



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 7

- 1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
- 2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

- 3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
- 4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.

- 5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14 + 5x - y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

- 6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
- 7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1. Число первого член арифметической прогрессии равно a_1 , а разность равна d . Тогда

$$\begin{cases} a_1 + 3d = 6 - 9x \\ a_1 + 5d = (x^2 - 4b)^2 \\ a_1 + 9d = 9x^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 6 - 9x - 3d &= x^2(x-2)^2 - 5d \\ 6 - 9x - 3d &= 9x^2 - 9d \\ x^2(x-2)^2 - 5d &= 9x^2 - 9d \\ 6 - 9x - 3d &= 9x^2 - 9d \\ 6d &= 9x^2 + 9x - 6 \\ d &= \frac{3x^2 + 3x - 2}{2} \end{aligned}$$

$$x^2(x-2)^2 - 5d = 9x^2 - 9d$$

$$9x^2 - 9d = x^2(x^2 - 4b + 4)$$

$$\begin{aligned} 9x^2 - 2(3x^2 + 3x - 2) &= x^4 - 4x^3 + 4x^2 \\ 9x^2 - 6x^2 - 6x + 4 &= x^4 - 4x^3 + 4x^2 \\ x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 &= 0 \\ x=1 \text{ корень } (1-4+1+6-4=0) \\ \begin{array}{r} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \\ \hline x^3 - x^3 \\ \hline -3x^3 + x^2 + 6x - 4 \\ \hline -3x^3 + 3x^2 \\ \hline -2x^2 + 6x \\ \hline -2x^2 + 2x \\ \hline 4x - 4 \\ \hline 0 \end{array} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b &= x^3 - 3x^2 - 2x + 4 = 0 \quad x=1 \text{ тоже корень} \\ \begin{array}{r} x^3 - 3x^2 - 2x + 4 \\ \hline x^3 - x^3 \\ \hline -2x^2 - 2x + 4 \\ \hline -2x^2 + 2x \\ \hline -4x + 4 \\ \hline 0 \end{array} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 4x - 4 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 4 = 20$$

$$x_1 = \frac{2 + \sqrt{20}}{2} = 1 + \sqrt{5}$$

$$x_2 = 1 - \sqrt{5}$$

Тогда

$$x = 1$$

$$x = 1 + \sqrt{5}$$

$$x = 1 - \sqrt{5}$$

Ответ. $\{1; 1 + \sqrt{5}; 1 - \sqrt{5}\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

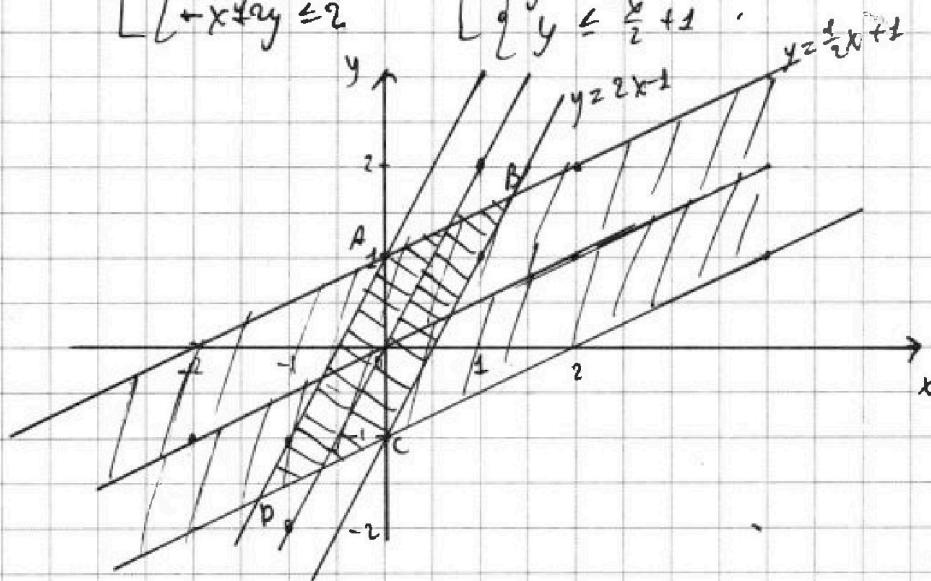
№2. $\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1 \end{cases}$

1) Рассмотрим сканала $|x - 2y| \leq 2$

$$\begin{cases} x - 2y \geq 0 \\ x - 2y \leq 2 \\ 2x - y \leq 0 \\ 2x - y \geq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq \frac{x}{2} \\ y \geq \frac{x-1}{2} \\ y \geq \frac{x}{2} \\ y \leq \frac{x}{2} + 1 \end{cases}$$

Покажем это гра-
фически (как //\\)



2) $\begin{cases} |2x - y| \leq 1 \\ 2x - y \geq 0 \\ 2x - y \leq 1 \\ 2x - y \leq 0 \\ -2x + y \leq 1 \end{cases}$

$$\begin{cases} y \leq 2x \\ y \geq 2x - 1 \\ y \geq 0 \\ y \leq 2x + 1 \end{cases}$$

Покажем это на той же системе координат
(как //\\)

Тогда x и y подходит только из ~~из~~ четырехугольника $ABCD$. Максимальное значение x и y одновременно выполняется в точке B , где которой является пересечение $y = 2x - 1$ и $y = \frac{1}{2}x + 1$.

$$2x - 1 = \frac{1}{2}x + 1$$

$$4x - 2 = x + 2$$

$$3x = 4$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$$y = 2x - 1 = \frac{8}{3} - 1 = \frac{5}{3}$$

Тогда максимальное значение $3y + 6x = 3 \cdot \frac{5}{3} + 6 \cdot \frac{4}{3} = 5 + 8 = 13$.

