



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 11 КЛАСС. Вариант 1

1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен  $\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}$ , девятый член равен  $x + 3$ , а пятнадцатый член равен  $\sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $2 : 5$ , считая от вершины  $C$ .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $100 \times 400$ . Сколько способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a < b$ ,
- число  $b - a$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a^2 + b = 710$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых грани равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1

$$(25x-9)(x-6) > 0$$

$$x \in \mathbb{R} \quad \text{т.к. } b_i \in \mathbb{R} \Rightarrow \frac{(25x-9)}{(x-6)^2} > 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -\frac{9}{25}] \cup (6; +\infty)$$

$$b_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} = b_1 \cdot 9^{\frac{1}{2}}$$

$b_1$  - первый член прогрессии  
 $9$  - коэф.

$$b_9 = x+3 = b_1 \cdot 9^{\frac{8}{2}}$$

$$b_{15} = \sqrt{\frac{(25x-9)(x-6)}{(x-6)^3}} = b_1 \cdot 9^{\frac{14}{2}}$$

$$\begin{aligned} b_{15} \cdot b_7^3 &= b_1^4 \cdot 9^{18} \cdot 9^{11} = (b_1 \cdot 9^{\frac{3}{2}})^4 = (25x-9)(x-6) \cdot \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot \sqrt{\frac{(25x-9)}{(x-6)^3}} = \\ &= (25x-9)(x-6) \cdot \frac{|25x-9|}{|x-6|} = (25x-9)^2 \Rightarrow b_1 \cdot 9^{\frac{8}{2}} = \sqrt[8]{(25x-9)^2} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow b_1^{\frac{8}{2}} \sqrt[8]{(25x-9)^2} = x+3 \Rightarrow \cancel{x+3}$$

$$\begin{cases} \sqrt[8]{(25x-9)^2} = x+3 \\ x+3 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |25x-9| = x^2 + 6x + 9 \\ x+3 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\sqrt[8]{(25x-9)^2} = x+3 \\ x+3 \leq 0 \end{cases}$$

$$1) 25x-9 \geq 0 \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = 25x-9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - 19x + 18 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=18 \end{cases} \begin{cases} 2-3 \\ 2-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \text{подходит,} \\ \text{подходит} \end{matrix}$$

$$2) 25x-9 \leq 0 \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = -25x + 9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 + 31x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-31 \end{cases} \begin{cases} 2-3 \\ 2-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \text{не подходит,} \\ \text{не подходит} \end{matrix}$$

$$\begin{cases} |25x-9| = x^2 + 6x + 9 \\ x+3 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (25x-9) = x^2 + 6x + 9 \\ x+3 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow x^2 + 31x = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-31 \end{cases} \begin{cases} 2-3 \\ 2-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \text{не подходит,} \\ \text{подходит} \end{matrix}$$

~~хорошо~~ ~~хорошо~~ ~~хорошо~~

~~хорошо~~ ~~хорошо~~ ~~хорошо~~

~~хорошо~~ ~~хорошо~~ ~~хорошо~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Гусевка:

$$x=1 \text{ не подходит, т.к. } (25x-9)(x-6) < 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow b_2 \in \mathbb{R}$$

$x = -31$  не подходит. Т.к.  $b_2 > 0$ ,  $b_3 < 0$ , а такого не может быть, т.к.  $\frac{b_3}{b_2} = q^2 \geq 0$ , а при  $x = -31$   $q^2 < 0 \Rightarrow$  противоречие

$$x=0 \text{ подходит } b_2 = 3\sqrt{6}$$
$$b_3 = 3$$
$$b_{15} = \frac{3}{3\sqrt{6}}$$
$$q = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$x=18 \text{ подходит } b_2 = 21\sqrt{12}$$
$$b_3 = 21$$
$$b = \frac{21}{21\sqrt{12}}$$
$$q = \frac{1}{\sqrt{12}}$$

