



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{\frac{13x - 35}{(x + 1)^3}}, \text{ тринадцатый член равен } 5 - x, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{(13x - 35)(x + 1)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x + 3} - \sqrt{4 - x - z} + 5 = 2\sqrt{y + x - x^2 + z}, \\ |y + 1| + 3|y - 12| = \sqrt{169 - z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении 3 : 10, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

11.

x_0 - первый член прогрессии

$$x_7 = x_0 \cdot 6^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^2}}$$

$$x_{13} = x_0 \cdot 6^{12} = 5 - x$$

$$x_{15} = x_0 \cdot 6^{14} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

Если $x > \frac{35}{13}$

$$\frac{x_{15}}{x_7} = 6^8 = (x+1)^2 \quad ; 6^4 = (x+1)$$

$$x_{13} = \frac{x_{15}}{6^2} = \frac{x_{15}}{\sqrt{x+1}} = \sqrt{13x-35} = 5-x$$

$$\sqrt{13x-35} = 25 - 10x + x^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \neq 5 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 - 23x + 60 = 0 \\ x \leq 5 \end{array} \right.$$

$$x = \frac{23 \pm \sqrt{23^2 - 4 \cdot 60}}{2} = \frac{23 \pm \sqrt{289}}{2} = \frac{23 \pm 17}{2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 20 \\ x = 3 \end{array} \right. \quad x = 3$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq \frac{35}{13} \\ x \leq 5 \end{array} \right.$$

Если $x < -1$

$$\frac{x_{15}}{x_7} = 6^8 = (x+1)^2 \quad ; 6^4 = -x-1$$

$$x_{13} = \frac{x_{15}}{\sqrt{-x-1}} = \sqrt{35-13x} = 5-x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$35 - 13x = 25 + x^2 - 10x$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$\checkmark \begin{cases} x = -5 \\ x = 2 \\ x < -1 \end{cases} \quad x = -5$$

$$\text{Ответ: } x = 3; x = -5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$\begin{aligned} 4\cos^3 x + 3\cos^2 x + 6\cos x &= 4\cos^3 x - 3\cos x + \\ + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x &= 4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 = \\ = p \end{aligned}$$

будем рассматривать выражение
 $4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3$
 рассмотрим функцию

$$f(x) = 4x^3 + 6x^2 + 3x - 3 \quad \text{на } [-1; 1]$$

$$f'(x) = 12x^2 + 12x + 3$$

$$f'(x) = 0$$

$$12x^2 + 12x + 3 = 0; \quad 4x^2 + 4x + 1 = 0; \quad x = -\frac{1}{2}$$

при $x > -\frac{1}{2}; f'(x) > 0$; при $x < -\frac{1}{2}; f'(x) < 0$, значит
 $\max_{x \in [-1; 1]} f(x) = f(-\frac{1}{2})$; $\min_{x \in [-1; 1]} f(x) = f(-1)$

т.к. $\cos x$ принимает только значения из промежутка $[-1; 1]$, то наименьшее значение p будет

выражения достигается при $\cos x = 1$, а наименьшее при $\cos x = -1$, поэтому
 рассмотрим все значения p наименьшего p наименьшего, поэтому
 $-4 \leq p \leq 10; \quad p \in [-4; 10]$

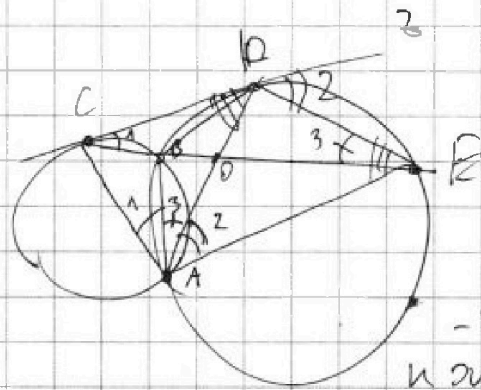


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CD}{OE} = \frac{3}{10}$$

мысл. $\angle DAE = \angle 2 = \frac{1}{2} \sphericalangle DE$, как
вписанный угол
 $\angle DPE = \frac{1}{2} \sphericalangle DE = \angle 2$ -
как угол между касательной
и хордой

$\angle DPA = \angle 3 = \frac{1}{2} \sphericalangle BD = \angle BAD$ - как
вписанные

$\angle DCO = \frac{1}{2} \sphericalangle CB$ - как угол между
касательной и хордой

$\angle CAB = \frac{1}{2} \sphericalangle CB = \angle 1$ - как вписанный

$\angle DPE$ - внешний угол $\triangle CDE$, т. е.

