



Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

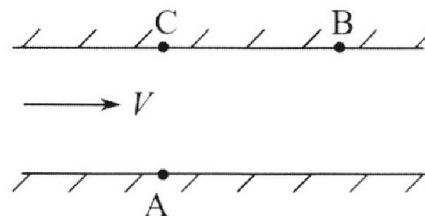
Вариант 09-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные
дроби и радикалы.



1. Пловец трижды переплывает реку. Движение пловца прямолинейное. Скорость пловца в подвижной системе отсчета, связанной с водой, во всех заплывах одинакова по модулю.

В двух первых заплывах А – точка старта, В – точка финиша (см. рис., V – неизвестная скорость течения реки). Ширина реки $AC = d = 50$ м, снос, т.е. расстояние, на которое пловец смещается вдоль реки к моменту достижения противоположного берега, $CB = L = 120$ м.



Продолжительность первого заплыва $T_1 = 100$ с, продолжительность второго заплыва $T_2 = 240$ с.

- 1) Найдите скорости V_1 и V_2 пловца в лабораторной системе отсчета в первом и втором заплывах.
- 2) Найдите скорость V течения реки.

В третьем заплыве пловец стартует из точки А и движется так, что снос наименьший.

- 3) На каком расстоянии S от точки В выше по течению финиширует пловец в третьем заплыве?

2. Футболист на тренировке наносит удары по мячу, лежащему на горизонтальной площадке и направляет мяч к вертикальной стенке. После абсолютно упругого соударения со стенкой на высоте $h = 5,4$ м мяч падает на площадку. Расстояние от точки старта до стенки в 3 раза больше расстояния от стенки до точки падения мяча на площадку.

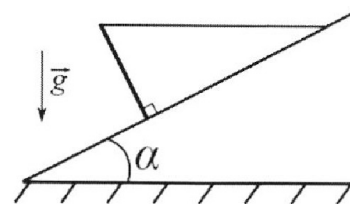
- 1) Найдите наибольшую высоту H , на которой мяч находится в полете.
- 2) Через какое время t_1 после соударения со стенкой мяч упадет на поле?

Допустим, что в момент соударения мяча со стенкой на высоте h , стенка движется навстречу мячу. Расстояние между точками падения мяча на поле в случаях: стенка покоится, стенка движется, $d = 1,8$ м.

- 3) Найдите скорость U стенки в момент соударения.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало. Соударения мяча со стенкой абсолютно упругие. Траектории мяча лежат в вертикальной плоскости перпендикулярной стенке.

3. Однородный стержень удерживается на шероховатой наклонной плоскости горизонтальной нитью, прикрепленной к стержню в его наивысшей точке. Сила натяжения нити $T = 17,3$ Н. Угол между стержнем и плоскостью прямой. Наклонная плоскость образует с горизонтальной плоскостью угол $\alpha = 30^\circ$.



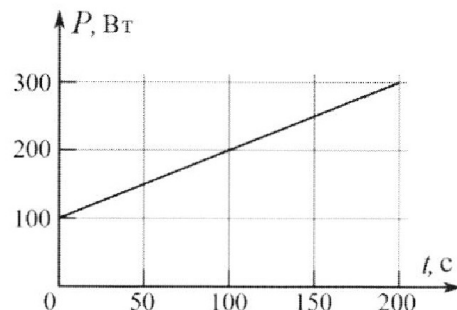
- 1) Найдите массу m стержня.
- 2) Найдите силу $F_{тр}$ трения, действующую на стержень.
- 3) При каких значениях коэффициента μ трения скольжения стержень будет находиться в покое? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

Вариант 09-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные
дроби и радикалы.

4. Воду объемом $V = 1$ л нагревают на электроплитке. Начальная температура воды $\tilde{t}_0 = 16^\circ\text{C}$. Сопротивление спирали электроплитки $R = 25$ Ом, напряжение источника $U = 100$ В. Зависимость мощности P тепловых потерь от времени t представлена на графике (см. рис.).



1) Найдите мощность P_H нагревателя.

2) Найдите температуру $\tilde{t}_1$ воды через $T = 180$ с после начала нагревания.

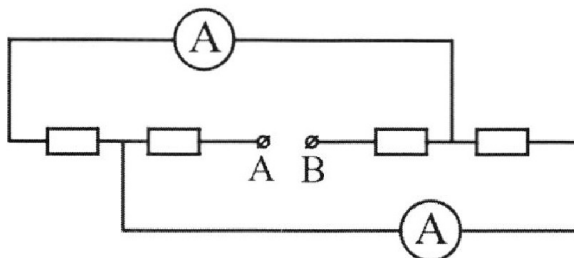
Плотность воды $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$, удельная теплоемкость воды $c = 4200 \text{ Дж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$.

5. В электрической цепи, схема которой представлена на рисунке, четыре резистора, у двух из которых сопротивление по 30 Ом, у двух других сопротивление по 60 Ом. Сопротивление амперметров пренебрежимо мало.

