



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}, \text{ девятый член равен } x + 3, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $2 : 5$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $100 \times 400$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a < b$ ,
- число  $b - a$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a^2 + b = 710$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1

$$x \in \mathbb{R} \quad \text{т.к. } b_i \in \mathbb{R} \Rightarrow \left. \begin{matrix} (25x-9)/(x-6) > 0 \\ \frac{25x-9}{x-6} > 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow x \in (-\infty; \frac{9}{25}] \cup (6; +\infty)$$

$$b_2 = \sqrt{(25x-9)/(x-6)} = b_1 \cdot 9^6 \quad b_1 - \text{первый элемент прогр.}$$

$$b_3 = x+3 = b_1 \cdot 9^0$$

$$b_{15} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} = b_1 \cdot 9^4$$

$$b_{15} \cdot b_2^3 = b_1^4 \cdot 9^{18} \cdot 9^{14} = (b_1 \cdot 9^8)^4 = (25x-9)/(x-6) \cdot \sqrt{(25x-9)/(x-6)} \cdot \sqrt{(x-6)^3} =$$

$$= (25x-9)/(x-6) \cdot \frac{25x-9}{x-6} = (25x-9)^2 \Rightarrow b_1 \cdot 9^8 = \sqrt{25x-9} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b_1 = \sqrt{25x-9} = x+3 \Rightarrow x=3$$

$$\begin{cases} \sqrt{25x-9} = x+3 \\ x+3 \geq 0 \\ -\sqrt{25x-9} = x+3 \\ x+3 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |25x-9| = x^2+6x+9 \\ x+3 \geq 0 \end{cases}$$

$$1) 25x-9 \geq 0 \Rightarrow x^2+6x+9 = 25x-9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2-19x+18 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=18 & \frac{20}{25} \geq \frac{9}{25} \Rightarrow \text{подходит} \\ x=1 & \frac{2}{25} < \frac{9}{25} \Rightarrow \text{не подходит} \end{cases}$$

$$2) 25x-9 \leq 0 \Rightarrow x^2+6x+9 = -25x+9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2+31x=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 & \frac{2}{25} < \frac{9}{25} \Rightarrow \text{не подходит} \\ x=-31 & \leq -3 - \text{не подходит} \end{cases}$$

$$\begin{cases} |25x-9| = x^2+6x+9 \\ x+3 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |25x-9| = x^2+6x+9 \\ x+3 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow x^2+31x=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=0 & \frac{2}{25} < \frac{9}{25} \Rightarrow \text{не подходит} \\ x=-31 & \leq -3 - \text{не подходит} \end{cases}$$

~~не подходит~~  
~~не подходит~~

~~не подходит~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Проверка:

$x=1$  не подходит, т.к.  $(25x-9)(x-6) < 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow b_2 \in \mathbb{R}$

$x=-31$  не подходит. т.к.  $b_2 > 0$ ,  $b_9 < 0$ , а  
такого не может быть, т.к.  $\frac{b_9}{b_2} = q^2 \geq 0$ , а при  $x=-31$   
 $q^2 < 0 \Rightarrow$  противоречие

$x=0$  подходит  $b_2 = 3\sqrt{6}$   
 $b_9 = 3$   ~~$q = \frac{1}{\sqrt{6}}$~~   
 $b_5 = \frac{2}{6\sqrt{6}}$   $q = \frac{1}{\sqrt{6}}$

$x=18$  подходит  $b_2 = 25\sqrt{12}$   
 $b_9 = 21$   $q = \frac{1}{\sqrt{12}}$   
 $b = \frac{25}{\sqrt{12}}$

