



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



- [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
- [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии
$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$
- [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
- [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
- [4 балла] Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$
- [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
- [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Пусть первый член прогрессии равен a , разность прогрессии — d . Тогда по условию:

$$\begin{cases} a + 2d = 3x + 3, \\ a + 4d = (x^2 + 2x)^2, \\ a + 8d = 3x^2 \end{cases}$$

(1)
(2)
(3)

тогда $(3) - (2) = 2((2) - (1)) = 4d$

$$3x^2 - (x^2 + 2x)^2 = 2((x^2 + 2x)^2 - 3x - 3)$$

$$-x^4 - 4x^3 - x^2 = 2(x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3)$$

$$3x^4 + 12x^3 + 8x^2 - 3x - 3 = 0$$

разделим обе части

равенства на 3:

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$x = -1 \quad - \text{корень } (-1 - 4 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 1 - 1 = 0)$$

разделим обе части равенства на $x + 1$ без деления

единий многочлен на $x + 1$

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 1 \\ \underline{- x^4 - x^3} \\ \hline 3x^3 + 3x^2 \\ \underline{- 3x^3 - 3x^2} \\ \hline -2x - 1 \\ \underline{- -2x - 2} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$x^3 + 3x^2 - 2 = 0, \quad x = -1 \quad - \text{корень } (-1 + 3 \cdot 1 - 2 = 0)$$

разделим на $x + 1$:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r}
 x^3 + 3x^2 + 0x - 2 \quad | \quad x+1 \\
 \underline{-} x^3 + x^2 \\
 \hline
 2x^2 + 0x \\
 \underline{-} 2x^2 + 2x \\
 \hline
 -2x - 2 \\
 \underline{-} -2x - 2 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$x^2 + 2x - 2 = 0$

$$D = 12$$

$$\text{знач } x_1 = \frac{-2 + 2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} - 1$$

$$x_2 = -\sqrt{3} - 1.$$

И так как раньше мы получили, что $x = -1$ - корень. Проверим все эти корни:

$$x = -1, \text{ члены прогрессии: } 0, 1, 3, d = \\ = \frac{1}{2} - подходит x = -1.$$

$$x = \sqrt{3} - 1, \text{ члены прогрессии: } 3\sqrt{3}, 4, 12 - 6\sqrt{3},$$

$$d = \left(2 - \frac{3}{2}\sqrt{3}\right), \text{ значит, } x = \sqrt{3} - 1 \text{ подходит}$$

$$x = -\sqrt{3} - 1, \text{ члены прогрессии: } -3\sqrt{3}, 4, 12 + 6\sqrt{3},$$

$$d = \left(2 + \frac{3}{2}\sqrt{3}\right), \text{ значит, } x = -\sqrt{3} - 1 \text{ подходит.}$$

$$\text{Ответ: } -1; -\sqrt{3} - 1; \sqrt{3} - 1.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Так же укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

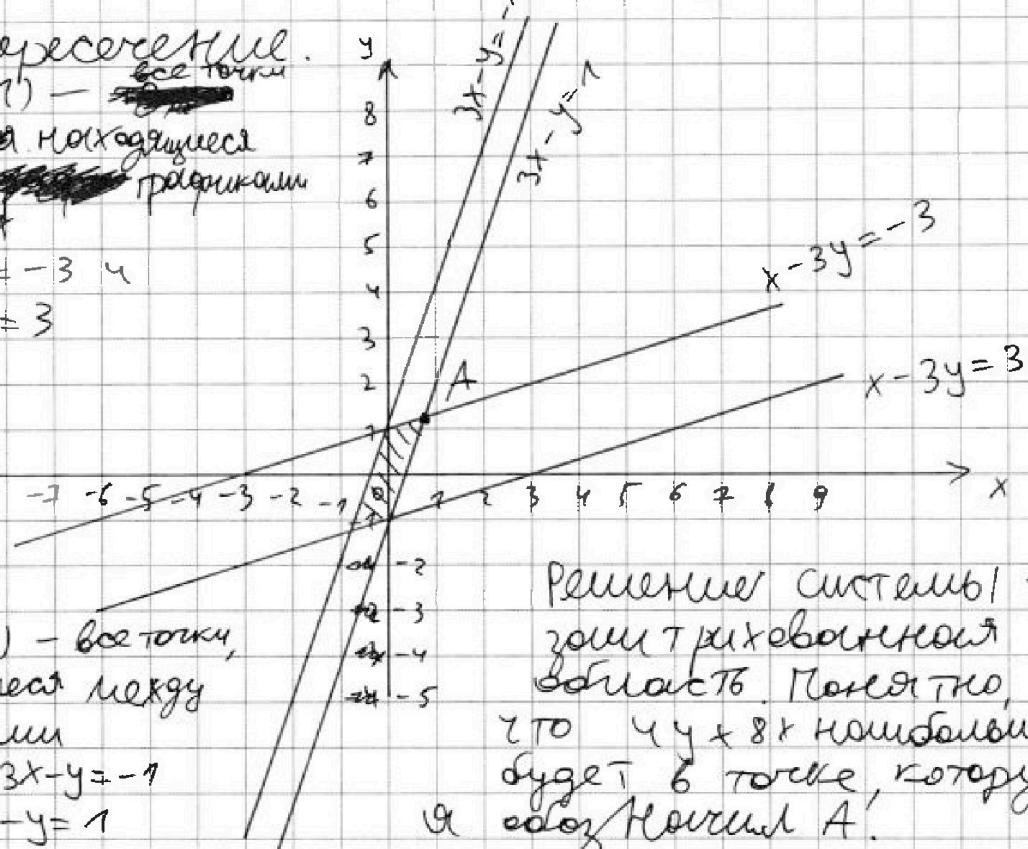
Решение:

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$

(1) Сначала построим графики

(2) и (2), затем найдём

и с пересечением.
график (1) — все точки,
находящиеся
не между
прямой $x - 3y = -3$ и
 $x - 3y = 3$



Решение системы —
это тихоокеанская
область. Понятно,
что чёрнокомандный
будет в точке, которую
я обозначил А!

точка — пересечение прямой $x - 3y = -3$ и
прямой $3x - y = 1$

$$\begin{cases} 3x - y = 1 & | \cdot 3 \\ x - 3y = -3 \end{cases} \quad \begin{cases} 9x - 3y = 3 & * \\ x - 3y = -3 & ** \end{cases}$$

6617 Тогда из * и **, получим: $8x = 6$,
 $x = \frac{3}{4}$, $y = \frac{x+3}{3} = \frac{\frac{3}{4}+3}{3} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$. Тогда:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{ч}y + 8x = 4 \cdot \frac{5}{4} + 8 \cdot \frac{3}{4} = 5 + 6 = 11$$

Ответ: 11

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N^3

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n-9)(m+n)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

Рассмотрим 2 случая: 1) $A = 13p^2$, $B = 75q^2$ и 2) $A = 75q^2$, $B = 13p^2$.

$$1) A = 13p^2 \quad B = 75q^2$$

$A = (m+n-9)(m+n)$ разложим делитами числа $13p^2$ по скобкам (т.к. число p -простое, то это делито целым делителем из чисел $m+n-9$ и $m+n$)

X1) 1 $13p^2$ сразу заметим, что т.к. m и n - натуральные, то $m+n-9 < m+n$,
X2) p $13p$ поэтому вариант 1) убираем сразу,
X3) 13 p^2 1 p т.к. $p \geq 2$, тогда $13p > p$, и аналогично

вариант 6). Вариант 3) не подходит, т.к. если $m+n-9=13$, то $m+n=22 \neq p^2$ при простоте p . Аналогично не

подходит вариант 1), т.к. если $m+n-9=1$, то $m+n=10$, но $m+n=13p^2 \geq 52 \neq 10$. Рассмотрим вариант 2),

когда $m+n-9=p$ и $m+n=13p$, тогда $13(m+n-9)=m+n$, $12(m+n) = m+n$, $m+n = \frac{117}{12}$ - нецелое, что невозможно, т.к. m и n - натуральные. Остаётся только вариант $m+n=13$, $m+n-9=p^2=4$. Тогда $B = 75q^2 = mn(m+n-3) = 10mn = 75q^2$, откуда $2 \cdot mn = 15q^2$. Тогда $q \geq 2$, но q - простое, тогда $q=2$, $mn=30$

$$\begin{cases} mn=30, \\ m+n=13. \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} m+n=13, \\ n=13-m, \end{cases} \text{ подставив это в (1): } m^2 - 13m + 30 = 0 \\ D = 49, \quad m = \frac{13+7}{2} = 10, \quad m = \frac{13-7}{2} = 3,$$

$m=10, n=3$; если $m=3$, то $n=13-m=10$. Есть еще пары решений: $(10; 3)$, $(3; 10)$.