После подключения к клеммам А и В источника постоянного напряжения показания амперметров оказались различными. Большее показание $I_1 = 2$ А.

1) Найдите показание I_2 второго амперметра.

2) Какую мощность P развивают силы в источнике?





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

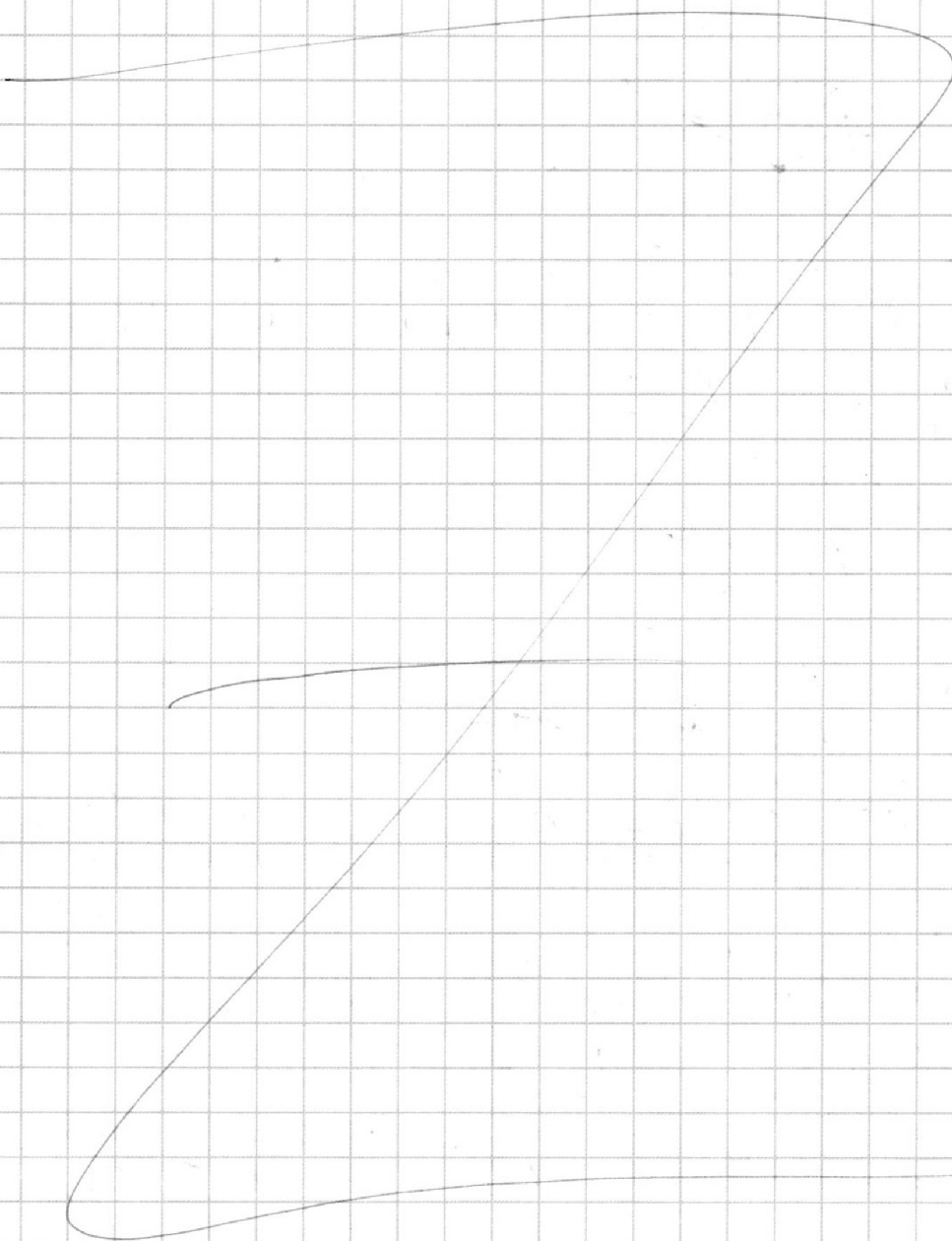
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$V_1 = 1,3 \text{ м/с}$$

$$V_2 = \frac{24}{13} \text{ м/с}$$

$$\text{Ответ: } V_1 = 1,3 \text{ м/с}; V_2 = \frac{24}{13} \text{ м/с}; V = \frac{2813}{2880} \text{ м/с}$$

3)