Отв. 13



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Учитель 3. (59) $b = p^2$. Имеем $b = (a+9)p^2 \Rightarrow (a+9) \cdot p^2$~~

~~и $a+9$ делит~~

Рассмотрим $b = (a+9)p^2$. Возможны случаи, когда $b \mid p^2$, $b \mid p$ и $a+9 \mid p^2$.

1) $b \mid p^2$,
если $b = p^2$, то $a+9 = 1$, $a = -8$. Тогда $m = p^2$, $m+2n = 2$.

Но т.к. m и n натуральные, $m \geq 1$, $n \geq 1$, т.е. $m+2n \geq 3$.

Это случай невозможен

если $b = k^2 p^2$, то $a+9 = k^2$, т.е. $a < 0$, это невозможно, т.к. $a > 0$.

2) $b \mid p$ и $a+9 \nmid p$.

если $b = kp$ и $a+9 = p$, то $mn = k(m+2n+p)$
 $mn = km + 2kn + kp$. Если m и n четные, то левая часть четная, а правая нечетная. Если m и n нечетные, то левая часть $\frac{1}{2}$, а правая $\frac{1}{2}$, это невозможно. Если $m \mid 2$ и $n \mid 2$, то левая часть $\frac{1}{2}$, а правая $\frac{1}{2}$. Если $m \mid 2$ и $n \nmid 2$, то левая часть $\frac{1}{2}$, а правая $\frac{1}{2}$.
Если $m \nmid 2$ и $n \mid 2$, то левая часть $\frac{1}{2}$, а правая $\frac{1}{2}$.

т.е. $m+2n+p \mid 2$ и при этом $m+2n+p$ нечетное.

Однако $m+2n+p \mid 2$ т.е. Тогда $m+2n+p = 2$, т.е. $m+2n \leq 0$,

т.е. это невозможно.

3) $a+9 \nmid p^2$

если $a+9 = kp^2$, то $b = mn \mid m = h^2$. $3+9 = 12p^2$, это невозможно.

если $a+9 \nmid p^2$, то $b = 11$, т.е. $mn = 11$. Если $m = 11$ и $n = 1$,

то $11+2+9 = 22$, это невозможно.

если $11 \mid m$ и $m = 1$ то $1+2+9 = 12 \neq 11$ тоже невозможно.

также

Тогда $m = 5$ и $n = 3$

ответ. $n = 3$, $m = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N3, A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = (m+2n)^2 - 7(m+2n) \geq$$

$$\geq (m+2n)(m+2n-7)$$

$$B = mn(m+2n+9) \quad (\text{а и в квадратичне})$$

Пусть $m+2n=9$, $mn=6$. Тогда

$$B = 6(a-a-7)$$

$$B = 6(a+9)$$

$$1) \text{Пусть } a(a-7) = 11p^2, \text{ а } B(a+9) = 75q^2$$

Тогда возможны 3 случая: $a:p^2$, $a-7:p^2$, $a:p$ и $a+9:p$.

$$a:p^2, a-7:p$$

Если $a = 11p^2$, то $a-7 = 1$, т.е. $a = 8$ и 11 . Тогда $a \neq 11p^2$

Если $a = p^2$ и $a-7 = 11$, то $a = 18$, что невозможно.

$$(a-7):p$$

Если $a-7 = 11p^2$, то $a = 1$, т.е. $-6 = 11p^2$, что невозможно.

Если $a-7 = p^2$ и $a = 4$, то $p^2 = 4 \Rightarrow p = 2$.

$$\text{Тогда } B = 20 = 75q^2$$

$$q^2:4, \quad B:25.$$

$$\begin{cases} m+2n = 11 \\ mn = \frac{15 \cdot 4f^2}{4} = 15f^2 \end{cases}$$

Если $f > 1$, то $f^2 > 4$, т.е. $15f^2 > 60$. Тогда $m+2n > 11$

при всех m, n . Тогда $f = 1$.

$$\begin{cases} m+2n = 11 \\ mn = 15 \end{cases}$$

$$m = 11-2n$$

$$(11-2n)n = 15$$

$$11n - 2n^2 - 15 = 0$$

$$2n^2 - 11n + 15 = 0$$

$$n = 12 - 4 \cdot 2 \cdot 15 = 12 - 120 = 1$$

$$n_1 = \frac{11+1}{2} = 6$$

$$n_2 = \frac{11-1}{2} = 5. \quad \text{так как } n \in \mathbb{N}, \text{ то}$$

$$n = 5, \quad m = 11-2n = 1.$$

$$2) (a-7):p \text{ и } a:p.$$

Если $(a-7) = 11p$ и $a = p$, то $a-7 = 11a$, т.е. $a = -7$, что невозможно, т.к. $a \in \mathbb{N}$. Если $a = 11p$ и $a-7 = p$, то $a-7 = 11p-7 = p$, что невозможно, т.к. $p \in \mathbb{N}$.

