



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1. Пусть первый член арифметической прогрессии равен a_1 , а разность равна d . Тогда

$$\begin{cases} a_1 + 3d = 6 - 9x \\ a_1 + 5d = (x^2 - 4y)^2 \\ a_1 + 9d = 9x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6 - 9x - 3d = x^2(x-2)^2 - 5d \\ 6 - 9x - 3d = 9x^2 - 9d \\ x^2(x-2)^2 - 5d = 9x^2 - 9d \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 6 - 9x - 3d &= 9x^2 - 9d \\ 6d &= 9x^2 + 9x - 6 \\ d &= \frac{3x^2 + 3x - 2}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2(x-2)^2 - 5d &= 9x^2 - 9d \\ 9x^2 - 4d &= x^2(x^2 - 4y + 4) \end{aligned}$$

$$9x^2 - 2(3x^2 + 3x - 2) = x^4 - 4x^3 + 4x^2$$

$$\begin{aligned} 9x^2 - 6x^2 - 6x + 4 &= x^4 - 4x^3 + 4x^2 \\ x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 &= 0 \end{aligned}$$

$x=1$ корень $(1 - 4 + 1 + 6 - 4 = 0)$

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \mid x-1 \\ \underline{-x^3 - x^3 + x^2 + 6x - 4} \\ x^3 - 3x^2 - 2x + 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -3x^3 + x^2 + 6x - 4 \\ \underline{-3x^3 + 3x^2} \\ -2x^2 + 6x - 4 \\ \underline{-2x^2 + 2x} \\ 4x - 4 \\ \underline{-4x + 4} \\ 0 \end{array}$$

$x^3 - 3x^2 - 2x + 4 = 0$ $x=1$ тоже корень

$$\begin{array}{r} x^3 - 3x^2 - 2x + 4 \mid x-1 \\ \underline{x^3 - x^2} \\ -2x^2 - 2x + 4 \\ \underline{-2x^2 + 2x} \\ -4x + 4 \\ \underline{-4x + 4} \\ 0 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 4 = 20$$

$$x_1 = \frac{2 + 2\sqrt{5}}{2} = 1 + \sqrt{5}$$

$$x_2 = 1 - \sqrt{5}$$

Тогда

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = 1 + \sqrt{5} \\ x = 1 - \sqrt{5} \end{cases}$$

Ответ. $\{1, 1 + \sqrt{5}, 1 - \sqrt{5}\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

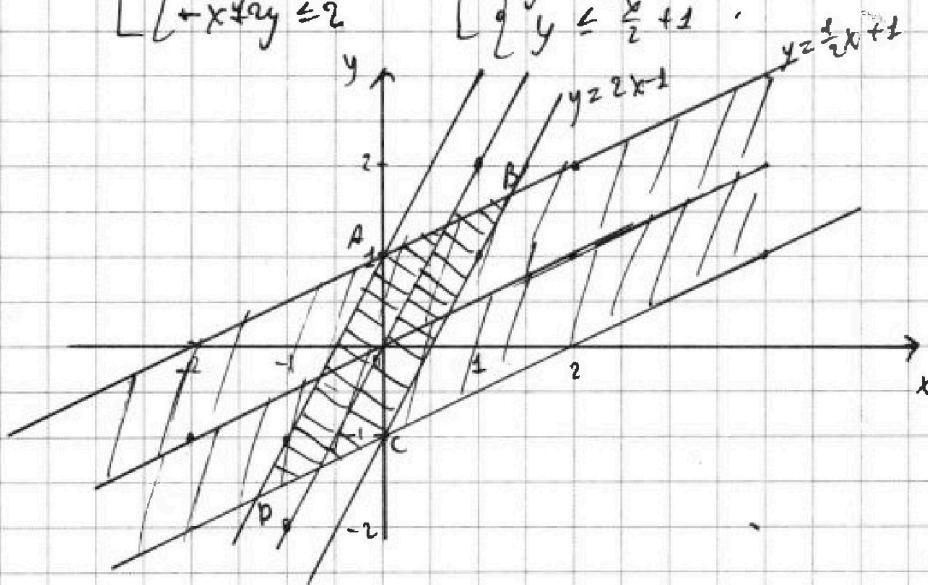
12. $|x-y| \leq 2$
 $|2x-y| \leq 1$

1) Рассмотрим сначала $|x-y| \leq 2$

$$\begin{cases} x-y \geq 0 \\ x-y \leq 2 \\ x-y \leq 0 \\ -x+ay \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq \frac{x}{2} \\ y \geq \frac{x}{2} - 1 \\ y \geq \frac{x}{2} \\ y \leq \frac{x}{2} + 1 \end{cases}$$

Покажем это графически (как //)



2) $|2x-y| \leq 1$

$$\begin{cases} 2x-y \geq 0 \\ 2x-y \leq 1 \\ 2x-y \leq 0 \\ -2x+y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq 2x \\ y \geq 2x - 1 \\ y \geq 2x \\ y \leq 2x + 1 \end{cases}$$

Покажем это на той же системе координат (как \\\)

Тогда x и y подходит только из ~~одной~~ четырехугольника ABCD. Максимальные значения x и y одновременно выполняются в точке B, где которая является пересечением $y = 2x - 1$ и $y = \frac{1}{2}x + 1$.

$$2x - 1 = \frac{1}{2}x + 1$$

$$1.5x = 2$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$$y = 2x - 1 = 2 \cdot \frac{4}{3} - 1 = \frac{5}{3}$$

Тогда максимальное $3y + 6x = 3 \cdot \frac{5}{3} + 6 \cdot \frac{4}{3} = 5 + 8 = 13$.