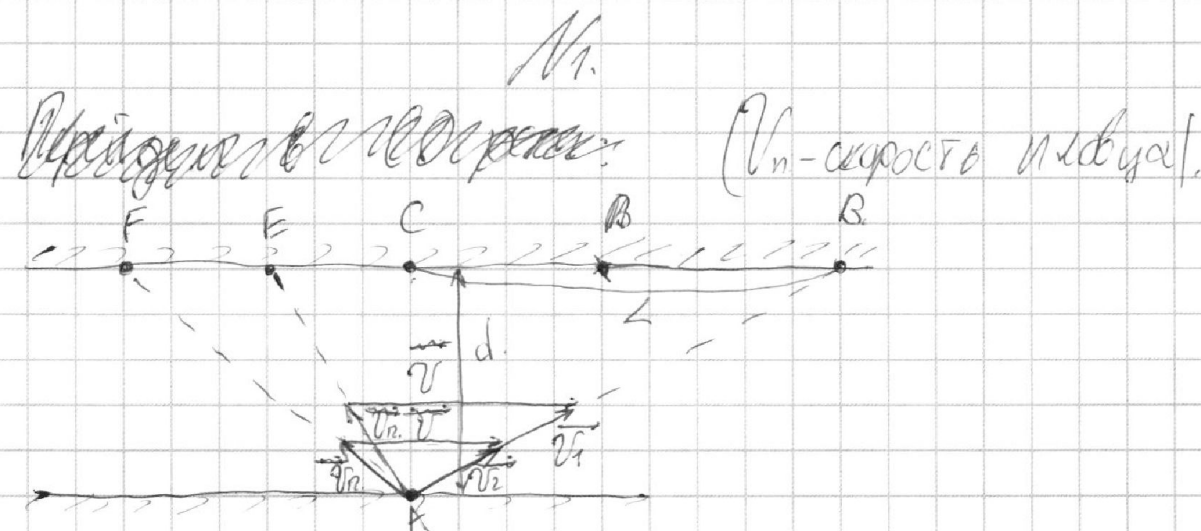
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$(AE)^2 = AC^2 + (EC)^2 = AC^2 + (EB - CB)^2 \quad (\text{т. Пиф.})$$

$$EB = v T_1; \quad AE = v_n T_1$$

$$FB = v T_2; \quad AF = v_n T_2$$

$$(AF)^2 = AC^2 + (FB - CB)^2$$

$$v_n^2 T_1^2 = d^2 + (v T_1 - L)^2$$

$$v_n^2 T_2^2 = d^2 + (v T_2 - L)^2 \quad / \cdot \frac{T_2^2}{T_2^2}$$

$$d^2 + (v T_1 - L)^2 = (d^2 + (v T_2 - L)^2) \frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{T_1^2}{T_2^2} d^2 + v^2 \frac{T_1^2}{T_2^2} - 2v \frac{T_1^2}{T_2^2} L + L^2 \frac{T_1^2}{T_2^2}$$

$$\frac{T_2^2 - T_1^2}{T_2^2} (d^2 + L^2) = 2v T_1 L - 2v L \frac{T_1^2}{T_2^2} = 2v L T_1 \left(\frac{T_2 - T_1}{T_2} \right) + L^2 \frac{T_1^2}{T_2^2}$$

$$2v L T_1 = \frac{T_2 + T_1}{T_2} (d^2 + L^2) \quad v = \frac{T_2 + T_1}{2L T_1 T_2} (d^2 + L^2)$$

$$v = \frac{340 \text{ c}}{240 \text{ m} \cdot 240 \text{ c} \cdot 100 \text{ c}} (1600 \text{ m}^2 + 14400 \text{ m}^2) = \frac{34 \cdot 169 \text{ m} \cdot \text{c}}{24 \text{ c}^2 \cdot 240 \text{ m}} = \frac{2873}{2880} \frac{\text{m}}{\text{c}}$$

$$v_1 = \frac{AB}{T_1}; \quad v_2 = \frac{AB}{T_2}; \quad AB = \sqrt{d^2 + L^2} \quad AB = 130 \text{ m}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

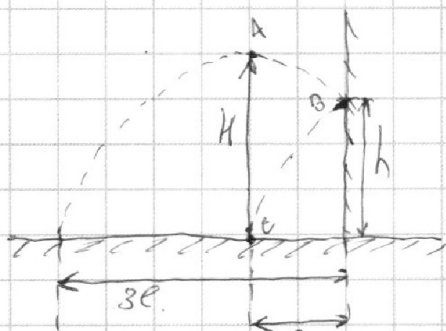
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



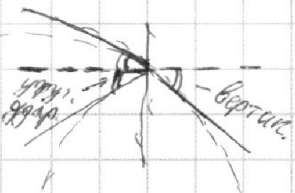
№2.

1. Траектория мяча - парабола, т.к. удар по мячу = бросок мяча под углом к горизонту.



l - расст. от стены до места падения

Сударение абсолютно упругое $\Rightarrow$ мяч слетит с той же скоростью, но в противоположном направлении от стенки.



Значит, можно считать, что при отскоке от стены мяч упал.

Отсюда расст. $3l + l = 4l$ от т. старта.

$v_{\text{гориз}} = \text{const}$ (гориз. сост. начальная скорость)

$\frac{l_{\text{до стены}}}{t_1} = \frac{3l}{t_1} = 3$ ($t_{\text{до стены}}$ - время мяча до удара, t_1 - время мяча после удара)

$t_{\text{до стены}} = 3t_1$

Это бросок мяча под углом к гориз. $\Rightarrow$ время т-ка броска равно

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

на половине пути.

