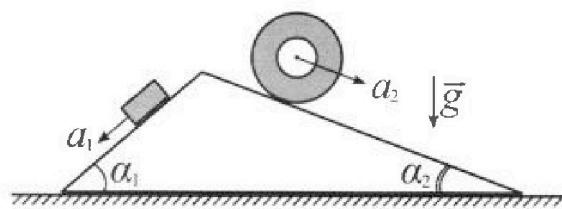


Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-01

*В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.*

1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брускок массой m с ускорением $a_1 = 5g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $4m$ с ускорением $a_2 = 5g/24$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту $\alpha_1 (\sin \alpha_1 = 3/5, \cos \alpha_1 = 4/5)$ и $\alpha_2 (\sin \alpha_2 = 5/13, \cos \alpha_2 = 12/13)$. Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

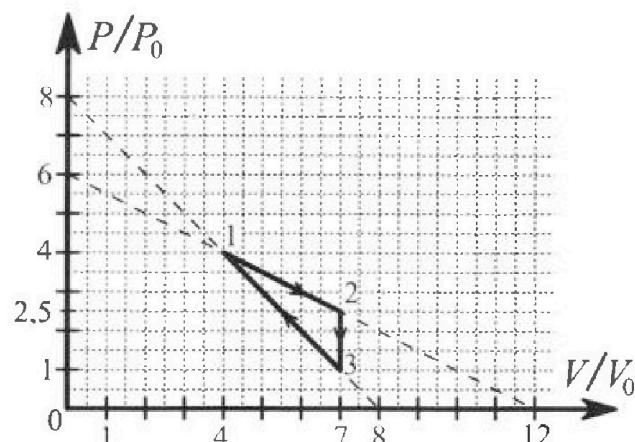


- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с чи словым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

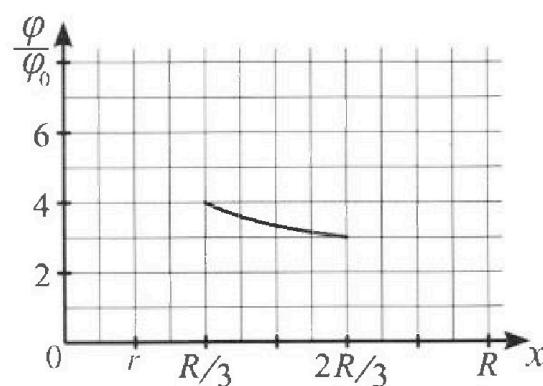
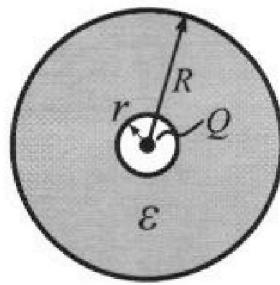
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 2-3 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 1.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r, R, Q, ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = R/4$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .





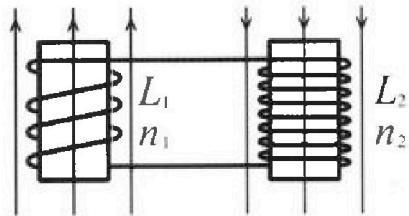
**Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024**



Вариант 11-01

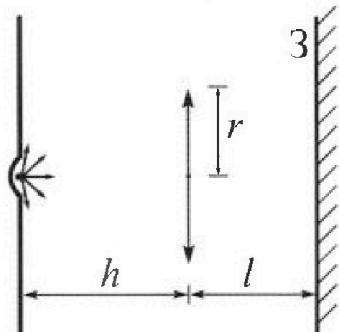
В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 4L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 2n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/2$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $2B_0$ до $2B_0/3$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменились неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/2$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 3$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало З. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещённой части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещённой части стены.

Ответы дайте в $[\text{см}^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.

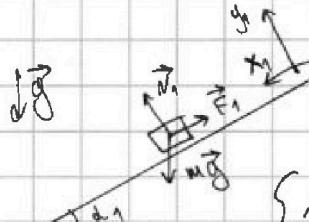


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Рассставим силы, действующие на бруск (см. рис.):

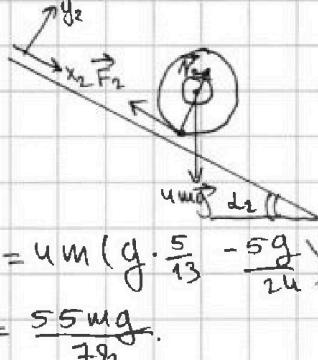


Запишем второй закон Ньютона в ИСО земли

в проекции на оси x_1 и y_1:

$$\begin{cases} N_1 = mg \cos \alpha_1 \\ ma_1 = mg \sin \alpha_1 - f_1 \end{cases} \Rightarrow F_1 = m(g \sin \alpha_1 - a_1) = m(g \cdot \frac{3}{5} - \frac{5g}{13}) = mg \cdot \frac{39 - 25}{65} = \frac{14mg}{65}$$