$\angle 2 = \angle 1 + \angle 3$, значит $\angle CAD = \angle 2$,

значит $\angle CAD = \angle DAE = \angle 2$, а O - симметрична
 $\triangle CAE$, а по условию симметрична

$$\frac{CA}{AE} = \frac{CO}{OE} = \frac{3}{10} \quad ; \text{мысл. } CA = 3y; AE = 10y$$

$\angle DPA = \frac{1}{2} \sphericalangle ABD$ - как вписанный

$\angle CDA = \frac{1}{2} \sphericalangle ABD$ - как угол между
касательной и хордой

т.к. $\angle CDA = \angle DAE$; $\angle DPA = \angle CAD$, то

$\triangle DPA \sim \triangle CAD$, поэтому

$$\frac{AD}{AC} = \frac{ED}{AE} = \frac{AD}{AC} \quad ; \quad AD^2 = AC \cdot AE = 30y^2; AD = 10\sqrt{3}y$$

$$\frac{ED}{AD} = \frac{AD}{AC} = \frac{10\sqrt{3}y}{30y} = \frac{10\sqrt{3}}{30} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

14.

Для симметрии отобразим все штыки в одной половине и клетку, остальные 4 аналогично определить, поэтому $4 \times 6 = 24$ способов для каждой ветви своей симметрии C_{25000}^4

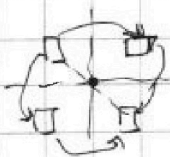
Для центрального будем выбирать по 1 штыку и все будет равно из группы штыков и симметричного ей откос. центра, так же делаем и пока, еще надо рассмотреть на комбинации переименовок

Тогда рассмотрим все штыки по центрально симметричные пары, при этом из каждой пары одна клетка будет выше горизонтальной, средней линии, а другая ниже, от т.к. комбинации при выборе одной клетке для группы контролировать 4 аналогично определению еще одну, то $4 \times 6 = 24$ комбинации

C_{25000}^4

всего

Значит получим C_{25000}^4 , но мы также别忘了 про симметричные пары при симметричном определении симметрии будет комбинация так же на примере 1 клетка C_{25000}^2 себе, значит всего $2 \times C_{25000}^4$



всего симметрии и клетки разбиваются на 4,



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Один слева и центральный



ответ найдем
картинку в которой
присутствуют все 3

симметрии и клетки разрешаются
на сетке
с группой своей симметрии и группой
определен.

разобьем прямоугольник "группы
метками" на 4 равные части в каждой
будет ровно 1 клетка из каждой
сетки, значит отдельно
выбрать 2 клетки из сетки и
остальные будут одинаково определены.
на-бо способ

C^2_{12500} , по каждой точке и группой

для каждого из способов
конечное
способов выбрать
записать 8 клеток:

$$3 \cdot C^4_{25000} - 2 \cdot C^2_{12500}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6.

$a, b, c \neq 0$ $(a-c)(b-c) = p^2$, где p - простое
возможны 3 случая

$$\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=1 \\ a-c=b-c=p \end{cases}$$

1) Если $a-c=b-c$, то $a=b$, но у нас
 $a \neq b$ - противоречие

2) $a-c=1; b-c=p^2$

$$b = p^2 + c$$

$a = c+1$; $p^2 > 1$, значит $b > a$ -
противоречие

3) $b-c=1; a-c=p^2$

$$b = c+1; a = p^2 + c; a > b, \text{ т.к. } p^2 > 1$$

$$a-b = p^2 - 1 = (p-1)(p+1) \not\equiv 3$$

Если $p \equiv 1 \pmod{3}$; то $(p-1) \equiv 0 \pmod{3}$

Если $p \equiv 2 \pmod{3}$; то $(p+1) \equiv 0 \pmod{3}$, значит $p \equiv 0 \pmod{3}$, т.е.