2) Решение. В данных случаях возможно только $n=3$ и $m=5$.

$$2) \text{Пусть } a(a-7) = 75q^2 \text{ и } B(a+9) = 11p^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№. Дано:

$\triangle ABC$

AD -биссектриса
 M -середина BC
 $N \in l$

$l \parallel AB$

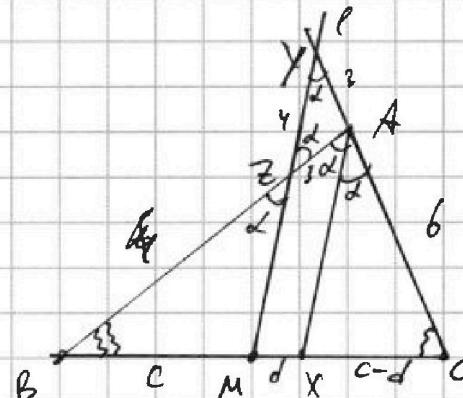
$$l \cap AB = Z$$

$$l \cap CA = Y$$

$$AC=6, YZ=4, AZ=3$$

Найти: $BC=?$

Решение:



Пусть $\angle BAX = \angle XAE = d$ (AD -биссектриса по условию)
 $\angle AXM = 2d$ (по условию) и AY -секущая $\Rightarrow \angle CYM = d$ (послед-е
 $AB \parallel l$ и AB секущая $\Rightarrow \angle YZA = d$ (вн. с.в-е параллельных),
 $B \in YAB$ $\angle AYZ = \angle YZA = d \Rightarrow \triangle YAB$ ртб (по нр.)
 Критика)

$\Rightarrow YA = AZ = 3$. Нет $BM = c$, $MX = d$. Т.к. M -середина
 BC , то $MC = c \Rightarrow XC = c-d$.

$\angle CAx = \angle CYM = d$, $\angle YCB = \angle ACD$ и $\angle YCM$ общий \Rightarrow

$\Rightarrow \triangle ACD \sim \triangle YCM$ (по двум углам) $\Rightarrow \frac{YC}{AC} = \frac{MC}{DC}$
 $\frac{9}{6} = \frac{c}{c-d} \Rightarrow d = \frac{1}{3}c$, $c-d = \frac{2}{3}c$.

Рассмотрим $\triangle ABX$ и $\triangle BM$: $\angle ABN$ общий,
 $\angle BXM = \angle YZA = d$ (вертикальные) $= \angle ZAD$.

Тогда $\triangle ABX \sim \triangle BM$ (по двум углам) \Rightarrow

$$\Rightarrow \frac{BZ+3}{BZ} = \frac{c+\frac{1}{3}c}{c} = \frac{4}{3}$$

$$4BZ = 3BZ + 9$$

$$BZ = 9 \Rightarrow AB = 12$$

$B \in YAZ$ по т. косинусов $AY^2 + AZ^2 - 2 \cdot AY \cdot AZ \cdot \cos(180 - 2d) = YZ^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$16 = 9 + 9 - 2 \cdot 9 \cdot \cos(180 - 2\alpha) , \text{ т.к. } \cos(180 - 2\alpha) = -\cos(2\alpha)$$

$$16 = 18 + 18 \cos 2\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \frac{16 - 18}{18} = -\frac{2}{18} = -\frac{1}{9}$$

По т. косинуса $\delta \triangle ABC \quad BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos 2\alpha$

$$BC^2 = 144 + 36 + 2 \cdot 12 \cdot 6 \cdot \frac{1}{9} = 160 + 16 = 196$$

$$\text{Отвт. } \Rightarrow BC = 14$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№. Занесли, что если 2 выбранных узла симметричны относительно центра, т.е. если вдоль будет посыпан 1 раз, а в остальных случаях 4 раза. Всего узлов в квадрате 21.

1) Если 2 выбранных точки симметричны относительно центрального узла:

Первую точку можно покрасить 120 способами (все, кроме центральной), т.е. если центральная выбрана, покраска не будет симметрична относительно центра). Вторая точка ~~также~~ однозначно соотв.ывает первой выбранный точке. Так как таким образом посчитали 2 раза покраски, то без учёта переворота будет 60 способов, а с учётом $60 \cdot 2 = 30$.

2) а) Если 2 выбранных точки не симметричны относительно центра и одна из них является центральным узлом:

Количество способов таких раскрасок определяется лишь способами покраски не центральной точки. С учётом переворота их будет $\frac{120}{4} = 30$.

б) Если 2 выбранных точки не симметричны относительно центра и ни одна не является центральными узлами:

Первую точку можно покрасить 120 способами (все, кроме центральной), кроме 1/120, кроме симметричной и уже выбранных). Способов всего будет $\frac{120 \cdot 119}{2}$ и с учётом переворота $\frac{120 \cdot 119}{2 \cdot 4} = 15 \cdot 119 = 1785$.

Всего способов покраски будет $1785 + 30 + 30 = 1845$.

Ответ. 1845.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r}
 x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \quad | \quad x-1 \\
 - x^4 - x^3 \\
 \hline
 - 3x^3 + x^2 + 6x - 4 \\
 - - 3x^3 + 3x^2 \\
 \hline
 - 2x^2 + 6x - 4 \\
 - - 2x^2 + 4x \\
 \hline
 - 4x - 4 \\
 - - 4x \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$x^2(x-3) \approx 2(x-2)$$

$\lambda=1$ keper?..

$$\begin{array}{r}
 -x^3 - 3x^2 - 2x + 4 \\
 \underline{+ x^3 - x^2} \\
 \hline
 -2x^2 - 2x + 4 \\
 \underline{- 2x + 2x} \\
 \hline
 -4x + 4 \\
 \underline{- 4x + 4} \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \quad \left| \begin{array}{l} x=1 \\ x^2 = 1 \\ x^3 = 1 \end{array} \right. \quad b_2$$

$$b_2 \cdot 4 + 4 \cdot 4 = 20$$

MZ-?