Ответ: 13.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~а) $a^2 + b^2 = 3 \cdot (59)^2$. Анализ: $a^2 + b^2 = 3 \cdot (59)^2 = 3 \cdot 3481 = 10443$. $(a-b)^2 = 10443 - 4ab$~~

Рассмотрим $b(a+d) = 11p^2$. Возможны случаи, когда $b : p^2$, $b : p$ и $a+d : p$ или $(a+d) : p^2$.

1) $b : p^2$

Если $b = p^2$, то $a+d = 11$, $a = 2$. Тогда $mn = p^2$, $m+n = 2$.

Но т.к. m и n натуральные, $m \geq 1$, $n \geq 1$, т.е. $m+n \geq 2$.

Этот случай невозможен.

Если $b = kp^2$, то $a+d = 11/k$, $a < 0$, что невозможно, т.к. $a \in \mathbb{N}$.

2) $b : p$ и $a+d : p$.

Если $b = kp$ и $a+d = p$, то $mn = k(m+n+d)$

$mn = km + kn + kd$. Если m и n четные, то левая

часть четная, а правая нечетная. Если m и n нечетные, то левая часть $\equiv 2$, а правая $\equiv 1$, что невозможно. Если $m \equiv 2$ и $n \equiv 2$, то левая часть $\equiv 2$, а правая $\equiv 2$. Если $m \equiv 2$ и $n \equiv 1$, то левая часть $\equiv 2$, а правая $\equiv 1$.

Если $m \equiv 1$ и $n \equiv 1$, то правая часть $\equiv 2$, т.е. $m+n+d \equiv 2$ и при этом $m+n+d$ нечетно.

Ответ: $a=2, d=9$ т.е. Тогда $m+n+d = 2$, то $m+n < 0$,

т.е. это невозможно.

3) b и $a+d : p^2$

Если $a+d = 11p^2$, то $b = mn$ и $m = n = 1$. $3+d = 11p^2$, что невозможно.

Если $a+d = zp^2$, то $b = 11$, то $mn = 11$. Если $m = 11$ и $n = 1$, то $1+2+d = zp^2 = 22$, что невозможно.

Если $11 = 11$ и $m = 1$, то $1+2+d = p^2 = 32$ что тоже невозможно.

Тогда $m = 5$ и $n = 3$

Ответ. $n = 3, m = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N3. \quad A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = (m+2n)^2 - 7(m+2n) = (m+2n)(m+2n-7)$$

$$B = mn(m+2n+9) \quad \left\{ \begin{array}{l} a \text{ и } b \text{ натуральные} \end{array} \right.$$

Пусть $m+2n = a$, $mn = b$. Тогда

$$A = a(a-7)$$

$$B = b(a+9)$$

1) Пусть $a(a-7) = 11p^2$, $b(a+9) = 75q^2$

Тогда возможно 3 случая: $a : p^2$, $a-7 : p^2$, $a : p$ и $a-7 : p$.

а) $a : p^2$, $a-7 : p$

Если $a = 11p^2$, то $a-7 = 1$, т.е. $11p^2 = 8$ и т.д. Тогда $a \neq 11p^2$

Если $a = p^2$ и $a-7 = 1$, то $a = 8$, что не является

квадратом натурального числа. Тогда такой случай невозможен

б) $(a-7) : p^2$

Если $a-7 = 11p^2$, то $a = 1$, т.е. $-6 = 11p^2$, что невозможно

Если $a-7 = p^2$ и $a = 11$, то $p^2 = 4 \Rightarrow p = 2$.

Тогда $b = 20 = 75q^2$

$$4b = 15q^2$$

$$q^2 : 4, \quad b : 15$$

Если $f > 1$, то $f^2 \geq 4$, т.е. $15f^2 \geq 60$. Тогда $m+2n > 11$

при всех m, n . Тогда $f = 1$.

$$\begin{cases} m+2n = 11 \\ mn = 15 \end{cases}$$

$$m = 11 - 2n$$

$$(11-2n)n = 15$$

$$11n - 2n^2 - 15 = 0$$

$$2n^2 - 11n + 15 = 0$$

$$D = 121 - 4 \cdot 2 \cdot 15 = 121 - 120 = 1$$

$$n_1 = \frac{11+1}{4} = 3$$

$$n_2 = \frac{11-1}{4} = 2.5. \quad \text{Так как } n \in \mathbb{N}, \text{ то}$$

$$n = 3, \quad m = 11 - 2n = 5.$$

в) $(a-7) : p$ и $a : p$.