Ответ:  $\{0; 18\}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
/ ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos^2 x + 10$$

$$p \cos 3x +$$

$$p(4 \cos^2 x - 3 \cos x) + \cos x(3p+12) = 12 \cos^2 x - 6 + 10$$

$$\cos x (p \cdot 4 \cos^2 x - 3p + 3p + 12) = 12 \cos^2 x + 4$$

$$\cos x (4p \cos^2 x + 12) = 12 \cos^2 x + 4$$

Пусть  $a = \cos x$ , тогда  $a \in [-1; 1]$

$$4p \cdot a^3 - 12a^2 + 12a - 4 = 0$$

$$f(a) = pa^3 - 3a^2 + 3a - 1 = 0$$

$$f'(a) = 3pa^2 - 6a + 3 = 3(pa^2 - 2a + 1) \geq 0$$

или  $p \geq 1 \Rightarrow$  или  $p \geq 1$   $f(a) \uparrow$

$$f(1) = p - 1 \geq 0 \text{ или } p \geq 1$$

$$f(-1) = -p - 2 < 0 \text{ или } p \geq 1$$

$$f(a) = (p-1)(a-1)^3 + (p-1)a^3 \Rightarrow f(a) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{a-1}{a}\right)^3 = 1-p \Rightarrow \left(1 - \frac{1}{\cos x}\right)^3 = 1-p \Rightarrow p \neq 0$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{1}{\cos x} = \sqrt[3]{1-p} \Rightarrow \frac{1}{\cos x} = \sqrt[3]{1-p} - 1$$

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}, \text{ чтобы решение было,}$$

нужно, чтобы  $\frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} \in [-1; 1] \Rightarrow$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{1-p} - 1 \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$$

$$\sqrt[3]{1-p} \in (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$$

$$1-p \in (-\infty; 0] \cup [8; +\infty)$$

$$p-1 \in (-\infty; -8] \cup [0; +\infty) \Rightarrow p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$$

$$\text{При этих } p \quad x = \pm \arccos \left( \sqrt[3]{|p-1|} - 1 \right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: при } p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$$

$$x = \pm \arccos \left( \sqrt[3]{|p-1|} - 1 \right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

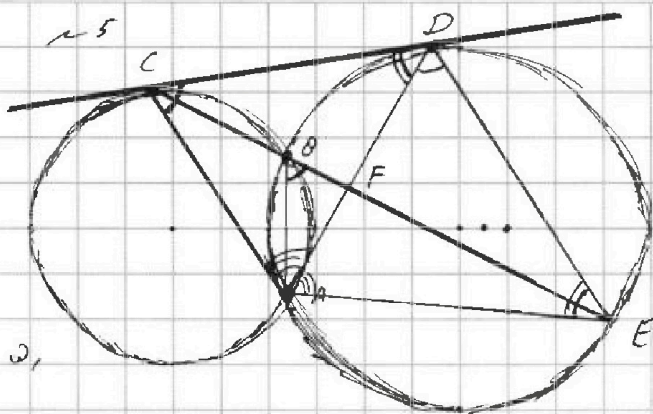


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$ED \parallel CD - ?$

$AD \cap CE = F$

$$\frac{CF}{FE} = \frac{2}{3}$$

1)  $\angle ACD = 90^\circ - \angle CA = 180^\circ - \angle ABE$  (т.к. CD - касат.)  
 $\angle ACD = \angle ABC = 180^\circ - \angle ABE$   
 $\angle ABE = \angle ADE$  (из впис. ABDE)  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle ACD = 180^\circ - (180^\circ - \angle ADE) = \angle ADE$$

2)  $\angle CDA = \angle DEA$  (т.к. CD - касат к  $\omega_2$ )  
 $\angle ACD = \angle ADE$  (из п. 1)  $\Rightarrow \triangle ACD \sim \triangle ADE$  - подобны =,

$$\Rightarrow \angle CAD = \angle DAE \Rightarrow \frac{S_{DAFC}}{AC} = \frac{S_{DAFE}}{AE} \Rightarrow \frac{S_{DAE}}{S_{DAFE}} = \frac{AC}{AE} = \frac{h \cdot CF}{h \cdot DE} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AD} = k - \text{коэф. подобия } \Delta$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{2}{5} = \frac{r_1}{r_2} \quad (\text{т.к. } O \in CE)$$

(т.к. все E - образ т. C при поворотной гомотетии с ц. O и к. 1/5)

$$CD^2 = CB \cdot CE$$

(свойство)

Ответ:  $\frac{2}{5}$



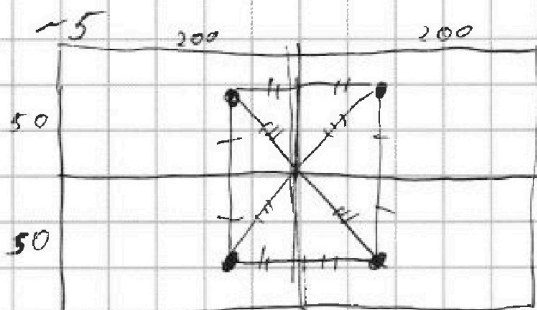
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



← рис. для П. 1

1) Попробуем, что если товар раскраска обладает

симметрией относительно центра, и какой-то оси, то она сим. еще и относительно другой оси. А так же ж.е., что если она сим. относ. 2-ух осей, то она так же сим. относ. центра.