AB-? (B2-?)

$$\begin{array}{r} & 1 \\ & \swarrow 14 \\ x & \boxed{56} \\ + & 14 \\ \hline & 196 \end{array}$$

$$0, 1^2 \frac{2+2\sqrt{5}}{2} = 1+\sqrt{5}$$

$$\frac{9}{6}^2 \frac{M_1}{A_X} = \frac{3}{2}^2 \frac{M_2 + 4}{A_X}$$

$$\frac{3+Bz}{Bz} = \frac{A}{Mz}$$

$Bm = NC$!

$$\frac{z + BZ}{BZ} = \frac{gM_Z + \theta}{g \cdot M_Z}$$

$\frac{3}{2} \text{C}_2 \text{H}_6$

$$\frac{3}{B^2} + 1 = \frac{2}{3} + \frac{8}{3N^2}$$

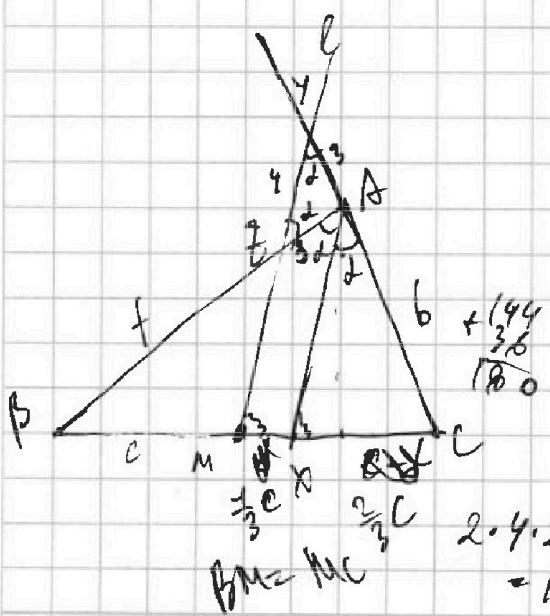
$x - \frac{d}{2}$ or

$$C_f d + e = n^c$$

R2 Cd

30

13





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} 18 &= 9 + 8 = \frac{3}{5} + 6 \cdot \frac{3}{5} \\ \frac{3}{5} &= 7 - \frac{3}{5} = 10h = h \\ \frac{3}{5} &= \frac{3}{5} : 6 \quad | \times 5 \\ 1 &= 10h / 5 \end{aligned}$$

$$ah + r \leq h$$

$$ah < h$$

$$r \geq h - ah$$

$$0 \geq h - ah \quad \text{②}$$

$$r - ah \leq h$$

$$ah \geq h$$

$$r \geq h - ah$$

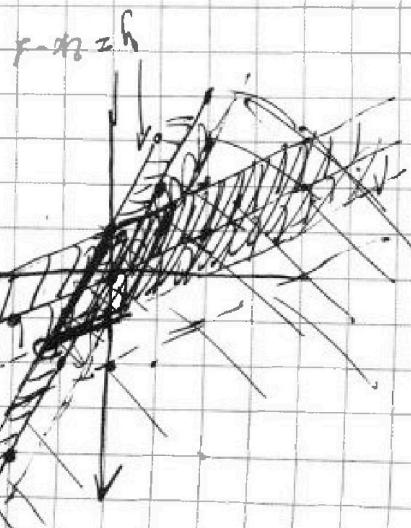
$$0 \leq h - ah \quad \text{③}$$

$$r = |h - ah| \quad (\text{f})$$

~~$$ah - r \leq h$$~~

$$\begin{aligned} ah + r &\leq h \\ r &\geq h - ah \quad \text{④} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r &\leq h + x - 1 \\ 0 &\leq h - x \quad \text{⑤} \end{aligned}$$



$$r - \frac{3}{5} \leq h$$

$$\frac{2}{5} \geq h$$

$$\frac{2}{5} \geq h$$

$$h \geq h - ah$$

$$0 \leq h - ah \quad \text{⑥}$$

$$r \geq |h - ah| \quad \text{⑦}$$

~~ah + h~~

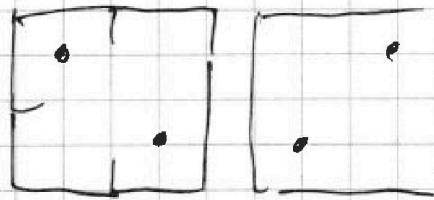


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

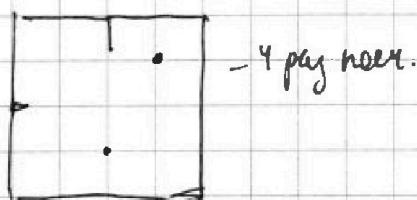
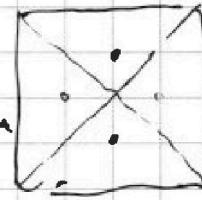
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

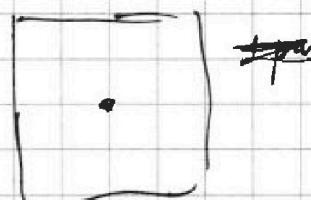


- 2 раза пост.

сумм от. центр.



- 4 раза пост.



