



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 4

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- ✓ 2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
- ✓ 3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.
- ✓ 4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- ✓ 5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-15; 90)$, $Q(2; 90)$ и $R(17; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.
- а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1 .
- б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

$$ab : 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{15}, \quad bc : 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13}, \quad ac : 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}.$$

$$\text{Рассмотрим } ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 \Rightarrow 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52} \Rightarrow$$

$$abc : 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26} \quad (\text{каждой простой множителю } a, b, c$$

входит в $(abc)^2$ дважды, т.е. четное число раз,

$$\text{ поэтому если } \text{ord}_2((abc)^2) \geq 36 \Rightarrow \text{ord}_2(abc) \geq 18,$$

$$\text{ord}_3((abc)^2) \geq 59 \Rightarrow \text{ord}_3(abc) \geq 30 \quad \cancel{\text{и } \text{ord}_5((abc)^2) \geq 52}$$

$$\text{но поскольку } ac : 5^{28}, \quad abc : 5^{28} \Rightarrow abc : 2^{18} \cdot 3^{30}.$$

$$\cdot 5^{28} \Rightarrow abc \geq 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28} \quad \text{приведем пример}$$

$$\text{таких } a, b, c : \begin{cases} a = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{14} \\ b = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^0 \\ c = 2^{12} \cdot 3^{16} \cdot 5^{14} \end{cases} \quad \text{тогда } abc =$$

$$= 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28} \quad \text{и} \quad ab = 2^6 \cdot 3^{14} \cdot 5^{14} \cdot 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11};$$

$$bc = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{14} \cdot 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13}; \quad ac = 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \cdot 2^{16} \cdot 3^{27} \cdot 5^{28}.$$

\Rightarrow то есть $2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$ — мин возможное abc

Очевидно: $2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима.

Zagara 2.

Pemerkel:

Orf, sometimes shows AEF

vacational $AC \Rightarrow \angle AFE = \angle FAC$,
 $EF \parallel AB \Rightarrow \angle BAE + \angle AEF = 180^\circ$

$$\text{EF} \parallel AB \Rightarrow \angle EFB = \angle AFE - \alpha$$

$$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle CAD \Rightarrow \angle CBA = \angle CAD = \beta \Rightarrow \triangle CEA \sim \triangle BAF$$

(но быть уверен). $\Rightarrow \frac{CE}{AC} = \frac{BF}{AB}$, если это квадрат (EFHB)

$$\text{Dagegen ist das Innenwinkelhalbierende-Satz für } \triangle ABC \text{ mit } \angle B = 90^\circ \text{ gültig.}$$

$$\frac{CE}{CF} = \sin \angle CFE = \sin \beta \Rightarrow CE = CF \cdot \sin \beta = BF \cdot \sin \beta \Rightarrow F -$$

$$\text{cegurun } BC \Rightarrow \frac{S_{SCBD}}{S_{SCFF}} = \frac{4}{9} \text{ H}$$

$$\text{Почему} \quad \frac{AB}{BSW} = 1,4 \quad \frac{S_{ACBD}}{S_{ABC}} = \frac{1}{2} = \frac{5}{2} (\text{CD - общ})$$

$$\text{бюджета, } AD - PD - \text{оклады} \Rightarrow \frac{S_{CNA}}{S_{CFE}} = \frac{4}{5} \cdot 2 =$$

Omben: $\frac{8}{5}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3.

$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x. \quad \text{ODЗ:}$$

$$\arccos(\sin x) \in [0; \pi] \Rightarrow 10 \arccos(\sin x) \in [0; 10\pi] \Rightarrow$$

$$9\pi - 2x \in [0; 10\pi] \Rightarrow x \in [-\frac{\pi}{2}; 4.5\pi].$$

Рассмотрим случаи, когда x принадлежит различным
интервалам: $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$; $[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}]$; $[\pi, 2\pi]$; $[2\pi, 3\pi]$; $[3\pi, 4\pi]$
~~и $8\pi, 9.5\pi]$.~~

$$1) x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \Rightarrow 10 \arccos(\sin x) = 10(\frac{\pi}{2} - x) = 9\pi - 2x$$