↓ $t_{\text{полета от H до h}} = \left(\frac{3t_1 + t_1}{2}\right) - t_1 = t_1$

Обозн. выш. точку за A; колыш-за C; т. удара-за B.

В т-ке A вертикал. $v = 0$ (это бросок по углом к гориз.)

↓ $H = g \cdot \left(\frac{t_1}{2}\right)^2 = 2gt_1^2$

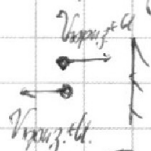
$h = H - (H - h) = 2gt_1^2 - \frac{gt_1^2}{2} = 1.5gt_1^2$

$H = \frac{H}{h} \cdot h = h \cdot \frac{2gt_1^2}{1.5gt_1^2} = \frac{4}{3}h$ $H = 7.7 \text{ м.}$

$t_1 = \sqrt{\frac{h}{1.5g}}$ $t_1 = \sqrt{\frac{5.84 \text{ м}}{15 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}} = \sqrt{0.36 \text{ с}^2} = 0.6 \text{ с}$

3) При соударении со стеной $v_{\text{гориз.}}$ увелич. на u :

Перейд. в (O) стена. Теперь $v_{\text{гориз.}}$ $v_{\text{мяч}} = v_{\text{гориз.}} + u$ (вертел. $v_{\text{земли}}$)



Теперь перейдем обратно в (O) земли. Теперь $v_{\text{гориз.}}$ $v_{\text{мяч}} = v_{\text{гориз.}} + u$. Вертик. соот. $v_{\text{мяч}} = v_{\text{земли}} \Rightarrow t_1$ не изм.

$u > 0 \Rightarrow (v_{\text{гориз.}} + u)t_1 = l + d$

$v_{\text{гориз.}} t_1 = l \Rightarrow u \cdot t_1 = d$ $u = \frac{d}{t_1}$ $u = \frac{1.8 \text{ м}}{1.2 \text{ с}} = 1.5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

Ответ: $H = 7.7 \text{ м}$; $t_1 = 0.6 \text{ с}$; $u = 1.5 \text{ м/с}$

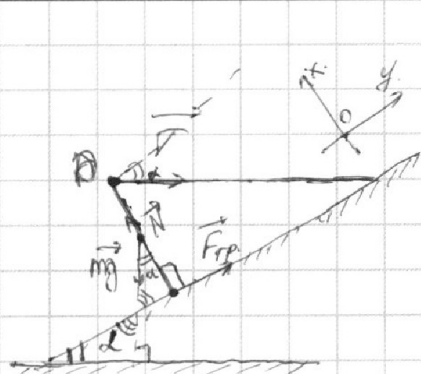
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\vec{T} + \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{fr} = 0 \quad (\text{п.к. верт. вверх})$$

(N — сила реакции опоры)

Введем ось Oy, перпенд. накл. плоскости.
действ. на верт. вверх.

$$Oy: F_{fr} + T \cos \alpha = mg \sin \alpha \quad (\text{проекция сил на Oy})$$

Пусть D — т-ко крм. нити к. стержня (длина стержня 2l).

Восм. правило моментов для верт. отн. точки D — опоры — D:

$$mg \sin \alpha \cdot l = F_{fr} \cdot 2l \quad F_{fr} = 0,5 mg \sin \alpha$$

$$T \cos \alpha = mg \sin \alpha - 0,5 mg \sin \alpha = 0,5 mg \sin \alpha$$

$$m = \frac{2 T \cos \alpha}{g} \quad m = \frac{2 \cdot 17,3 \text{ Н} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} \approx 3 \text{ кг}$$

$$F_{fr} = 0,5 mg \sin \alpha = T \cos \alpha \quad F_{fr} = T \cos \alpha$$

$$F_{fr} = 17,3 \text{ Н} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 15 \text{ Н}$$

Введем ось Ox, перпенд. к Oy:

$$Ox: N = T \sin \alpha + mg \cos \alpha \quad (\text{проекция сил, действующих на верт. на Ox})$$

Стержень покоится $\Rightarrow F_{fr} \leq F_{fr. \text{ макс. }} \Rightarrow F_{fr} \leq \mu N$

$$\mu \geq \frac{F_{fr}}{N} = \frac{T \cos \alpha}{T \sin \alpha + mg \cos \alpha} \quad \mu \geq \frac{17,3 \text{ Н} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{17,3 \text{ Н} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 60 \text{ Н} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\mu \geq \frac{\sqrt{3}}{7} \approx 0,25$$