Ответ:  $\{0; 18\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$p \cos 3x +$

$$p(4 \cos^2 x - 3 \cos x) + \cos x (3p + 12) = 12 \cos^2 x - 6 + 10$$

$$\cos x (p \cdot 4 \cos^2 x - 3p + 3p + 12) = 12 \cos^2 x + 4$$

$$\cos x (p \cdot 4 \cos^2 x + 12) = 12 \cos^2 x + 4$$

Пусть  $a = \cos x$ , тогда  $a \in [-1; 1]$

$$4p \cdot a^3 - 12a^2 + 12a - 4 = 0$$

$$f(a) = pa^3 - 3a^2 + 3a - 1 = 0 \Rightarrow$$

$$\cancel{pa^3} - 3a^2 + \cancel{3a} - \cancel{1}$$

$$pa^2 - f'(a) = 3pa^2 - 6a + 3 \Rightarrow 3/pa^2 - 2a + 1 \geq 0$$

при  $p > 1 \Rightarrow$  при  $p > 1$   $f(a) \neq 0$

$$f(1) = p \cdot 1^3 - 1 = p - 1 > 0 \text{ при } p > 1$$

$$f(-1) = -p - 2 < 0 \text{ при } p > 1$$

$$f(a) = (pa)^3 - (a-1)^3 + (p-1)a^3 \Rightarrow f(a) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{a-1}{a}\right)^3 = 1-p \Rightarrow \left(1 - \frac{1}{\cos x}\right)^3 = 1-p \Rightarrow p \neq 0$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{1}{\cos x} = \sqrt[3]{1-p} \Rightarrow \frac{1}{\cos x} = \sqrt[3]{1-p} - 1$$

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}, \text{ чтобы решенное было } 0,$$

$$\text{значит, надо } \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} \in [-1; 1] \Leftrightarrow \sqrt[3]{1-p} \in [0; 2]$$

$$\sqrt[3]{1-p} \in (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$$

$$1-p \in (-\infty; 0] \cup [8; +\infty)$$

$$p-1 \in (-\infty; -8] \cup [0; +\infty) \Rightarrow p \in (-\infty, -7] \cup [1; +\infty)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$$

$$\text{При этих } p \quad x = \pm \arccos \left( \frac{1}{\sqrt[3]{p-1}} \right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Однако при  $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$

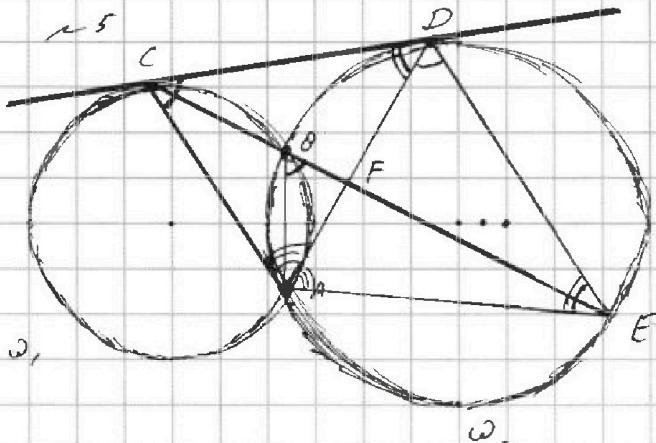
$$x = \pm \arccos \left( \frac{1}{\sqrt[3]{p-1}} \right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$ED \neq CD - ?$

$AD \cap CE = F$

$$\frac{CF}{FE} = \frac{2}{3}$$

1)  $\angle ACD = 0.5^\circ - CA = 180^\circ - \angle ABE$  (т.к.  $CD$  - касатка  $\omega_1$ )  
 $\angle ACD = \angle ADC = 180^\circ - \angle ABE$   
 $\angle ABE = \angle ADE$  (из  $\triangle ABE$ ,  $\angle ABE = \angle ADE$ )

$$\Rightarrow \angle ACD = 180^\circ - (180^\circ - \angle ADE) = \angle ADE$$

2)  $\angle CDA = \angle DEA$  (т.к.  $CD$  - касатка  $\omega_2$ )  
 $\angle ACD = \angle ADE$  (из п. 1)  
 $\Rightarrow \triangle ACD \sim \triangle ADE$  - подобны