Рассмотрим второй случай, когда $A = 75q^2$ и $B = 13p^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) $A = 75q^2$, $B = 13p^2$. Разложим число B на множители:

$$B = mn(m+n-3) = 13p^2 \text{. Тогда: } \begin{array}{c|cc} m & n & (m+n-3) \\ \hline \end{array}$$

случай 1) не подходит, т.к. m и n - натуральные, то если $m=n=1$, то $m+n-3=1-3=-2$, $m=1$, $n=1$, тогда $13p^2 = -1 < 0$, что невозможно.

случай 6) невозможно, т.к. $m+n-3=1$, значит $m+n=4$

$\times 1)$	1	$13p^2$
$\times 2)$	p	$13p$
$\times 3)$	p^2	13
$\times 4)$	13	p^2
$\times 5)$	$13p$	p
$\times 6)$	$13p^2$	1

m и n - натуральные значит, возможны случаи $1+3=4$, $2+2=4$, $3+1=4$, но в этих случаях максимальное значение $m+n$ равно 4 при $m=n=2$, то $mn = 13p^2 \geq 13 \cdot 2^2 = 52 > 4$.

случай 3) невозможно, т.к. $m+n-3=13$, $m+n=16$.

рассмотрим, чему может быть mn , т.к. mn было квадратом: $1+15=16$, $1 \cdot 15 \neq p^2$; $2+14=16$, $2 \cdot 14 \neq p^2$; $3+13=16$, $3 \cdot 13 \neq p^2$; $4+12=16$, $4 \cdot 12 \neq p^2$; $5+11=16$, $5 \cdot 11 \neq p^2$; $6+10=16$, $6 \cdot 10 \neq p^2$; $7+9=16$, $7 \cdot 9 \neq p^2$.

(если m и n являются числами, будет аналогично)

и остается $m=n=8$, тогда $mn=64=p^2$.

рассмотрим $A = (m+n-9)(m+n) = 75q^2$

$7 \cdot 16 = 75q^2$, тогда $q=2$, но q - простое, тогда $q=2$, но левая часть не делится на 5, а правая делится, противоречие.

случай 4) невозможно, т.к. если $mn=13$, m,n - натур., то $m=1$, $n=13$ либо $m=13$, $n=1$, но тогда $1+13-3=11 \neq p^2$.

рассмотрим, когда $mn=p$ и $m+n-3=13p$.

тогда $13mn = m+n-3$; $A = (m+n-9)(m+n) = 75q^2$

$mn = 13mn + 3$ $A = (13mn-6)(13mn+3) = 75q^2$.

т.к. $-6 \equiv 3 \pmod{3}$, то $13mn-6 \equiv 13mn+3 \pmod{3}$.

т.к. правая часть равенства делится на 3, то левая тоже делится. т.к. 3 - простое число, то делится $75q^2$ и это означает, что оба множителя $13mn-6$ и $13mn+3$ делятся на 3.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

но как я скажу ранее, $13mn - 6 \equiv 13mn + 3 \pmod{3}$,
тогда вторая скобка делится на 3 тоже. Тогда левая часть равенства делится на 9, тогда и правая делится на 9. Но т.к. $75 = 3 \cdot 5^2$, то $9^2 : 3$, но 9 - простое, тогда $q = 3$.
 $(13mn - 6)(13mn + 3) = 75 \cdot 9 = 675$
 пусть $13mn = x$, тогда $x^2 - 3x - 18 - 675 = 0$
 $x^2 - 3x - 693 = 0$
 $D = 9 + 693 \cdot 4 = 2781 = 9 \cdot 309 = 9 \cdot 3 \cdot 103$ - квадрат, тогда \sqrt{D} - нечетное число, тогда x - нечетный, но $m+n$ - четные числа, тогда $13mn$ - четное. Противоречие.

Остается аугсай $mn = 13p$ и $m+n-3 = p$

$$A = (m+n-9)(m+n) = 75q^2.$$

$$13(m+n-3) = mn, \text{ откуда } m+n = \frac{mn}{13} + 3 = \frac{mn+39}{13}$$

$$\left(\frac{mn+39}{13} - 9 \right) \left(\frac{mn+39}{13} \right) = 75q^2$$

$$(mn+78)(mn+39) = 169 \cdot 75q^2$$

$78 : 3, 39 : 3$. Тогда $mn+78 \equiv mn+39 \pmod{3}$.
правая часть равенства делится на 3, тогда левая тоже т.к. Тогда один из множителей $mn+78$ и $mn+39$ делится на 3 т.к. 3 - простое, но тогда и вторая скобка второй множитель тоже делится т.к. $(mn+78)(mn+39) \not\equiv 0 \pmod{9}$, тогда $75q^2 \not\equiv 0 \pmod{9}$, тогда $q^2 \not\equiv 0 \pmod{3}$, q - простое, тогда $q = 3$.