2) Рассставим силы, действующие на постель ~~и~~ цилиндр (см. рис.):



Запишем второй закон Ньютона в ИСО земли в проекции на оси x_2 и y_2:

$$\begin{cases} N_2 = umg \cos \alpha_2 \\ ma_2 = umg \sin \alpha_2 - f_2 \end{cases} \Rightarrow F_2 = um(g \sin \alpha_2 - a_2) = um(g \cdot \frac{5}{13} - \frac{5g}{24}) = 20mg(\frac{1}{13} - \frac{9}{24}) = \frac{20mg(24 - 13)}{24 \cdot 13} = \frac{5 \cdot 11 mg}{13 \cdot 6} = \frac{55mg}{78}$$

3) Рассставим силы, действующие на клин (см. рис.):
(m_k - масса клина)

Запишем второй закон Ньютона в ИСО земли в проекции на горизонтальную ось:



$$-F_1 \cos \alpha_1 + N_1 \sin \alpha_1 - N_2 \sin \alpha_2 + F_2 \cos \alpha_2 + F_3 = 0$$

$$F_3 = F_1 \cos \alpha_1 - N_1 \sin \alpha_1 + N_2 \sin \alpha_2 - F_2 \cos \alpha_2 =$$

~~$$-mg(\frac{14}{65} \cdot \frac{4}{5}) = F_1 \cos \alpha_1 - umg \cos \alpha_1 \sin \alpha_1 + N_2$$~~

$$= F_1 \cos \alpha_1 - umg \cos \alpha_1 \sin \alpha_1 + umg \cos \alpha_2 \sin \alpha_2 - F_2 \cos \alpha_2 = mg(\frac{14}{65} \cdot \frac{4}{5} - \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} + 4 \cdot \frac{5}{13} \cdot \frac{12}{13} - \frac{55}{78} \cdot \frac{12}{13}) = mg(\frac{4}{25}(\frac{14}{13} - 3) + \frac{5 \cdot 12}{13^2}(4 - \frac{11}{6})) =$$

$$= mg(\frac{4}{25} \cdot (-\frac{25}{13}) + \frac{5 \cdot 12}{13^2} \cdot \frac{13}{6}) = mg(-\frac{4}{13} + \frac{5 \cdot 2}{13}) = \frac{6mg}{13}.$$

Ответ: 1) $F_1 = \frac{14mg}{65}$; 2) $F_2 = \frac{55mg}{78}$; 3) $F_3 = \frac{6mg}{13}$.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

III-2. Газ автоматический, $i=3$. Пусть начальное давление газа равно p_0 .

1) III-2. работа газа Число в числе численно равна площади числа в pV -координатах:

$$A = (p_2 - p_3)(V_2 - V_1) \cdot \frac{1}{2} = (2,5p_0 - p_0)(7V_0 - 4V_0) \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} p_0 V_0 = \frac{9}{4} p_0 V_0.$$

$$|\Delta U_{23}| = |U_3 - U_2| = \left| \frac{1}{2}(p_3 V_3 - p_2 V_2) \right| = \left| \frac{3}{2} (p_0 \cdot 7V_0 - 2,5p_0 \cdot 4V_0) \right| =$$

$$= \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 7p_0 V_0 = \frac{63}{4} p_0 V_0.$$

$$\text{При этом } \frac{|\Delta U_{23}|}{A} = \frac{\frac{63}{4} p_0 V_0 \cdot 4}{\frac{9}{4} p_0 V_0} = \frac{63}{9} = 7.$$

2) Запишем уравнение Менделеева-Клапейрона для состояния 1:

$$p_1 V_1 = T_1 R \Rightarrow p_0 \cdot 4V_0 = T_1 R \Rightarrow T_1 = \frac{16 p_0 V_0}{R}.$$

Найдем зависимость $\frac{p}{p_0}(\frac{V}{V_0})$ в процессе 1-2:

$$\frac{p}{p_0} = k_1 \frac{V}{V_0} + b_1$$

Подставив точку $(0; 6)$, получаем, что $b_1 = 6$. Подставив точку $(12; 0)$,

получаем, что $k_1 = -\frac{1}{2}$. III-2. $\frac{p}{p_0} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{V}{V_0} + 6$.

III-2. по закону Менделеева-Клапейрона, $pV = RT$ (для любой точки данного процесса), то $T \propto pV \Rightarrow T \propto \frac{p}{p_0} \cdot \frac{V}{V_0} \Rightarrow T \propto \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{V}{V_0}\right)^2 + 6 \frac{V}{V_0}\right)$. III-2.