Если $(a-7) = 11p$ и $a = p$, то $a-7 = 11a$, т.е. $a = -7$, что невозможно, т.к. $a \in \mathbb{N}$. Если $a = 11p$ и $a-7 = p$, то $11p-7 = p$ т.е. $10p = 7$, что невозможно, т.к. $p \in \mathbb{N}$.

2) Пусть. В этих случаях возможно только $n = 3$ и $m = 5$.

2) Пусть $a(a-7) = 75q^2$ и $b(a+9) = 11p^2$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Уч. Дано:

$\triangle ABC$

AX - биссектриса

M - середина BC

$K \in l$

$l \parallel AX$

$\angle \cap AB = \beta$

$\angle \cap CA = \gamma$

$AC = 6, YZ = 4, AZ = 3$

Найти: $BC = ?$

Решение:

Пусть $\angle BAX = \angle XAC = \alpha$ (AX - биссектриса по условию)

$AX \parallel MZ$ (по усл.) и AY - секущая $\Rightarrow \angle CYM = \alpha$ (по св-м

$AX \parallel MZ$ и AB секущая $\Rightarrow \angle YZA = \alpha$ (по св-м параллельных

$\triangle YAZ$ $\angle AYZ = \angle YZA = \alpha \Rightarrow \triangle YAZ$ р.б. (по уг.)

$\Rightarrow YA = AZ = 3$. Пусть $BM = c, MX = d$. Т.к. M - середина BC , то $MC = c \Rightarrow XC = c - d$.

$\angle CA'X = \angle CYM = \alpha, \angle YCB$ в $\triangle ACX$ и $\triangle YCM$ общий \Rightarrow

$\Rightarrow \triangle ACX \sim \triangle YCM$ (по двум углам) $\Rightarrow \frac{YC}{AC} = \frac{MC}{XC}$

$$\frac{4}{6} = \frac{c}{c-d} \Rightarrow d = \frac{1}{3}c, c-d = \frac{2}{3}c.$$

Рассмотрим $\triangle ABX$ и $\triangle ZBM$: $\angle ABM$ общий,
 $\angle BZM = \angle YZA = \alpha$ (вертикальные) $= \angle ZAX$.

Тогда $\triangle ABX \sim \triangle ZBM$ (по двум углам) \Rightarrow

$$\Rightarrow \frac{BZ + 3}{BZ} = \frac{c + \frac{1}{3}c}{c} = \frac{4}{3}$$

$$4BZ = 3BZ + 9$$

$$BZ = 9 \Rightarrow AB = 12.$$

В $\triangle YAZ$ по т. косинусов $AU^2 + AZ^2 - 2 \cdot AU \cdot AZ \cdot \cos(180 - 2\alpha) = YZ^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$16 = 9 + 9 - 2 \cdot 9 \cdot \cos(180 - 2\alpha), \text{ т.к. } \cos(180 - 2\alpha) = -\cos(2\alpha)$$

$$16 = 18 + 18 \cos 2\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \frac{16 - 18}{18} = \frac{-2}{18} = -\frac{1}{9}$$

По т. косинусов в $\triangle ABC$ $BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos 2\alpha$

$$BC^2 = 144 + 36 + 2 \cdot 12 \cdot 6 \cdot \frac{1}{9} = 180 + 16 = 196$$

Ответ. $\Rightarrow BC = 14$
14.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6. Заметим, что если 2 выбранных узла симметричны относительно центра, такой вариант будет посчитан 2 раза, а в остальных случаях 4 раза. Всего узлов в квадрате 21.

1) Если 2 выбранных точки симметричны относительно центрального узла.

Первую точку можно выбрать 120 способами (все, кроме центральной, т.к. если центральная выбрана, покрая не будет симметричен относительно центра). Вторая точка ~~выб~~ однозначно соответствует первой выбранной точке. Так как точки образуют по 2 раза выборки, то с учетом поворота будет $120 \cdot 2 = 240$ способов, а с учетом поворота $60 \cdot 2 = 120$.

2) а) Если 2 выбранных точки несимметричны относительно центра и одна из них является центральным узлом.

Количество способов таких раскрасок определяется лишь способами выбора не центральной точки. С учетом поворота их будет $\frac{120}{4} = 30$.

б) Если 2 выбранных точки не симметричны относительно центра и ни одна не является центральным узлом.

Первую точку можно выбрать 120 способами (все, кроме центральной), вторую (19/18), кроме центральной и уже выбранной. Способов всего будет $\frac{120 \cdot 119}{2}$ и с учетом поворота $\frac{120 \cdot 119}{2 \cdot 4} = 15 \cdot 119 = 1785$.