$p=3$, значит $b=c+1; a=9+c$

$$a+b^2 = 9+c+(c+1)^2 = 9+c+c^2+2c+1 = c^2+3c+10$$

$$c^2+3c+10=560$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$c^2 + 3c - 550 = 0$$

$$c = -25; c = 22$$

$$\left\{ \begin{array}{l} c = -25 \\ a = -16 \\ b = -24 \end{array} \right.$$
$$\left\{ \begin{array}{l} a = 31 \\ b = 23 \\ c = 22 \end{array} \right.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

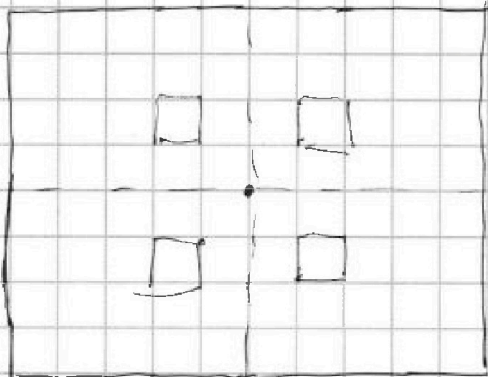
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) $a - c = b - c$, невозм. т.к. $a > b$

N 5



$$100 \cdot 250$$

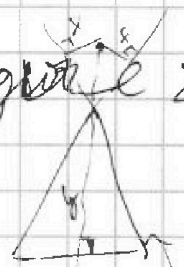
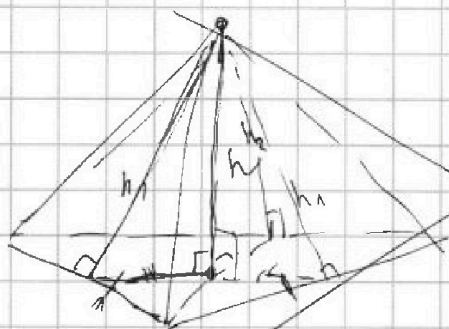
$$\begin{matrix} \swarrow 4 & \nwarrow 4 \\ 25000 & + & 25000 & + \\ + 50000 \cdot 49998 & + & \dots & + \\ + A & & \uparrow & \end{matrix}$$

убрать сумму поворота шимметрии

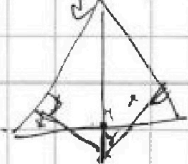
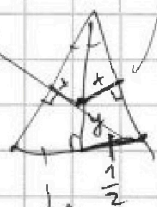
$$A = \frac{50000 \cdot 49998 \cdot 49996 \cdot 49994 \cdot \dots}{4!}$$

$- C_{12500}^2 / \dots$

v7



$h_1 = 8$
 $h_2 = 6$



$$\sqrt{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{x - \frac{\sqrt{3}}{2} + y}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{1}$$

$$x = \sqrt{3} - 2y$$

$$2x = -\sqrt{3} + y$$

$$y = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = \sqrt{64 - h^2}$$

$$y = \sqrt{36 - h^2}$$

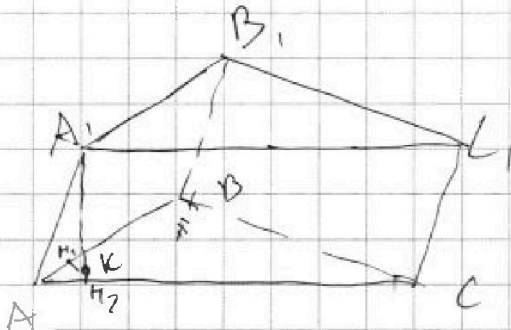


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AB = BC = AC = 1$$

Решение:

$$S_{AA_1B_1B} = 4 \quad S_{AA_1C_1C} = 4$$

$$S_{BB_1C_1C} = 3$$

k - проекция

$$A_1 \text{ на } (ABC); \quad AB \perp k = h$$

Решение $kH_1 \perp AB$; $\rho(k; AB) = h_1$; $\rho(k; AC) = h_2$;

