



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

## 10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен  $6x + 18$ , седьмой член равен  $(x^2 - 4x)^2$ , а одиннадцатый равен  $(-3x^2)$ . Найдите  $x$ .

2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $14x + 7y$  при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$  и  $B = m^2n - mn^2 + 3pn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $3q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 12$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$ .

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисовал квадрат  $9 \times 9$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 26$ ,  $AN = 20$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть  $\alpha_1, \alpha_2, \dots$  - данная прогрессия. Пусть  $d$  - разность прогрессии. Тогда  $\alpha_4 - \alpha_5 = 2d$ ,  $\alpha_{11} - \alpha_7 = 4d$

$$\Rightarrow (\alpha_4 - \alpha_5) \cdot 2 = \alpha_{11} - \alpha_7$$

$$((x^2 - 4x)^2 - (6x + 18)) \cdot 2 = (-3x^2) - (x^2 - 4x)^2$$

$$3(x^2 - 4x)^2 = (6x + 18) \cdot 2 - 3x^2$$

$$3x^4 - 24x^3 + 48x^2 = 12x + 36 - 3x^2$$

$$3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 36 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x-2)^2(x^2 - 4x - 3) = 0$$

$$x^2 - 4x - 3$$

$$D = 16 + 4 \cdot 3 = 28$$

$$x_1, x_2 = \frac{4 \pm \sqrt{28}}{2} = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ x = 2 + \sqrt{7} \\ x = 2 - \sqrt{7} \end{cases}$$

Задача решена

Ответ:  $2, 2 + \sqrt{7}, 2 - \sqrt{7}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$14x + 7y = 11 \cdot (4x - 3y) - 10(3x - 4y)$$

~~$4x - 3y \geq -6$~~

$$(1) 11(4x - 3y) \geq -66$$

$$-(3x - 4y) \geq -8$$

$$(2) -10(3x - 4y) \geq -80$$

$$(1)+(2): 11(4x - 3y) - 10(3x - 4y) = 14x + 7y \geq -66 - 80 = -146$$

Остается доказать, что есть такое  $(x; y)$ , что  $(3x - 4y) = 8$ , а  $4x - 3y = -6$

$$3x - 4y = 8$$

$$4x - 3y = -6$$

$$12x - 16y = 32$$

$$12x - 9y = -18$$

$$\begin{aligned} 7y &= -50 \rightarrow x = \frac{4y + 8}{3} = -\frac{\frac{50}{7} \cdot 4 + 8}{3} = \\ y &= -\frac{50}{7} \end{aligned}$$

$$= -\frac{-50 \cdot 4 + 56}{21} = -\frac{-144}{21} = -\frac{48}{7}$$

Ответ:  $-146$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = (m-n)(m-n+9)$~~

~~$B = m^2n - mn^2 + 3mn = mn(m-n+3)$~~

~~Условие 1, то  $A \neq 0$  и  $m-n+9 \leq 0$ , значит  
значит  $n \geq m+9$ .~~

$$1) m=1, \text{ то } A = (1-n)(10-n)$$

$$B = n(4-n)$$

$$B > 0 \Rightarrow n < 4$$

$$A > 0 \Rightarrow n > 10 \rightarrow \text{невозможно}$$

$$2) n=1 \quad A = (m-1)(m+8) \rightarrow m-1 \neq m+8$$

$$B = m(m+2)$$

$$\begin{cases} A = 13 \cdot 2^2 \\ A = 3 \cdot 2^2 \end{cases}$$

↑  
A-значее

$$1) m^2 + 7m - 8 = 12$$

$$m^2 + 7m - 20 = 0$$

$$D = 49 + 80 = 129 + \bullet \ell^2 (\ell \in \mathbb{N})$$

$$\Rightarrow m \notin \mathbb{N}$$

$$2) m^2 + 7m - 8 = 52$$

$$m^2 + 7m - 60 = 0$$

$$D = 49 + 4 \cdot 60 = 289 = 17^2$$

$$m = \frac{-7 \pm 17}{2} > 0 \Rightarrow m = 5$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Поставил:

$$n = 1$$

$$m = 5$$

$$A = 4 \cdot 13$$

$$B = 5 \cdot 7 \neq 3 \cdot 9$$

$13 \cdot 1^2$  не подходит.