Пусть $mn+39 = x$, тогда $(x+39)x = 9 \cdot 75 \cdot 169$

$$x^2 + 39x - 53325 = 0. \quad D = 39^2 + 4 \cdot 53325 = 213821$$

$462^2 = 213444$ $463^2 = 215569$, значит, $462^2 < D < 463^2$
тогда \sqrt{D} - нечетное число, тогда x - нечетное число, но



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
Ч ИЗ Ч

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x = mn + 39$, m, n - целые натуральные, тогда x - четный.
Противоречие. Тогда если $mn = 13$ и $mn - 3 = p$,
то нет решений.

Ответ: пары решений $(m; n)$ это $(10; 3)$ и $(3; 10)$.

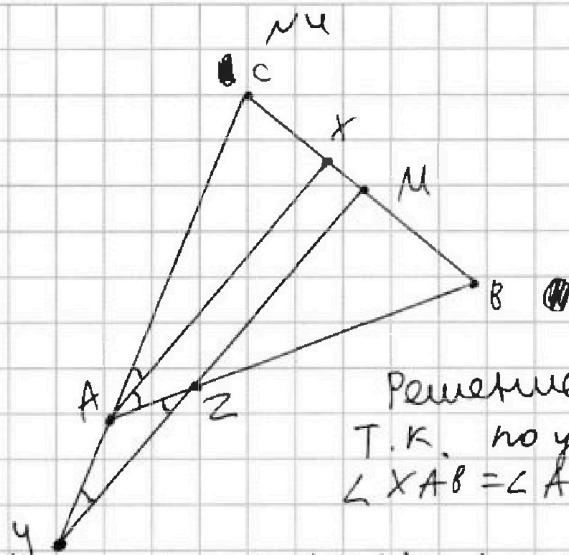
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $\triangle ABC$, AX -биссект.
 M -середина CB
 $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$
 $YM \parallel AX$
 $BC = ?$

Решение:

Т.к. по условию $YM \parallel AX$, то
 $\angle XAB = \angle AYZ$ как накрест лежащие

пучки $\angle CAB = \alpha = \angle XAB = \angle AYZ$.

тогда $\angle CAB$ -внешний для $\triangle AYZ$, тогда:

$\angle + \angle = \alpha + \angle AYZ$ ($\angle CAB = \angle AYZ + \angle AZY$), откуда

$\angle AYZ = \alpha$. Тогда $\triangle AYZ$ -равнобедренный,

$AY = AZ = 6$

Распишем т. косинусов для $\triangle CAB$ и секущей YM :

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{zb}{AZ} \cdot \frac{AY}{CY} = 1. \quad \text{Т.к. } M\text{-середина } BC, \text{ то}$$

$$CM = MB, \quad \frac{CM}{MB} = 1$$

$$\frac{1}{7} \cdot \frac{zb}{6} \cdot \frac{6}{18} = 1, \quad \text{откуда } zb = 78; \quad AB = AZ + ZB = 24$$

Распишем т. косинусов для $\triangle AYZ$ и выражим из неё $\cos \angle YAZ$: $36 + 36 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos \angle YAZ = 64$

$$8 = 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos \angle YAZ, \quad \cos \angle YAZ = \frac{1}{9}.$$

Т.к. $\angle CAB + \angle YAB = 180^\circ$, то $\cos \angle CAB = -\cos \angle YAZ = -\frac{1}{9}$.
распишем т. косинусов для $\triangle CAB$:

$$CB^2 = 18^2 + 24^2 + 2 \cdot 18 \cdot 24 \cdot \frac{1}{9} = 996 \approx 1000 \approx 249$$

$$CB = 2\sqrt{249}. \quad \text{Ответ: } CB = 2\sqrt{249}.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1}^5 - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} & (1) \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 & (2) \end{cases}$$

из (2) получаем, что:

$$x^4 - y^4 + 5x^2 - 5y^2 = \sqrt{y} - \sqrt{x}$$

т.к. y и x - подкоренные выражения, то $y \geq 0$ и $x \geq 0$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x^2 - y^2) = \sqrt{y} - \sqrt{x} \quad \cancel{\}$$

$$(x-y)(x+y)(x^2 + y^2 + 5) = \sqrt{y} - \sqrt{x}$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)(x^2 + y^2 + 5) = (\sqrt{y} - \sqrt{x})$$

если $\sqrt{x} - \sqrt{y} \neq 0$, то можем разделить обе стороны равенства на $(\sqrt{x} - \sqrt{y})$, получим:

$(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)(x^2 + y^2 + 5) = -1$ что невозможно,
т.к. $x \geq 0$ $y \geq 0$ как я сказала ранее, но
тогда левая часть равенства положительна, а
правая отрицательна.