Всего способов покраски будет $1785 + 30 + 30 = 1845$.
Ответ. 1845.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \quad | \quad x-1 \\ -x^4 - x^3 \\ \hline -3x^3 + x^2 + 6x - 4 \\ -(-3x^3 + 3x^2) \\ \hline -2x^2 + 6x - 4 \\ -(-2x^2 + 2x) \\ \hline 4x - 4 \\ -(4x - 4) \\ \hline 0 \end{array}$$

$x^2(x-3) \cdot 2(x-1)$
 $x=1$ корень?..

$$\begin{array}{r} x^3 - 3x^2 - 2x + 4 \quad | \quad x-1 \\ -x^3 - x^2 \\ \hline -2x^2 - 2x + 4 \\ -(-2x^2 + 2x) \\ \hline -4x + 4 \\ -(-4x + 4) \\ \hline 0 \end{array}$$

MZ ?
 AB ? (BZ ?)

$$\begin{array}{r} 1 \\ 14 \\ \hline 156 \\ + 14 \\ \hline 196 \end{array}$$

$b = 4 + 4 \cdot 4 = 20$

$x_{1,2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 1 \pm \sqrt{5}$
 $b_2 = 1 - \sqrt{5}$?...

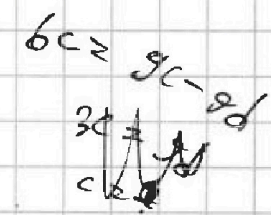
$\frac{9}{6} = \frac{MY}{AX} = \frac{3}{2} = \frac{MZ+4}{AX}$