$$\Leftrightarrow 5\pi - 10x = 9\pi - 2x \Leftrightarrow 8x = -4\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2}$$

$$2) x \in [\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}] \Rightarrow 10 \arccos(\sin x) = 10(x - \frac{\pi}{2}) = 9\pi - 2x$$

$$\Leftrightarrow 10x - 5\pi = 9\pi - 2x \Leftrightarrow x = \frac{14\pi}{12} = \frac{7}{6}\pi$$

$$3) x \in [\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}] \Rightarrow 10 \arccos(\sin x) = 10(-x + 2.5\pi) = 9\pi - 2x$$

$$\Leftrightarrow -10x + 25\pi = 9\pi - 2x \Leftrightarrow 8x = 16\pi \Leftrightarrow x = 2\pi$$

$$4) [\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}] \Rightarrow 10 \arccos(\sin x) = 10(x - 2.5\pi) = 9\pi - 2x$$

$$10x - 25\pi = 9\pi - 2x \Leftrightarrow 12x = 34\pi \Leftrightarrow x = \frac{17}{6}\pi$$

$$5) [\frac{7\pi}{2}; \frac{9\pi}{2}] \Rightarrow 10 \arccos(\sin x) = 10(\frac{9\pi}{2} - x) = 9\pi - 2x$$

$$45\pi - 10x = 9\pi - 2x \Leftrightarrow 8x = 36\pi \Leftrightarrow x = \frac{9}{2}\pi.$$

Ответ: $-\frac{\pi}{2}; \frac{7}{6}\pi; 2\pi; \frac{17}{6}\pi; \frac{9}{2}\pi$.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИЕсли отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 5x + 6ay - 6 = 0 \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 11y + 77) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 6ay - 6 = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + (y+9)^2 = 4 \end{cases}$$

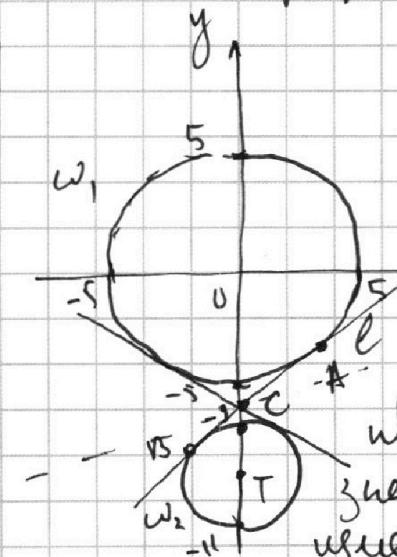
Покажем на графиках на плоскости xy :

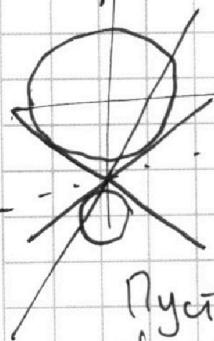
График второго ур-я -

это две окружности Радиусов
 $r_1 = 5$ и $r_2 = 2$ и центры $O(0; 0)$ и $T(0; -9)$,

График первого ур-я - это

прямая, в зависимости от
значения коэффициента a , имеет
разные наклоны, который может быть.

если любым существенным способом. ~~если~~ Если система
ур-й имеет 4 решения, это значит что прямая имеет
две точки соприкосновения с обеих окружностей. Из геометриче-
ских соображений ясно, что ~~имеет~~ ~~имеет~~ таких прямых,
две из которых существует прямая параллельная и имеющая
одна соприкосновение, является множество прямых,
пересекающихся у которых наклон меньше большего
или же модуля, чем у внешней касательной
и обеим окружностям; из картинки видно, что все такие
прямые удовлетворяют этому условию, и эти
одна прямая не удовлетворяет.



