



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



†1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .

†2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

†3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q - простые числа.

†4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

†5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть a_0 - свободный член и d - период. Тогда

$$(1) 3x + 3 = a_0 + 3d$$

$$(2) (x^2 + 2x)^2 = a_0 + 5d$$

$$(3) 3x^2 = a_0 + 9d$$

$$\text{Из (1) и (3): } 6d = 3x^2 - 3x - 3$$

$$2d = x^2 - x - 1 \quad (4)$$

Зн. (1) и (2) и (4):

$$3x + 3 + x^2 - x - 1 = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

Заметим, что $x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = (x^2 + 2x - 2)(x + 1)^2$

Тогда $x = -1$ или $x = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$

Если найдем разность (3) и (2):

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = (x + 1)^2 (x^2 + 2x - 2) = 0$$

Те же корни. Зн. $x = -1$ или

$$x = -1 \pm \sqrt{3}$$

Ответ: $x = -1$ или $x = -1 \pm \sqrt{3}$.

(очевидно проверить то, что они подходят не нужно, т.к. было узнано, что они даны в числителе разности в 2-х местах, что очевидно достаточно,

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-3 \leq x - 3y \leq 3 \quad (1)$$

$$-1 \leq 3x - y \leq 1 \quad (2)$$

Умножим (2) на 3:

$$-3 \leq 9x - 3y \leq 3 \quad (3)$$

Теперь умножим (3) на -1 :

$$3 \geq 3y - 9x \geq -3$$

Тогда $-8x \geq -6$, а зн. $x \leq \frac{3}{4}$ и

$-8x \leq 6$, а зн. $x \geq -\frac{3}{4}$, а зн.

$|x| \leq \frac{3}{4}$. Теперь посмотрим на первое нерав-во из

условий: $|x - 3y| \leq 3$ и скажем, когда

лисе y максимален по модулю. Очевидно, когда

x максимален по модулю ~~тогда~~ (это очевидно

и не требует пояснений, но я немного поясню

почему):



б.о.о $x \geq 0$. Тогда чем больше x , тем больше расстояние до -3 , которое все может покрыть y .

А зн. чем больше x , тем больше мы можем

взять y . (с $x \leq 0$ все аналогично. Тогда при $|x| = \frac{3}{4}$

$\max |y| = \frac{5}{4}$ из (7). Тогда при $x = |x|$ и $y = |y|$ отв. $4y + 8x$ максимален, а $y = \frac{5}{4}$ и $x = \frac{3}{4}$ подходит. Зн. ответ: $\frac{5}{4} \cdot 4 + \frac{3}{4} \cdot 8 = 11$.

ответ: 11.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

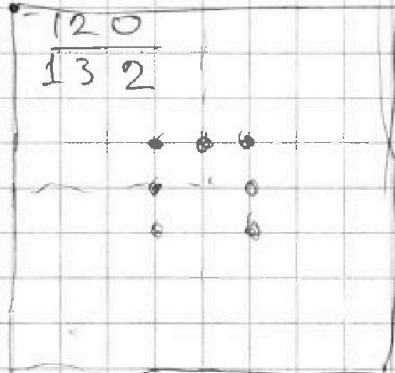
$$10 \cdot 12 \quad 90 \cdot 2,8$$

$$10 \cdot 22$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 10 \\ \hline 220 \end{array}$$

120 в день.

$$90 \text{ К}$$



$$\begin{array}{r} 120 \\ \times 30 \\ \hline 3600 \end{array}$$

~~90 К~~
~~120~~
~~30~~
~~3600~~

$$\begin{array}{r} 90 \\ \times 5 \\ \hline 450 \\ - 120 \\ \hline 330 \\ - 120 \\ \hline 210 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 30 \\ \hline 360 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 210 \\ \times 30 \\ \hline 6300 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \cdot A = 13p^2; \quad B = 75q^2$$

$$A = (m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

Т.к. $(m+n) + (m+n-9) \geq 2$, то одно

из $m+n$ и $m+n-9$ четно, 3н.