$\frac{3+BZ}{BZ} = \frac{AX}{MZ}$

$AX = \frac{2(MZ+4)}{3}$

$BM=MC!$

$\frac{3+BZ}{BZ} = \frac{2MZ+8}{3 \cdot MZ}$

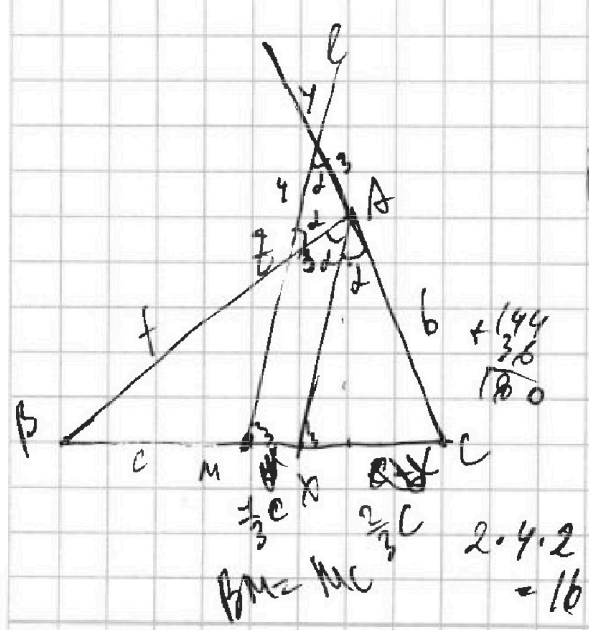


$\frac{3}{BZ} + 1 = \frac{2}{3} + \frac{8}{3MZ}$

$x - 2d = 6c$
 $3c = 2d$
 $d = \frac{1}{3}c$

$ctd + ezc = d + ezc$

$\frac{4}{3}c = \frac{4}{3}$



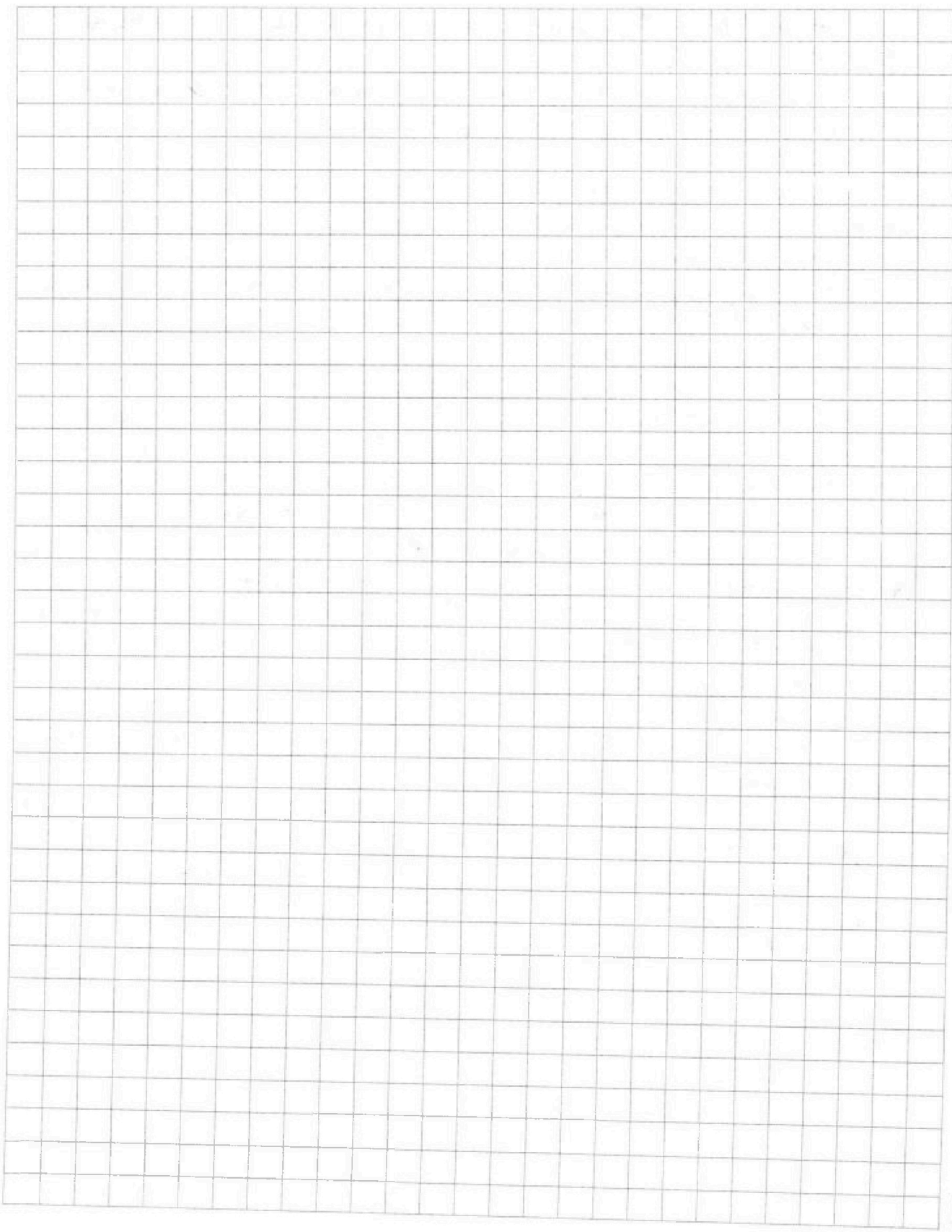


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

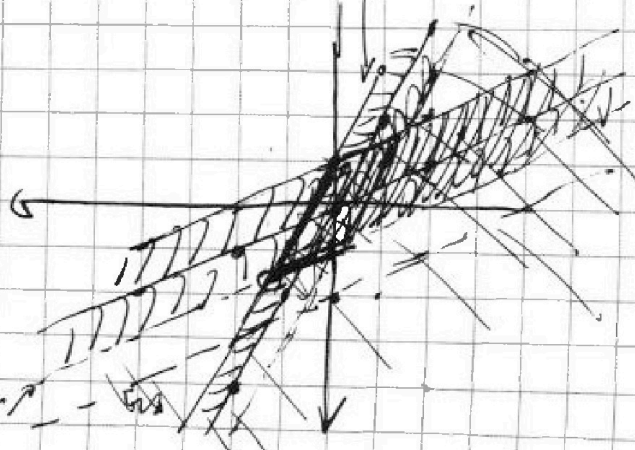
$$\begin{aligned} \delta &= -a + b = \frac{\epsilon}{2} + 9 - \frac{\epsilon}{5} \\ \frac{\epsilon}{5} - \frac{\epsilon}{2} &= -a_0 = h \\ a_0 &= \frac{\epsilon}{2} - \frac{\epsilon}{5} = \frac{3\epsilon}{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_0 + \delta &\leq h \\ a_0 &< h \\ \delta &\leq h - a_0 \\ a_0 &\leq h - a_0 \end{aligned}$$

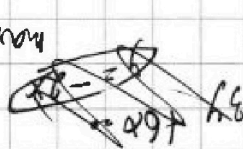
$$\begin{aligned} \delta - a_0 &\leq h \\ a_0 &= h \\ \delta &\leq h - a_0 \\ a_0 &< h - a_0 \end{aligned}$$

$$\delta \leq |h - a_0|$$

$$\delta - a_0 = h$$



$$\delta - \frac{\epsilon}{2} = h$$



$$\begin{aligned} a + \delta &\leq h \\ a &\leq h - \delta \\ \delta &\leq h - a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta &\leq h + x \\ -x + \delta &\leq 0 \\ 0 &\leq h - x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta - \frac{\epsilon}{2} &\leq h \\ \delta &\leq h \\ \delta &\leq h \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta &\leq h - a \\ 0 &\leq h - a \end{aligned}$$

$$\delta \leq |h - a|$$

$$a_0 + \delta$$

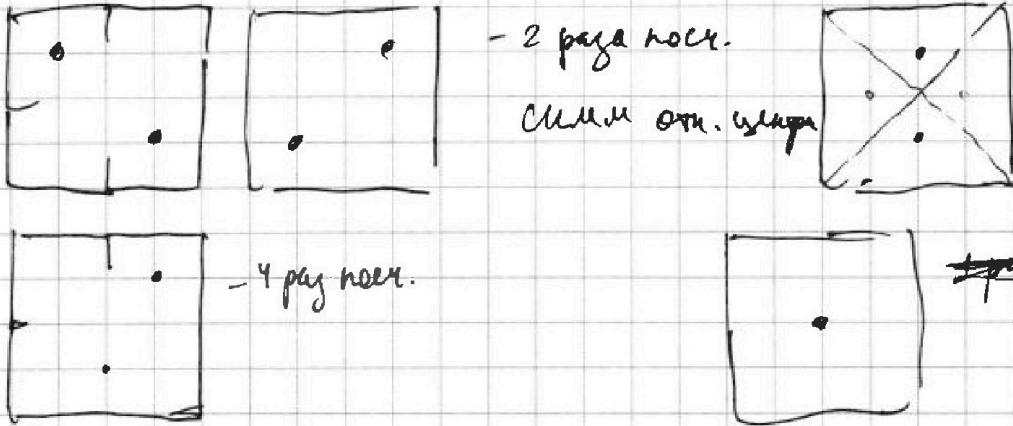
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



