получили степени простых множителей  
числа abc. Но  $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3$  получилось нечетным.

Т.к. a, b, c - натур, то их произведение  
тоже натур, значит  $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq 30$ .

Т.к. мы минимизируем abc, то:

$$abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

Приведу пример такого случая.

Но так же нужно проверить, что  
 $abc : (ab) = abc : bc = abc : ac$ .

Т.к.  $ac \leq 2^{16} \cdot 3^{28} \cdot 5^{28}$ , то abc должно иметь  
степень каждого не меньше, чем ac.

$$\min(abc) \geq 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

Пример:

$$a = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{14}$$

$$b = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 5^0$$

$$c = 2^{12} \cdot 3^{17} \cdot 5^{14}$$

Объем:  $abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

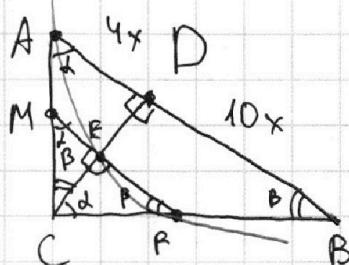
6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2



Из подобия  $\triangle$ :

$$\frac{AC}{ACB} = \frac{4x}{CD} = \frac{CD}{10x}$$

Запишем теоремы Пифагора для разных  $\triangle$ :

$$196x^2 = AC^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 16x^2 + CD^2$$

$$BC^2 = CD^2 + 100x^2$$

$$CD^2 = 40x^2 \quad CD = 2\sqrt{10}x$$

Сместим точку M от окр:

$$AM^2 = PE \cdot MR \quad MR$$

$$BC = \sqrt{140}x = 2\sqrt{35}x$$

$$AC = \sqrt{86}x = 2\sqrt{21}x$$

T.k.  $\triangle CAD \sim \triangle CME \Rightarrow \frac{CE}{CD} = \frac{CM}{AC} = \frac{ME}{4x} = \frac{4x}{4x} = \frac{1}{1}$

$$\triangle CMF \sim \triangle ACB$$

у

Но можем обозначить MB за 4y, BF за 10y.

Посчитаем AM:  $AM = \sqrt{4y \cdot 14y} = 2\sqrt{14}y$ .

T.k.  $\triangle ACB \sim \triangle CMF$ , то

$$CM = 2\sqrt{14}y$$

T.k.  $AM = CM$ .

Точка M - середина AC

MR - средняя линия  $\triangle ABC$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N2 (продолжение)

Т.к. ~~ΔACB~~ MR - сред линия:

$$14y = \frac{14x}{2}$$

$$y = \frac{x}{2} \Rightarrow S_{ACD} = \frac{4x \cdot 2\sqrt{10}x}{2} = 4\sqrt{10}x^2$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{4\sqrt{10}x^2}{\frac{1}{2}\sqrt{10}x^2} = \frac{8}{5} = 1,6$$

$$S_{CEF} = \frac{10y \cdot \frac{2\sqrt{10}x}{2}}{2} =$$

$$= 5y\sqrt{10}x = \frac{5}{2}\sqrt{10}x^2$$

Объем: 1,6.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\exists 10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x.$$

$$\arccos x \in [0; \pi]$$

$$9\pi - 2x \in [0; 10\pi]$$

$$x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{9}{2}\pi]$$

$$10 \left( \frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin x) \right) = 9\pi - 2x.$$

$$2x = 4\pi + 10 \arcsin(\sin x)$$

$$x = 2\pi + 5 \arcsin(\sin x)$$

$\arcsin(\sin x)$  может раскрываться по-разному  
в зависимости от  $x$ .  $\Rightarrow$  нам приходится  
рассмотреть все варианты.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{НЧ } \begin{cases} 5x + 6ay - b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

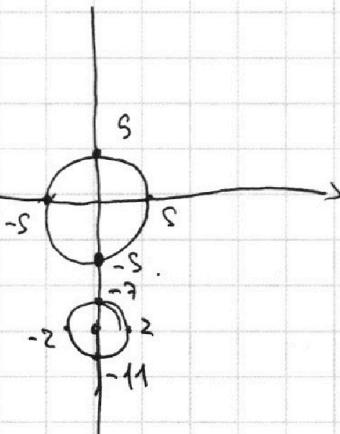
$$(1) (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + (y+9)^2 - 4) = 0$$

Нарисуем это уравнение:

Две окружности:

одна радиусом  $s$  в центре  
в начале координат.