4) Числ оти. центра 1 точка 120 способами, вторая точка

$$\text{пост} \rightarrow \frac{120}{2} = 60$$

~~$$60 \times 30 \text{ способов}$$~~

сум. неверота

~~2) не симм., то $120 \cdot (120-1-1) = 181.440$~~

~~120.118.30~~

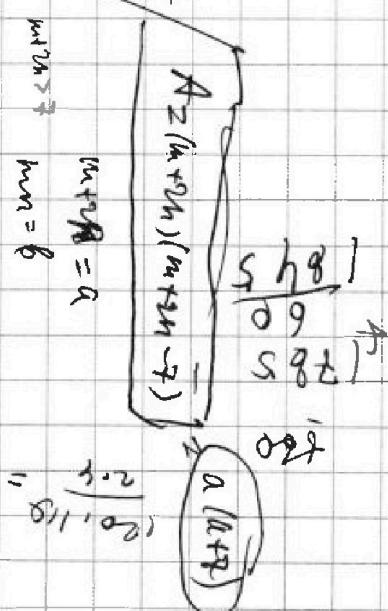
($m+n$)² + ($m+n$)

1) не симм , • в центре

$$\frac{120 \text{ способов}}{4} = 30$$

2) не симм , не в центре

$$\frac{120 \cdot 119}{4}$$



$$S1 \cdot SII$$

$$\begin{aligned} &= mn(m+2m+2) = (B/a+2) \\ &= m^2n + 2mn^2 + 2mn = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\frac{2}{m+n} \\ &= \frac{1 \cdot 2}{m+n} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\frac{2}{m+n} \\ &= \frac{1 \cdot 2}{m+n} \end{aligned}$$

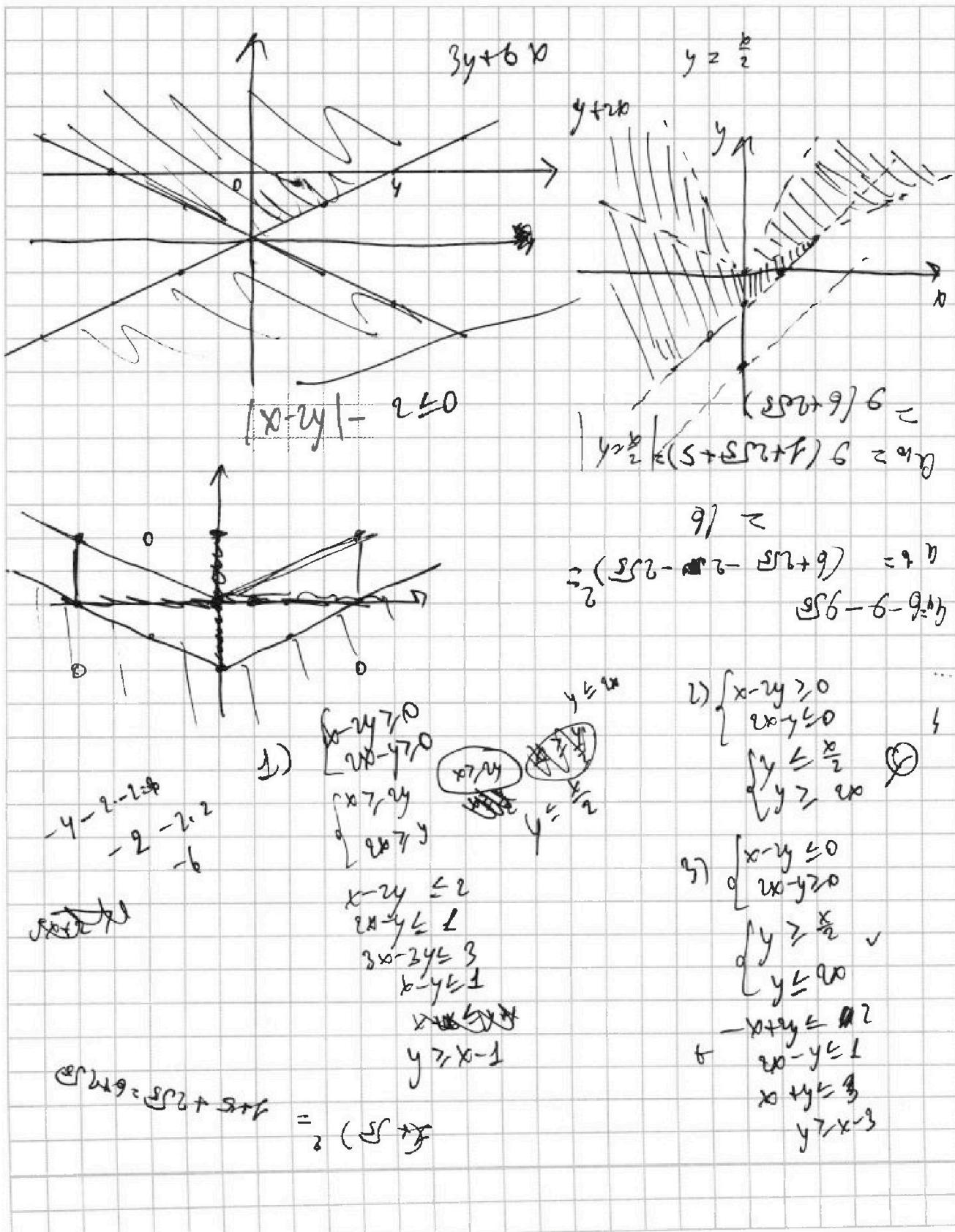


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$8y + 6x \geq ?$$

$$y \leq 0$$

$$\begin{cases} (x-2y)^2 \leq 4 \\ (2x-y)^2 \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4xy \geq x^2 + 4y^2 - 4 \\ 4xy \leq 4x^2 + y^2 - 1 \end{cases}$$

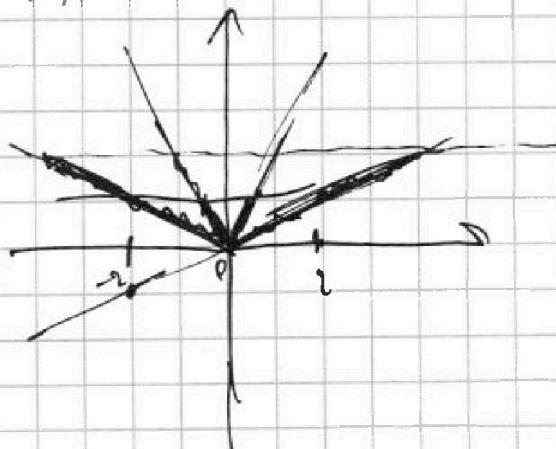
$$\begin{cases} x^2 - 4xy + 4y^2 \leq 4 \\ 4x^2 - 4xy + y^2 \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4y(x-y) \leq x^2 - y^2 \\ 4x(x-y) \leq x^2 - y^2 \end{cases}$$

$$5x^2 - 8xy + 5y^2 \leq 5$$

$$28xy \leq 5(5x^2 + y^2 - 1)$$

Графики? ..