тогда $\sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$, $\sqrt{x} = \sqrt{y}$, $x = y$. Подставим
это в (1), получим:

$$\sqrt{x+1}^5 - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$\sqrt{x+1}^5 - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

ОДЗ: $-1 \leq x \leq 6$, т.к. все подкоренные
выражения

$\sqrt{x+1} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} + \sqrt{6-x}$
получается, т.к. левая часть равенства - возрастающая
а правая - убывающая, то есть всего 1 корень



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



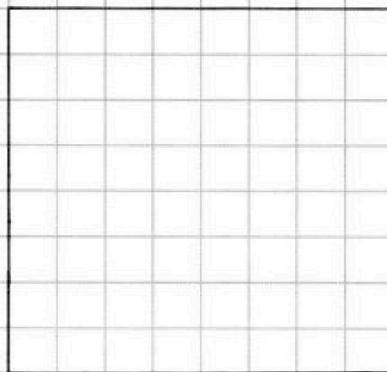
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение:



всего узлов

общее число узлов равно
 $9 \cdot 8 \cdot 2$

(9 - кол-во узлов в 1 столбце,
8 - кол-во столбцов, ~~длины~~
указанные $9 \cdot 8$ ~~на 2~~,
т.к. есть лиж и узлов
столбца, и их столько же,
сколько в столбцах).

Можем выбрать 2 узла $9 \cdot 8 \cdot 2 \cdot (9 \cdot 8 \cdot 2 - 1)$

способами, но т.к. ~~есть~~ порядок выбора
нами не важен

этих 2 узлов, то число способов нужно разделить
на 2, что $9 \cdot 8 \cdot (9 \cdot 8 \cdot 2 - 1)$ способов. Но
метод из способов мы посчитали 4 раза
(т.к. если можно повернуть доску 3 раза и
этот способ будет считаться одним и тем же,
что и по 4 раза посчитали каждый способ),
поэтому получившееся число
нужно делить на 4, что получаем
 $= 36 \cdot 143 = 5148$ способов.

и нужно еще
 $36 \cdot (9 \cdot 8 \cdot 2 - 1) =$

Ответ: 5148 способов.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$01 - \text{первый}, \quad d - \text{равнение}$$

$$a + 8d = 3x^2$$

$$a + 2d = 3x + 3, \quad a + 4d = (x^2 + 2x)^2$$

$$x \geq 0$$

$$2d = (x^2 + 2x)^2 - (3x + 3)$$

$$6d = 3x^2 - 3x - 3$$

$$4d = 3x^2 - (x^2 + 2x)^2$$

$$2d = x^2 - x - \frac{1}{2} = x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x = -1 \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\ - x^4 - x^5 \\ \hline 3x^3 + 3x^2 \\ - 3x^3 - 3x^2 \\ \hline -2x - 2 \\ - 2x - 2 \\ \hline 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} x+1 \\ x^3 + 3x^2 - 2 \end{array} \right.$$

$$4d = 3x^2 - (x^2 + 2x)^2 = 3x^2 - x^4 - 4x^3 - 4x^2 = -x^4 - 4x^3 - x^2$$

$$-x^4 - 4x^3 - x^2 = 2((x^2 + 2x)^2 - 3x - 3)$$

$$-x^4 - 4x^3 - x^2 = 2(x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3)$$

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x - 3y &\in [-3; 3] \\ 3x - y &\in [-1; 1] \end{aligned}$$

$$3x + y < 3x^2$$

20/05/2024

$$x^2 - x - 1 \geq 0$$

$$\Delta = 1 + 4 = 5 \quad x_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}, \quad x_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

$$x \in (-\infty, \frac{1 - \sqrt{5}}{2}] \cup [\frac{1 + \sqrt{5}}{2}, +\infty)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 2mn + n^2 + 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m-n) = (m+n-9)(m+n)$$

$$B = m^2n + mn^2 + 3mn = mn(463 - 3)$$

$$\begin{array}{r} \times 462 \\ \times 462 \\ \hline 2924 \\ + 2772 \\ \hline 22948 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + mn(2589) \\ \hline 2778 \\ \hline 215569 \\ m+n=13 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 76 \\ \hline 76 \\ \hline 676 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 13p^2 \\ \hline 13p \\ \hline 23 \\ \hline p^2 \\ \hline 13p \\ \hline 93p^2 \end{array}$$