~~так~~ $kH_1 \perp AB$; $kH_2 \perp AC$, т.к. $A_1k \perp (ABC)$, то

A_1H_1 ; $A_1H_2 = A_1H_1 \perp AB$; $A_1H_2 \perp AC$,
значит $A_1H_1 \cdot AB = S_{AA_1B_1B} = 4 \Rightarrow A_1H_1 = 4$,
аналогично $A_1H_2 = 4$

из $\triangle A_1kH_1$; $\triangle A_1kH_2$; $\angle A_1kH_2 = \angle A_1kH_1 = 90^\circ$

$$A_1H_1 = \sqrt{A_1k^2 + kH_1^2} = \sqrt{h^2 + h_1^2} = 4$$

$$A_1H_2 = \sqrt{A_1k^2 + kH_2^2} = \sqrt{h^2 + h_2^2} = 4$$

т.к. $A_1H_1 = A_1H_2$, то $h_1 = h_2$, т.е.

k лежит на прямой, содержащей биссектрису $\angle BAC$ или ее продолжении.

рассмотрим плоскость (ABC)

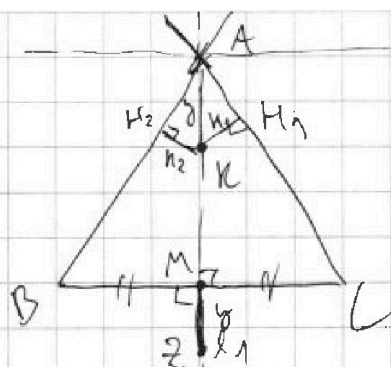


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Сум $\ell \in \ell_1$

Центр $B_1C_1 (M_1)$

проецируется

на прямую ℓ_2 ,

т.к. элемент π — проекция A , элемент на вектор AK , то проекция

M_1 элемент на том же вектор,

т.е. $\pi \in \ell_1$ (π — проекция M_1), $\pi(z; BC) = AK$ т.к. — медиана

$\rho(z; BC) = y = AK = 2M_1$, т.к. $AK \perp BC$ (т.к.

$\triangle ABC$ — равносторонний, а AM — биссектриса); $M_1z \perp (ABC)$; M_1z — высота треугольника $M_1z = h$ от основания A_1H_1 к A_1H_2 ; $MM_1 \perp BC$, т.к.

$Mz \perp (ABC)$; $z \perp BC$;

$$MM_1 = \sqrt{Mz^2 + 2M^2} = \sqrt{h^2 + y^2}$$

$$MM_1 \cdot BC = S_{B_1C_1C} = 3, \text{ т.е. } MM_1 = 3$$

$h_1 = h_2 = x = \frac{y}{2}$, т.к. $\angle MAC = 30^\circ$ в силу того, что AM — биссектриса равностороннего треугольника ABC

$$\sqrt{x^2 + h^2} = 3; \sqrt{h^2 + y^2} = 3, \text{ т.е.}$$

$x > y$; но $x = \frac{y}{2}$, т.к. $x > 0$; $y > 0$ — величины положительные, значит $K \in \ell_2$

Этот элемент π — проекция на ℓ_2 итак как все формулы из рассмотренного случая верны и для этого элемента, значит $K \in \ell_2$

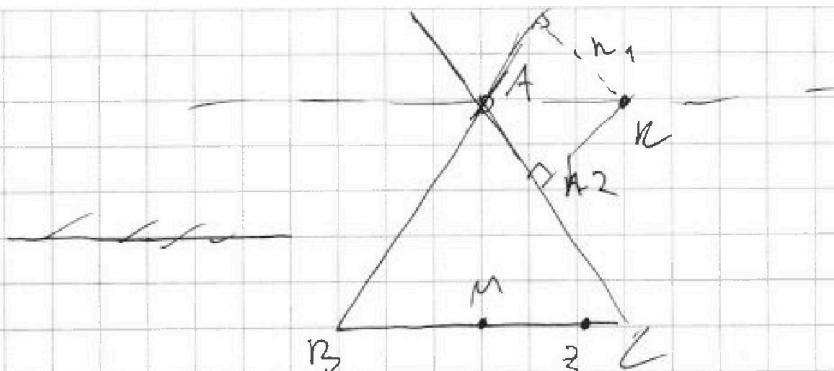


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\vec{AK} = m \vec{BC}$, значит т.к. $AK \parallel BC$, то