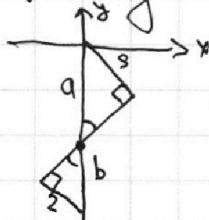
вторая радиуса  $2$  с центром  
в точке  $(0; -9)$



$$(2) yz \frac{b-5x}{6a} z - \frac{s}{6a} x + \frac{b}{6a}$$

Получаем у нас есть прямая, которая касается  
двух окружностей. Но условие нам нужно учесть.  
Значит прямая должна проходить через каждую  
окружность. Крайнее случае это две общие  
касательных у этих окружностей.

Найдём уравнения этих касательных.



это изображение касательной с  
нормальным поклоном.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Треугольники подобны, а значит я могу  
найти точку пересечения с касательной.

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{2} \quad a+b=9. \quad \left(0, -\frac{4s}{7}\right) - \text{точка пересечения}$$

касательной и оси.

$$a = \frac{5}{2}b. \quad 3,5b = 9.$$

$$a = \frac{5}{2}b. \quad b = -\frac{18}{7}.$$

$$y = kx + b$$

$$b = -\frac{4s}{7}$$

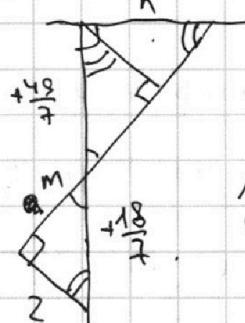
Теперь найдем точку пересечения окружности с  
радиусом 5 с касательной.

$$x^2 + y^2 = 25$$

$$25 - x^2 = \left(kx - \frac{4s}{7}\right)^2$$

$$25 - x^2 = k^2 x^2 - \frac{80}{7}kx + \frac{16s^2}{49}$$

$$25 - x^2 = k^2 x^2 - \frac{80}{7}kx + \frac{9 \cdot 5^2}{49}$$



Дополнив картинку получим  
новые подобные  $\triangle$ .

Найдём  $m$ :

$$\left(\frac{18}{7}\right)^2 = 4 + m^2$$

$$m^2 = \left(\frac{18-14}{7}\right)\left(\frac{18+14}{7}\right) = \frac{4}{7} \cdot \frac{32}{7}$$

$$m = \frac{8}{7}\sqrt{2}$$

$$k^2 + \frac{m}{7}^2 = \frac{2}{n}$$

$$n = \frac{2 \cdot \frac{4s}{7}}{\frac{8}{7}\sqrt{2}} = \frac{9 \cdot 3}{4\sqrt{2}} = \frac{4s}{7\sqrt{2}} - \text{Это точка касательной, где } g=0$$

$$O = k \cdot \frac{4s}{7\sqrt{2}} - \frac{4s}{7}$$

$$k = \frac{4\sqrt{2}}{7}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Значит уравнение одной касательной:  $y = \frac{4\sqrt{2}}{7}x - \frac{45}{7}$

Вторая касательная так же ~~пройдет~~  
пересекает ось  $OY$  в той же точке

Единственная разница в том, что она  
пересекает ось  $OX$  в отрицательном  $x$ .

$$0 = k \cdot \frac{\frac{45}{7}}{4\sqrt{2}} - \frac{45}{7} \quad k = -\frac{4\sqrt{2}}{7}$$

Теперь переведем уравнения касательных в вид

через  $a$  и  $b$ :

$$y = -\frac{5}{6a}x + \frac{b}{6a}$$

$$y = \pm \frac{4\sqrt{2}}{7}x - \frac{45}{7}$$

$$-\frac{5}{6a} = \pm \frac{4\sqrt{2}}{7}$$

$$\begin{cases} -\frac{5}{6a} = \frac{4\sqrt{2}}{7} \\ \frac{5}{6a} = \frac{4\sqrt{2}}{7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -\frac{35}{24\sqrt{2}} \\ a = \frac{35}{24\sqrt{2}} \end{cases}$$

Мы получили  
крайние  $a$ , при  
которых у системы решений

Уравнения будут усистемы, если  $a$  будет в пределах:

$$a \in \left(-\infty, -\frac{35}{24\sqrt{2}}\right) \cup \left(\frac{35}{24\sqrt{2}}, +\infty\right)$$