Ответ: $m \approx 3 \text{ кг}$; $F_{fr} \approx 15 \text{ Н}$; $\mu \geq 0,25$



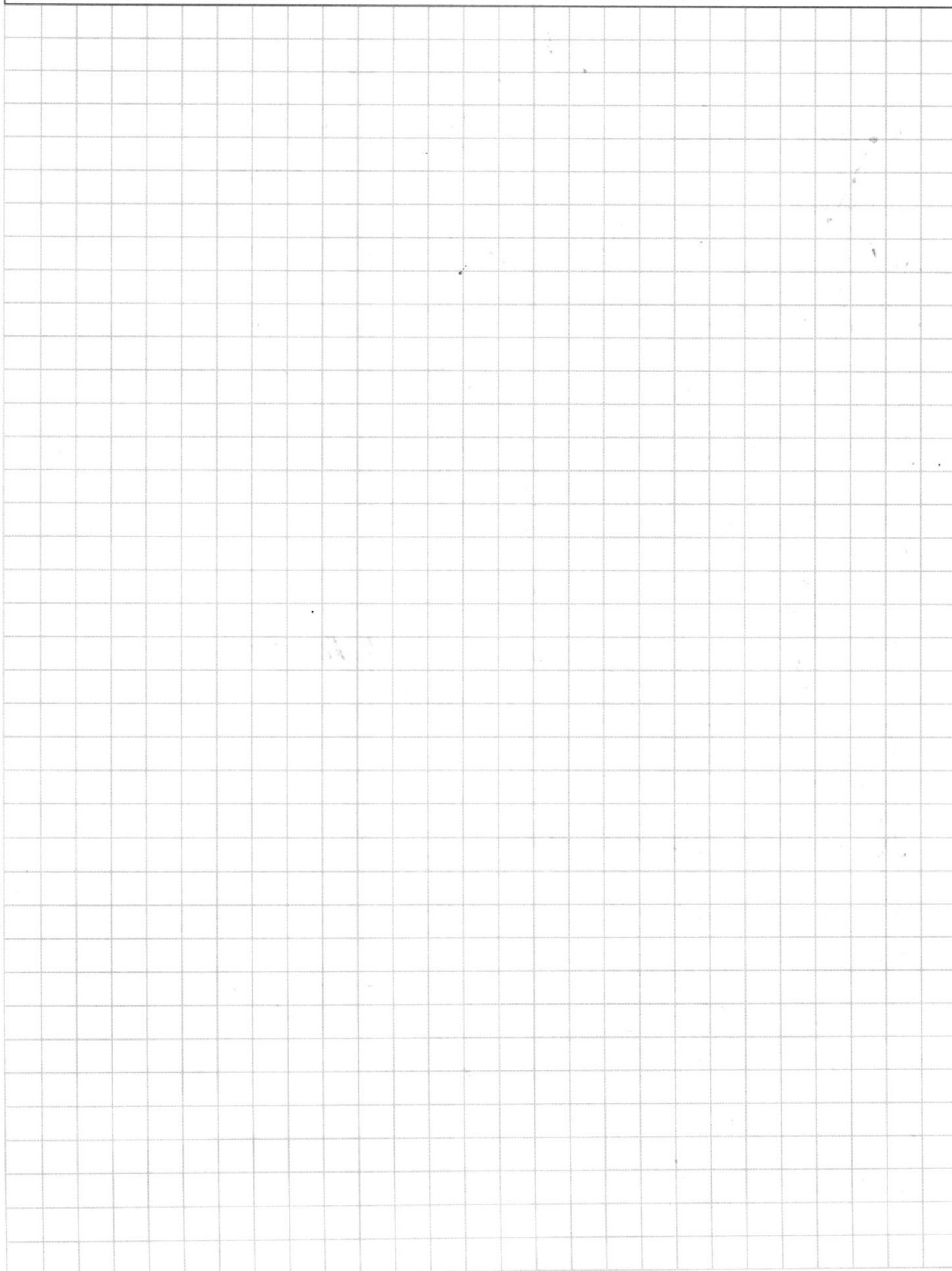
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) $P_n = \frac{U^2}{R}$ $P_n = \frac{(400\text{В})^2}{250\Omega} = 400\text{Вт}$

2) Завис. $P(t)$ -м.м. $\Rightarrow$ введём k -ую коэф. графика $P(t)$
 $k = \frac{300\text{Вт} - 100\text{Вт}}{200\text{с}} = 1\text{ Вт/с}$

Площадь под графиком $P(t)$ - кол-во теплоты, ушед. потр.
на теплопотери за какое-то t (обозн. за Q)

$Q = \frac{P_0 + (P_0 + Tk)}{2} \cdot T$ (площадь трап.; $P_0 = 100\text{Вт}$ - нач. P теплопот.)