$\Rightarrow \text{аналогично}$   
 $\angle CAD = \angle DAE \Rightarrow \frac{S_{\triangle ACF}}{AC} = \frac{S_{\triangle AFE}}{AE} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ACF}}{S_{\triangle AFE}} = \frac{AC}{AE} = \frac{h \cdot CF}{h \cdot FE} = \frac{2}{3}$   
 $\frac{ED}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AD} = k - \text{коэф. подобия } \triangle$

$$\Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{2}{3} = \frac{r_1}{r_2} \quad (\text{т.к. } E \text{ - общая т.с при}$$

$\angle CCE)$

$\text{поворотной гомотии с центром } A$

$$CD^2 = CB \cdot CE$$

( $\text{ст. } \omega_2$ )

Ответ:  $\frac{2}{3}$

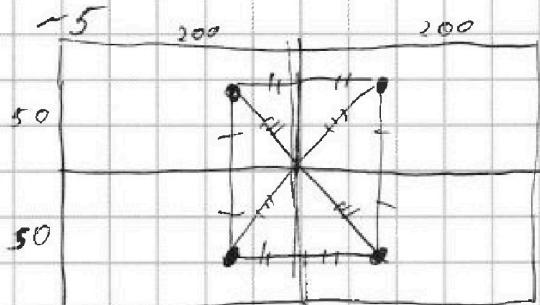
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



→ рис. для № 1

1) Понимаем, что если первая раскраска однозадачи симметрична относительно центруса, и какой-то оси, то она сим. ее есть и относительно другой оси. А так же, что если одна сим. относ 2-ух осей, то она так же сим. относ. центра.

Это легко понять след. образом:  
рассмотрим закр. клетку и понимаем  
на её образце при 2-ух симметриях,  
получим 3 образца, которые образуют  
прямоугольник с центром в центре исход-  
ного прямоугл.  $400 \times 100$ , так сделаем для  
каждой точки и получим, что раскраска сим.  
относ. 2-ух осей и центра.

2) Сделать раскр., сим. относ. 1-ой оси  $C_{20000}^4$  (т.к.  
хотя бы)  
достаточно расположить 4 клетки в одной полу-  
волне, а потом отразить

Сделать раскраску, сим. относ. центра ТАК ЖЕ  
 $C_{20000}^4$  способов, т.к. достаточно раскрасить 4 клетки  
в 1-ой половине большого прямоугл., а затем  
отразить эту половину, относ. центра  
прямогл.  $100 \times 100$ .

Таким образом осталось вычесть из  $C_{20000}^4 \cdot 3$   
один из случаев, и получим ответ.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Как мы доказали ранее, если раскр. сим.  
относительно 2-ух осей или верн. симметрии,  
то одна сим. относит. 2-ух осей и центра,  
=> мы можем пересечение 2 линий  
раза. Раскрасок, когда эти точки сим. относ.  
и 2-ух осей и центра  $C_{10000}^4$ , т.к. достаточно  
поставить 4 клетки в 1-ой четверти,  
а затем эти построения образуют видр. гоек.  
Число способов сделать нужную раскр.  $C_{20000}^8 +$   
 $+ C_{20000}^3 + C_{20000}^8 - 2 \cdot C_{10000}^4 = 3C_{20000}^8 - 2C_{10000}^4$   
Отв.  $3C_{20000}^8 - 2C_{10000}^4$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