Ответ:  $a \in \left(-\infty, -\frac{35}{24\sqrt{2}}\right) \cup \left(\frac{35}{24\sqrt{2}}, +\infty\right)$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt[5]{S} \cdot \log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5.$$

$$\log_{11}^4 (0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Пусть  $\log_{11} x = a$

$$\log_{11} 0,5y = b.$$

$$a^4 - \frac{6}{a} \geq \frac{1}{3} \log_x 11^{-2} - 5.$$

$$a^4 - \frac{6}{a} + \frac{2}{3} \geq \frac{1}{3} a + 5 \geq 0.$$

$$a^4 - \frac{6}{a} + \frac{2}{3a} + 5 \geq 0. \quad a^4 - \frac{16}{3a} + 5 \geq 0$$

~~$b^4 + \frac{1}{b}$~~   $\geq \log_{(0,5)^3} 11^{-13} - 5$

$$b^4 + \frac{1}{b} \geq \log_{(0,5)^3} 11^{-13} - 5$$

$$b^4 + \frac{1}{b} + \frac{13}{3b} + 5 \geq 0. \quad b^4 + \frac{16}{3b} + 5 \geq 0$$

$$f(x) = x^4 + \frac{16}{3x} + 5.$$

Заметим, что  $f(x)$  имеет лишь один корень.

Если мы заменим аргумент  $x$  на  $-x$

мы получаем ~~то~~ уравнение  $x^4 - \frac{16}{3x} + 5$ .

$$f(x) = f(-x) \geq 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

55 продолжение

Т.к.  $f(x) = f(-x)$ , то их корни  
однознаковые.  $a_0 + b_0 = 0$

$$\log_{11}x + \log_{11}0,5y = 0$$

$$0,5xy = 1$$

$$\underline{xy = 2}$$

Омбем: 2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- 1    2    3    4    5    6    7

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$ab \neq 2^6 3^{13} 5^{11} \cdot x$$

$$bc \neq 2^{14} 3^{21} 5^{13} \cdot y$$

$$ac \neq 2^{16} 3^{28} 5^{28} \cdot z$$

$\min(abc)$ .

$0+0-4=0$ .

$$\frac{bc}{ab} = \frac{c}{a} \neq 2^8 3^8 5^2 \cdot y$$

$$y = \frac{b - 5x}{6a} \in \frac{b}{6a} - \frac{5x}{6a}$$

$$ac \cdot \frac{c}{a} = c^2 = 2^{24} 3^{33} 5^{30} \cdot \frac{yz}{x}$$

значок внутри

$$c = 2^{12} 3^{16} 5^{15} \sqrt[3]{yz}$$

$$a = 2^{\alpha_1} 3^{\beta_1} 5^{\gamma_1}$$

$$\alpha_1 + \beta_1 \geq 6.$$

$$b = 2^{\alpha_2} 3^{\beta_2} 5^{\gamma_2}$$

$$\alpha_2 + \beta_2 \geq 14.$$

$$c = 2^{\alpha_3} 3^{\beta_3} 5^{\gamma_3}$$

$$\alpha_3 + \beta_3 \geq 16$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 25 \\ \hline 50 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ \times 28 \\ \hline 81 \\ 64 \\ \hline 92 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6^{10} 10 \\ a 2^3 5^6 \\ \times 2^8 2^{10} 5^{10} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1^1 1^1 1^1 \\ a 2^3 5^1 \\ \times 2^9 3^{15} 5^1 \\ \hline b \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9^{18} 12 \\ a 2^2 3^5 5^2 \\ \times 2^1 3^1 5^1 \\ \hline b \\ \times 2^8 3^{14} 5^{13} \\ \hline c \end{array}$$

ab - min.  
bc - сред  
ac - max.

$$\begin{array}{r} 10 8 10 9 \\ a 8 12 14 \\ b 8 12 14 \\ c 18 8 17 \\ \hline s 4 4 \\ z 2 2 \\ \hline 11 13 12 \end{array}$$