$$\Rightarrow m \neq 1, n \neq 1$$

$$B = mn(m-n+3)$$

~~Учебник/методика~~  
~~3) m=3~~

1) если  $m-n+3 = 1$

$$m = n - 1 - 2$$

$$A = (m-n)(m-n+9) = -2(7) < 0$$

$$\Rightarrow m-n+3 > 2$$

$$B = mn(m-n+3), m, n, m-n+3 \neq 1$$

2)  $m = n$  - несмл

$$\Rightarrow B = m^2 \cdot 3$$

$A = 0$  также невозможно

2)  $m = 3, n = m-n+3 =$  несмл

$$n = 6 - n$$

$$n = 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Представим  $m = 3, n = 3$ :

$A = 0$ , такого быть не может.

3)  $n = 3; m = m - n + 3 =$  предпол

$$A = (m-3)(m+6) : 2 \Rightarrow A = 13 \cdot 2^2$$

$$m^2 + 3m - 70 = 52.$$

$$m^2 + 3m - 70 = 0.$$

$$D = 9 + 280 = 289$$

$$m = \frac{-3 \pm \sqrt{289}}{2} = 7$$

$$A = 4 \cdot 13$$

$$B = 3 \cdot 7 \cdot (7 - 3 + 3) = 3 \cdot 7^2 \text{ подходит.}$$

4)  $m = 13, n = m - n + 3$

$$n = 13 - 10 + 3$$

$$n = 8$$

Представим:

$A = 5 \cdot 14$  не подходит.

5)  $n = 13, m = m - n + 3$  такого быть не может



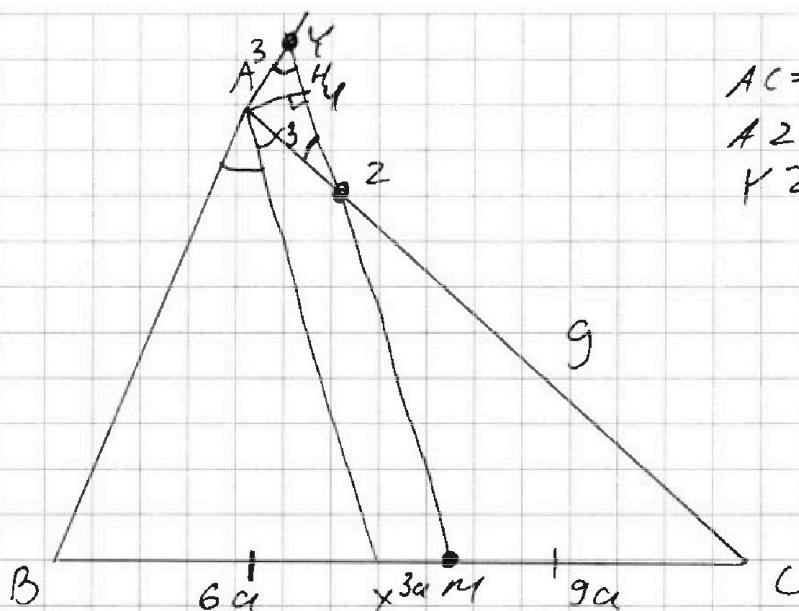
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                                       |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4



$$\begin{aligned} AC &= 12 \\ A2 &= 3 \\ Y2 &= 4. \end{aligned}$$

$$A \times 11 Y2 \Rightarrow \angle A2 = CAZ$$

$$\angle BAC = 2d = \angle A2 + \angle AYZ = d + \angle AYZ \Rightarrow \angle AYZ = d$$

$$\Rightarrow \triangle A2Y \text{ равног} \Rightarrow AY = 3$$

Опустим высоту из A на Y2, получим

$$AH = -\text{одна из неизвестных} \Rightarrow H2 = 2, \text{ тогда } \cos d = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \sin d = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$ZC = AC - A2 = 12 - 3 = 9.$$