$z \in BC$, значит $\rho(BC; z) = \rho(z; BC) = y = 0$

Т.к. $S_{ABC} = h \cdot BC = 3$

$$h = 3$$

$h_1 = h_2 = x$ могут быть концами одного отрезка, а значит мы сможем соединить точки, тогда $\sqrt{h^2 + x^2} = \sqrt{9 + x^2} = 4$

$$x = \sqrt{7}$$

Ответ: $h = 3$

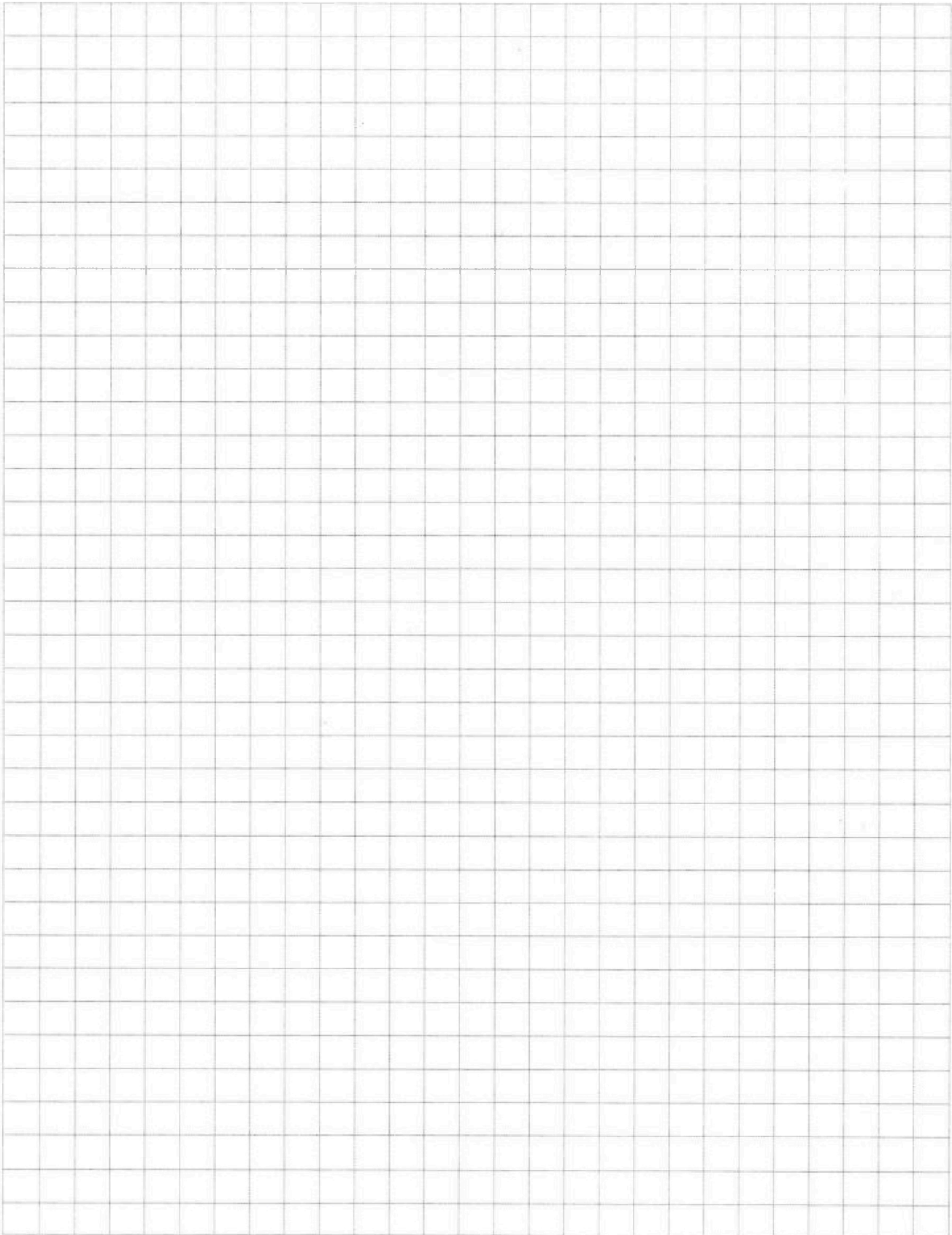


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
_ _ ИЗ _ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