$$m+n = 13$$

$$mn(m+n-3) = 13p^2$$

$$\cancel{13p} \quad \cancel{p}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times p^2 \\ \hline 13p \end{array}$$

$$\cancel{p} \quad \cancel{p^2}$$

$$mn = 16$$

$$3(40-1)^2 = 1600 - 80 + 1 = 1521$$

$$\cancel{53325}$$

$$\cancel{213300}$$

$$\cancel{18521}$$

$$\cancel{3293821}$$

$$\cancel{9} \quad \cancel{12}$$

$$\cancel{5} \quad \cancel{11}$$

$$\cancel{6} \quad \cancel{10}$$

$$\cancel{7} \quad \cancel{9}$$

$$\cancel{8} \quad \cancel{8}$$

$$13(m+n-3) = mn$$

$$13m + 13n - 39 = mn$$

$$mn = \frac{mn+39}{13}$$

$$mn : 13$$

$$\left(\frac{mn+39}{13} - 9 \right) \left(\frac{mn+39}{13} + 9 \right) = 75q^2$$

$$(mn-78)(mn+39) = 169 \cdot 75q^2$$

$$53324 \cancel{15}$$

$$9 \cdot 304 \cancel{16} \text{ квадрат,}$$

$$9 \text{ кв. един.}$$

$$n^2 - 13n + 30 = 0$$

$$m = 8, n = 8$$

$$75q^2 = 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot q \cdot q = 675$$

$$693 \cdot 4 = 2400 + 360 + 12$$

$$= 2472$$

$$q^2 : 3, 4 \sqrt{3}$$

$$100$$

$$1000$$

$$1000$$

$$1000$$

$$1000$$

$$1000$$

$$1000$$

$$1000$$

$$1000$$

$$1000$$

$$1000$$

$$1000$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} -x^3 + 3x^2 - 2 \\ -x^3 + x^2 \\ \hline 2x^2 - 2 \end{array}$$

$$x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$\Delta = 4 + 8 = 12$$

$$x_1 = \frac{-2 + 2\sqrt{3}}{2}$$

$$x_2 = -1 - \sqrt{3}$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 + 0x - 2 \\ x^2 + 2x - 2 \end{array}$$

$$x^3 + x^2$$

$$2x^2 + 0x$$

$$-2x^2 + 2x$$

$$-2x - 2$$

$$3x^2 = 3(\sqrt{3} + 1)^2$$

$$= 3(4 + 2\sqrt{3})$$

$$= 12 + 6\sqrt{3}$$

$$4 = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$d = 2 - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

 $\sqrt{3}$

$$((\sqrt{3} - 1)^2 + 2\sqrt{3} - 2)^2 = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2$$

 4

$$3x^2 = 3(\sqrt{3} - 1)^2 = 3(3 + 1 - 2\sqrt{3}) =$$

$$= 12 - 6\sqrt{3}$$

$$\begin{array}{r} 3\sqrt{3} + 3(\sqrt{3} - 1)^2 = 3\sqrt{3} + 12 - 3\sqrt{3} \\ 3\sqrt{3} \end{array}$$

$$\sqrt{3} - 1$$

$$x^2(x^2 + 2x)^2 = (\sqrt{3} - 1)^2 + 2\sqrt{3} - 2 = 3\sqrt{3} + 1 - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2 =$$

$$= 4$$

$$3x^2 = 3(\sqrt{3} - 1)^2 = 3 \cdot (4 - 2\sqrt{3}) = 12 - 6\sqrt{3}$$

$$2d = 4 - 3\sqrt{3}$$

$$6d = 12 - 6\sqrt{3}$$

$$d = 2 - \frac{3\sqrt{3}}{2} \quad (x^2 + 2x)^2 = ((\sqrt{3} - 1)^2 + 2\sqrt{3} - 2)^2 =$$

$$= 4 + 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 2 =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} \quad 2-\sqrt{3}+5=2\cdot\sqrt{2}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 2\sqrt{6+5x-x^2} - 5 \quad \sqrt{5}-\sqrt{2}+5=2\sqrt{10}$$

$$x+1 - 2\sqrt{6+5x-x^2} = 24+20x-4x^2 - \\ - 20\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$18\sqrt{6+5x-x^2} = -4x + 20x + 42 = \frac{42}{8} = \frac{324}{8}$$

$$x+1 = 6-x \quad x=\frac{2}{5} \quad 324 \cdot 6 = 1900 + 120 + 3200 \quad 336 \quad 320 \times 20 = 7620 \\ 7764 - 1944 = -180 \quad 24 = 1944 \quad 3360 - 1680 = \\ = 1740$$