Пусть MC = 9a, тогда по т. Пифагора

$$AM = \sqrt{9a^2 + 3^2} = 3\sqrt{5}$$

$$MC = MB \Rightarrow MB = 9a \Rightarrow BX = 6a$$

По основанию сб. доказ.:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow AB = 6.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

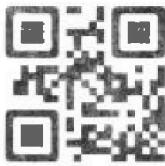
$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9}$$

По т. косинусов:

$$BC^2 = 6^2 + 12^2 - 2 \cdot 6 \cdot 12 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) = 36 + 144 + \frac{2 \cdot 2 \cdot 4}{9}$$
$$= 180 + 16 = 196$$

$$\Rightarrow BC = 14$$

Ответ: 14



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x^2 + x - 30 + \frac{49}{4} = 0 & 4x^2 + 4x - 71 = 0 \\ x^2 + x - 29 = 0. \end{cases}$$

$$1) D = 4 + 71 \cdot 4 = 72 \cdot 4 = 288.$$

$$D = 72 \cdot 4 \cdot 4$$

$$\frac{-4 \pm \sqrt{4 \cdot 6 \sqrt{2}}}{8} = \frac{-1 \pm 6\sqrt{2}}{2}$$

$$2) D = 1 + 4 \cdot 29 = 1 + 80 + 36 = 117$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{117}}{2} = \frac{-1 \pm 3\sqrt{13}}{2}$$

$$0 \leq x \leq 5.$$

$$\Rightarrow \text{не подходит } \frac{-1 - 3\sqrt{13}}{2}, \frac{-1 + 6\sqrt{2}}{2}.$$

$$\frac{-1 + 3\sqrt{13}}{2} = \frac{-1 + \sqrt{117}}{2} < \frac{-1 + \sqrt{121}}{2} = \frac{10}{2} < 5.$$

$$\frac{-1 + 3\sqrt{13}}{2} > \frac{-1 + \sqrt{81}}{2} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{-1 + 3\sqrt{13}}{2} \text{ подходит.}$$

$$\frac{-1 + 6\sqrt{2}}{2} = \frac{-1 + \sqrt{72}}{2} > \frac{-1 + \sqrt{64}}{2} = \frac{-1 + 8}{2} > 1$$

$$\frac{-1 + 6\sqrt{2}}{2} = \frac{-1 + \sqrt{72}}{2} < \frac{-1 + \sqrt{81}}{2} = \frac{-1 + 9}{2} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{-1 + 6\sqrt{2}}{2} \text{ подходит.}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4x^4 + x - 5y = 4y^4 - 5\cancel{y}x + y$$

$$4x^4 + x + 5\cancel{y}x = 4y^4 + y + 5\cancel{y}y \quad x, y \geq 0$$

$f(x) = 4x^4 + x$  - возрастают при  $x \geq 0$

$f(x) = x$  - возрастают при  $x \geq 0$

$f(x) = 5\cancel{y}x$  - возрастают при  $x \geq 0$ .

$\Rightarrow f(x) = 4x^4 + x + 5\cancel{y}x$  - возрастают при  $x \geq 0$ .

равенство двух членов возрастания функций означает, что  $x = y$ .

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$0 \leq x \leq 5$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = 2\sqrt{30-x-x^2} - 5$$

$$x+6+5-\cancel{x} - 2\sqrt{30-x-x^2} = 4(30-x-x^2) - 20\sqrt{30-x-x^2} + 25.$$

$$-1\cancel{0} + 18\sqrt{30-x-x^2} - 4(30-x-x^2) = 0.$$

$$14 - 18t + 4t^2 = 0.$$

$$2t^2 - 9t + 7 = 0.$$

$$(2t-7)(t-1) = 0$$

$$\begin{cases} t=1 \\ t=\frac{7}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} 30-x-x^2 = \frac{49}{4} \\ 30-x-x^2 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & 4(30-x-x^2) = 25 \\ & 120 - 4x - 4x^2 = 25 \\ & 4x^2 + 4x - 95 = 0 \\ & 4x^2 + 4x - 95 = 0 \\ & x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{aligned}$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 4 \cdot 95}}{2 \cdot 4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что мы разбираем пятое изображение геометрической фигуры, которое не переносит в себя никаких образов более чем в 10 различных раскрасок, поскольку каждая раскраска