~~$T \propto V^2$~~ $T(V)$ зависит квадратично. III-2. график $T(V)$ представляет собой параболу с ветвями вниз, максимальное T достигается в ее вершине. Себе в этом случае равен $V_{01} = -\frac{6}{-\frac{1}{2}} V_0 = 6V_0$ (неведущим видеть, что эта точка принадлежит процессу 1-2). Подставив

V_{01} в зависимость $\frac{p}{p_0}(\frac{V}{V_0})$, получим, что $p_{01} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{6V_0}{V_0} \cdot p_0 + 6p_0 = = 3p_0$. Покуда, по закону Менделеева-Клапейрона, $\sqrt{RT_{01}} = p_{01} V_{01} \Rightarrow$

$$\Rightarrow T_{01} = \frac{p_{01} V_{01}}{R} = \frac{3p_0 \cdot 6V_0}{R} = \frac{18 p_0 V_0}{R}. \text{ При этом } \frac{T_{01}}{T_1} = \frac{18 p_0 V_0 / R}{16 p_0 V_0 / R} = \frac{9}{8}.$$

3) Найдем зависимость $\frac{p}{p_0}(\frac{V}{V_1})$ в процессе 3-1:

$$\frac{p}{p_0} = k_2 \frac{V}{V_0} + b_2$$

Подставив точку $(0; 8)$, получаем, что $b_2 = 8$. Подставив точку $(8; 0)$,

получаем, что $k_2 = -1$. III-2. $\frac{p}{p_0} = -\frac{V}{V_0} + 8$.

Аналогично пункту (2) получаем, что $T \propto \frac{p}{p_0} \cdot \frac{V}{V_0} \Rightarrow T \propto \left(-\left(\frac{V}{V_0}\right)^2 + \frac{8V}{V_0}\right)$.

III-2. максимальное значение температуры достигается при $V_{02} = -\frac{8}{-1} V_0 = 8V_0$ (неведущим видеть, что эта точка принадлежит процессу 3-1). III-2. в процессе 3-1 температура все время возрастает.

Пусть максимум температуры в процессе 1-2 достигается в точке 4.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По определению КПД цикла: $\eta = \frac{A}{Q_+} = \frac{A}{Q_- + A}$. При этом $Q_- = Q_{42} + Q_{23}$, т.к. раз ставят тепло в прокладах 4-2 и 2-3

Запишем I начало термодинамики для всех участков цикла:

$$Q_{1u} = \Delta U_{1u} + A_{1u} \quad (\Delta U_{1u} > 0, A_{1u} > 0 \Rightarrow Q_{1u} > 0)$$

$$Q_{42} = \Delta U_{42} + A_{42} \quad (\Delta U_{42} < 0, A_{42} > 0)$$

$$Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23} \quad (\Delta U_{23} < 0, A_{23} = 0 \Rightarrow Q_{23} < 0)$$

$$Q_{31} = \Delta U_{31} + A_{31} \quad (\Delta U_{31} > 0, A_{31} < 0)$$

Среднем зная Q_{42} и Q_{31} :

$$\Delta U_{42} = U_2 - U_4 = \frac{3}{2} (\rho_2 V_2 - \rho_4 V_4) = -\frac{3}{2} \rho_0 V_0 (3 \cdot 6 - 2,5 \cdot 7) = -\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} \rho_0 V_0 = -\frac{3}{4} \rho_0 V_0$$

$$A_{42} = \frac{1}{2} (V_2 - V_4) (\rho_4 + \rho_2) = \frac{1}{2} \rho_0 V_0 (7 - 6) (2,5 + 3) = \frac{11}{4} \rho_0 V_0$$

$$Q_{42} = \Delta U_{42} + A_{42} = -\frac{3}{4} \rho_0 V_0 + \frac{11}{4} \rho_0 V_0 = 2 \rho_0 V_0 > 0$$

$$\Delta U_{31} = U_1 - U_3 = \frac{3}{2} (\rho_0 \cdot 4 V_0 - \frac{9}{4} \rho_0 V_0) = \frac{27}{2} \rho_0 V_0$$

$$A_{31} = -(V_3 - V_1) \frac{\rho_1 + \rho_3}{2} = -3 V_0 \cdot \frac{4 + 1}{2} \rho_0 = -\frac{15}{2} \rho_0 V_0$$

$$Q_{31} = A_{31} + \Delta U_{31} = \left(\frac{27}{2} - \frac{15}{2}\right) \rho_0 V_0 = 6 \rho_0 V_0 > 0.$$

т.е. $Q_- = Q_{23}$.

$$Q_{23} = \Delta U_{23} = U_3 - U_2 = -\frac{3}{2} \rho_0 V_0 (2,5 - 1) \cdot 7 = -\frac{63}{2} \rho_0 V_0. \text{ Тогда } \eta = \frac{\frac{9}{2} \rho_0 V_0}{-\frac{63}{2} \rho_0 V_0 + \frac{9}{2} \rho_0 V_0} = \frac{9}{63+9} = \frac{9}{72} = 12,5\%.$$

Ответ: 1) $|\Delta U_{23}| = 7$; 2) $\frac{T_0}{T} = \frac{2}{3}$; 3) $\eta = \frac{1}{8} = 12,5\%$.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Заменим систему "заряд + пустой шар + диэлектрик" на эквивалентную ей систему "заряд + сфера + сфера" (см. рис.)