+6

(a, b, c) ∈ ℤ

$$\begin{cases} a < b \\ 16-a \geq 3 \\ (a-c)(b-c) = p^2 \\ a^2 + b = 710 \end{cases}$$

т.к. ~~без~~  $a < b$ ,  $a-c < b-c$

$(a-c)(b-c) = p^2$ ,  $\exists p^2$  делится только  $1; -1; p; -p; p^2; -p^2$

⇒

$$\Rightarrow \begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \end{cases}$$

(окончание варианта не возможен.)

$$\begin{cases} a-c = -p^2 \\ b-c = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b-a = p^2 - 1, \text{ т.к. } \begin{cases} p^2 \equiv 1 \pmod{3} \\ p = 3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b-a \equiv 3 \\ b-a = 3^2 - 1 \end{cases}$$

=)

$$\Rightarrow b-a = 8 \Rightarrow a = b-8$$

Решим. уравнение  $a^2 + b = 710$ , т.к.  $a = b-8 = 1$

$$\Rightarrow (b-8)^2 + b = 710 \Rightarrow b^2 - 16b + 64 + b = 710 \Rightarrow b^2 - 15b - 646 = 0$$

$$\Rightarrow (b-34)(b+19) = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = 34 \Rightarrow a = 26 \\ b = -19 \Rightarrow a = -27 \end{cases} \quad \begin{cases} b-c = 10 \\ b-c = -19 \end{cases} \quad \begin{cases} c = 25 \\ c = -18 \end{cases}$$

Проверка:  $\begin{cases} a=26 \\ b=34 \\ c=25 \end{cases} \quad \begin{cases} a=-27 \\ b=-19 \\ c=-18 \end{cases}$  Оде тройки подходит

$$a < b \quad a < b$$

$$b-a \equiv 3 \quad (b-a)/3$$

$$(a-c)(b-c) = 9 = 3^2$$

$$a^2 + b = 710$$

$$a^2 + b = 729 - 19 = 710$$

$$a, b \in \mathbb{Z}$$

$$a, b \in \mathbb{Z}$$

Ответ:  $(26; 34; 25) \quad (-27; -19; -18)$

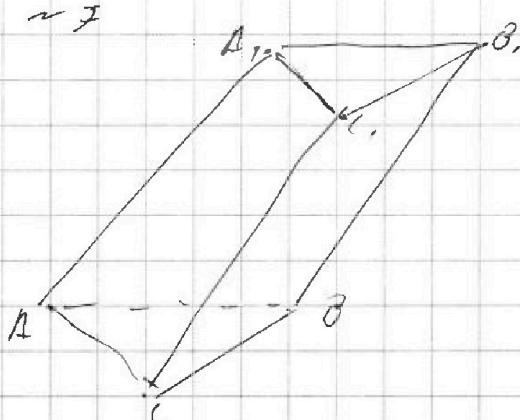


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Алг  $\Delta ABC$ ,  $A, B, C$  - неподобна

$$AB = 1$$

$$S_{AA, C, C} = 3 = S_{AA, B, B}$$

$$S_{CC, B, B} = 2$$

$$AB = 1$$

$$S_{AA, C, C} = S_{AA, B, B} = 3 \Rightarrow \text{т.к. } \Delta A, C, C \sim \Delta A, B, B -$$

найдено подобие с равными основаниями  
 $\Rightarrow$  их высоты равны  $\Rightarrow$  грани