заметим, что из раскрасок с большими узами, имеющими отдаление от центра, можно разобрать на пары одинаковых (остальные будут различны). А остальные можно разобрать на генерации одинаковых.

Таким образом раскраска с симметрией.

$$\text{Давши } \frac{\text{узами}}{\cancel{\text{раскраски}}} \quad \frac{10 \cdot 10}{2} \leftarrow \text{т.к. мы нашли пару одинаковых узами.}$$

$$\text{А остальных } C_{100}^2 - \frac{100}{2} = \frac{100 \cdot 99}{2} - \frac{100}{2} =$$

$$= \frac{100 \cdot 98}{2} = 4900$$

Значит всего различных раскрасок

$$\frac{4900}{4} + \frac{10 \cdot 10}{24} = \frac{5000}{4} = 1250$$

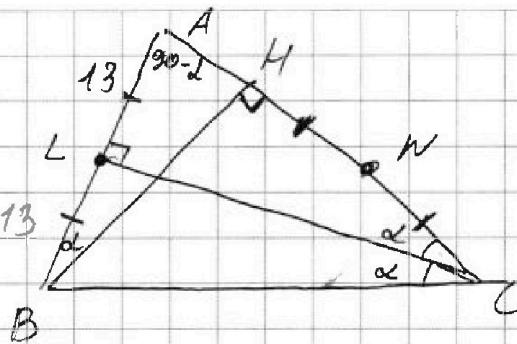


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AH}{26} = \sin \alpha$$

$$AH = 26 \sin \alpha$$

$$\frac{13}{AC} = \sin \alpha$$

$$AC = \frac{13}{\sin \alpha}$$

$$AN = \frac{AH + AC}{2} = 13 \sin \alpha + \frac{13}{2 \sin \alpha} = 20.$$

$$26 \sin^2 \alpha + 13 = 40 \sin \alpha$$

$$26 \sin^2 \alpha - 40 \sin \alpha + 13 = 0.$$

$$\frac{D}{4} = 400 - 13 \cdot 26 = 400 - 169 \cdot 2 = 400 - 338 = 62$$

$$D = 62 \cdot 4$$

$$\frac{40 \pm \sqrt{62 \cdot 4}}{52}$$

$$\sqrt{62 \cdot 4} > 12 \Rightarrow \frac{40 + \sqrt{62 \cdot 4}}{52} > 1$$

но  $\sin \leq 1$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{40 - 2\sqrt{62}}{52}$$