Найдём угол наклона прямой, касательной l . ~~которая~~ ~~имеет~~ ~~имеет~~
касательной l . ~~также~~ ~~имеет~~ ~~имеет~~
угол $\angle T(0; \frac{a}{3})$ т.к. ~~стремится~~ ~~к~~ ~~тому~~

Пусть l , касательная l к W_1 в T_1 , а W_2 в T_2
и пересекает ось симметрии Oy в T .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задание Ч - продолжение

$$\text{Тогда } \triangle AOC \sim \triangle TBC \Rightarrow \frac{OA}{OT} = \frac{5}{7}$$

$$\begin{cases} OC + CT = 9 \\ \frac{OC}{CT} = \frac{5}{7} \end{cases} \Rightarrow OC = \frac{45}{7} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin \angle OCA = \frac{1}{7} \quad AC =$$

$$= \sqrt{OC^2 - OA^2} = \sqrt{25 + \left(\frac{45}{7}\right)^2} = \sqrt{850} = \cancel{\sqrt{850}}$$

$\Rightarrow \operatorname{tg} \alpha$ - котангенс угла наклона ℓ :

$$\therefore \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \angle COD = \frac{AC}{OA} = \frac{5}{\cancel{7}} = \cancel{\frac{5}{7}} (b)$$

или симметрично котангенс угла наклона ℓ при $b < 0$ равен $-\frac{10}{7}\sqrt{52}$. Такое значение $\operatorname{tg} \alpha$ возможно при $b < 0$

$y = -\frac{5}{6a}x + b$ если $\left| \frac{5}{-6a} \right| < \frac{10}{7}\sqrt{52}$ т.к. $\frac{10}{7}\sqrt{52}$

b не существует, а если $\left| \frac{5}{-6a} \right| > \frac{10}{7}\sqrt{52}$, тогда

всегда подойдет b - абсцисса Т.С. Если $a = 0, b = 0$, значение $x = 0$ подходит. Теперь можно найти, как уравнение нес a :

$$\begin{aligned} 1) & -\frac{5}{6a} > \frac{10}{7}\sqrt{52}, a < 0 \\ & a > 0 \\ & a < \frac{5}{6}\sqrt{52} \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } -\frac{5}{6\sqrt{52}} < a < \frac{5}{6\sqrt{52}}$$

$$\begin{aligned} 2) & -\frac{5}{6a} < -\frac{10}{7}\sqrt{52}, a > 0 \\ & a < \frac{7}{24\sqrt{52}} \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } -\frac{7}{24\sqrt{52}} < a < \frac{7}{24\sqrt{52}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5.

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_{11} x = \log_{11}^3 \frac{1}{121} - 5 \Leftrightarrow \log_{11}^4 x - 6 \cdot \frac{1}{\log_{11} x} = -\log_{11} 121$$

$$\Leftrightarrow \log_{11}^4 x - 6 \cdot \frac{1}{\log_{11} x} + \cancel{\frac{1}{\log_{11} x}} \cancel{\frac{1}{\log_{11} x^3}} + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_{11}^4 x - 6 \cdot \frac{1}{\log_{11} x} + \frac{1}{\log_{11} x} \cdot \frac{2}{3} + 5 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\log_{11}^5 x + 5 \log_{11} x - \frac{16}{3} = 0 \quad (1) \quad x > 0$$

$$\log_{11}^4 (0,5y) + \log_{11} 0,5y = \log_{11} 0,125y^3 (11^{-13}) - 5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_{11}^4 (0,5y) + \frac{1}{\log_{11} (0,5y)} = \log_{11} (0,5y)^3 (11^{-13}) - 5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_{11}^4 (0,5y) + \frac{1}{\log_{11} (0,5y)} + 13 \log_{11} (0,5y)^3 11 + 5 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_{11}^4 (0,5y) + \frac{1}{\log_{11} (0,5y)} + \frac{13}{3} \cdot \cancel{\frac{1}{\log_{11} (0,5y)}} + 5 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_{11}^5 (0,5y) + 5 \log_{11} (0,5y) + \cancel{\frac{16}{3}} = 0 \quad (2) \quad y > 0$$

Решаем уравнение (2).

Рассмотрим $f(x) = \log_{11}^5 x + 5 \log_{11} x$. Если $f(x) = a$

$$\text{то } f\left(\frac{1}{x}\right) = -\log_{11}^5 x - 5 \log_{11} x = -f(x), \text{ тогда}$$

$$\text{если } f(x) = \frac{16}{3}, f(0,5y) = -\frac{16}{3} \Rightarrow 0,5y =$$

$$= \frac{1}{x}, \text{ тогда } x \cdot y = 2 \quad (x, y \neq 0)$$

Ответ: 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 7.