$\Delta A, C, C \sim \Delta A, B, B$  - найдено по 2 оценим  
 условия подобия:

$$h_1 = h_2 = 3/1 = 3$$

$h_1 \infty$

$$h_3 = 2/1 = 2$$

Сложившись этого получим общий  $= 2\sqrt{2}$

Ответ:  $2\sqrt{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

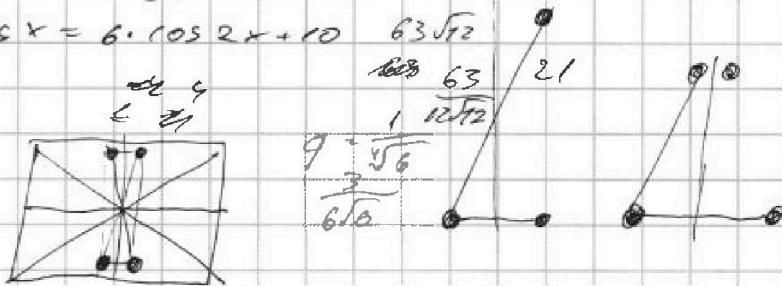
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$50 \cdot 25 = 50 \cdot 9 - 9 = 9 \cdot 49 \cdot 12$$

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cdot \cos 2x + 10$$

$$2p \leftarrow 3p+4$$

Чертеж

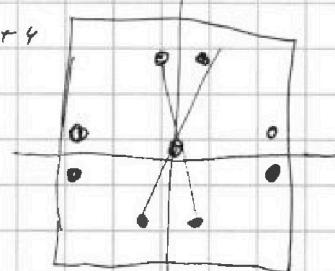


$$(4 \cos^3 x - 3 \cos x) p + 3(p+4) \cos x = 6 \cdot 12 \cos^2 x + 10$$

$$\cos p \cos x \cdot (p \cdot (4 \cos^2 x - 3) + 3p+4) = 12 \cos^2 x + 10$$

$$\cos x (4p \cos^2 x - 3p + 3p + 12) = 12 \cos^2 x + 10$$

$$\cos x (p \cos^2 x + 3) = 3 \cos^2 x + 1$$



$$a(p \cdot a^2 + 3) = 3a^2 + 1$$

$$p \cos^2 x - 3 \cos x + 3 = \frac{1}{\cos x}$$

$$pa^3 - 3a^2 + 3a - 1 = 0$$

$$3pa^2 - 6a + 3 = 0$$

$$\cos x = \pm \sqrt{6}$$

3

$$x^4 = 9$$

$$x^2 = 3 \quad -p - 3 + 3 - 1 = -p - 2$$

$$x = \pm \sqrt{3} \quad p - 3 + 3 - 1 = p - 1$$

$$100 \cdot 200$$

$$200000 \quad 400$$

$$C_{20000}^4 + C_{20000}^4 + C_{20000}^4$$

$$- C_{10000}^4 = 3(C_{20000}^4 - C_{10000}^4)$$

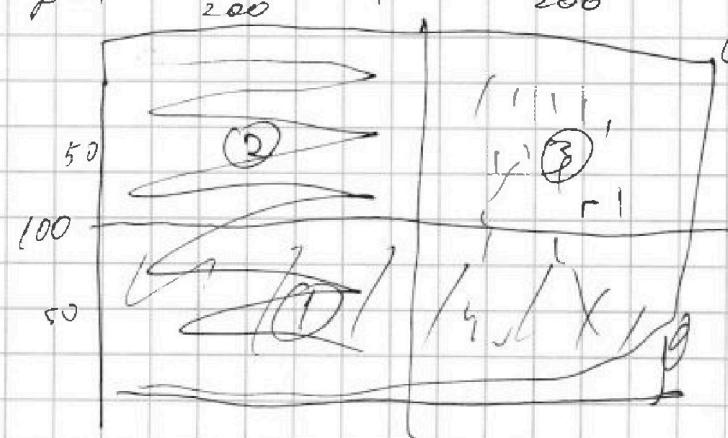
$$C_{10000}^4$$

$$x^2 = 5$$

$$x + 4 < 1$$

$$x^2 - 4x + 9 > 20$$

$$x^2 - 2^2 > 20 \quad x \in (-\infty, -4)$$



$$x^4 = a^2$$

$$x^2 = 101$$

$$x = \pm \sqrt{101}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$270 - 10 =$$