$$p=2 \Rightarrow (m+n)(m+n-9) = 13 \cdot 4$$

Тогда т.к. $m+n > m+n-9$, то

$$m+n = 13 \quad \text{или} \quad m+n = 13 \cdot 4, \text{ но тогда}$$

$$m+n-9 = 4 \quad \quad \quad m+n-9 = 1, \text{ что бред.}$$

Сходится.

$$\text{Тогда } B = mn(m+n-9) = 75q^2$$

$$mn(13-9) = 75q^2$$

$$10mn = 75q^2 \quad 10mn \geq 2, \text{ 3н. } 75q^2 \geq 2, \text{ 3н. } q=2$$

3н. $mn = 30$, а $m+n = 13$. Очевидно

решение макс. 1 т.к. ^{по т. Виета} это корни кв. трёхчлена

$$x^2 - 13x + 30 = 0 \quad \text{и } (m, n) = (10, 3)$$

(3, 10) подходит.

$$2) A = 75q^2; \quad B = 13p^2$$

$$A = (m+n)(m+n-9) = 75q^2. \text{ Сначала анализ.}$$

с пред. пунктом скажем, что из-за четности $q=2$, а после этого скажем, что т.к. ~~75q^2~~ $\sqrt[3]{75 \cdot 4} = 1$, то одна из скобок делится на 3, но т.к. они отличаются на 9, то и вторая скобка дел. на 3. $\sqrt[3]{(m+n)(m+n-9)} \geq 2$, что противоречит условию 2). Ответ: (3, 10) (10, 3).



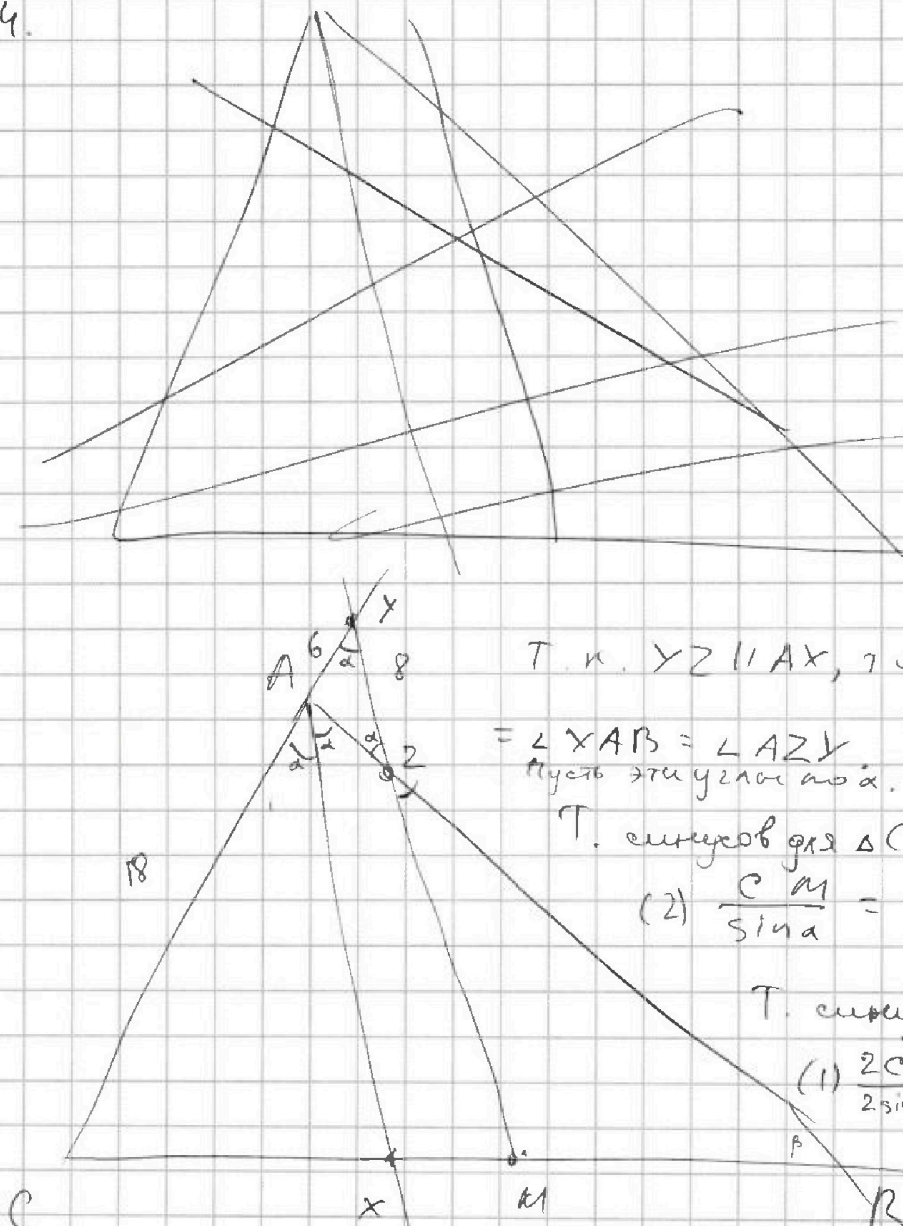
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4.