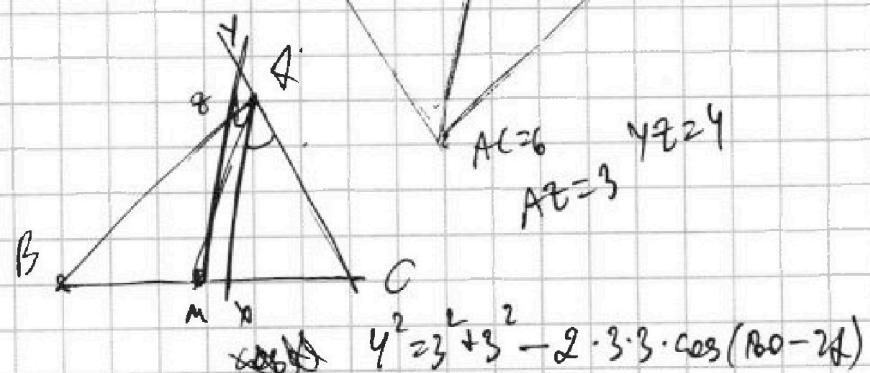
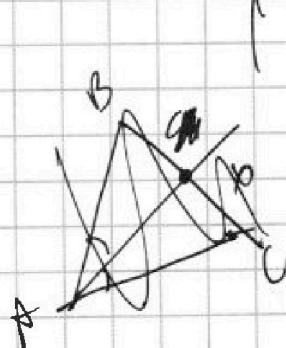
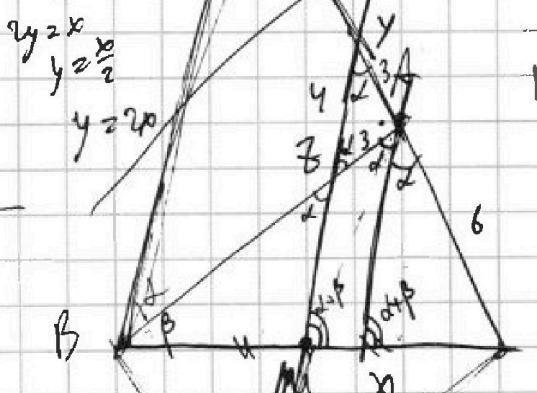


$$y = \frac{6x}{3} = -2x$$

$$BC = ?$$

$$AC = BC$$

$$AB = AC$$



$$AC = 6 \quad BC = 4$$

$$AB = 3$$

$$AC^2 = 3^2 + 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \cos(BO - 2A)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1. a_1, \dots, a_n
разность d

$$\text{дано} \quad a_4 = a_1 + 3d = 6 - 9x$$

$$x^2 \quad \frac{a_1 + 3d - 6}{-9} = \frac{6 - a_1 - 3d}{9}$$

$$a_6 = a_1 + 5d = (x^2 - 2x)^2 = x^2(x-2)^2$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = 9x^2$$

$$x^2 = \frac{a_1 + 3d}{9} \quad 6 - 18$$

$$a_1 + 5d = \frac{a_1 + 3d}{9} \cdot \left(\frac{6 - a_1 - 3d}{9} - 2 \right)$$

$$a_1 + 5d = \frac{a_1 + 3d}{9} \cdot \left(\frac{-a_1 - 3d - 12}{9} \right)$$

$$\begin{cases} a_1 = 9x^2 - 3d \\ a_1 = x^2(x-2)^2 - 5d \\ a_1 = 6 - 9x - 3d \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & 9x^2 - 3d = 6 - 9x - 3d \\ & 9x^2 + 9x - 6 = 6 \\ & 9x^2 + 3x - 2 = 0 \\ & x^2 + \cancel{3x} - \cancel{2} = 0 \\ & x^2 - 4x + 4 = 0 \\ & (x-2)^2 = 0 \\ & x = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & x^2 + 6x - 4 = 9x^2 - x^4 + 4x^3 - 4x^2 \\ & -x^4 + 4x^3 - x^2 - 6x + 4 = 0 \\ & x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0 \\ & x=1 \text{ корень} \end{aligned}$$

$$f) 9x^2 - 3d = 6 - 9x - 3d \quad 9 - 4 - 6 = -1$$

$$3x^2 + 3x = 2 - 3x = 1 \quad -1 + 4 - 1 - 6 + 4 = \\ 3x^2 + 3x = 2 - 3x = 1 \quad -2 - 8 + 8 = 0$$

$$9x^2 + 9x - 6 = 6$$

$$9x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$9x^2 - 3d = x^2(x-2)^2 - 5d$$

$$\begin{aligned} & 9x^2 - 3d = x^2(x^2 - 4x + 4) \\ & 9x^2 - 3d = x^2(x^2 - 4x + 4) \\ & 2(3x^2 + 3x - 2) = 9x^2 - x^2(x^2 - 4x + 4) \end{aligned}$$