Это легко понять след. образом:

рассмотрим закр. клетку и рассмотрим на её образ при 2-ух симметриях, получится 3 образа, которые образуют прямоугольник с центром в центре исходного прямоуго.  $400 \times 100$ , так сделаем для каждой точки и получим, что раскраска сим. относ. 2-ух осей и центра.

2) Сделать раскр. сим. относ. 1-ой оси  $C_{20000}^4$  (т.к. досплатом расположить 4 клетки в одной половине, а потом отразить

Сделать раскраску, сим. относ. центра так же  $C_{20000}^4$  способов, т.к. досплатом раскрасить 4 клетки в 1-ой половине большого прямоуго., а затем отразить эту половину, относ. центра прямоуго.  $400 \times 100$

Таким образом осталось вычислить из  $C_{20000}^4 \cdot 3$  общие случаи, и получим ответ.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Как мы доказали ранее, если раскр. сим.  
относительно 2-ух осей или оси и центра,  
то она сим. относит. 2-ух осей и центра,  
=> мы рассмотрим пересечение 2 линий  
раза. Раскрасок, когда <sup>запр. клетки</sup> одна точка сим. относ.  
и 2-ух осей и центра  $C_{10000}^4$ , т.к. достаточно  
поставить 4 клетки в 1-ой четверти,  
а затем они построит образы вобр. точек.  
Итого способов сделать нужную раскр.  $C_{20000}^8 +$   
 $+ C_{20000}^3 + C_{20000}^2 - 2 \cdot C_{10000}^4 = 3C_{20000}^8 - 2C_{10000}^4$   
Ответ:  $3C_{20000}^8 - 2C_{10000}^4$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a < b$

$(a, b, c) \in \mathbb{Z}$

$$\begin{cases} a < b \\ (b-a) \not\equiv 3 \\ (a-c)(b-c) = p^2 \\ a^2 + b = 710 \end{cases}$$

Т.к. ~~для~~  $a < b \Rightarrow a-c < b-c$

$(a-c)(b-c) = p^2$ ,  $\Rightarrow p^2$  делится только  $(1; -1; p; -p; p^2; -p^2)$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \\ a-c = -p^2 \\ b-c = -1 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{(остальные варианты невозможны -} \\ \text{НВН, т.к. } a-c < b-c) \end{matrix}$$

$$\Rightarrow b-a = p^2 - 1, \text{ т.к. } \begin{cases} p^2 \equiv 1 \pmod{3} \\ p = 3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b-a \not\equiv 3 \\ b-a = 3^2 - 1 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{- невозможно, т.к. по усл. } (b-a) \not\equiv 3 \\ \end{matrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b-a = 8 \Rightarrow a = b-8$$

Решим уравнение  $a^2 + b = 710$ , т.к.  $a = b-8 \Rightarrow$

$$\Rightarrow (b-8)^2 + b = 710 \Rightarrow b^2 - 16b + 64 + b = 710 \Rightarrow b^2 - 15b - 646 = 0$$

$$\Rightarrow (b-34)(b+19) = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = 34 \Rightarrow a = 26 \Rightarrow 26-c = 1 \Rightarrow c = 25 \\ b = -19 \Rightarrow a = -27 \Rightarrow b-c = -19-c = -1 \Rightarrow c = -18 \end{cases}$$

Проверка:  $\begin{cases} a=26 \\ b=34 \\ c=25 \end{cases} \quad \begin{cases} a=-27 \\ b=-19 \\ c=-18 \end{cases}$  Все тройки подходят