Т.к. $YZ \parallel AX$, то $\angle AYZ = \angle CAX =$

$= \angle XAB = \angle AZY$. Значит $AY = AZ = 6$.
Пусть эти углы равны α , и $\angle B = \beta$.

Т.е. применим для $\triangle CYM$:

$$(2) \frac{CM}{\sin \alpha} = \frac{CY}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{24}{\sin(\alpha + \beta)}$$

Т.е. применим для $\triangle ABC$:

$$(1) \frac{2CM}{2 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{AC}{\sin \beta} = \frac{18}{\sin \beta}$$

Тогда из (1) и (2): $\frac{24}{\sin(\alpha + \beta) \cos \alpha} = \frac{18}{\sin \beta}$

$\cos \alpha = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ определено из $\triangle AYZ$.

$$24 \sin \beta = 12 \sin(\alpha + \beta)$$

$$2 \sin \beta = \sin(\alpha + \beta)$$

$$2 \sin \beta = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3} \cos \beta + \frac{2}{3} \sin \beta$$

$$4 \sin \beta = \sqrt{5} \cos \beta \quad 16 \sin^2 \beta = 5 \cos^2 \beta$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$21 \sin^2 \beta - 5 \sin^2 \beta - 5 \cos^2 \beta = 0$$

$$\sin^2 \beta = \pm \sqrt{\frac{5}{21}}, \text{ очевидно } \sin \beta \geq 0, \text{ т.к.}$$

$$\sin \beta = \sqrt{\frac{5}{21}}.$$

$$\frac{CM}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{18}{\sin \beta} = \frac{18}{\sqrt{\frac{5}{21}}}$$

$$CM = \frac{18 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sqrt{21}}{\sqrt{5}} = 4\sqrt{21}.$$

$$BC = 2CM = 8\sqrt{21}$$

$$\text{Ответ: } BC = 8\sqrt{21}.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Т.к. в ~~данной~~ системе есть \sqrt{x} и \sqrt{y} , то $x, y \geq 0$.

Тогда из второго уравнения:

$$x^4 - y^4 + 5x^2 - 5y^2 + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0.$$

$$(x^2 + y^2 + 5)(x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0.$$

$$(x^2 + y^2 + 5)(x + y)(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0.$$

$$((x^2 + y^2 + 5)(x + y)(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 1)(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0.$$

Тогда 1) $\sqrt{x} = \sqrt{y}$, ~~з.н.~~ з.н. $x = y$.