$$324 \cdot 6 + 324 \cdot 5x - 324x^2 = 16x^4 + 400x^2 + 42^2 -$$

$$- 160x^3 - 8 \cdot 42x^2 + 80 \cdot 42x$$

$$16x^4 - 160x^3 + 324x^2 - 8 \cdot 42x^2 + 80 \cdot 42x - 324 \cdot 5x +$$

$$+ 42^2 - 324 \cdot 6 = 0$$

$$16x^4 - 160x^3 - 12x^2 + 1740x - 180 = 0$$

$$a+2d = 3x+3 \quad a+4d = (x^2+2x)^2 \quad a+8d = 3x^2$$

$$2((x^2+2x)^2 - 3x - 3) = 3x^2 - (x^2+2x)^2$$

$$2(3x^4 + \frac{12}{72}x^3 + \frac{12}{72}x^2 - \frac{6}{72}x - \frac{6}{72}) = 23x^4 + 12x^3 + 12x^2 - 6x - 6$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \overline{3x^2+3x+1} \\ x^4 + x^3 \\ \underline{-3x^3 - 3x^2} \\ \underline{+3x^3 + 3x^2} \\ -2x - 2$$

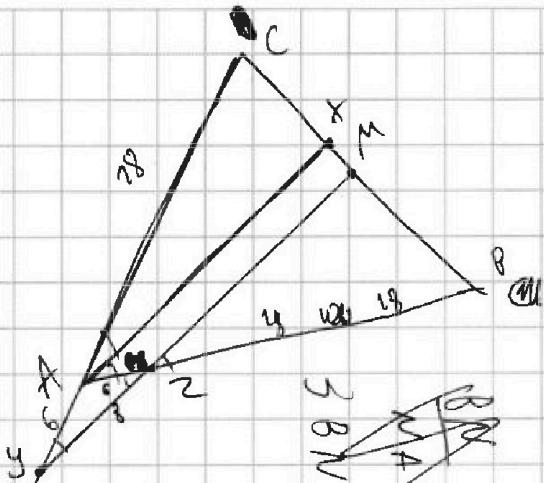
$$x^3 + 3x^2 - 2 = 0 \\ x^2(x+3)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AC = 18, AZ = 6, YZ = 8 \\ XC - ?$$

~~$$\frac{CX}{18} = \frac{6}{12}$$~~

$$249^3 \\ 83$$

~~$$\sqrt{18} = \sqrt{CX \cdot XM}$$~~

~~$$\sqrt{18} = \sqrt{CX \cdot XM}$$~~

~~$$\frac{CX}{18} = \frac{CX + XM}{8} \quad (20-2)^2 =$$~~

$$\frac{CX}{CM} = \frac{18}{24}$$

$$\frac{CX}{18} = \frac{CX + XM}{8} \quad = 400 - 80 + 4$$

$$36 + 64 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha = 36$$

$$\cos 2\alpha =$$

$$48 \cdot 8 = 1 \cdot 6 \cdot 8 \cos \alpha$$

$$= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha =$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3}$$

$$> \frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\sqrt{18^2 + 24^2 + 4 \cdot 24} \\ 324 + 576 + 96 =$$

$$= 900 \quad 996$$

$$1000 = 25 \cdot 40 \quad 250 \cdot 4 \\ 249 \cdot 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2$$

$$x^4 - y^4 = \sqrt{y} - \sqrt{x} + 5y^2 - 5x^2$$

$$(\sqrt{x})^4 - (\sqrt{y})^4 = \sqrt{y} - \sqrt{x} + 5((\sqrt{y})^4 - (\sqrt{x})^4)$$

$$((\sqrt{x})^4 - (\sqrt{y})^4)(((\sqrt{x})^4 + (\sqrt{y})^4)) = (\sqrt{y} - \sqrt{x}) + 5((\sqrt{y})^2 - (\sqrt{x})^2)$$

$$((\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2)((\sqrt{x})^2 + (\sqrt{y})^2) / ((\sqrt{x})^4 + (\sqrt{y})^4) = (\sqrt{y} - \sqrt{x}) + 5(\sqrt{y} - \sqrt{x})(\sqrt{y} + \sqrt{x}) / ((\sqrt{y})^2 + (\sqrt{x})^2)$$

$$\cancel{P}(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) / ((\sqrt{x})^2 + (\sqrt{y})^2) / ((\sqrt{x})^4 + (\sqrt{y})^4) = (\sqrt{y} - \sqrt{x})(1 + 5(\sqrt{y} + \sqrt{x})) / ((\sqrt{y})^2 + (\sqrt{x})^2)$$