$a < b \oplus$	$a < b \ominus$
$b-a \not\equiv 3 \oplus$	$(b-a) \not\equiv 3 \oplus$
$(a-c)(b-c) = 9 = 3^2 \oplus$	$(a-c)(b-c) = 9 = 3^2$
$a^2 + b = 710 \oplus$	$a^2 + b = 729 - 19 = 710 \oplus$
$a, b \in \mathbb{Z} \oplus$	$a, b \in \mathbb{Z} \oplus$

Ответ:  $(26; 34; 25) \quad (-27; -19; -18)$

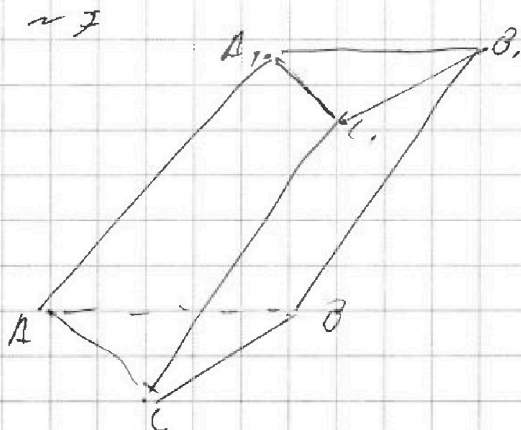


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
/ ИЗ /

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Ал.  $ABCA_1B_1C_1D_1$  - *кудрин*

$$AB = 1$$

$$S_{AA_1C_1C} = 3 = S_{AA_1B_1B}$$

$$S_{CC_1B_1B} = 2$$

$$AB = 1$$

$$S_{AA_1C_1C} = S_{AA_1B_1B} = 3 \Rightarrow \text{т.к. } AA_1C_1C \text{ и } AA_1B_1B -$$

параллелограммы с равными основаниями

$\Rightarrow$  их высоты равны  $\Rightarrow$  грани

$AA_1C_1C$  и  $AA_1B_1B$  - параллельны по одной

стороне т.к.