2) вторая скобка равна 0, но т.к. $x, y > 0$,

$$\text{то } x^2 + y^2 + 5 > 0, \quad x + y \geq 0, \quad \sqrt{x} + \sqrt{y} \geq 0$$

$\wedge 1 > 0$, то вторая скобка ≥ 1 .

З.н. $x = y$.

Тогда из первого уравнения:

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{(x+1)(6-x)}$$

$$\text{Пусть } \sqrt{x+1} = a, \quad \sqrt{6-x} = b.$$

$$\text{Тогда } a + b + 5 = 2ab \quad \wedge \quad a^2 + b^2 = 7$$

~~$$\text{З.н. } a + b + 12 = (a + b)^2, \quad a + b = n$$~~

~~$$n^2 - n - 12 \geq 0 \quad D = 1 + 12 \cdot 4 = 49.$$~~

~~$$n = \frac{1 \pm 7}{2} = \begin{cases} 4 \\ -3 \end{cases}$$~~

~~т.к. $a \geq 0, b \geq 0$, то $n \neq -3$~~
~~значит $n = 4 \Rightarrow a + b = 4$.~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$$\sqrt{x+1} + \sqrt{6-x} = 4$$~~

~~$$a = b - 4$$~~

~~$$a + b + 5 = 2ab$$~~

~~$$2b + 5 = 2b(b-4) = 2b^2 - 8b$$~~

~~$$2b^2 - 2b - 5 = 0 \quad (2b^2 - 10b - 5 = 0)$$~~

~~$$a = 4 - b$$~~

~~$$9 = 2b(4-b) = 8b - 2b^2$$~~

~~$$2b^2 - 8b + 9 = 0$$~~

~~$$b - a - 5 = -2ab$$~~

~~$$b - a + 2 = (b - a)^2 \quad b - a = 4$$~~

~~$$n^2 - n - 2 = 0 \quad n = 9$$~~

~~$$n = \frac{1 \pm 3}{2} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$
 нельзя использовать~~

~~$$1) \quad b - a = 2 \quad b = 2 + a$$~~

Подставляем в $a - b + 5 = 2ab$.

~~$$3 = 2a(a+2) = 2a^2 + 4a$$~~

~~$$2a^2 + 4a - 3 = 0 \quad D = 16 + 6 \cdot 4 = 16 + 24 = 40$$~~

~~$$a = \frac{-4 \pm 2\sqrt{10}}{4} = -1 \pm \sqrt{5}$$
, т.к. $a \geq 0$, то~~

~~$$a = -1 + \sqrt{5} = \sqrt{x+1} \quad x+1 = 6 - 2\sqrt{5}, \quad x = 5 - 2\sqrt{5}$$~~

~~$$2) \quad b - a = -1 \quad b = a - 1$$~~

~~$$6 = 2a(a-1) = 2a^2 - 2a \quad 2a^2 - 2a - 6 = 0$$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 - a - 3 = 0$$

$$D = 1 + 12 = 13$$

$$a = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$a \geq 0, \text{ значит } a = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} = \sqrt{x+1}$$

$$x+1 = \frac{14 + 2\sqrt{13}}{4}$$

$$, x = \frac{10 + 2\sqrt{13}}{4} = \frac{5 + \sqrt{13}}{2}$$

Ответ: $x = \frac{5 + \sqrt{13}}{2}$ и $x = 5 - 2\sqrt{5}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$b = a - 1$
 $b - a = -1$
 $a^2 + b^2 = 7$
 $a^2 - a - 3$