Решение.

Следовательно $M \in \Omega$, $\angle QSP = 20^\circ$
таким образом $MQ \cdot MP = SP \cdot SQ \Rightarrow$

$\Rightarrow SL = MK$ (отрезки
касательных из S и M)
и потому $AM = AL \Rightarrow$

$\Rightarrow AM = 20 \Rightarrow AA_1 = 30$ (высота), $S_{\triangle ABC} = 180 \Rightarrow$

\Rightarrow высота AH из A в BC : $AH = \frac{S_{\triangle ABC}}{2 \cdot BC} = \frac{180}{2 \cdot 20} = 9$

$= 9\sqrt{3}$. Рассмотрим $\triangle ABC$:

из $\triangle ABC$ $AH = \sqrt{30^2 - 18^2} = 24$

$\Rightarrow AK$ (поскольку
он перпендикулярен BC) \Rightarrow

$$\Rightarrow AC = \sqrt{18^2 + 14^2} = \sqrt{820} = 2\sqrt{205}$$

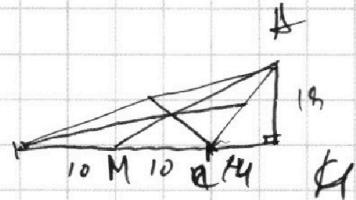
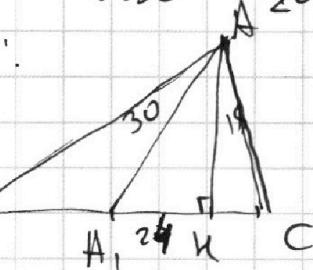
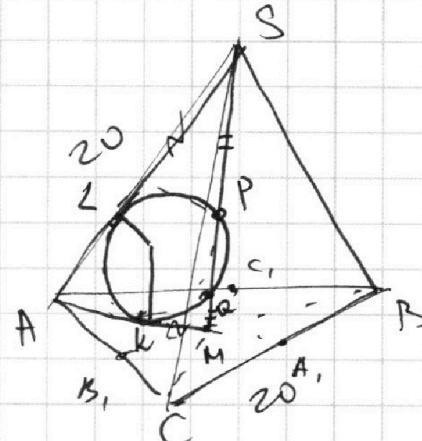
$$AB = \sqrt{220} = 2\sqrt{110}; BC = \sqrt{34^2 + 18^2} =$$

$$= \sqrt{324 + 1156} = \sqrt{1480} = 2\sqrt{370}.$$

Площадь $\triangle ABC = 3 \cdot 3 \cdot 18 = 162$
может быть произведено с помощью

$$AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 30 \cdot 24 \cdot 18 = \frac{162}{\sin C} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BB_1 =$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~Большой~~
~~один~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} a+b &\geq 6 \\ b+c &\geq 14 \\ a+c &\geq 16 \end{aligned}$$

$$28$$

$$2^{16}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ 6c \\ \hline 6 \\ 6 \\ 6 \end{array}$$

$$12 \quad 2$$

$$4 \quad 11' 0$$

$$a=4$$

$$b=2$$

$$c=12$$

$$\begin{aligned} a+b &= 6 \\ b &= 14 \\ a &= 14 \end{aligned}$$

$$5: \quad b=0$$

$$a=14$$

$$b=14$$

$$388-59$$

$$15 \quad 10$$

$$6$$

$$15 \quad 10$$

$$b=15$$

$$c=15$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_{11}^4 x - \log_{11} 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5 \approx 1$$

$$\log_{11}^4 x - \frac{1}{\log_{11} x} = \frac{1}{\log_{11} x} \quad " \log_{x^3} 1 - \log_{x^3} 121 \quad \log_{11} x =$$

$$\log_{11}^4 x - \frac{1}{\log_{11} x} + \frac{1}{\log_{121} x^3} + 5 = 0 \quad - \log_{x^3} 121 - 5 \quad \log_{121} 11 = \frac{1}{2}$$