$$h_1 = h_2 = 3/1 = 3$$

$h_3 = 2$

$$h_3 = 2/1 = 2$$

С помощью этого получим объем =  $2\sqrt{2}$

(Ответ)  $2\sqrt{2}$



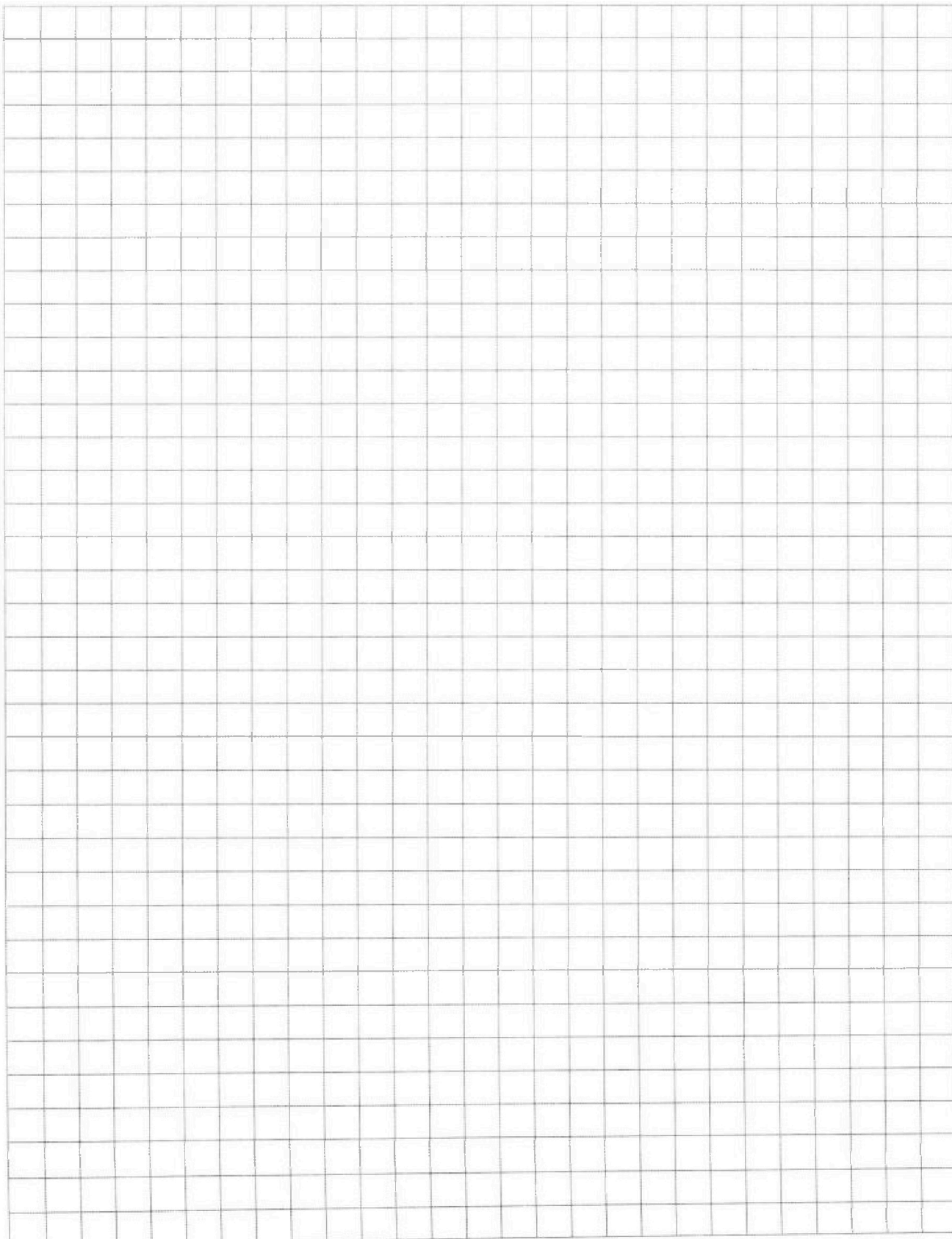


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_\_ ИЗ \_\_\_

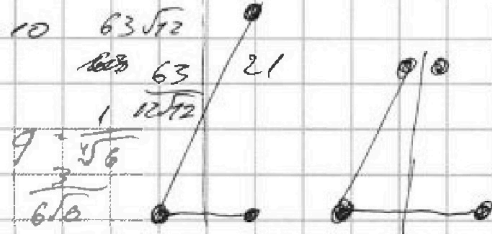
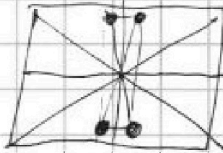
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$50 \sqrt{2} = 50 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 25 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 12$$

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cdot \cos 2x + 10 \quad 63\sqrt{2}$$

$$2p \leq 3p+4$$

4. В. А. А. А. А.



$$(4 \cos^3 x - 3 \cos x) p + 3(p+4) \cos x = 6 \cdot (2 \cos^2 x - 1) \cdot 4 + 10$$