$4 + 8.9$
 $7^2 + 4 = 76$

$$x + 1 + 6 - y + 25 + \dots = 4(6 + 5x - y^2) \quad (x, y > 0)$$

$$+ 10\sqrt{x+1} - 10\sqrt{6-y} - 2\sqrt{x+1}\sqrt{6-y}$$

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 + 5y^2 -$$

$x, y > 0$

$$u + 5 = 2v$$

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y} \quad a^2 + b^2 = 7$$

$$a^2 + b^2 + 2ab + 10a + 10b + 25 = 4a^2b^2 \quad a + b + 5 = 2ab$$

$$(x^2 + y^2)(x^2 - y^2)$$

$$a + b - 2ab + 5 = 0$$

$$(x^2 + y^2 + 5)(\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2})(x + y)(\sqrt{x} + \sqrt{y})$$

$$2ab - a = b + 5$$

$$a = \frac{b+5}{2b-1}$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\dots)$$

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$x - 1 = 6 - x$$

$$2x = 5$$

$$a^2 + b^2 + 2ab = 4a^2b^2 + 10a + 10b + 25$$

$$(2ab - 5)^2 = a^2 + b^2 + 10ab$$

$$(x^2 + y^2 + 5)(x + y)(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = -1$$

$$(x^3 + x^2y + y^2x + y^3 + 5x + 5y) / (\sqrt{x} + \sqrt{y}) = 1$$

1) $x = y$ обязательно.

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} =$$

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{(6-x)(x+1)}$$

~~Handwritten scribbles and crossed-out work~~

$$2\sqrt{(6-x)(x+1)} = 5k$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$36 - 16 = 20$
 $\frac{2\sqrt{5}}{6} = \frac{\sqrt{5}}{3}$
 $a + b + 18 = 24$
 $a + b = 6$
 $a^2 + b^2 = 25$
 $a^2 + (6-a)^2 = 25$
 $a^2 + 36 - 12a + a^2 = 25$
 $2a^2 - 12a + 11 = 0$
 $a = 1, b = 5$

$36 - 16 = 20$
 $21 \sin^2 \beta - 5 \cos^2 \beta = 0$
 $21 \sin^2 \beta = 5 \cos^2 \beta$
 $\sin^2 \beta = \frac{5}{21}$
 $\sin \beta = \sqrt{\frac{5}{21}}$

$16 \sin^2 \beta - 5 \cos^2 \beta = 0$
 $16 \sin^2 \beta = 5 \cos^2 \beta$
 $\sin^2 \beta = \frac{5}{16}$
 $\sin \beta = \frac{\sqrt{5}}{4}$

$\frac{CX}{\sin \alpha} = \frac{18}{\sin(\alpha + \beta)}$
 $\frac{BX}{\sin \beta} = \frac{18}{\sin(\alpha + \beta)}$
 $2 \sin \beta = \sin(\alpha + \beta)$
 $2 \sin \beta = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$
 $\sin \beta (2 - \cos \alpha) = \sin \alpha \cos \beta$
 $\frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{\sin \alpha}{2 - \cos \alpha}$
 $\tan \beta = \frac{\sin \alpha}{2 - \cos \alpha}$
 $\frac{\sqrt{5}/4}{\sqrt{1 - 5/16}} = \frac{\sin \alpha}{2 - \cos \alpha}$
 $\frac{\sqrt{5}/4}{3/4} = \frac{\sin \alpha}{2 - \cos \alpha}$
 $\frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{\sin \alpha}{2 - \cos \alpha}$
 $\sqrt{5}(2 - \cos \alpha) = 3 \sin \alpha$
 $2\sqrt{5} - \sqrt{5} \cos \alpha = 3 \sin \alpha$
 $2\sqrt{5} = 3 \sin \alpha + \sqrt{5} \cos \alpha$
 $2\sqrt{5} = \sqrt{9 \sin^2 \alpha + 5 \cos^2 \alpha}$
 $20 = 9 \sin^2 \alpha + 5 \cos^2 \alpha$
 $20 = 9 \sin^2 \alpha + 5(1 - \sin^2 \alpha)$
 $20 = 9 \sin^2 \alpha + 5 - 5 \sin^2 \alpha$
 $15 = 4 \sin^2 \alpha$
 $\sin^2 \alpha = \frac{15}{4}$
 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{15}}{2}$