$$d = \frac{3x^2 + 3x - 2}{2}$$

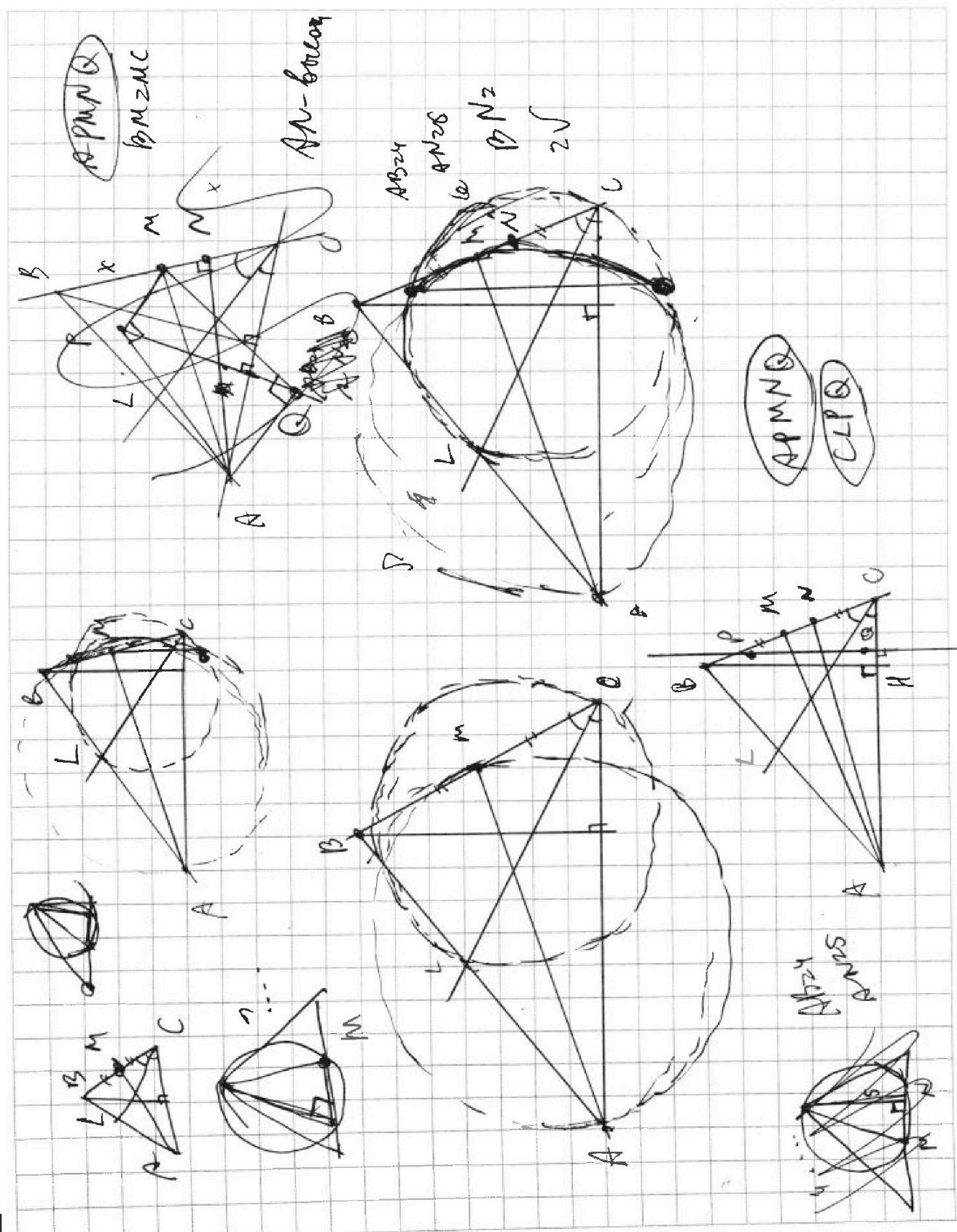


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

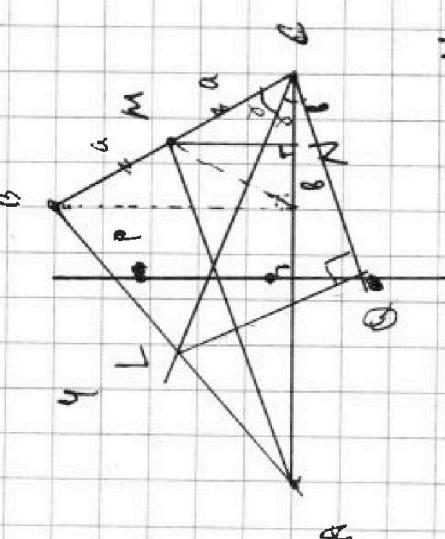
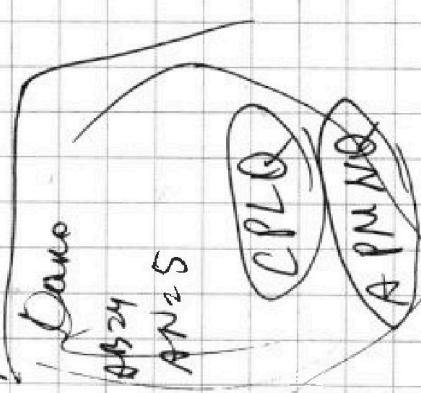
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} A^2 &= (m+n)(m+n-2) \\ B &= mn(m+m+2) \\ m+n &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1) \quad A = a(a-2) &= 11p^2 = 11 \cdot p \cdot p \\ B = b(a+2) &= 75q^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a(a-2) &= 11 \cdot p \cdot p \\ 1) \quad a : p &= p - \text{натур} \\ a-2 : q &= ? \quad \text{---} \\ p = ? \quad ? \quad ? \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \frac{AL}{AC} &= \frac{AN}{AC} \\ \frac{5+6}{\sqrt{36+9}} &= \frac{6}{\sqrt{36+9}} + \frac{6}{\sqrt{36+9}} \\ 5+6 &= 6 + 6 \\ 11 &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1) \quad a = 11p^2 & \quad 2) \quad a = p^2 \\ a-7 = 1 & \quad a-7 = p^2 \\ a = 8 & \quad a = 7 \end{aligned}$$

9a!