$$\cos x \cdot p \cdot (4 \cos^2 x - 3) + 3(p+4) \cos x = 12 \cos^2 x + 4$$

$$\cos x (4p \cos^2 x - 3p + 3p + 12) = 12 \cos^2 x + 4$$

$$\cos x (4p \cos^2 x + 12) = 12 \cos^2 x + 4$$

$$\cos x (p \cos^2 x + 3) = 3 \cos^2 x + 1$$

$$a(p a^2 + 3) = 3a^2 + 1$$

$$p \cos^2 x - 3 \cos x + 3 = \frac{1}{\cos x}$$

$$p \cos^2 x = \frac{1}{\cos x} + 3 \cos x - 3$$

$$p a^3 - 3a^2 + 3a - 1 = 0$$

$$3p a^2 - 6a + 3 = 0$$

$$\sqrt{3} \cdot 6 = 3\sqrt{6}$$

$$x^4 = 9$$

$$x^2 = 3$$

$$x = \pm \sqrt{3} \quad p - 3 + 3 - 1 = p - 1$$

$$x \approx 1.73$$

$$x + 42 \leq 1$$

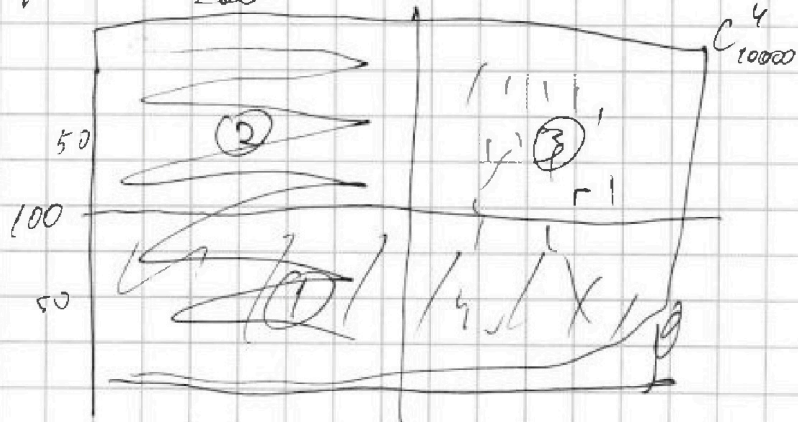
$$x^2 - 4x + 9 + 2 \geq 0$$

$$x^2 - 2^2 \geq 0 \quad x \in [2; 9]$$

$$x^4 = a^2$$

$$x^2 = |a|$$

$$x = \pm \sqrt{|a|}$$



$$C_{20000}^8 + C_{20000}^6 + C_{20000}^4 -$$

$$- C_{10000}^4 = 3 \left( C_{20000}^8 - C_{10000}^4 \right)$$

$$C_{10000}^4$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$27^2 - 19 =$   
 $\times CR$   
 $22$   
 $22$   
 $44$   
 $22$   
 $66$   
 $22$   
 $88$   
 $22$   
 $110$   
 $22$   
 $132$   
 $22$   
 $154$   
 $22$   
 $176$   
 $22$   
 $198$   
 $22$   
 $220$   
 $22$   
 $242$   
 $22$   
 $264$   
 $22$   
 $286$   
 $22$   
 $308$   
 $22$   
 $330$   
 $22$   
 $352$   
 $22$   
 $374$   
 $22$   
 $396$   
 $22$   
 $418$   
 $22$   
 $440$   
 $22$   
 $462$   
 $22$   
 $484$   
 $22$   
 $506$   
 $22$   
 $528$   
 $22$   
 $550$   
 $22$   
 $572$   
 $22$   
 $594$   
 $22$   
 $616$   
 $22$   
 $638$   
 $22$   
 $660$   
 $22$   
 $682$   
 $22$   
 $704$   
 $22$   
 $726$   
 $22$   
 $748$   
 $22$   
 $770$   
 $22$   
 $792$   
 $22$   
 $814$   
 $22$   
 $836$   
 $22$   
 $858$   
 $22$   
 $880$   
 $22$   
 $902$   
 $22$   
 $924$   
 $22$   
 $946$   
 $22$   
 $968$   
 $22$   
 $990$

$646/2$   
 $323$   
 $323$   
 $5$   
 $13$   
 $17$   
 $19$

$323/12$   
 $22$   
 $153$   
 $18^2 - 1 =$   
 $= 81 \cdot 4 - 1 =$   
 $= 324 - 1 =$   
 $323$   
 $34 - 19 =$   
 $=$   
 $x = 6$   
 $x \in (-\infty; \frac{2}{25}] \cup (6; +\infty)$

$b_7 = \sqrt{25x - 9}$   
 $b_9 = x + 3$   
 $b_{15} = \sqrt{\frac{25x - 9}{x - 6}}$   
 $b_7 \cdot b_{15} = b_{11}^2 = \frac{25 - 9}{x - 6} \Rightarrow b_{11} = \sqrt{\frac{16}{x - 6}} = \frac{4}{\sqrt{x - 6}}$   
 $(b_7 \cdot b_{15})^3 = b_7^3 \cdot b_{15}^3 = b_7^4 \cdot b_{15}^4 \Rightarrow (b_7 \cdot b_{15})^6 = (25x - 9)^2 (x - 6)^2 = \frac{(25x - 9)^2}{(x - 6)^2}$   
 $\Rightarrow (25x - 9)^2 = b_7^4 \cdot b_{15}^4 = b_7^4 \cdot (x - 6)^4 = (x + 3)^4 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow 25x - 9 = x^2 + 6x + 9 \Rightarrow x^2 - 19x - 18 = 0$   
 $\Delta = 361$