$36 - 16 = 20$
 $24 / \sin(\alpha + \beta) = \frac{CM}{\sin \alpha}$
 $24 = \frac{CM \sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha}$
 $CM = \frac{24 \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$
 $CM = \frac{18}{\sin \beta}$
 $\frac{24 \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{18}{\sin \beta}$
 $24 \sin \alpha \sin \beta = 18 \sin(\alpha + \beta)$
 $4 \sin \alpha \sin \beta = 3 \sin(\alpha + \beta)$
 $4 \sin \alpha \sin \beta = 3(\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta)$
 $4 \sin \alpha \sin \beta - 3 \sin \alpha \cos \beta - 3 \cos \alpha \sin \beta = 0$
 $\sin \alpha (4 \sin \beta - 3 \cos \beta) - 3 \cos \alpha \sin \beta = 0$
 $\sin \alpha (4 \sin \beta - 3 \cos \beta) = 3 \cos \alpha \sin \beta$
 $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{3 \sin \beta}{4 \sin \beta - 3 \cos \beta}$
 $\tan \alpha = \frac{3 \sin \beta}{4 \sin \beta - 3 \cos \beta}$
 $\frac{\sqrt{15}/2}{\sqrt{1 - 15/4}} = \frac{3 \sin \beta}{4 \sin \beta - 3 \cos \beta}$
 $\frac{\sqrt{15}/2}{1/2} = \frac{3 \sin \beta}{4 \sin \beta - 3 \cos \beta}$
 $\sqrt{15} = \frac{3 \sin \beta}{4 \sin \beta - 3 \cos \beta}$
 $\sqrt{15}(4 \sin \beta - 3 \cos \beta) = 3 \sin \beta$
 $4\sqrt{15} \sin \beta - 3\sqrt{15} \cos \beta = 3 \sin \beta$
 $4\sqrt{15} \sin \beta - 3 \sin \beta = 3\sqrt{15} \cos \beta$
 $\sin \beta (4\sqrt{15} - 3) = 3\sqrt{15} \cos \beta$
 $\frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{3\sqrt{15}}{4\sqrt{15} - 3}$
 $\tan \beta = \frac{3\sqrt{15}}{4\sqrt{15} - 3}$

$64 + 20 = 84$
 $43 = 11$
 $64 \sin^2 \beta = 22(1 - \sin^2 \beta)$
 $64 \sin^2 \beta = 22 - 22 \sin^2 \beta$
 $86 \sin^2 \beta = 22$
 $\sin^2 \beta = \frac{11}{43}$
 $\sin \beta = \sqrt{\frac{11}{43}}$