П.н. суммарный заряд системы не изменяется, заряды малой и большой сфер равны по модулю и противоположны по знаку.

Найдем q , заливав формулу для напряженности поле в диэлектрике и между сферами (т.к. система эквивалентна, $E_1 = E_2$):

$$E_1 = \frac{kQ}{\epsilon r_0^2} \quad (r < r_0 < R)$$

$$E_2 = \frac{kQ}{r_0^2} - \frac{kq}{R^2} \Rightarrow \frac{kQ}{\epsilon r_0^2} = \frac{kQ}{r_0^2} - \frac{kq}{R^2} \Rightarrow \frac{Q}{\epsilon} = Q - q \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q = Q - \frac{Q}{\epsilon} = Q \cdot \frac{\epsilon - 1}{\epsilon}$$

(использовано суперпозиция)

Тогда потенциал внутри диэлектрика при $x = \frac{R}{4}$ будет равен $\varphi_x =$

$$= \frac{kQ}{x} - \frac{kq}{x} + \frac{kq}{R} = \frac{4kQ}{R} - \frac{4kq}{R} + \frac{kq}{R} = \frac{4kQ}{R} - \frac{3kq}{R} = \frac{4kQ}{R} - \frac{3kQ(\epsilon-1)}{R\epsilon} =$$

$$= \frac{kQ}{R} \left(4 - \frac{3(\epsilon-1)}{\epsilon} \right) = \frac{kQ(\epsilon+3)}{R\epsilon}$$

2) П.н., удалась от центра шара, при $x = \frac{R}{4}$ мы уже находимся в диэлектрике, то при $a_1 = \frac{R}{3}$ и $a_2 = \frac{2R}{3}$ мы также находимся в диэлектрике (на это указывает то же самое значение изображено на данном рисунке графика).

Заменим потенциал точек A_1 и A_2 ; исходя из принципа суперпозиции:

$$\varphi_1 = \frac{kQ}{a_1} - \frac{kq}{a_1} + \frac{kq}{R} = \frac{3kQ}{R} - \frac{3kq}{R} + \frac{kq}{R} = \frac{3kQ}{R} - \frac{2kq}{R} = \frac{kQ}{R} \left(3 - \frac{2(\epsilon-1)}{\epsilon} \right) =$$

$$= \frac{kQ}{R} \cdot \frac{3\epsilon - 2\epsilon + 2}{\epsilon} = \frac{kQ(\epsilon+2)}{\epsilon} = 4\varphi_0$$

$$\varphi_2 = \frac{kQ}{a_2} - \frac{kq}{a_2} + \frac{kq}{R} = \frac{3kQ}{2R} - \frac{3kq}{2R} + \frac{kq}{R} = \frac{3kQ}{2R} - \frac{kq}{2R} = \frac{kQ}{2R} \left(3 - \frac{\epsilon-1}{\epsilon} \right) =$$

$$= \frac{kQ}{2R} \cdot \frac{(3\epsilon - \epsilon + 1)}{\epsilon} = \frac{kQ(2\epsilon + 1)}{2R\epsilon} = 3\varphi_0$$

Тогда $\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{(\epsilon+2)2\epsilon}{\epsilon(2\epsilon+1)} = \frac{4\varphi_0}{3\varphi_0} \Rightarrow \frac{2(\epsilon+2)}{2\epsilon+1} = \frac{4}{3} \Rightarrow 8\epsilon + 8 = 6\epsilon + 12 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2\epsilon = 8 \Rightarrow \epsilon = 4$$

Ответ: 1) $\varphi_x = \frac{kQ(\epsilon+3)}{R\epsilon}$; 2) $\epsilon = 4$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) По закону Фарadays, в первой катушке будет возникать ЭДС индукции, но модуль равна $\mathcal{E}_i = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta B}{\Delta t} S = n_1 \frac{\Delta B}{\Delta t} = S n_1$.
тогда, если скорость изменения магнита равна I' , то: $\frac{\Delta B}{\Delta t} = I'$.