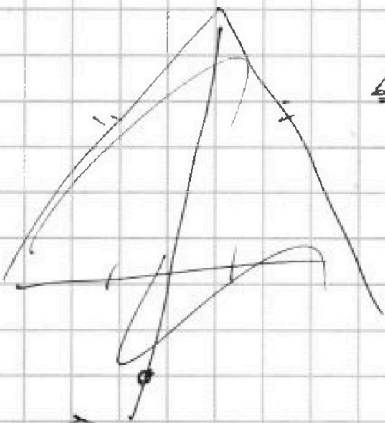
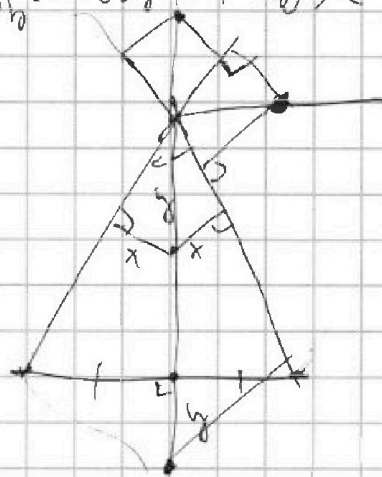
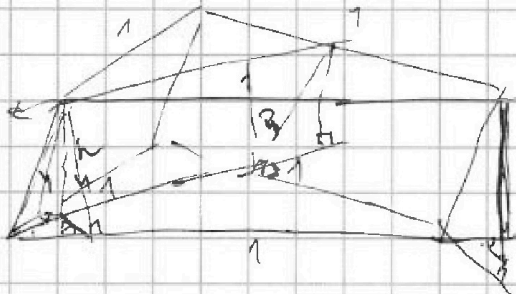
СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

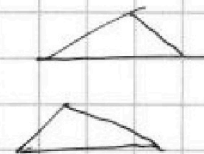
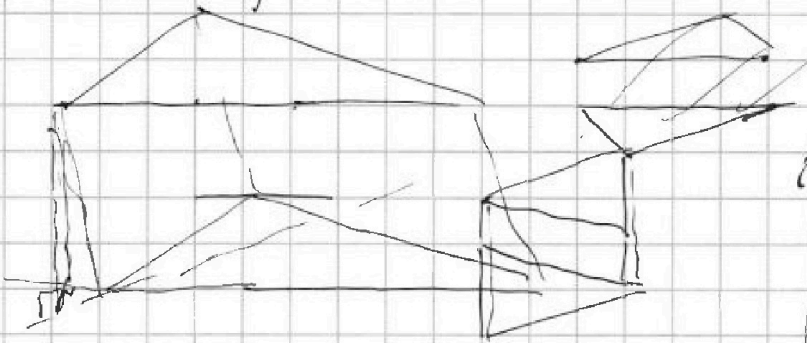
M7

$$4by + 2,5 = 169 - z^2$$

$$169z^2 - 280by + 35^2 = 169z^2$$



422x



$$169 - z^2$$

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2}$$

~~y = 4x + 6~~

~~ay + 6x + c = 0~~

$$\frac{ay_1 + 6x_1 + c}{\sqrt{a^2 + 6^2}} = 20 = p$$

$$4x^3 + 6x^2 + 3x - 3 = p$$

$$2x^2(2x+3) + 3x + 4,5 = p + 3 + 4,5$$

$$2x^2 + 3$$

$$(2x^2 + 4,5)(2x + 3) = p + 7,5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \cos 3x &= \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x = \\ &= (2\cos^2 x - 1) \cos x - 2\cos x (1 - \cos^2 x) = \\ &= 4\cos^3 x - 3\cos x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4\cos^3 x - 3\cos x + 3 \cdot (2\cos^2 x - 1) &= 6\cos x = \\ = 4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 &= 0 \end{aligned}$$