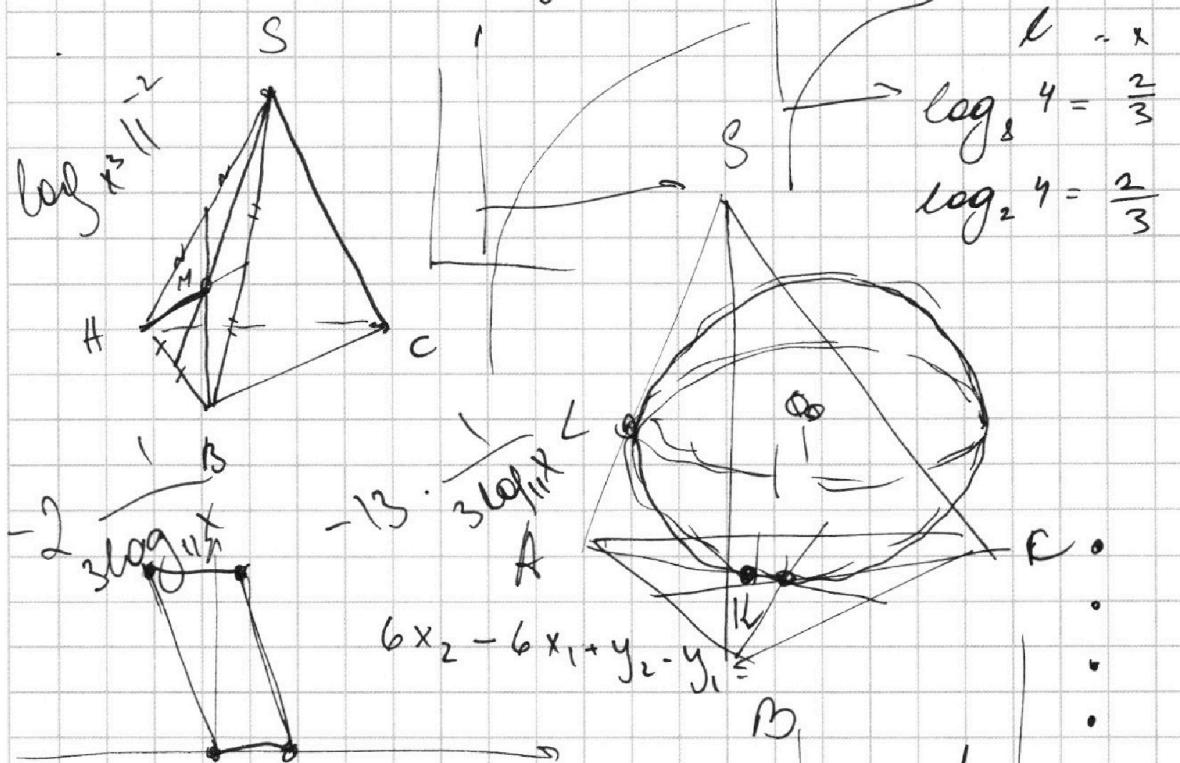
$$\log_{11}^4 x - \frac{1}{\log_{11} x} + \frac{2}{3 \log_{11} x} + 5 = 0$$

$$\log_{11} a =$$

$$= \log_4 a + \frac{1}{2}$$

$$\log_8 4 = \frac{2}{3}$$

$$\log_2 4 = \frac{2}{3}$$



$$t^5 + t - 5 = 0$$

$$t(t^4 + 1) = 5$$

$$\log_{11} x^5 + 5 \log_{11} x - \frac{16}{3} = 0$$

$$\log_{11}^5 (0.5y) + 5 \log_{11} (0.5y) + \frac{16}{3} = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