$$AC = \frac{13}{\sin \alpha} = \frac{13 \cdot 52}{40 - 2\sqrt{62}} = BC$$

$$\frac{13 \cdot 26}{20 - \sqrt{62}}$$

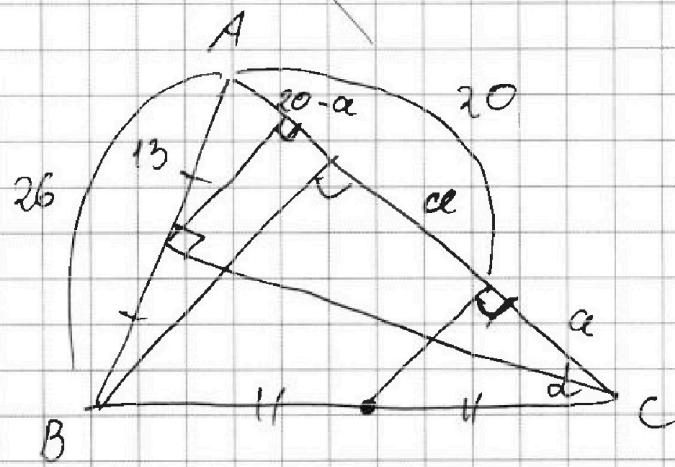
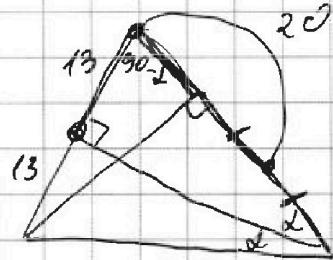
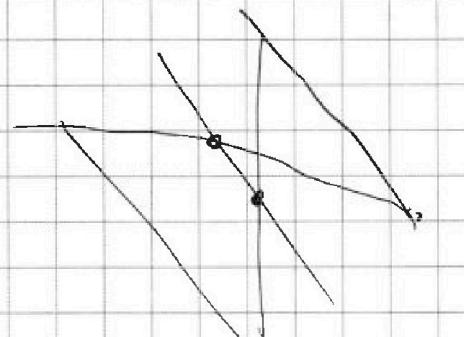
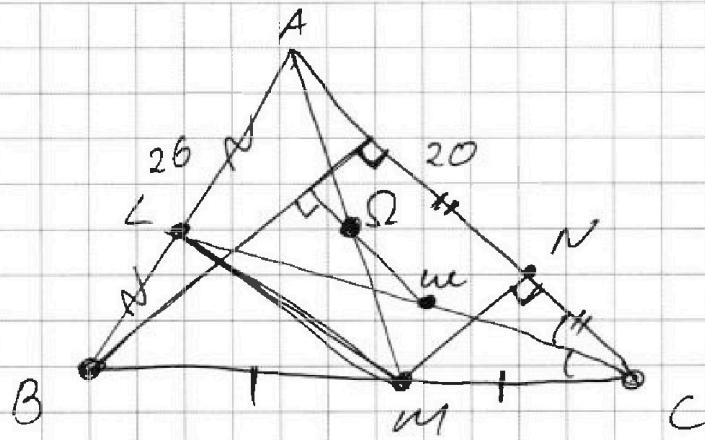


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}4x - 3y &= 6 \\3x - 4y &= -8 \\x &= \frac{3y + 6}{4} \\x &= \frac{4y - 8}{3}\end{aligned}$$

$$9y + 18 = 16y - 32$$

$$7y = 50$$

$$y = \frac{50}{7}$$

$$x = \frac{48}{7}$$

$$3x - 4y = 8$$

$$4x - 3y = -6$$

$$\begin{cases} 12x - 16y = 32 \\ 12x - 9y = -18 \end{cases}$$

$$7y = 50$$

$$y = \frac{50}{7}$$

$$\begin{aligned}x &= \frac{\frac{50}{7} \cdot 3 + 6}{7} \\&= \frac{\frac{25}{7} \cdot 3 + 3}{2} \\&= \frac{96}{14} \\&= \frac{48}{7}\end{aligned}$$

$$12x = \frac{9y - 18}{7}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x+6+5-y$$