$$I' L_{\text{общ}} = \mathcal{E}_i$$

$$I' (L_1 + L_2) = \mathcal{E}_i$$

$$\therefore I' = \frac{\mathcal{E}_i}{L_1 + L_2} = \frac{S n_1}{L_1 + L_2}$$

2) Ток во втором магните равен I . Тогда суммарный ток через катушки равен $\Phi = L_{\text{общ}} I = (L_1 + L_2) I$.

$$\text{Но при этом } \Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = n_1 S \cdot \frac{B_0}{2} + n_2 S \cdot \frac{2B_0}{3} = \frac{B_0 n_1 S}{2} + \frac{n_2 B_0 S}{3} = \frac{11 B_0 n_1 S}{6}$$

$$\text{тогда } I (L_1 + L_2) = \frac{11 B_0 n_1 S}{6} \Rightarrow I = \frac{11 B_0 n_1 S}{6(L_1 + L_2)}$$

$$\text{Ответ: 1) } I' = \frac{S n_1}{L_1 + L_2}; \quad 2) \quad I = \frac{11 B_0 n_1 S}{6(L_1 + L_2)}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

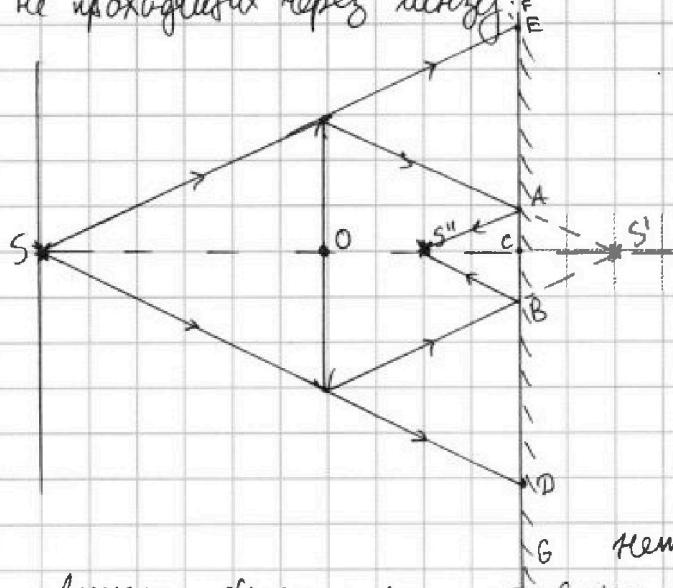


- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Изобразим ход краиних лучей, проходящих через минзу, и краиних лучей, не проходящих через минзу:



Для этого найдем расстояние от минзы до изображения лампочки (в случае отсутствия зеркала):

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{h} + \frac{1}{f_1} \Rightarrow \frac{1}{F} = \frac{1}{2F} + \frac{1}{f_1} \Rightarrow \\ \Rightarrow f_1 = 2F \quad (f_1 > l)$$

действительное изображение лампочки S'' будет параллельно S' относительно зеркала.

Нетрудно видеть, что область AB будет освещена, область AE и BD будут неосвещены, области EF и DG будут освещены. При этом освещение и неосвещение области имеет вид концентрических кругов (см. рис.):

Из геометрии найдем AC и AE :

$$AC = r \cdot \frac{S'C}{S'O} = r \cdot \frac{(2F - l)}{2F} = \frac{r(2F - l)}{3 \cdot 2F} = \frac{r}{3}$$

$$CE = r \cdot \frac{S'D}{S'O} = r \cdot \frac{l + F}{2F} = \frac{5}{3}r = 5 \text{ см}$$

Площадь концентрического неосвещенного слоя зеркала

$$\text{будет равна } S_1 = \pi \cdot CE^2 - \pi \cdot AC^2 = \pi (5^2 - 1^2) = 24\pi \text{ (см}^2\text{).}$$

2) Изобразим дальнейший ход лучей AS'' и BS'' , а также дальнейший ход луча SD (ход луча SE будет параллелен ему относительно линзы). Для этого найдем расстояние от минзы до изображения S'' действующего источника S'' :

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{l - (2F - l)} + \frac{1}{f_2} \Rightarrow \frac{1}{F} = \frac{3}{2F} + \frac{1}{f_2} \Rightarrow f_2 = -2F. \text{ Т.е. изображение } S'' \text{ является и свидетельствует о } S'.$$

Нетрудно видеть, что области SB'' и $D'F'$ будут освещены, а область DF'' будет неосвещена. Освещенные и неосвещенные области в этой схеме будут иметь такой же вид концентрических кругов, как в схеме (1).