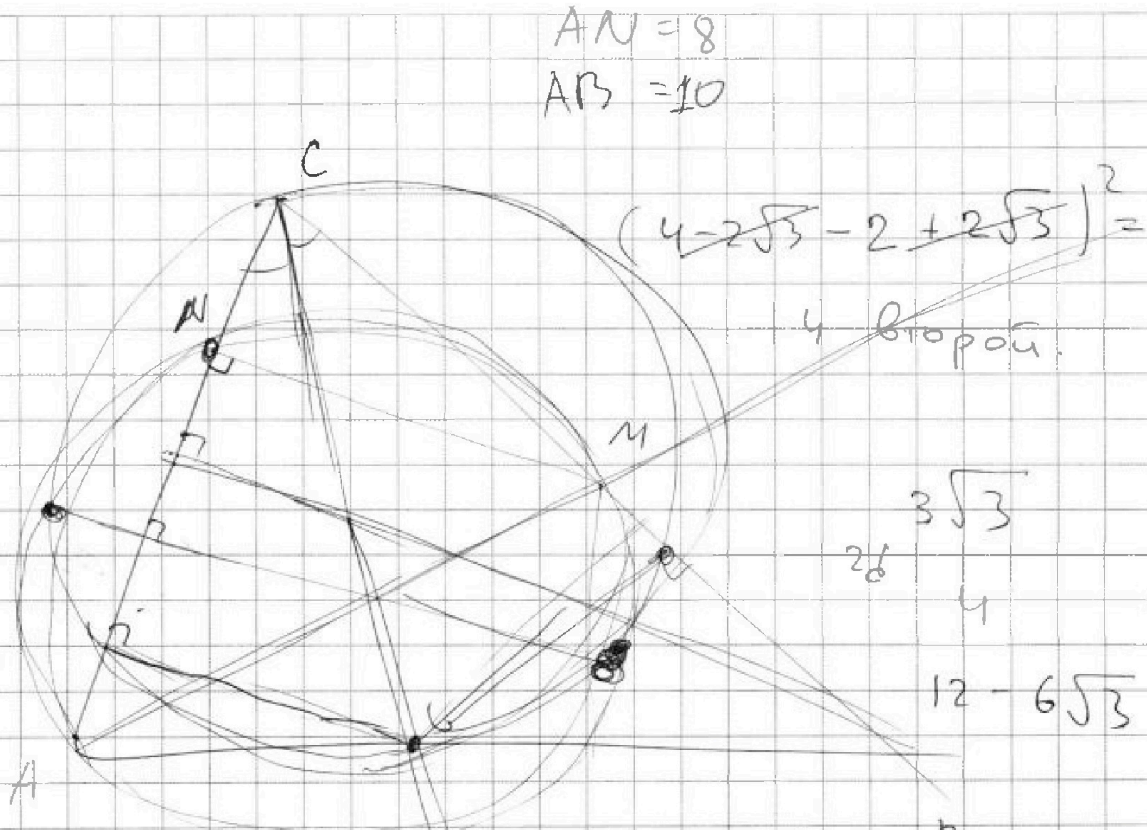


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AN = 8$$

$$AB = 10$$

$$(4 - 2\sqrt{3} - 2 + 2\sqrt{3})^2 =$$

4 второй.

$$26 \begin{matrix} 3\sqrt{3} \\ 4 \\ 12 - 6\sqrt{3} \end{matrix}$$

$$2(4 - 3\sqrt{3}) + 4 = 12 - 6\sqrt{3}$$

$$\frac{(1 + \sqrt{3})}{4 + 2\sqrt{3}}$$

$$\frac{4 + 2\sqrt{3} - 2 - 2\sqrt{3}}{2}$$

$$\boxed{16 \text{ см} : \cancel{18} 3\sqrt{3}}$$

$$3x^2$$

$$3(4 - 2\sqrt{3}) = \boxed{12 - 6\sqrt{3}}$$

$$\boxed{3\sqrt{3}} \leftarrow 1 \text{ см}$$

$$\boxed{12 + 6\sqrt{3}} \leftarrow 3 \text{ см}$$

$$4 \leftarrow 5 \text{ см}$$

$$\cancel{4} 3\sqrt{3}$$

$$8 + 6\sqrt{3} + 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(1 + \sqrt{3})^2 + 2 + 2\sqrt{3} - 3x^2$
 $x^4 + 4x^3 + 2x^2 + 2x + 2 = 0$

$x^4 + 4x^3 - x^2 + 2x + 2 = 0$
 $x^4 + 2x^3 + x^2 - 2x^3 - 2x^2 + 2x + 2 = 0$
 $x^4 + 2x^3 + x^2 - 2x^2 - 2x^2 + 2x + 2 = 0$
 $x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 2x + 2 = 0$