4) симм отн. центра 1 точка 120 способами, вторая очк.

поск. $\frac{120}{2} = 60$ ~~60~~ $\frac{60}{2} = 30$ способов
 косяк 600 \rightarrow $\frac{120}{2} = 60$ \rightarrow $\frac{60}{2} = 30$ способов
 симм отн. центра

2) не симм, по 120. $(120 - 1 - 1) = 118$

(m+n) + (m+n)

а) не симм, в центре
 б) не симм, не в центре

$\frac{120}{4}$ способов = 30
 $\frac{120 \cdot 118}{4}$

$m+n = a$
 $m+n = b$
 $AZ(m+n)(m+n)$
 $\begin{array}{r} 1891 \\ 90 \\ \hline 5985 \end{array}$
 $\times 120 = 71820$
 $\frac{71820}{2} = 35910$

$118 \cdot 118$
 $= m(m+n+9) = 8(a+9)$
 $\begin{array}{r} 998 \\ 110 \\ \hline 5985 \end{array}$
 $\times 118 = 706170$

$m^2n + 2mn^2 + 9mn$
 $= m^2n + 2mn^2 - 7mn + 16mn =$
 $4 \sqrt{(4+5x - y^2) + 7-y} +$
 $+ 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{(4+5x - y^2) + 7-y}$

$\sqrt{5x+7} = 2\sqrt{4+5x-y^2} + \sqrt{7-y}$

$\frac{1}{m^2} \sqrt{4+5x+2\sqrt{5x+7}} = \sqrt{(4+5x - y^2) + 7-y} +$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$3y + 6x$
 $y = \frac{x}{2}$
 $|x - y| - 2 \leq 0$
 $y \leq 2x$
 $x - y \leq 0$
 $2x - y \geq 0$
 $x - y \leq 0$
 $2x - y \geq 0$
 $y \geq \frac{x}{2}$
 $y \leq 2x$
 $-x + y \leq 0$
 $2x - y \leq 1$
 $x + y \leq 3$
 $y \geq x - 3$

$z = 5x + 2y$
 $z = 5(5) + 2(5) = 35$

$-4 - 2 - 2 - 1$
 $-2 - 2 - 2 - 6$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y+6x \geq \dots \\ y \leq 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-2y)^2 \leq 4 \\ (2x-y)^2 \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4xy \geq x^2 + y^2 - 1 \\ 4xy \geq x^2 + y^2 - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 4xy + 4y^2 \leq 4 \\ 4x^2 - 4xy + y^2 \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4y(x-y) \leq 4-x^2 \\ 4x(x-y) \leq 1-y^2 \end{cases}$$

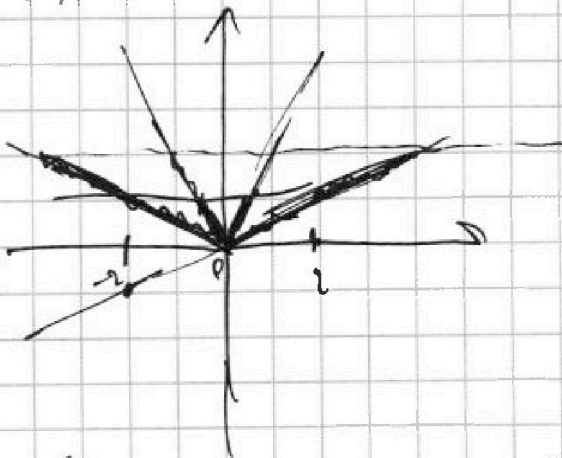
$$5x^2 - 8xy + 5y^2 \leq 5$$

$$2xy \leq 5(1 - y^2/x^2)$$

$$2xy \geq 5(x^2 + y^2 - 1)$$

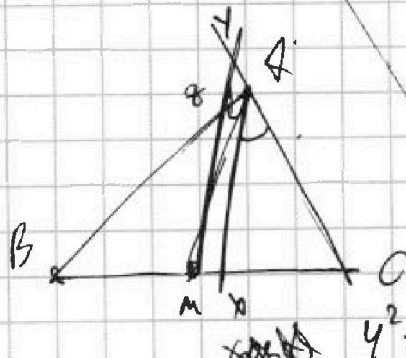
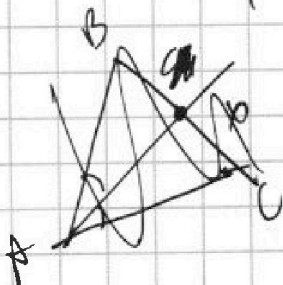
$$y = \frac{6x}{3} = 2x$$