6  
14  
16



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

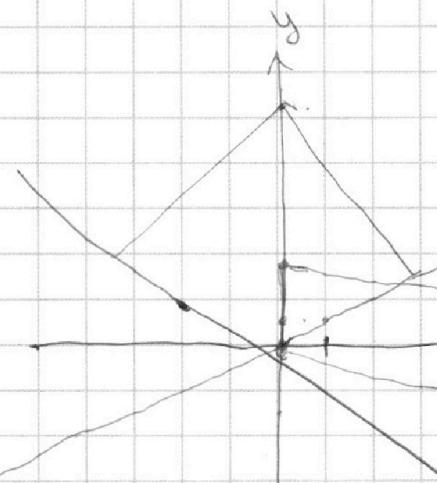
$$10 \arccos(\sin x) \geq 9\pi - 2x$$

11-3

100

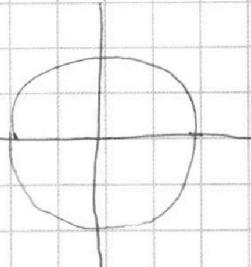
7 4.9

$$\begin{array}{c} 1 \\ O_1 S \\ O_2 S^+ \\ O_1 1S^- \end{array}$$



$$g_{\pi} - 2x \in \mathbb{Q}_{\text{fr}}$$

$$x = \frac{g_{\pi}}{2}$$

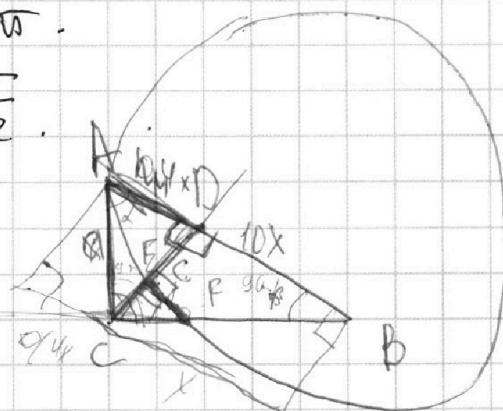
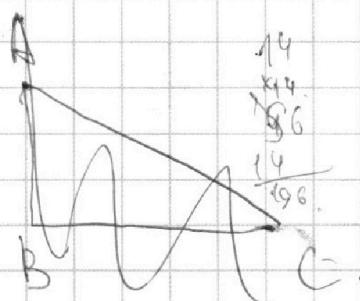


CO W

$$2x = 9\pi$$

$$x = \frac{g}{\gamma} \pi$$

$$x_2 = \frac{\pi}{2}$$



$EF \parallel AB$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} 196x^2 = a^2 + b^2 \\ a^2 = 48x^2 + c^2 \\ b^2 = c^2 + 100x^2 \end{array} \right.$$

$$\frac{(14)^2}{(10)^2} x^2 = a^2 + b^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