$$4x^3 + 6x^2 + 3x - 3 = 0 \quad -4 \leq 0 \leq 10$$

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \frac{3}{2}$$

$$4 \cdot \frac{3}{2} + 2 \cdot \frac{3}{2} + 3 - 3$$

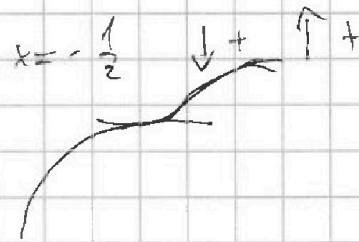
$$(4x^3 + 6x^2 + 3x - 3) = 12x^2 + 12x + 3$$

$$12x^2 + 12x + 3 = 0$$

$$4x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$4(x + \frac{1}{2})^2 = 0$$

$$x = -\frac{1}{2}$$



$$f(-1) = -4 + 6 - 3 - 3 = -4$$

$$f(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - 3 = -\frac{5}{2} = -2.5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6.

$$a > b$$

$$a - b \div 3$$

$$(a - c)(b - c) = p^2, \quad p - \text{простое}$$

$$a + b^2 = 560$$

$$x \cdot y = p^2 \quad \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ x=y=p \end{cases}$$

$$1) \quad a - c = 1; \quad a = c + 1; \quad b - c = p^2$$

$$b = p^2 + c$$

$a > b$, т.е. программа.

$$2) \quad b - c = 1; \quad b = c + 1; \quad a = p^2 + c$$

$$a) \quad a - b = p^2 - 1 = (p - 1)(p + 1)$$

$p - \text{простое}; \quad p \equiv \frac{1}{2} \pmod{3}$

$p = 3$

$$a = 9 + c; \quad b = 1 + c$$

$$(9 + c)(1 + c)$$

$$9 + c + (1 + c)^2 = 560$$

$$9 + c + 1 + 2c + c^2 = 560$$

$$c^2 + 3c - 550 = 0$$

$$c = -25; \quad c = 22$$

$$550 = 11 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 24 \\ \hline + 96 \\ 48 \\ \hline 576 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 2

$$x_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{x+1}} = 6 \quad \cdot x_0$$

$$x_{13} = 5-x = 6^2 \quad \cdot 6x_0$$

$$x_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} = 6^4 \quad \cdot 6^2 x_0$$

$$\frac{x_{15}}{x_7} = 6^8 = (x+1)^2$$

$$6^4 = x+1$$

$$(5-x) =$$

$$\sqrt{(13x-35)(x+1)} \quad \sqrt{|13x-35|} = 5-x$$

$$13x-35 = (5-x)^2$$

$$13x-35 = 25 - 10x + x^2$$

$$x^2 - 23x + 60 = 0$$

$$60 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ + 17 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \overline{)73} \\ 73 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 529 \\ -240 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 23 \\ 23 \\ \hline + 69 \\ \hline 46 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$460 = 240$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{y+z} + 5 = 2\sqrt{y+x-z^2+z}$$

$$(y+1) + 3|y-12| = \sqrt{169 - z^2}$$

$$(y+1) + 3|y-12| = \sqrt{(13-z)(13+z)}$$

$$(y+1)^2 + 9(y-12)^2 + 6|y+1||y-12| =$$

$$= (13-z)(13+z)$$

$$y^2 + 2y + 1 + 9y^2 - 72y + 144 +$$

$$+ 6|y^2 - 11y - 12| = (13-z)(13+z)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |z| \leq 13 \\ x \geq -3 \\ x+z \leq 4 \\ x^2 + x \leq y+z \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |z| < 13 \\ x \geq -3 \\ z \leq 7 \\ x+z \leq 4 \\ x^2 \leq y+4 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |z| \leq 13 \\ x \geq -3 \\ z \leq 7 \\ x+z \leq 4 \\ x^2 \leq y+x+z \leq y+4 \end{array} \right. \quad -3 \leq x+z \leq 4$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -13 \leq z \leq 7 \\ -3 \leq x \leq 17 \\ -4 \leq y \leq 17^2 - 4 \end{array} \right.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2\sqrt{64-h^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{36-h^2}$$