$$\sqrt{x} - \sqrt{y} = 0 \quad \sqrt{x} = \sqrt{y}, \quad x = y \quad x \geq -1, \quad x \leq 6$$

$$\underbrace{\sqrt{x+1}}_a - \underbrace{\sqrt{6-x}}_b + 5 = 2\sqrt{6 + 5x - x^2}$$

$$a - b + 5 = 206$$

$$a + 5 = 206 + b$$

$$a + 5 = b(2a + 1)$$

$$b = \frac{a+5}{2a+1}$$

$$+ 1 + 6 - 4x + 25 +$$

$$+ 10\sqrt{x+1} - 10\sqrt{6-x} -$$

$$- 2\sqrt{(x+1)(6-x)} = 24 + 20x - 4x^2$$

$$\sqrt{6-x} = \frac{\sqrt{x+1} + 5}{2\sqrt{x+1} + 1}$$

~~$$2\sqrt{(6-x)(x+1)} = \sqrt{6-x} - \sqrt{x+1} - 5$$~~



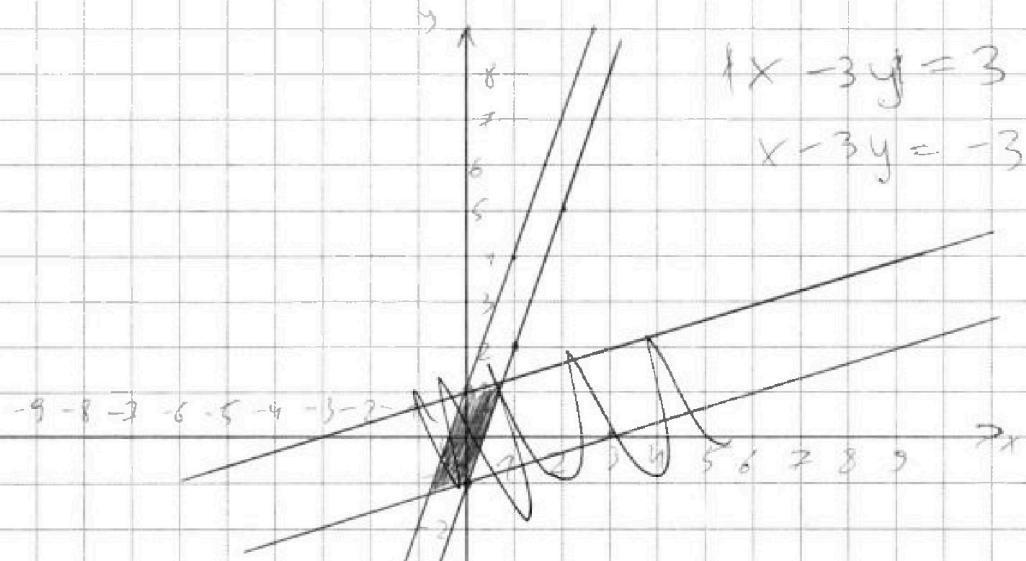
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2 \sqrt{6+5x-y^2} \quad |(x+3y) \leq 3$$



$$|3x - y|$$

$$3x - y = 1$$

$$3x - y = -1$$

$$4y + 8x$$

~~$$75 \cdot 6 = 420 + 5 \sqrt{10}$$~~

~~сток~~

~~$$300 + 300 = 90 = 510$$~~

~~$$m(n+m-3) = 30 \cdot 10 = 300 = 75 \cdot 4$$~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^4 - y^4 + 5x^2 - 5y^2 = \sqrt{y} - \sqrt{x}$$

$$\begin{array}{l} \cancel{x=0} \\ x=y \end{array}$$

$$2(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x^2 - y^2) = \sqrt{y} - \sqrt{x}$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2 + 5) = \sqrt{y} - \sqrt{x}$$

$$(\sqrt{y} - \sqrt{x})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) / (x + y) =$$

$$(x^2 + y^2 + 5) = \sqrt{y} - \sqrt{x}$$

~~(x+y)(x-y)(x^2+y^2+5)~~

$$4 \geq x - y$$

$$8 \geq 88 - 8$$

$$4 \geq h + hx - x$$

$$8 \geq h + hx - x$$

$$\begin{cases} 13x - y \leq 1 \\ 3y - x \leq 3 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 8425 \\ 429 \\ + 858 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$42$$

$$1 - (9 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 1)$$

$$2 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 2$$

$$2 \cdot 8 \cdot 6$$

$$3 \cdot 2 \cdot 9 = 54$$