$$64612$$

$$323$$

$$\frac{523}{12} \quad \frac{12}{109}$$

$$\times 12$$

$$18^2 - 1 =$$

$$\times CR$$

$$\frac{22}{22}$$

$$3231$$

$$5$$

$$\frac{12}{13}$$

$$\frac{19}{153}$$

$$= 11 \cdot 9 - 1 =$$

$$b_7 \sqrt{25x-9} = 6$$

$$x+3$$

$$17$$

$$\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

$$x^2 = 7$$

$$= 324 - 1 =$$

$$6 \cdot 9^6$$

$$6 \cdot 9^6$$

$$19$$

$$6 \cdot 6^{14}$$

$$OD3$$

$$34 - 19 =$$

$$2884 \quad 169 \cdot 4 + 34 =$$

$$400 + 276 + 34 = 3000$$

$$(25x-9)(x-6) \geq 0$$

$$x \in (-\infty; \frac{9}{25}) \cup (6; +\infty)$$

$$b_2 \cdot b_{15} = b_{11}^2 - \frac{25-9}{x-6} \Rightarrow b_{11} = \sqrt{\frac{25-9}{x-6}} = 6 \cdot 9^6.$$

$$(6 \cdot 9^6)^3 \cdot 6 \cdot 6^{14} = 6^9 \cdot 6^{14} = (6 \cdot 9)^{42} = (25x-9)(x-6) \cdot \sqrt{x-6} =$$

$$\Rightarrow (25x-9)^2 \Rightarrow 6 \cdot 9^6 = b_9 = \sqrt{25x-9} = x+3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 25x-9 = x^2 + 6x + 9 \Rightarrow x^2 - 29x - 18 = 0$$

$$a < b$$

$$10$$

$$a^2 + 210 =$$

$$\begin{cases} p=3 \\ p=1mod7 \end{cases}$$

$$6 \not\equiv a \pmod{3}$$

$$12$$

$$a \equiv 1 \pmod{3}$$

$$(a-c)(b-c) = p^2 \cdot 0^2$$

$$21$$

$$a \equiv 1 \pmod{3}$$

$$a^2 + b^2 = 210$$

$$21$$

$$a \equiv 1 \pmod{3}$$

$$\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases}$$

$$10$$

$$a \equiv 1 \pmod{3}$$

$$\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=-p^2 \end{cases}$$

$$11$$

$$a \equiv 1 \pmod{3}$$

$$b^2 - 15b + 64 = 210$$

$$12$$

$$a \equiv 1 \pmod{3}$$

$$b^2 - 15b - 646 = 0$$

$$13$$

$$a \equiv 1 \pmod{3}$$

$$(b-3)^2 + b = 210$$

$$14$$

$$a \equiv 1 \pmod{3}$$

$$b-a = p^2 - 1$$

$$p^2 \mid b-a$$

$$b-a = p^2 - 1$$

$$b-a = p^2 - 1$$

$$a = b - p^2 + 1$$

$$p^2 \mid a$$

$$b-a = p^2 - 1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$y+2 = (x+2)^2 + 4$$

$$x+5 = x$$

$$\begin{aligned} x+5 + 1 &= x - 42 - 2\sqrt{(x+5)(x-42)} \\ &= 610 - 42 - 2\sqrt{x^2 - 4x^2 - 5x + 5 - 202} \\ &= 10 - 42 - 2\sqrt{-x^2 - 4x^2 - 4x^2 + 5 - 202} \end{aligned}$$