$$4x^4 - 4y^4 = y - x + 5y^{\frac{1}{4}} - 5x^{\frac{1}{4}}$$

$$4x^4 + x + 5x^{\frac{1}{4}}$$

$$a-b+5=2ab$$

$$2ab+b-a-5=0. \quad b(2a+1) = ab+5$$

$$(2a)(b)$$

$$\sqrt{5-x} = \frac{\sqrt{x+6} + 5}{2\sqrt{x+6} + 1}$$

$$5-x =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

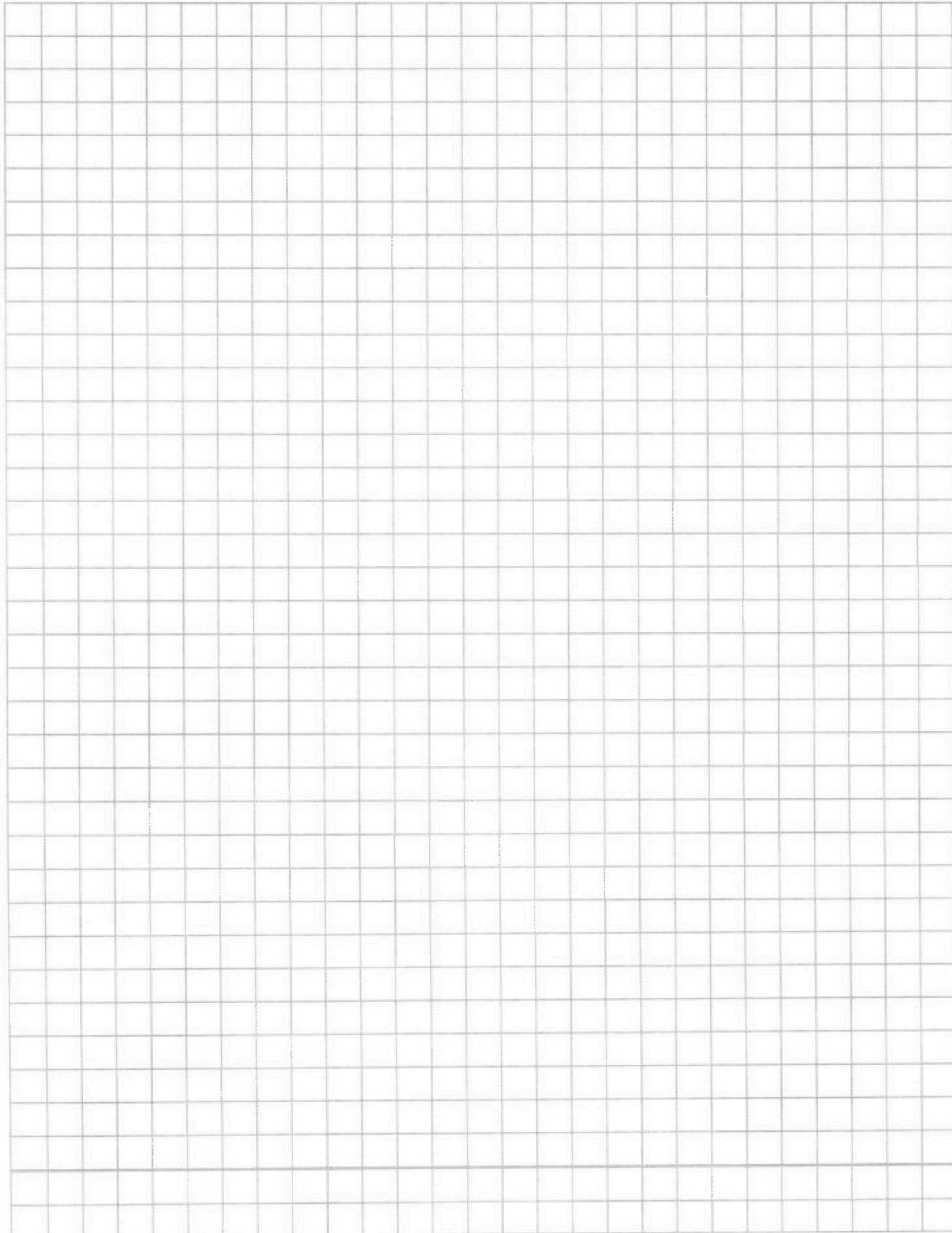
5

6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Графическая область для записи решения задачи.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = (m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn = mn(m-n+3)$$

$$13p^2$$

$$3q^2$$

$$\begin{matrix} m=1 \\ n=? \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \cancel{17} \\ 17 \\ \times 17 \end{matrix} = 170 + 70 + 49 \\ = 240$$