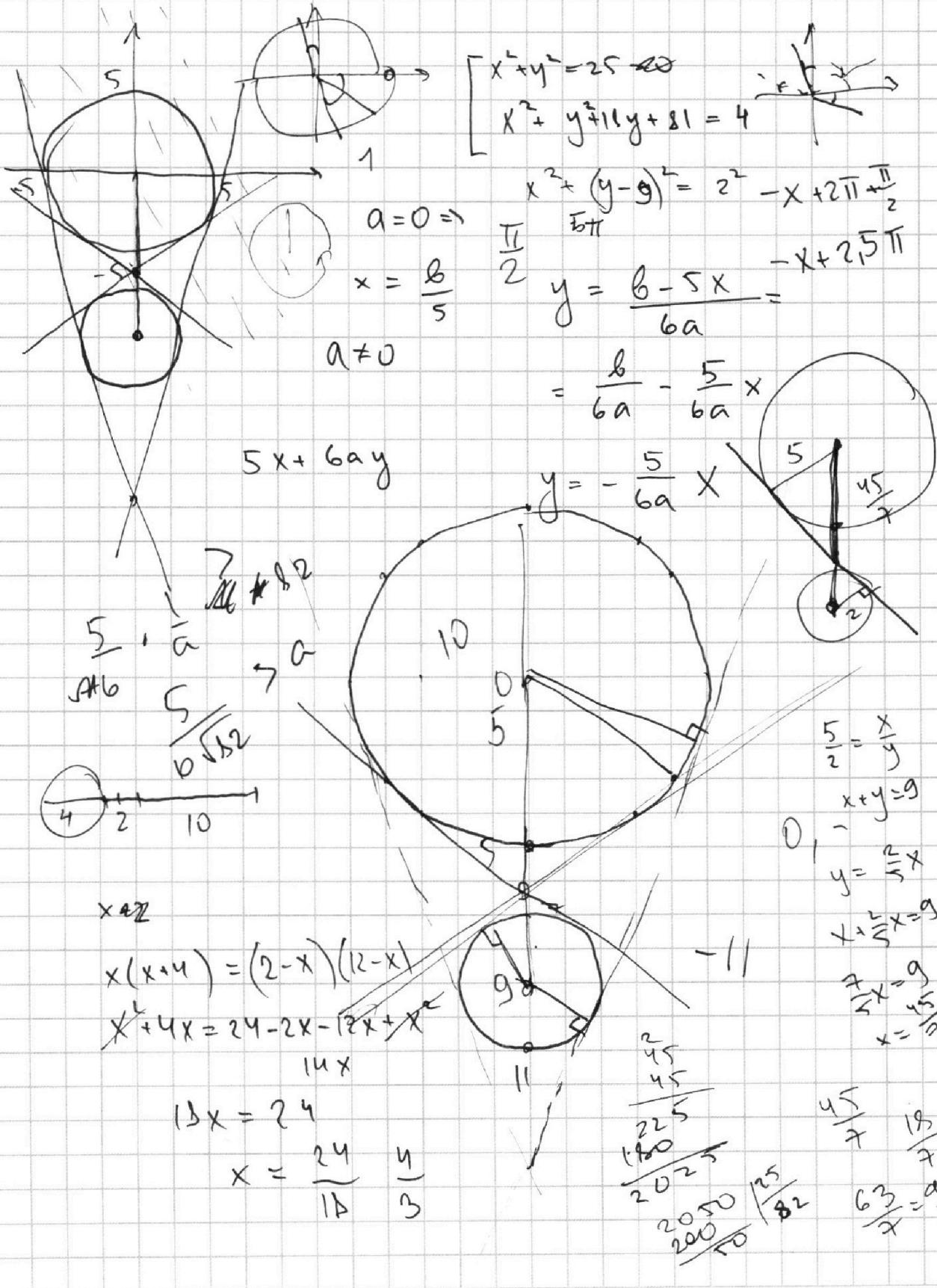
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

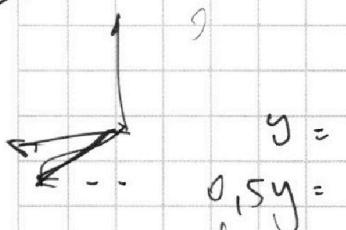
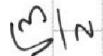
 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

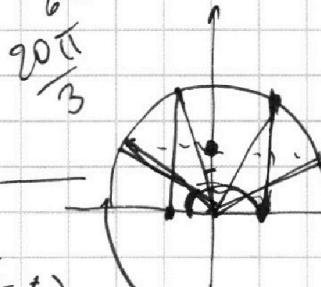
$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x \quad x \in [4, \pi]; \quad \frac{\pi}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \arccos(\sin x) = \pi$$