Из геометрии найдем SB'' и SD' .

$$SB'' = OB' \cdot \frac{SS'}{S'O} = CA \cdot \frac{SS'}{S'O} = \frac{r}{3} \cdot \frac{4F}{2F} = \frac{2r}{3} = 2 \text{ (см)}$$

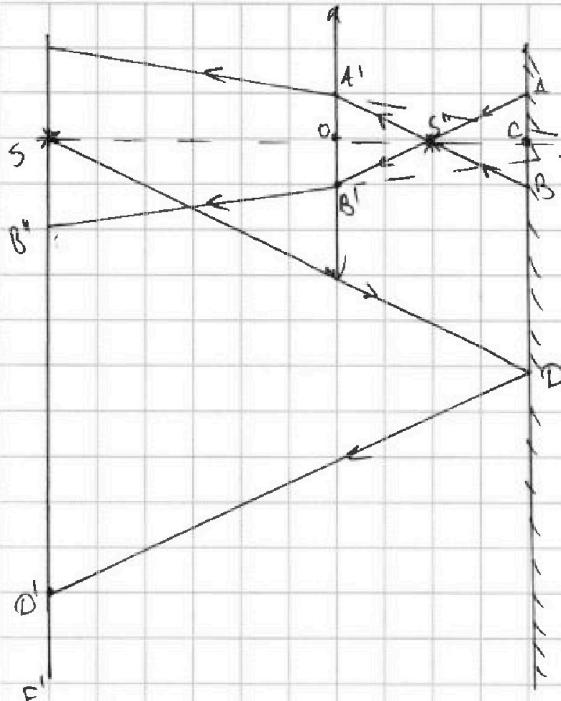


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$SD^2 = 2CD = 2 \cdot r \cdot \frac{h}{2} = \frac{10r}{3} = \frac{10 \cdot 3}{3} = 10 \text{ (cm)}$$

$$\text{Тогда } S_2 = \pi \cdot SD^2 - r \cdot BS''^2 = \pi (SD^2 - S''B^2) = \pi (10^2 - 2^2) = 96\pi \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Ответ: 1) $S_1 = 24\pi \text{ (cm}^2\text{)}; 2) S_2 = 96\pi \text{ (cm}^2\text{)}.$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

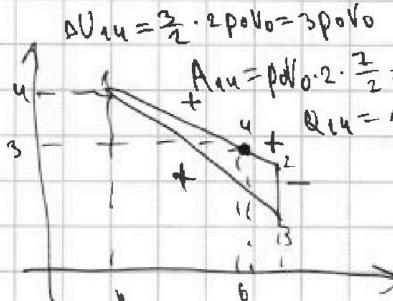
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\Delta U_{44} = \frac{3}{2} \cdot 2 \rho_0 V_0 = 3 \rho_0 V_0$$

$$A_{44} = \rho_0 (0.2 \cdot \frac{3}{2}) = 2 \rho_0 V_0$$

$$Q_{44} = 10 \rho_0 V_0$$

$$\frac{U}{V_0} |_{31} = -V + 8$$

$$T(U) |_{31} = -V^2 + 8V$$

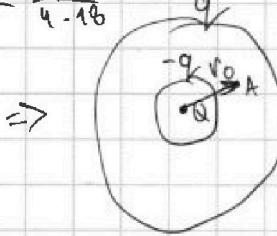
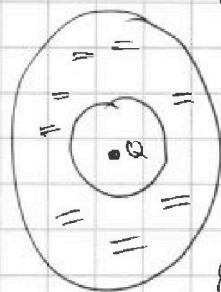
$$V_{00} = \frac{6}{2} = 4$$

$$\begin{aligned} \Delta U_{42} + \Delta U_{23} + \Delta U_{43} &= \\ &= -3(10 \rho_0 V_0 - 7 \rho_0 V_0) \\ &= -\frac{3}{2} \rho_0 V_0 \\ \Delta U_{42} &\approx \frac{3}{2} (10 \rho_0 V_0 - 12.5) = -\frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$Q_- = \Delta U_{42} + A_{42} + \Delta U_{23} = -\rho_0 V_0 \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} + \right. \\ \left. + 1 \cdot \frac{3+2.5}{2} \right) = -\rho_0 V_0 \left(\frac{21}{4} + \frac{11}{4} \right) = -8 \rho_0 V_0$$

$$\eta = \frac{A_{44} A_0}{Q_+} = \frac{A_0}{A_0 + 1(Q_+)} = \frac{A_0}{A_0 - Q_-} = \frac{9}{4(\frac{9}{4} + 8)} = \frac{9}{9+32} = \frac{9}{41}$$

$$N3 \quad Q_+ = \rho_0 V_0 (10 + 2 + 6) = 18 \rho_0 V_0$$



$$\text{если } \frac{R}{4} < r:$$

$$Q = \frac{kQ}{r^2} = \frac{4kQ}{R^2}$$

$$\text{если } \frac{R}{4} > r:$$

$$Q = \frac{kQ}{r^2} + \frac{kq}{r^2} = \frac{4k}{R^2} (Q-q) = \frac{4k}{R^2} \cdot Q \left(1 - \frac{r-1}{r} \right) =$$