$$6 \cdot 1,4.$$

$$6 + 3.$$

$$m = n + 4.$$

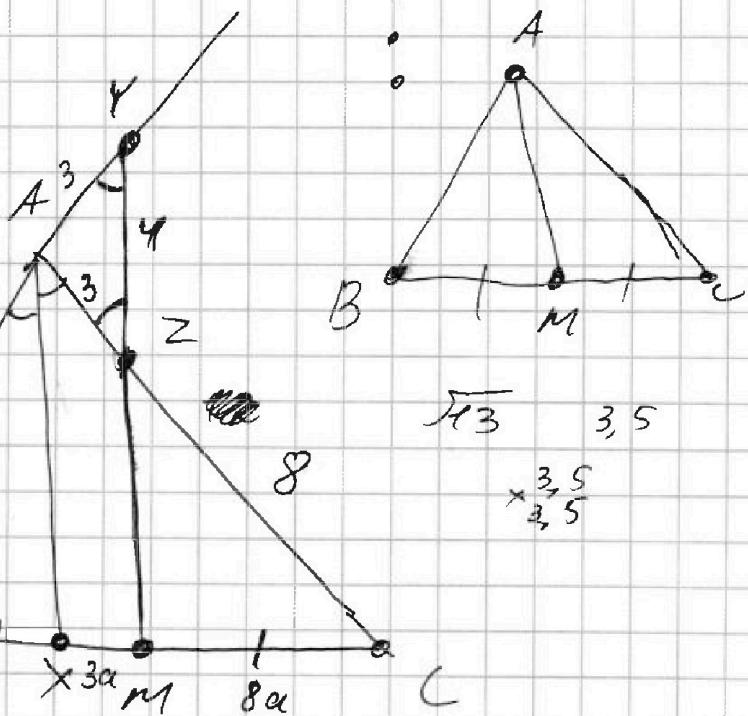
$$4(13)$$

$$n4.$$

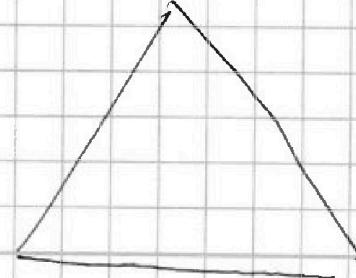
$$3\sqrt{13}$$

$$n \approx$$

$$\sqrt{117}$$



$$19^2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1, a_2, a_3, a_4, \underline{a_5}, a_6, \underline{a_7}, a_8, a_9, a_{10}, \underline{a_{11}}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{1} \quad -8 \quad 17 \quad -4 \quad -12 \\ -1 \quad 1 \quad -9 \quad 26 \quad -30 \quad x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 1 \quad -6 \quad 5 \quad 6 \quad 0 \\ -2 \quad 1 \quad -8 \quad x \quad x \end{array}$$

$$3x \quad 1x \quad -3$$

$$\begin{array}{r} -3 \quad 1 \quad -9 \\ \hline \end{array}$$

$$4x = 3x + 6$$

$$3x - 4x = -8$$

$$66 + 80 = 146.$$

~~60711~~

$$x^3 - 6x^2 + 5x + 6$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 1 \quad -4 \quad -3 \\ \hline \end{array} \quad D = 16 + 12 = 28.$$

$$x^2 - 4x \quad (x^2 - 4x - 3)$$

$$(x-2)^2 (x^2 - 4x - 3) \quad -6 \leq 4x - 3 \leq 6$$

$$(x^2 - 4x + 4) (x^2 - 4x - 3) \quad -8 \leq 3x - 4y \leq 8$$

$$k_1y = 4y$$

$$4x + 7y$$

$$k_1 = 11$$

$$k_1 \quad k_1y + k_2z = 14$$

$$k_2 \quad k_1z + k_2y = -7$$

$$k_2 = \cancel{11} - 10$$

$$-\frac{11}{5}k_2 = 14 \quad 10k_1 + 11k_2 = 0$$

$$k_1 = 11$$

$$-\frac{22}{5} \cdot k_2 + 3k_2 = 14 \quad k_1 = -\frac{11}{10}k_2$$

$$4 \cdot \left(-\frac{11}{10}k_2\right) + k_2 \cdot 3 = 14$$