$7 \cdot 7 \cdot 7$

$11 \cdot 11 \cdot 11$

$7 \cdot 7 \cdot 7$

$11 \cdot 11 \cdot 11$

$7 \cdot 7 \cdot 7$

$11 \cdot 11 \cdot 11$

$7 \cdot 7 \cdot 7$

$11 \cdot 11 \cdot 11$

$7 \cdot 7 \cdot 7$

$11 \cdot 11 \cdot 11$

$7 \cdot 7 \cdot 7$

$11 \cdot 11 \cdot 11$

$7 \cdot 7 \cdot 7$

$11 \cdot 11 \cdot 11$

$7 \cdot 7 \cdot 7$

$11 \cdot 11 \cdot 11$

$7 \cdot 7 \cdot 7$

$11 \cdot 11 \cdot 11$

$7 \cdot 7 \cdot 7$

$11 \cdot 11 \cdot 11$

$7 \cdot 7 \cdot 7$

$11 \cdot 11 \cdot 11$

$7 \cdot 7 \cdot 7$

$11 \cdot 11 \cdot 11$

$7 \cdot 7 \cdot 7$

$11 \cdot 11 \cdot 11$

$7 \cdot 7 \cdot 7$

$11 \cdot 11 \cdot 11$

$7 \cdot 7 \cdot 7$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a(a-2) = 75q^2$$

$$2a + q^2 - a + 7q = 0 \quad |+a$$

$$q^2 + 7q = 0$$

$$q(q+7) = 0$$

$$q_1 = 0, q_2 = -7$$

$$1) \quad 8 \cdot p^2 \quad 2) \quad a + 2 = p^2$$

$$8 = 4p^2 \quad a = 2$$

$$p^2 = 2 \quad a = 2$$

$$p = \sqrt{2}$$

$$a = -8$$

$$11$$

$$m+2n=2$$

$$3p=2$$

$$9$$

$$408 = 108 + 108 + 300$$

C $18+22$

на границах
внутри $2 \cdot 4 + 2 \cdot 9 = 40$

$$9 \cdot 9 = 81$$

Всего 121 квадрата...

$$\frac{c^2}{4} \text{ не } \text{не}$$

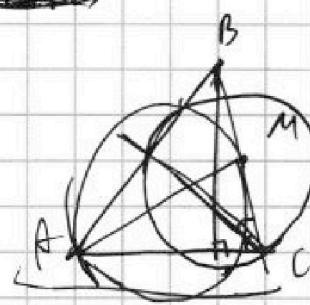
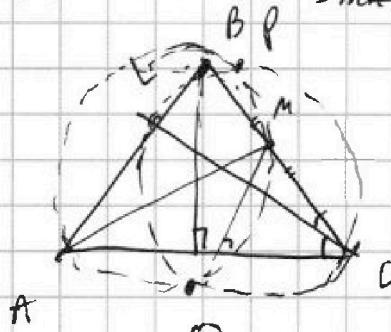
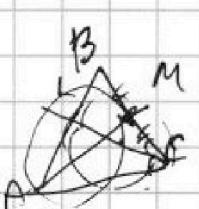
$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 9n = (m+2n)^2 - 7(m+2n) =$$

$$= (m+2n)(m+2n-7) = 11p^2$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn = mn(m+2n+9)$$

$$= mn(m+2n+9) \quad (m+2n) = 4p^2$$

$$5 \cdot 15 = 5 \cdot 3$$



$$mn(m+2n+9)$$

$$mn(m+2n+9) + 9mn = 75q^2 = \frac{m \cdot n \cdot 4p^2}{m+2n-7}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

задача №?

$$\begin{cases} |x-y| \leq 2 \\ |y| \leq 1 \\ |x| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2xy \leq 4 \\ y^2 + y^2 - 2xy \leq 1 \end{cases}$$

$$(x-y)(x-y) \leq 4$$

$$6 = 2x$$

$$2 = 3x$$

$$4 + y^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3^{10} = 4 + y^2 = -12x + 4$$

$$\frac{AC}{AB} = \frac{BC}{BD} = \frac{6}{AB}$$

$$\frac{6}{9} = \frac{BC}{MC} = \frac{AB}{MY}$$

$$\frac{16}{f+3} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{c-d}{c} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{f+3}{f} = \frac{c-d}{c}$$

$$\frac{6}{f+3} = \frac{\frac{2}{3}c}{\frac{4}{3}c} = \frac{2c}{4c} = \frac{c}{2c} = \frac{1}{2}$$

$$12 = f+3$$

$$f = 9$$

$$c-d = \frac{2c}{3}$$

$$d = c - \frac{2}{3}c = \frac{1}{3}c$$

$$d = \frac{1}{3}c \dots$$

$$|x-y| \leq 2$$

$$|x-y|$$

$$y = \frac{x}{2}$$

$$54$$

$$400$$

$$50-2 \cdot 4$$