$a < b$   
 $b \neq a$  (mod 3)  
 $(a - c)(b - c) = p^2$   
 $a^2 + b^2 = 710$   
 $a - c = 1$   
 $b + c = p^2$   
 $a - c = 1$   
 $b - c = -p^2$   
 $b^2 - 15b + 84 = 710$   
 $b^2 - 15b - 646 = 0$   
 $(b - 3)^2 + b = 710$

$10$   
 $12$   
 $21$   
 $01$   
 $02$   
 $2$   
 $1 - 1$   
 $p^2 - p$   
 $a$   
 $p$   
 $a + b = 6$   
 $b - a = p^2 - 1$   
 $b - a = 8$   
 $b - a = p^2 - 1$   
 $a = b - p^2 + 1$   
 $01$   
 $02$   
 $10$   
 $12$   
 $20$   
 $(21) +$

$646/2$   
 $323$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y+2 = (x+2)^2 + 4$$

$$x+5 = x$$

$$x+5 + 1 - x - 42 = 2\sqrt{(x+5)(1-x-42)}$$

$$= 10 - 42 = 2\sqrt{x-x^2-4x2-5x+5-202}$$

$$= 10 - 42 = 2\sqrt{-x^2-4x+4x2+5-202}$$

$$4y = 4x - 2x^2 + 2$$

$$x+5 + 1 - x - 42 = 2\sqrt{-x^2-4x+4x2+5-202} + 16x = 4\sqrt{x+5} + 4\sqrt{1-x-42}$$

$$= 4y - 16x - 4x^2 - 42$$

$$p(\cos 3x + 3) + 4 \cos 2x = 6 \cos 2x + 10$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x + 3) \cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$\cos x (4p \cos^2 x - 3p + 3p + 12) = 12 \cos^2 x + 4$$

$$\cos x (4p \cos^2 x + 12) = 12 \cos^2 x + 4$$

$$\cos x (p \cos^2 x + 3) = 3 \cos^2 x + 1$$

$$a(pa^2 + 3) = 3a^2 + 1$$

$$px^3 + 3x - 3x^2 - 1 = 0 \quad x \in [-1; 1]$$

$$3px^2 + 3 - 6p = 0 \quad px^3$$

$$px^2 \quad x=1 \quad px \quad p=0 \quad p=$$

$$p \geq 1 \Rightarrow 3px^2 + 3 - 6x = 0$$

$$px^2 + 1 - 2x = 0$$



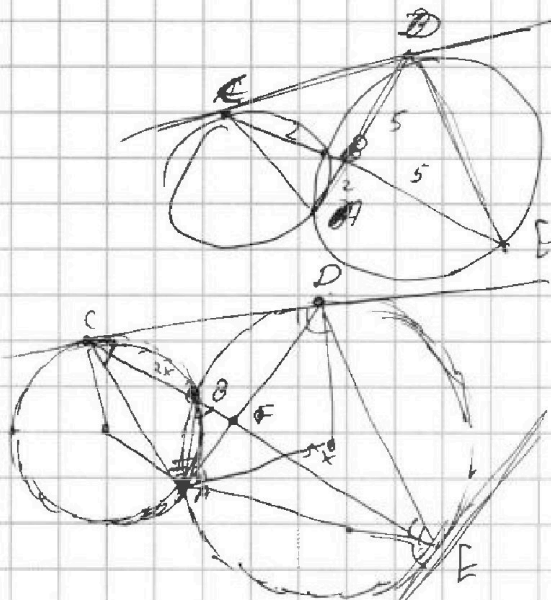
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1  
5  
6



$$\frac{AE}{\sin \angle ADE} =$$

$$\frac{ED}{\sin \angle CDE}$$

AD

$$CB \cdot CE = CD^2$$

$$CD - 2x = CD^2$$

ACD  
ADE

$$\frac{AE}{AD} = \frac{\sin \angle ADE}{\sin \angle ACD}$$

$$\frac{CD}{AE} = \frac{AC}{AD} = \frac{AD}{AE}$$

$\triangle ACD \sim \triangle ADE$

$$AD^2 = AC \cdot AE = 2x^2$$

$$\frac{AC}{AE} = \frac{S_{ACDF}}{S_{AEF}} = \frac{2}{5}$$