График...



$$\begin{cases} y = 2x \\ y = \frac{x}{2} \\ y = 2x \end{cases}$$

BC-?
KZ=YC
AK=AB



$$\begin{cases} AC=6 \\ AB=3 \end{cases}$$

$$y^2 = 3^2 + 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \cos(180 - 2\alpha)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1. a_1, \dots, a_n
разность d

~~6~~ $a_4 = a_1 + 3d = 6 - 9x$ x^2 $\frac{a_1 + 3d - 6}{-9} = \frac{6 - a_1 - 3d}{-9}$

$a_6 = a_1 + 5d = (x^2 - 2x)^2 = x^2(x-2)^2$

$a_{10} = a_1 + 9d = 9x^2$

~~$a_4 = 6 - 9x + 3d$~~ $x^2 = \frac{a_1 + 9d}{9}$ 6-18
 ~~$a_1 + 5d = \frac{a_1 + 3d}{9} \cdot \left(\frac{6 - a_1 - 3d}{9} - 2 \right)$~~
 ~~$a_1 + 5d = \frac{a_1 + 3d}{9} \cdot \left(\frac{-a_1 - 3d - 12}{9} \right)^2$~~

$\begin{cases} a_1 = 9x^2 - 9d \\ a_1 = x^2(x-2)^2 - 5d \\ a_1 = 6 - 9x - 3d \end{cases}$

$6x^2 + 6x - 4 = 9x^2 - x^4 + 4x^3 - x^2$
 $-x^4 + 4x^3 - x^2 - 6x + 4 = 0$
 $x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$
 $x = 1$ корень

$9x^2 - 9d = 6 - 9x - 3d$

~~$3x^2 - 2d = 2 - 3x - d$~~

$9 - 4 - 6 = -1$

$-4 + 4 - 1 - 6 + 4 =$

$2 - 8 + 8 = 0$

$9x^2 + 9x - 6 = 6d$

$3x^2 + 3x - 2 = 2d$

$3x^2 + 3x = 2d + 2$

$d = \frac{3x^2 + 3x - 2}{2}$

$9x^2 - 9d = x^2(x-2)^2 - 5d$

~~$9x^2 - 9d = x^2(x-2)^2 - 5d$~~

$9x^2 - 9d = x^2(x^2 - 4x + 4)$

$6x^2 + 6x - 4 = 9x^2 - x^4 + 4x^3 - 4x^2$

$2(3x^2 + 3x - 2) = 9x^2 - x^2(x^2 - 4x + 4)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten geometric diagrams on grid paper. The diagrams show various triangles and quadrilaterals with points labeled A, B, C, M, N, L, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z, H, G, D, E, F, K. Some diagrams include circles and arcs. Handwritten notes include: "APMN", "BMZMC", "AN-вспом", "AB₂₄", "AN₂₈", "BN₂", "2√...", "APMN", "CLPQ", "AMNS", "AB₂₄", "AN₂₈", "BN₂", "2√...".



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

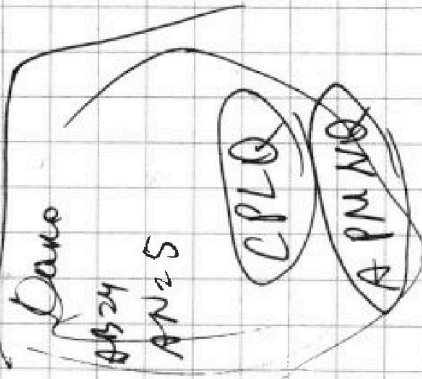
$$x^2 + 49 + 49x^2 = 56 + 20x - 4y^2 + 7 - y + 4\sqrt{...}$$