$$= \frac{4kQ}{R^2} \left(1 - \frac{r-1}{r} \right)$$

На графике нет переходов $\Rightarrow r < \frac{R}{3}$

$$Q_1 = \frac{kQ}{\frac{R}{3}} - \frac{kq}{\frac{R}{3}} = \frac{3kQ}{R} - \frac{kq}{R}$$

$$Q_2 = \frac{kQ}{\frac{2R}{3}} - \frac{kq}{\frac{2R}{3}} = \frac{3kQ}{2R} - \frac{kq}{2R}$$

$$Q_1 = \frac{kQ}{\frac{R}{3}} + \frac{kq}{\frac{R}{3}} + \frac{kq}{R} = \frac{3kQ}{R} - \frac{2kq}{R} =$$

$$= \frac{kq}{R} (3 - \frac{2(r-1)}{r}) = \frac{kq}{R} \frac{E-2}{E}$$

$$= \frac{4kQ}{R} \frac{E-2}{E} = 3 \psi_0$$

$$E = \frac{1}{3}$$

$$\frac{3kQ}{R} = Q_1 = 4\psi_0$$

$$\frac{3kQ}{2R} = Q_2 = 3\psi_0$$

$$\frac{4kQ}{2R} = 3\psi_0$$

$$E = \frac{1}{3}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

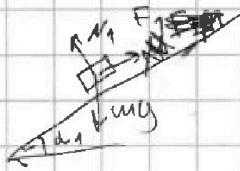


- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1



$$N_1 = mg \cos \alpha_1$$

$$mg \sin \alpha_1 - F_1 = m a_1$$

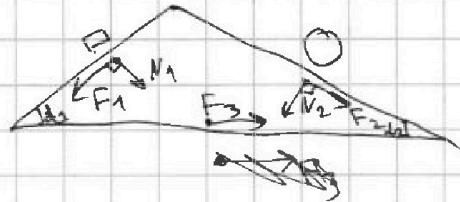
$$F_1 = \mu (g \sin \alpha_1 - a_1) = \mu g \left(\frac{2}{5} - \frac{5}{13} \right) = \frac{95 \mu g}{65}$$



$$N_2 = \mu mg \cos \alpha_2$$

$$\mu mg \sin \alpha_2 - F_2 = \mu m a_2$$

$$F_2 = \mu m (g \sin \alpha_2 - a_2) = \mu m g \left(\frac{5}{13} - \frac{5}{24} \right) = \frac{95 \mu m g}{78}$$



$$-F_1 \cos \alpha_1 + N_1 \sin \alpha_1 - N_2 \sin \alpha_2 +$$

$$+ F_2 \cos \alpha_2 + F_3 = 0$$

$$F_3 = F_1 \cos \alpha_1 + N_1 \sin \alpha_1 + N_2 \sin \alpha_2 +$$

$$-F_2 \cos \alpha_2 = \frac{\mu_1}{\mu_2} \cdot \frac{4}{5} - \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} +$$

$$+ 4 \cdot \frac{5 \cdot 12}{13^2} - \frac{55}{78} \cdot \frac{12}{13} =$$

$$= \mu g \left(\frac{4}{25} \left(\frac{14}{13} - 3 \right) + \frac{5 \cdot 12}{13^2} \left(4 - \frac{11}{6} \right) \right) = \mu g \left(-\frac{4}{13} + \frac{5 \cdot 2}{13} \right) \quad \text{circled } \frac{6 \mu g}{13}$$

N2

$$A_0 = 1,5 \rho_0 \cdot 3V_0 \cdot \frac{1}{2} = 2,25 \rho_0 V_0 = \frac{9}{4} \rho_0 V_0$$

$$|\Delta U_{23}| = \frac{1}{2} (2,5 \cdot 7 \rho_0 V_1 - 4 \rho_0 V_0) = \frac{3}{2} \cdot \frac{3+7}{2} \rho_0 V_0 = \frac{63}{4} \rho_0 V_0$$

$$\frac{|\Delta U_{23}|}{A_0} = \frac{63}{9} = 7$$

$$4\rho_0 \cdot 4V_0 = 7R T_1 \Rightarrow T_1 = \frac{16 \rho_0 V_0}{7R}$$

$$\frac{D(V)}{V_0} = -\frac{1}{2} V + 6$$

$$4 \leq \frac{V}{V_0} \leq 7$$

$$T(V)_{12} = -\frac{1}{2} V^2 + 6$$

$$6 \frac{V}{V_0} \Rightarrow T_{MAX} = \frac{16 \rho_0 V_0}{7R} = \frac{-6}{7} = 6 \Rightarrow \frac{T_{MAX}}{T_1} = \frac{16}{70} = \frac{9}{8}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