~~$y+2 = 2x^2 + 2$~~

$$x+5 + 1 - x - 42 = 2\sqrt{-x^2 - 4x^2 - 4x^2 + 5 - 202} + 16 + 4\sqrt{x+5} + 4\sqrt{1-x-42} =$$

$$= 4y - 16x - 16 - 4x^2 - 42$$

$$p(\cos 3x + 3(p+4)\cos x) = 6\cos 2x + 10$$

$$p(4\cos^3 x - 3\cos x) \quad \cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

$$\cos x (4p \cos^2 x - 3p + 3p + 12) = 8\cos x \cdot 12\cos^2 x + 4$$

$$\cos x (4p \cos^2 x + 12) = 12\cos^2 x + 4$$

$$\cos x (p \cos^2 x + 3) = 3\cos^2 x + 1$$

$$3(p\cos^2 x + 1) = 3\cos^2 x + 1$$

$$px^3 + 3x - 3x^2 - 1 = 0 \quad x \in [-1; 1]$$

$$3px^2 + 3 - 6p = 0 \quad px^2$$

$$\begin{cases} p < 0 \\ x = 1 \\ p = 1 \end{cases}$$

$$px^2 = \frac{6p-3}{3}$$

$$p > 1 \Rightarrow 3px^2 + 3 - 6x = 0$$

$$px^2 + 1 - 2x = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



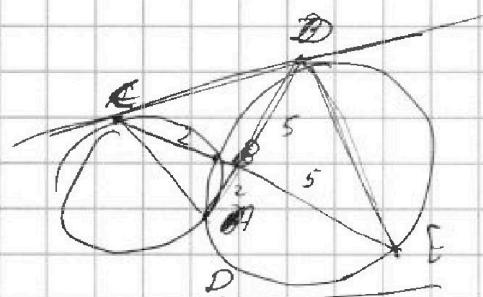
СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1 11

5

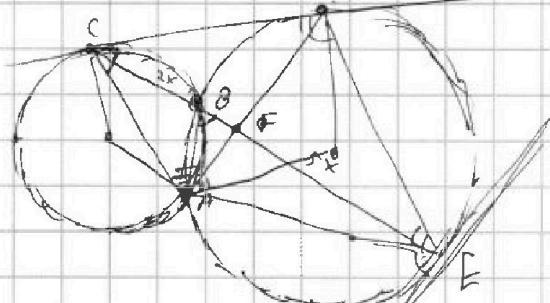
6



AGE  
SIMAGE

ED  
CD

A.J.



$$CB \cdot CE = CD^2$$

$$CD - 2x = CD^2$$

14 5  
14

$$\frac{AE}{AD} = \frac{\sin ADE}{\sin DAE}$$

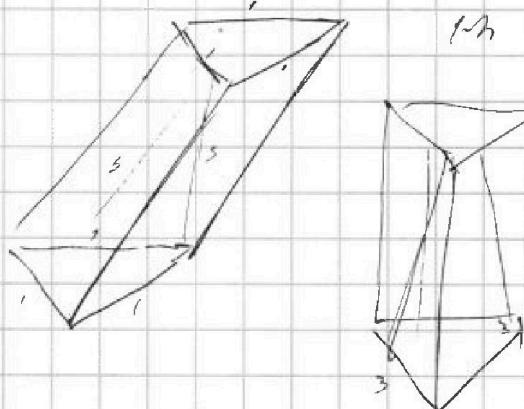
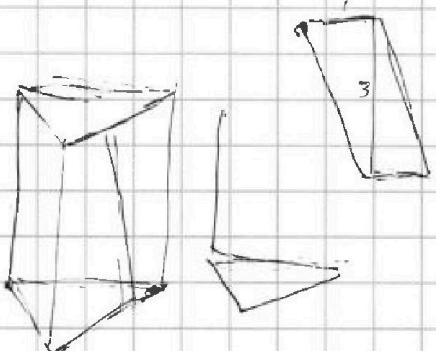
$$\frac{CD}{AE} = \frac{AC}{AD} = \frac{a}{AD}$$

$$\triangle ACD \sim \triangle ADE$$

$$A^2 = \text{Diag}$$

$$AC \cdot AE = 2x^2$$

$$AFER = \frac{AC}{AE} = \frac{SAFE}{SAFE} = \frac{2}{5}$$



1

三