$C \cdot m_B (T_1 - T_0) = C \rho V (T_1 - T_0) = P_n T - Q = (P_n - \frac{2P_0 + Tk}{2}) T$

$T_1 = \frac{(P_n - P_0 - 0.5Tk)T}{C \rho V} + T_0$

$T_1 = \left(\frac{100\text{Вт} - 100\text{Вт} - 0.5 \cdot 100\text{с} \cdot 1\frac{\text{Вт}}{\text{с}} \cdot 100\text{с}}{400\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}} \cdot 1000\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0.001\text{м}^3} \right) + 16^\circ\text{C}$

$T_1 = 25^\circ\text{C}$

Ответ: $P_n = 400\text{Вт}$; $T_1 = 25^\circ\text{C}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

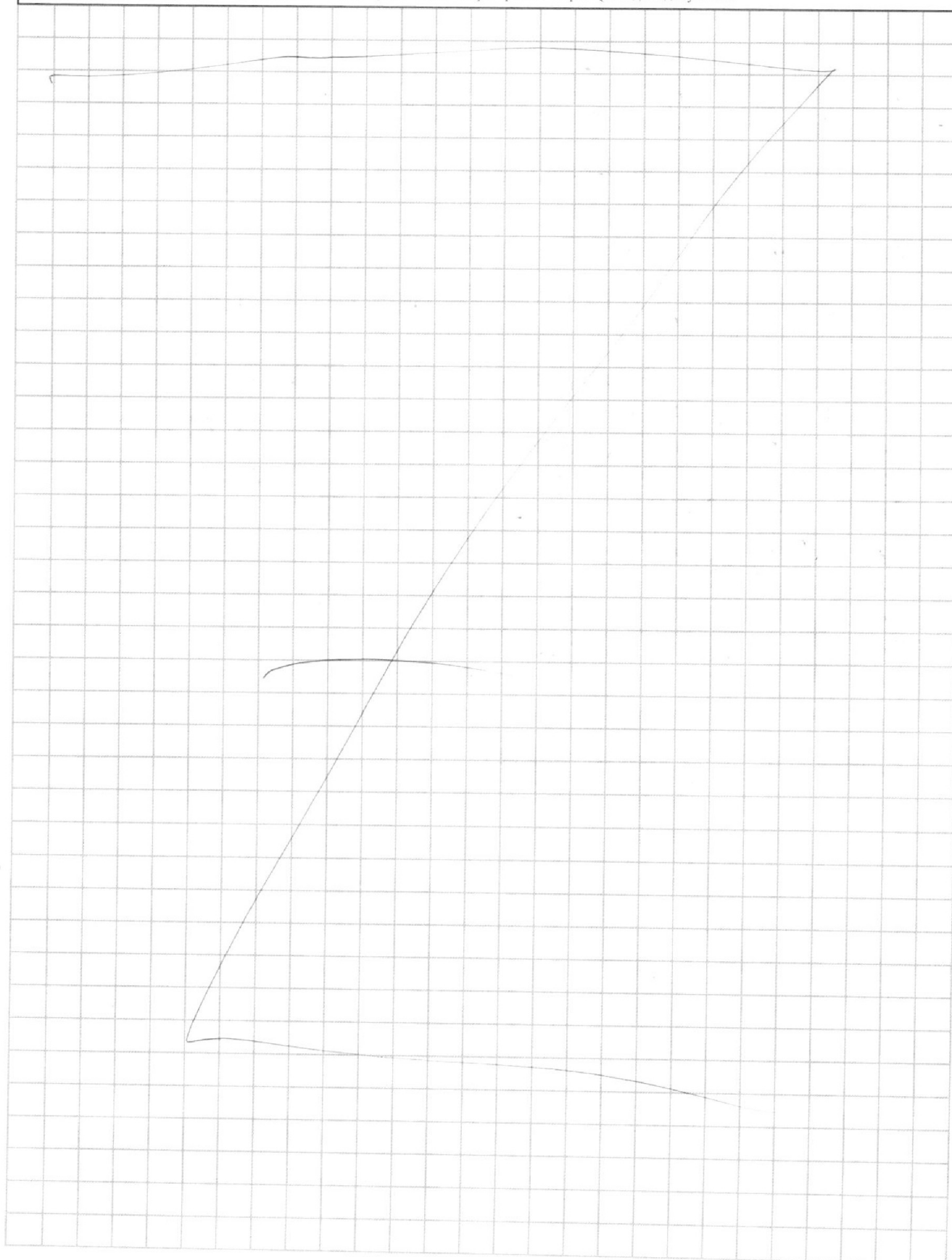
5
☐

6
☐

7
☐

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

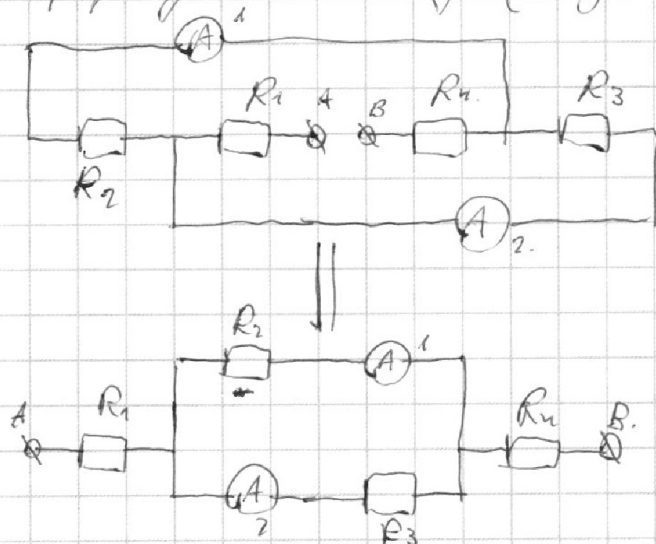
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3.
Нарисуем схему (сложн. рез-ров по рис.):