$16 - 32 - 4 = 0$

$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$

$\cos \alpha = \frac{2}{3}$

$\frac{MB}{\sin \alpha} = \dots$

$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$
 $x^4 + 2x^3 + x^2 - 2x^2 - 2x^2 + 2x + 2 = 0$
 $x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 2x + 2 = 0$
 $-2x^3 + 4x^2 + 2x + 2 = 0$
 $-2x^3 + 4x^2 + 2x + 2 = 0$
 $-2x^3 + 4x^2 + 2x + 2 = 0$

$|x - 3y| \leq 3$
 $|3x - y| \leq 1$

$4y + 8x$

$x - 3y \leq 3$
 $3x - y \leq 1$

$x \leq 3 + 3y$
 $x \leq \frac{1+y}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Top Diagram (Triangle ABC):

$3(x^2 + 2x - 2)$
 $D = 4 + 8 = 12$
 $x_{1,2} = \frac{-12 \pm \sqrt{12}}{2} = -6 \pm \sqrt{3}$
 $AN = 8$
 $AB = 10$
 $x^3 + 3x^2 - 2 = 0$

Left Algebraic Work:

$$\begin{array}{r} x^3 + 2x^2 - 1 \\ -x^3 + x^2 \\ \hline 3x^2 - 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 2x^2 - 1 \\ -x^3 + x^2 \\ \hline 3x^2 - 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 2x^2 - 1 \\ -x^3 + x^2 \\ \hline 3x^2 - 1 \end{array}$$

Bottom Diagram (Circle with Triangle ABC):

$m^2 = 2AC^2 + 2AB^2 - \frac{1}{2}BC^2$
 $x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$
 $x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \mid x+1$
 $-x^4 + x^3$
 $\hline 3x^3 + 3x^2 - 2x - 2$
 $-3x^3 + 3x^2$
 $\hline -2x - 2$
 $2d = x^2 - x - 1$

Bottom Algebraic Work:

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\ -x^4 + x^3 \\ \hline 3x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\ -x^4 + x^3 \\ \hline 3x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\ -x^4 + x^3 \\ \hline 3x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\ -x^4 + x^3 \\ \hline 3x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \end{array}$$

$3x + 3$
 $6d = 3x^2 - 3x - 3$
 $9a_0 + 3d = 3x + 3$
 $9a_0 + 9d = 3(x^2 + 2x)^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = 13p^2$$

$$m^2n + mn^2 - 3mn = 75p^2$$

$$mn(m+n-3) = 75p^2$$

$$(m+n-9)(m+n) = \boxed{13} \cancel{4}$$

$$mn(m+n-3) = 75 \cancel{4}$$

10.

Если $p \neq 3$.

p или $q = 2$.

$$(m+n-9)(m+n) = 75 \cancel{4}$$

$$m+n = 13$$

$$mn = 30$$

$$mn = 30$$

$$(m, n) = (10, 3)$$

$$-a + b \neq 5 = -2ab$$

$$b - a - 5 = -2ab$$

$$a^2 + b^2 = 7$$

$$2 \neq (b-a) = 2(b-a)^2$$

$$n^2 - n \neq 2 = 0$$

тут есть
решение
скажем



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$y + 2x$
 $\frac{3}{4} - 3y > -3$
 $x - 3y \leq 3$
 $3y \leq 3 + \frac{3}{4}$
 $y \leq 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$
 y по логике:

$x = \frac{3}{4}$
 $y = \frac{5}{4}$
 $-3 \leq x - 3y \leq 3$
 $x > 3$

$5 + 6 = 11$
 $-1 \leq 3x - y \leq 1$
 $-3 \leq 9x - 3y \leq 3$
 $-8x \leq 0$
 $8x \geq 0$
 $x \geq 0$

$3 \geq 3y - 9x \geq -3$
 $-8x \geq -6$
 $x \leq \frac{3}{4}$
 $-8x \leq 6$
 $8x \leq -6$
 $x \leq -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4}$

$|x| \leq \frac{3}{4}$
 $\frac{15}{4} - \frac{3}{4}$