$x \in [-\frac{\pi}{2}, 0]$:

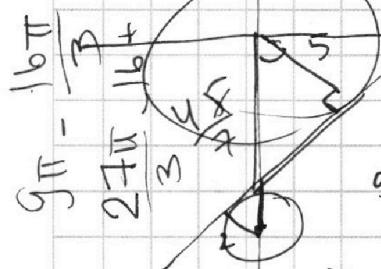
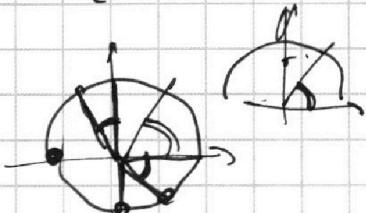


$$g\pi - \frac{14}{6}\pi = 120^\circ$$

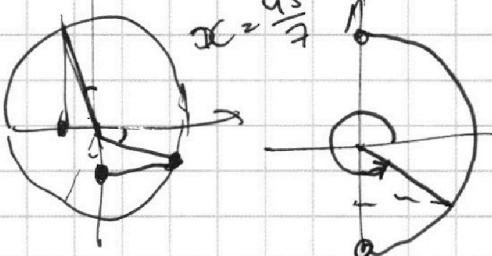


$$\arccos\left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) = \frac{\pi}{2}$$

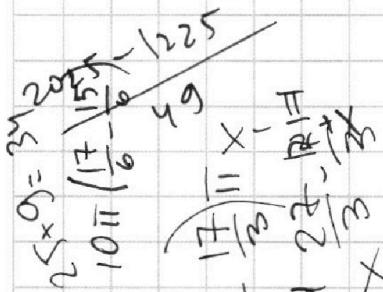
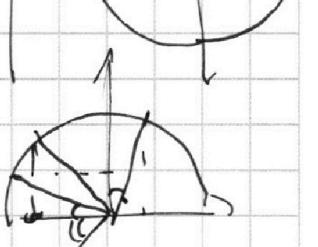
$$F^{-1} \circ \arccos^{-1} =$$



$$\frac{2}{g-x} = \frac{5}{x} t^1$$

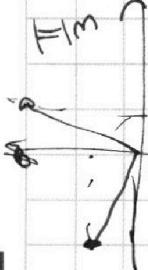
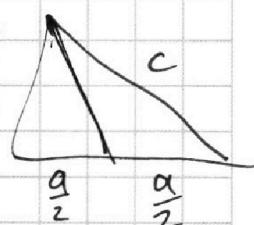
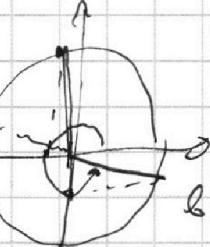


$$\pi - \alpha$$

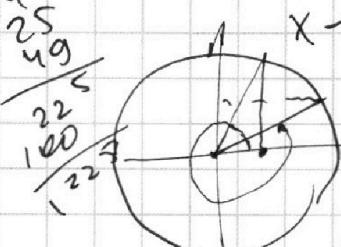


$$x - \frac{\pi}{2}$$

$$= \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \times \frac{\pi}{2} \times \frac{\pi}{2} - x$$



$$\begin{array}{r} 2025 - 25 \cancel{.49} \\ \underline{-49} \\ 1975 \\ \cancel{1225} \\ 750 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$10(\arccos(\cos(\frac{\pi}{2}-x))) = 9\pi - 2x$$

$$\frac{\pi}{2} - x$$

$$\arccos \in [0, \pi]$$

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{36} \cdot 3^0 \cdot 5^2$$

$$xc$$

$$abc : 2^{18} \cdot 3^0 \cdot 5^{28}$$

$$\frac{AC}{AB} = \frac{\sin B}{\sin A}$$

$$X$$

$$x+y+z=18$$

$$x+y=6$$

$$y+z=14$$

$$x+z=16$$

$$x-y=2$$

$$x+y=6$$

$$2x=8$$

$$x=4$$

$$z=12$$

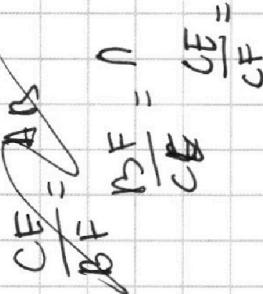
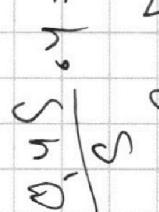
$$x=4$$