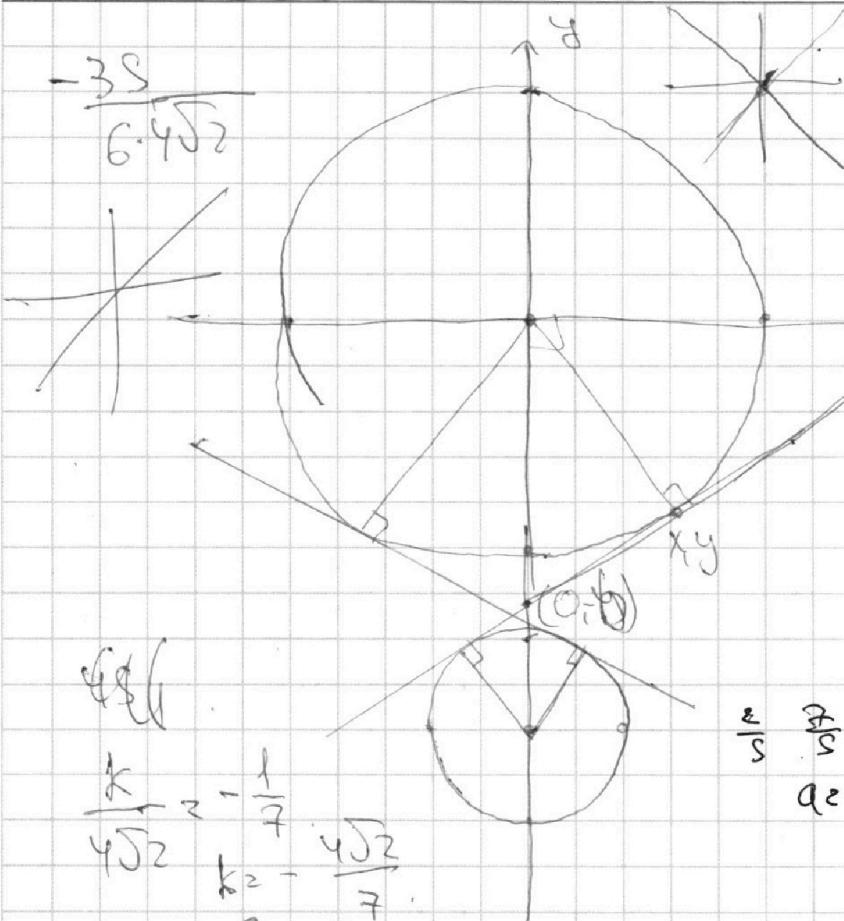


- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{-3S}{6 \cdot 4\sqrt{2}}$$



$$x^2 + y^2 = 25.$$

$$y^2 = 25 - x^2$$

$$x^2 + (y+2)^2 = 4$$

$$y = kx + b$$

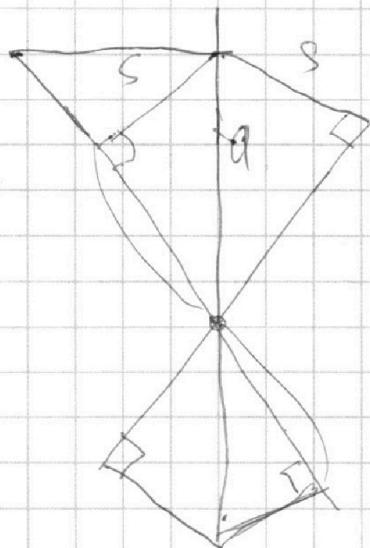
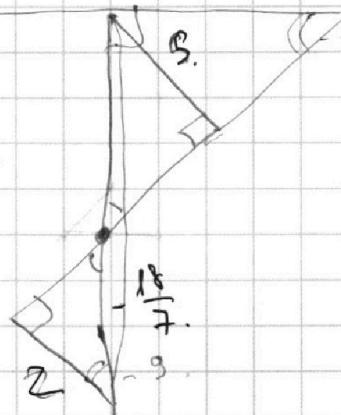
$$y^2 = (kx+b)^2 = 25 - x^2$$

486

$$\frac{k}{\sqrt{2}} = -\frac{1}{7}$$
$$k = -\frac{4\sqrt{2}}{7}$$

$$x^2 + y^2 + 18y + 77 = 0,$$
$$-(y^2 + 18y) = x^2 + 77$$

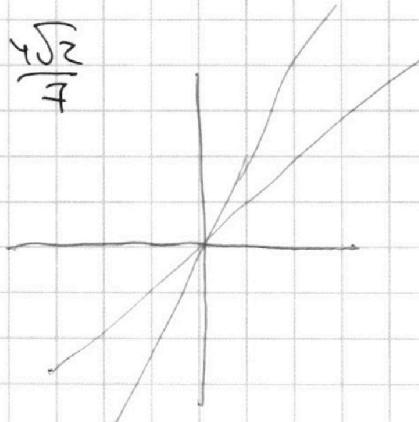
$$\frac{e}{s} = \frac{\sqrt{2}}{7} = \frac{9}{7}$$
$$ae = \frac{45}{7}$$



$$y(y+18)$$

$$32 = 8 \cdot 4 \cdot \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2}$$

$$k = \frac{4\sqrt{2}}{7}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

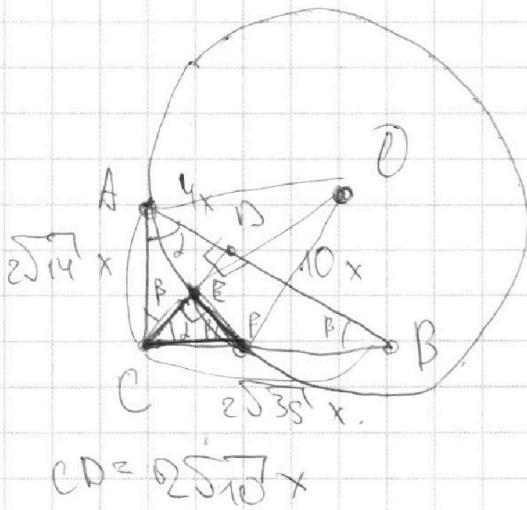
$$k = \frac{a}{b} = \frac{4x}{c}$$

Черновик

$$196x^2 = a^2 + b^2$$
$$a^2 = 16x^2 + c^2$$
$$b^2 = c^2 + 100x^2$$
$$196x^2 = a^2 + b^2$$
$$a^2 = 56x^2$$
$$b^2 = 140x^2$$

$a = 2\sqrt{2}x$   
 $b = 2\sqrt{7}x$

$$\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}}, \frac{a^2}{b^2} = \frac{7}{5}$$



$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEB}}$$
$$c \approx 2\sqrt{10}x$$
$$\frac{CE}{CP} = \frac{EF}{DB}$$

J

$$x^4 - \frac{16}{3x} + 5$$

$$\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin = \frac{\pi}{2} - \arccos$$