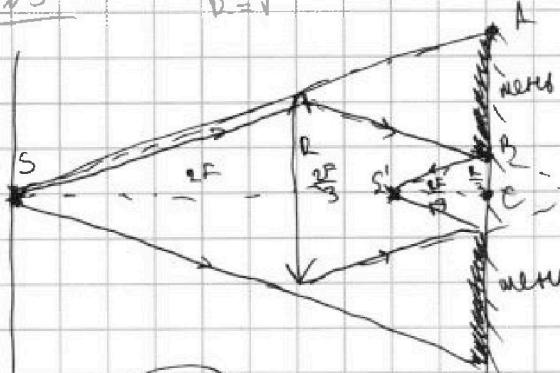
- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

$$D = r$$



$$AC = \frac{R}{3}$$

$$AC = \frac{R}{3} \left(\frac{2h}{3} + h \right) = \frac{5R}{3}$$

$$AB = AC - BC = \frac{4R}{3}$$



$$S_1 = \pi \left(\frac{16R^2}{9} - \frac{R^2}{9} \right) = \frac{15R^2\pi}{9} = \frac{5\pi R^2}{3} = 15\pi \text{ cm}^2$$

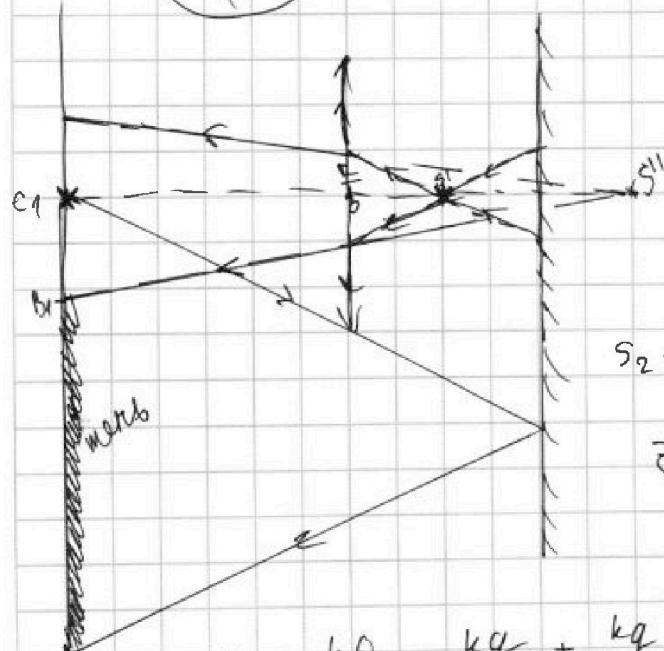
$$E_i = \frac{\Delta B S n}{\Delta t} = d S n$$

$$I' L_2 = E_i$$

$$\frac{q}{2F} = \frac{1}{F} + \frac{3R}{2F}$$

$$\frac{1}{F} = -\frac{1}{2F}$$

$$f = -2F$$



$$B_1 C_1 = \frac{2R}{3}$$

$$A_1 C_1 = 2AC = \frac{10R}{3}$$

$$S_2 = \pi \left(\frac{100R^2}{9} - \frac{4R^2}{9} \right) = \frac{96\pi R^2}{9} = \frac{32\pi R^2}{3} = 96\pi \text{ cm}^2$$

$$U_1 = \frac{kQ}{\frac{R}{3}} - \frac{kQ}{\frac{R}{3}} + \frac{kQ}{\frac{R}{3}} = \frac{3kQ}{R} - \frac{2kQ}{R} = \frac{kQ}{R} \left(3 - 2 \frac{E-1}{E} \right) =$$

$$= \frac{kQ(E+2)}{R} = 4U$$

$$U_2 = \frac{kQ}{\frac{2R}{3}} - \frac{kQ}{\frac{2R}{3}} + \frac{kQ}{\frac{R}{3}} = \frac{3kQ}{2R} - \frac{kQ}{2R} = \frac{kQ}{R} \left(\frac{3}{2} - \frac{E-1}{2E} \right) = \frac{kQ(5E+1)}{2RE} = 3U$$

~~$$2U_1 + U_2 = \frac{(E+2)\cdot 2}{5E+1} = \frac{4}{3} \Rightarrow 6E+12 = 20E+4 \Rightarrow 14E = 8 \Rightarrow E = \frac{8}{14} = \frac{4}{7}$$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

от

$$\bullet I L_1 + I L_2 = \Phi$$

$$\Phi = \frac{B_0}{2} \cdot nS + \frac{2B_0}{3} \cdot 2nS$$

$$I = \frac{B_0 n S \left(\frac{1}{2} + \frac{4}{3} \right)}{L_1 + L_2} = \frac{11 B_0 n S}{6(L_1 + L_2)}$$