$$y=0$$

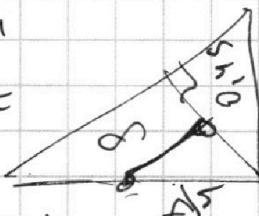
$$\begin{aligned} a &= 2 \\ b &= 2 \\ c &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= 2 \\ b &= 2 \end{aligned}$$

$$2x - \frac{\pi}{3}$$



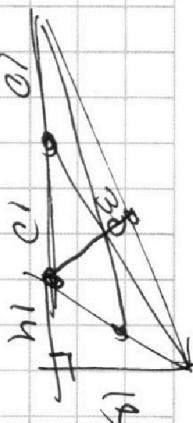
$$\log_{10} \frac{1}{x} =$$



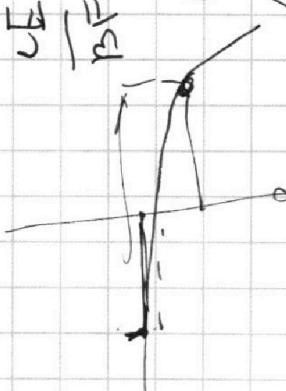
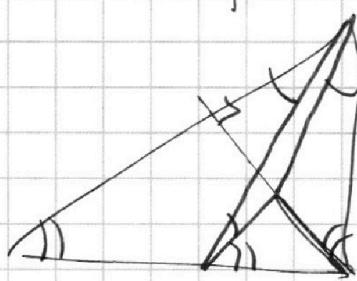
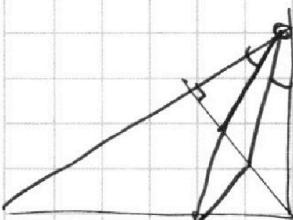
$$= -\log$$

$$\frac{AC}{BC} = \frac{AC}{BA}$$

$$\begin{aligned} CE &= BC \cdot \sin \angle C \\ CE &= CF \cdot \sin \angle C \end{aligned}$$



1 2 3 4 5 6 7





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} ab : 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} \\ bc : 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13} \\ ac : 2^6 \cdot 3^{25} \cdot 5^{22} \end{array}$$

~~18~~
~~14~~
~~16010~~ 2 16
~~14~~

$$\begin{array}{r} 324 \\ \times 4 \\ \hline 128 \end{array}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\begin{array}{r}
 18 \cdot 20 \\
 \hline
 2 \\
 36 \\
 \hline
 360
 \end{array}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin x \cos p + \tan x \sin p$$

$$\frac{AB}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{BF}{\sin \alpha} \quad \checkmark E$$

$$\frac{AB}{BF} = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin \alpha \sin \beta}$$

$$= \frac{AE}{EW}$$

Sind

nd

$$\bullet \frac{CE}{EA} = \frac{AC}{AB} = S$$

\angle

$$CE = EA \cdot \sin 90^\circ$$

$$CE = (CD) -$$

$$\sqrt{55}$$

$$A \quad CEC(1 + \frac{r}{n})^t$$

$$S_{\Delta}(x)$$

D F -? .

$$\frac{CE}{AC} = \frac{BF}{AB}$$

$$\therefore \frac{BF}{AB} \Rightarrow CE = \frac{AC}{AF}$$

ANSWER

$$\Delta CDA = \frac{2\pi}{8} \cdot 2$$

$$\frac{FE}{TA} =$$

$$= \frac{CE}{AB} = \frac{AC \cdot BF}{AB \cdot AR}$$

$$x \cdot \sqrt{\frac{2}{5}} x$$

$$= \cdot \frac{\sqrt{2}x^2}{\sqrt[5]{5}}$$