Предположим, что I_1 - ток, ток через амп. 1. (если не ток, то нулю не узн., т.к. мы можем считать металл змат. R_2 и R_3 (т.к. мы не заданы)). Тогда I_2 - ток через амп. 2. Тогда:

$$I_1 R_2 = I_2 R_3 \quad (I_1 \neq I_2 \text{ по усл.}) \Rightarrow R_2 \neq R_3.$$

$$I_1 > I_2 \Rightarrow R_2 < R_3 \Rightarrow R_2 = 30 \text{ Ом}; R_3 = 60 \text{ Ом}.$$

$$I_2 = I_1 \cdot \frac{R_2}{R_3} \quad I_2 = 1 \text{ А}$$

$$R_1 + R_4 = 90 \text{ Ом} \quad (\text{т.к. заданы змат. } 30 \text{ Ом и } 60 \text{ Ом})$$

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 \quad (P_1, P_2, P_3, P_4 - \text{мощности воз. на } R_1, R_2, R_3, R_4 \text{ соот.})$$

$$P_1 + P_4 = (I_1 + I_2)^2 (R_1 + R_4) \quad (\text{ток-экв.; он равен, т.к. соед. по экв.})$$

$$P_2 = I_1^2 R_2; P_3 = I_2^2 R_3$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$P = (I_1 + I_2)^2 (R_3 + R_4) + I_1^2 R_2 + I_2^2 R_3$$

$$P = (3A)^2 \cdot 90\Omega + (2A)^2 \cdot 30\Omega + (1A)^2 \cdot 60\Omega = 990\text{Вт}$$

$$\text{Ответ: } I_2 = 1A; P = 990\text{Вт}$$

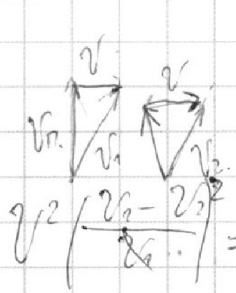
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$v_1^2 + v_2^2 = v^2$$

$$v_1^2 \cdot \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 + v^2 \left(\frac{v_1 - v_2}{v_1}\right)^2 = v_1^2$$

$$v^2 \left(\frac{v_1 - v_2}{v_1}\right)^2 = v_1^2 \left(\frac{v_1^2 - v_2^2}{v_1^2}\right)$$

$$v^2 (v_1 - v_2) = v_1^2 (v_1 + v_2)$$

$$v_1 < v$$

$$240 \cdot 12 = 2400 + 480 = 2880$$

$$\frac{(1-k)v}{\sqrt{v_1^2 - k^2 v^2}} = \frac{(1-2k+k^2)v}{v_1^2 - k^2 v^2} = \frac{1-2k+k^2}{\frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} - k^2}$$

$$(1-2k+k^2) \cdot \left(\frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} - k^2\right) - \left(\frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} - k^2\right) (1-2k+k^2) =$$

$$= (-2+2k) \left(\frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} - k^2\right) - (-2k) (1-2k+k^2) =$$

$$= -2 \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} + 2k^3 + 2k^2 + 2k \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} + 2k - vk^2 + 2k^3 =$$

$$= -2k^2 + 2k \left(\frac{2v_1}{v_1 + v_2}\right) - 2 \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} = 0$$

$$k^2 - k \frac{2kv_1}{v_1 + v_2} + \frac{2v_1 - v_2}{v_1 + v_2} = 0$$

$$\frac{v_2 - v_1}{v_2 + v_1} - 2k \frac{v_1}{v_1 + v_2} + k^2 = 0$$

$$\frac{v_2 - v_1}{v_2 + v_1} - 2k \frac{v_1}{v_1 + v_2} + k^2 = 0$$

$$H = \frac{g \cdot (2t)^2}{2} = \frac{g \cdot 4t^2}{2} = 2gt^2$$

$$h = H - (H - h) = \frac{gt^2}{2} - \frac{gt^2}{2} = 1.5gt^2$$

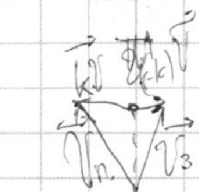
$$H = \frac{4}{3}h \quad H = 7.2m$$

$$v^2 k^2 - 2vk + 7 = 0$$

$$k = \frac{2v \pm \sqrt{4v^2 - 28}}{2} = v \pm \sqrt{v^2 - 7}$$

$$(v_1 t_1)^2 = d^2 + (v_1 t_1 - l)^2$$

$$(v_1 t_2)^2 = d^2 + (v_1 t_2 - l)^2$$



$$(1-2k+k^2) \cdot \left(\frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} - k^2\right) - \left(\frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} - k^2\right) (1-2k+k^2) =$$