$$a(a-7) = 11 \cdot p \cdot p$$

$$a(a-7) = 11 \cdot p \cdot p$$

$$1) A = a(a-7) = 11 \cdot p \cdot p$$

$$B = 6(a+9) = 75q^2$$



$$A = 2(m+n)(m+n-7)$$

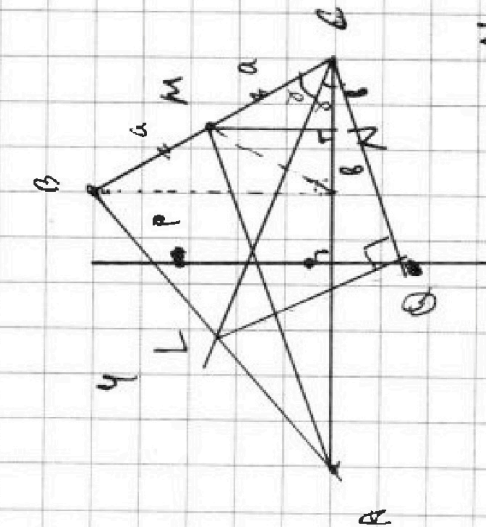
$$B = mn(m+n+9)$$

$$m+n=a$$

$$mn=b$$

$$1) A = a(a-7) = 11 \cdot p \cdot p$$

$$B = 6(a+9) = 75q^2$$



$$AL = \frac{2}{3} \sqrt{b^2 + c^2 - a^2}$$

$$BM = \frac{2}{3} \sqrt{a^2 + c^2 - b^2}$$

$$CN = \frac{2}{3} \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$$

$$AP = \frac{2}{3} \sqrt{b^2 + c^2 - a^2}$$

$$BP = \frac{2}{3} \sqrt{a^2 + c^2 - b^2}$$

$$CP = \frac{2}{3} \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$$

p-прост

a-7:ip

p=7

каково: 11

77:7

7:7

7:7

2) a:ip^2

a-7:ip

a-7:ip

a-7:ip^2

a-7:ip

a-7:ip

a-7:ip

a-7:ip

a-7:ip

a-7:ip

a-7:ip

a-7:ip

a-7:ip

a-7:ip

a-7:ip

a-7:ip

a-7:ip

a-7:ip

a-7:ip

a-7:ip



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a(a-2) = 75d^2$
 $2a: d^2 \rightarrow a = 75d$

$b(a+d) = 11p^2$

1) $b: p^2$

- $\cdot 4ep^2 a = 2$
- $\cdot b = 4p^2$
- $a = -3kp$

2) $a+d = p^2$

11

$m+2n = 2$
 $3p = 2$

9

$4kp = 4kp + 4kp + 3kp$

10

10+22

на границах $2 \cdot 4 + 2 \cdot 6 = 20$
 внутри $6 \cdot 6 = 36$

всего 121 нуга...

$\frac{C^2}{4} \cdot \frac{14}{4}$ $\cdot \frac{14}{4}$ $\cdot \frac{14}{4}$

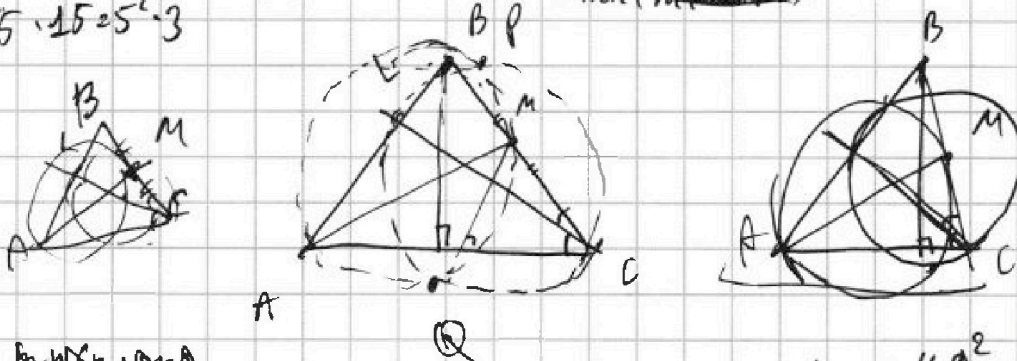
не берем

$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 4n = (m+2n)^2 - 7(m+2n) = (m+2n)(m+2n-7) = 11p^2$

$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn = mn(m+2n+9)$

$(m+2n) = \frac{11p^2}{m+2n-7}$

$5 \cdot 15 = 5^2 \cdot 3$



$mn(m+2n)$

$mn(m+2n) + 9mn = 75d^2 = \frac{mn \cdot 4p^2}{m+2n-7}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит max?

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 - 4xy \leq 4 \\ 4x^2 + y^2 - 4xy \leq 1 \end{cases}$$

$$|x-2y|/|x-y| \leq 2$$

$$\frac{b-2x}{2-3x}$$

$$4 + 9x^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3x = 9x^2 - 12x + 4$$

$$\frac{Ac}{AB} = \frac{x_c}{Bx} = \frac{b}{AB}$$

$$\frac{b}{9} = \frac{x_c}{MC} = \frac{Ax}{My}$$

$$\frac{b}{f+3} = \frac{c-d}{c+d} = \frac{d}{f+3}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{c-d}{c} = \frac{Ax}{My} = \frac{Ax}{Mz+4}$$

$$\frac{Ax}{Mz} = \frac{f+3}{f} = \frac{c+d}{c}$$

$$\frac{b}{f+3} = \frac{\frac{2}{3}c}{\frac{4}{3}c} = \frac{2c}{4c} = \frac{c}{2c} = \frac{1}{2}$$

$$12 = f+3$$

$$f = 9$$

$$c-d = \frac{2c}{3}$$

$$d = c - \frac{2}{3}c = \frac{1}{3}c$$

$$d = \frac{1}{3}c \dots$$

$$AB = f+3 = 12$$

$$|x-2y| \leq 2$$

$$|x-2y|$$

$$y = \frac{x}{2}$$

$$2x = 5-y$$

$$4x = 5-y$$

$$5x = 2-y$$