$$4(64-h^2) = \frac{3}{4} - \sqrt{3}\sqrt{36-h^2} + 36-h^2$$

$$220-3h^2 = \frac{3}{4} - \sqrt{3}\sqrt{36-h^2}$$

$$4 \cdot 64 = 256 - 36 = 220$$

$$2\sqrt{64-h^2} + \sqrt{36-h^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$4(64-h^2) + 36-h^2 + 4\sqrt{(64-h^2)(36-h^2)} = \frac{3}{4}$$

$$-5h^2 + 256 + 36 + 4\sqrt{h^4 - 100h^2 + 64 \cdot 36} = \frac{3}{4}$$

$$-5h^2 + 292 + 4\sqrt{h^4 - 100h^2 + 64 \cdot 36} = \frac{3}{4}$$

$$4\sqrt{h^4 - 100h^2 + 2304} = 5h^2$$

$$64 =$$

$$64 = h^2 + x^2$$

$$36 = h^2 + y^2 = h^2 + \frac{3}{4} - 2\sqrt{3}x + 4x^2$$

$$64 = h^2 + x^2$$

$$\sqrt{36} = 4x^2 - 2\sqrt{3}x + \frac{3}{4} + h^2$$

$$+ 28 = 3x^2 - 2\sqrt{3}x + \frac{3}{4}$$

$$64 = h^2 + \frac{3}{4} + \frac{13h^2}{4} + \frac{5x^2}{4}$$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{h}{2}$$

$$y = 2x + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 36 \\ \hline 28 \\ 192 \\ \hline 2304 \end{array}$$

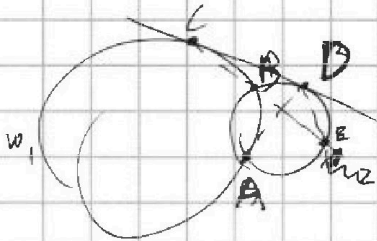


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

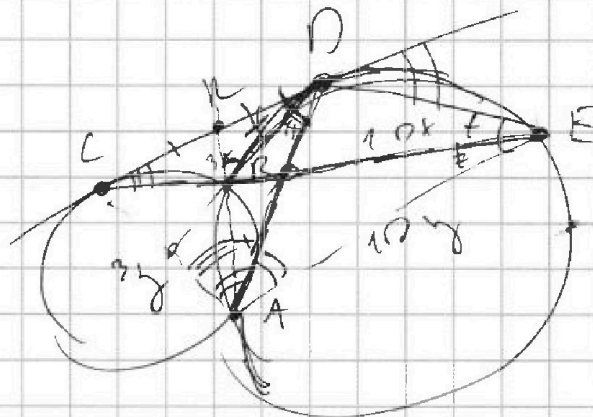
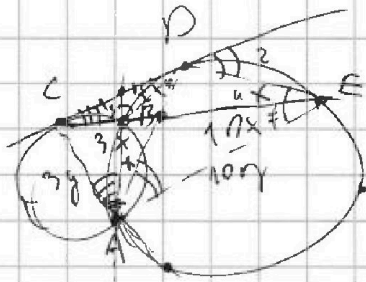


$$\frac{ED}{CP} = ?$$

$$\frac{ED}{AB} = \frac{EA}{AD}$$

$$\angle 2 = \angle 3 + \angle 4$$

~~КР~~



$$\triangle ADE \sim \triangle CPA$$

$$\frac{DE}{CP} = \frac{EA}{AP} = \frac{AD}{CA}$$

$$\frac{DE}{CP} = \frac{10x}{4x} = \frac{AD}{3x}$$

$$30x^2 = AD^2$$

$$AD = \sqrt{30}x$$

$$\frac{DE}{CP} = \frac{10}{\sqrt{30}} = \frac{10\sqrt{30}}{30}$$