$$= (-2+2k) \left(\frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} - k^2\right) - (-2k) (1-2k+k^2) =$$

$$= -2 \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} + 2k^3 + 2k^2 + 2k \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} + 2k - vk^2 + 2k^3 =$$

$$= -2k^2 + 2k \left(\frac{2v_1}{v_1 + v_2}\right) - 2 \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} = 0$$

$$k^2 - k \frac{2kv_1}{v_1 + v_2} + \frac{2v_1 - v_2}{v_1 + v_2} = 0$$

$$\frac{v_2 - v_1}{v_2 + v_1} - 2k \frac{v_1}{v_1 + v_2} + k^2 = 0$$

$$\frac{v_2 - v_1}{v_2 + v_1} - 2k \frac{v_1}{v_1 + v_2} + k^2 = 0$$

$$H = \frac{g \cdot (2t)^2}{2} = \frac{g \cdot 4t^2}{2} = 2gt^2$$

$$h = H - (H - h) = \frac{gt^2}{2} - \frac{gt^2}{2} = 1.5gt^2$$

$$H = \frac{4}{3}h \quad H = 7.2m$$

$$v^2 k^2 - 2vk + 7 = 0$$

$$k = \frac{2v \pm \sqrt{4v^2 - 28}}{2} = v \pm \sqrt{v^2 - 7}$$

$$(v_1 t_1)^2 = d^2 + (v_1 t_1 - l)^2$$

$$(v_1 t_2)^2 = d^2 + (v_1 t_2 - l)^2$$

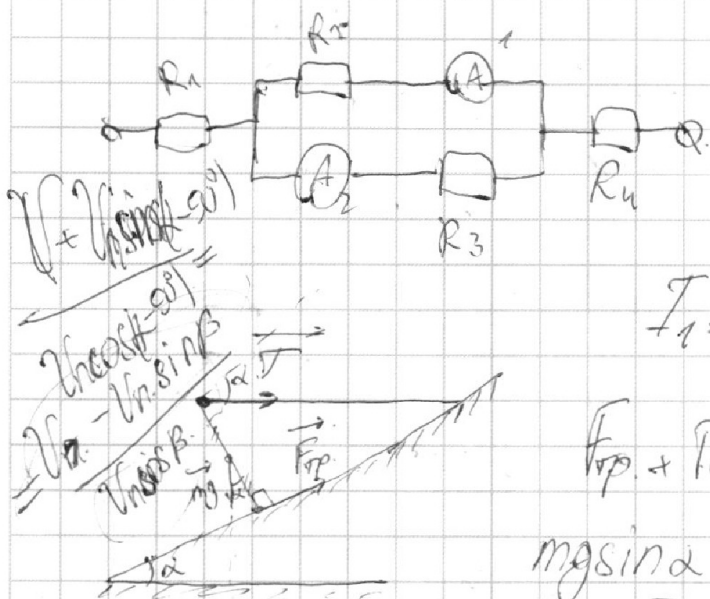
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$R_2 \neq R_3.$$

$$R_2 = 30 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 60 \text{ Ом}$$

$$I_1 = 2 \text{ А}$$

$$I_2 = 1 \text{ А}$$

$$F_{\text{тр}} + T \cos \alpha = mg \sin \alpha.$$

$$mg \sin \alpha = 2 F_{\text{тр}}.$$

$$mg \sin \alpha + 2 T \cos \alpha = 2 mg \sin \alpha.$$

$$mg \sin \alpha = 2 T \cos \alpha.$$

$$T \cos \alpha \cdot h = d.$$

$$17.17 \cdot (170 + 70 + 49) \cdot 10 = 2890 - 17^2 = 2873$$

$$3^2 \cdot 90 + 4 \cdot 30 + 1 \cdot 60 = 810 + 120 + 60 = 990$$

$$\frac{300 - 90}{4200} = \frac{(300 - 90)}{4200} \cdot 180 = \frac{210 \cdot 180}{4200} = \frac{18}{2} = 9$$

$$\frac{54}{15} = \frac{18}{6} = 0.36$$

$$\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$1.73^2 = 2.99$$

$$\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

$$\frac{10\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 60 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{7} = \frac{10\sqrt{3}}{7}$$

$$\begin{array}{r} 47300 \\ - 44 \\ \hline 233 \\ - 228 \\ \hline 5050 \\ - 5049 \\ \hline 20010 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1.73 \\ + 1.73 \\ \hline 5.19 \\ 1.211 \\ 1.738 \\ \hline 2.992.9 \end{array}$$

$$\frac{V - V_{\text{норм}}}{V_{\text{норм}}} = \frac{V - V_{\text{норм}} \cos \alpha}{V_{\text{норм}} \sin \alpha}$$