



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 6

1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть a_1 - член арифметической прогрессии с шагом t , тогда $a_2 = 12 - 12t$, $a_4 = (r^2 + 4r)^2$, $a_6 = (-6r^2)$. Так как $a_2 = 12$, $a_4 = a_6 = 0$, получаем две уравнения арифметической прогрессии.

III. Решение арифметической прогрессии, то:

$$a_4 = a_2 + 2d, a_6 = a_2 + 6d, \text{ где } d-\text{шаг арифметической прогрессии}$$

$$\begin{cases} (r^2 + 4r)^2 = 12 - 12t + 2d \\ -6r^2 = 12 - 12t + 6d \end{cases} \quad \begin{cases} r^4 + 8r^3 + 16r^2 = 12 - 12t + 2d \\ -2r^2 = 4 - 4t + 2d \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$

представим уравнение 2d из 2 уравнения 8t

$$2d = -2t^2 + 4t - 4$$

$$r^4 + 8r^3 + 16r^2 = 12 - 12t - 2t^2 + 4t - 4$$

$$r^4 + 8r^3 + 18r^2 + 8t^2 + 8t - 8 = 0$$

$$r = -2 - \text{корень}: -2r^4 + 8 \cdot (-2)^3 + 18 \cdot (-2)^2 + 8 \cdot (-2) - 8 = 16 - 32 + 72 - 16 - 8 = 0$$

$$r^4 + 8r^3 + 18r^2 + 8t^2 + 8t - 8 \mid r+2$$

$$r^4 + 2r^3 \quad r^3 + 6r^2 + 8t - 4$$

$$6r^2 + 18r^2$$

$$-6r^3 + 12r^2$$

$$\underline{-6r^3 + 12r^2}$$

$$-4r^2 + 12r$$

$$-4r^2 + 8r$$

$$0$$

$$r^3 + 6r^2 + 6r - 4 \mid r+2$$

$$r^3 + 2r^2$$

$$\underline{-r^3 - 2r^2}$$

$$-4r^2 + 6r$$

$$-4r^2 + 8r$$

$$-2r - 4$$

$$-2r - 4$$

$$(r+2)^2(r^2 + 4r - 2) = (r+2)^2(-2 + \sqrt{6})(-2 - \sqrt{6})$$

представим:

$$1) r = -2, a_1 = 36, a_4 = 16, a_8 = -24, d = 10, 36 - 2 \cdot 10 = 16, 16 - 4 \cdot 10 = -24, -2 - \text{корень} \text{ получим}$$

$$2) r = -2 + \sqrt{6}, a_1 = 36 - 12\sqrt{6}, a_4 = 4, a_8 = -60 + 24\sqrt{6}, d = 6\sqrt{6} - 12, 36 - 12\sqrt{6} + 12 = 4, 4 + 4d = -60 + 24\sqrt{6} - \text{получим.}$$

$$3) r = -2 - \sqrt{6}, a_1 = 36 + 12\sqrt{6}, a_4 = 4, a_8 = -60 - 24\sqrt{6}, d = -6\sqrt{6} - 12, a_4 = 24\sqrt{6} + 12, a_8 =$$

$$= a_4 + 4d = 4 - 24\sqrt{6} - 64 = -60 - 24\sqrt{6}$$

$$\text{Ответ: } r = -2 + \sqrt{6}, r = -2 - \sqrt{6}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 2x - 3y \leq 6 \\ 3x - 2y \leq 4 \end{cases}$$

ПОСТРОИЛИ КОДЫ МНОГОУГОЛЬНИКОВ:

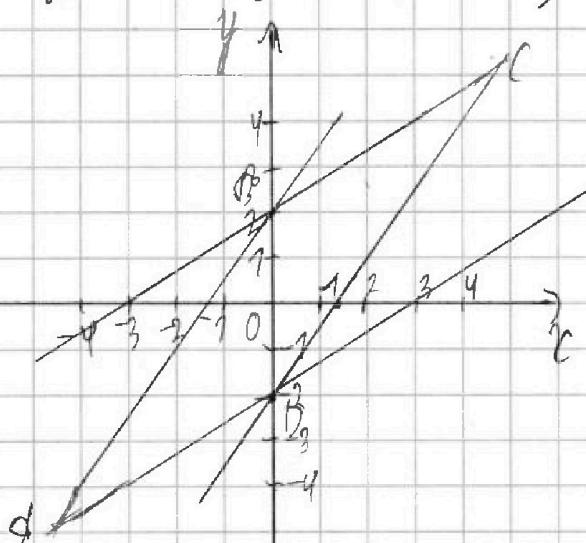
$$2x - 3y = -6 \quad 3x - 2y = 6$$

$$\begin{aligned} x=0 & \quad y=2 & y=2 \\ y=0 & \quad x=3 & x=3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x - 2y &= 4 \\ x=0 & \quad y=-2 \\ y=0 & \quad x=\frac{4}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x - 2y &= -4 \\ y=2 & \quad x=-\frac{4}{3} \\ y=-2 & \quad x=0 \end{aligned}$$

ФОКУСЫ В КОТОРЫХ
ХУЧУЛЫ ПОСТОЯННО ЖИЛИ ЗАЧЕМ
10x + 5y = 8 ПОЧУСТЬ.



$$10x + 5y = -48 - 26 = -74$$

Ответ: -74

$$\begin{cases} 6x - 2y = -4 \\ 2x - 3y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x - 4y = -8 \\ 6x - 9y = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5y = 26 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} y = -\frac{52}{5} \\ x = \frac{4}{3} - \frac{52}{15} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -\frac{52}{5} \\ x = \frac{-42}{15} \end{cases} \quad \begin{cases} y = -\frac{52}{5} \\ x = -\frac{24}{5} \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 4m\pi + 4\pi^2 + 13m - 26\pi = (m-2\pi)(m-2\pi+13)$$

$$B = m^2\pi - 2m\pi^2 - 2m\pi = \pi(m-2\pi-2)$$

1) $B=17\pi^2$, тогда m или π равно 17.

$$1. m=17, \pi=p$$

$$17\pi(17-2\pi-2)=17\pi^2 \quad p=17-2\pi, \quad 3p=15, \quad p=5.$$

$q=7 \cdot 20 = 5 \cdot 4 \cdot 4$, т.к. 9 - простое.

$q=15\pi^2$, но $3q^2=4 \cdot 7$ не простое.

$$2) B=15\pi^2$$

$$1. m=3, \pi=5$$

$q^2=-9$ - нет решений

$$2. m=5, \pi=3.$$

$q^2=-3$ - нет решений

$$3. m=15, \pi=9$$

$q=m-2\pi$

$$q=3-2\pi$$

$$3q=13-4\pi \text{ - нет простого}$$

$$4. \pi=15, m=q$$

$$q=m-2\pi-2$$

$q=9-32$ - нет решений

$$5. m=9$$

$$6. \pi=1$$

$$m(m-1-2\pi)=15\pi^2$$

$$-2\pi^2-\pi=15\pi^2$$

$n \in N, m \in N$.

$$m(m-4)=15\pi^2$$

$$m^2-4m=15\pi^2$$

$$1) m=3$$

$$15\pi^2=-3 \text{ - корней нет}$$

$$4) m=9 \quad 15\pi=9\pi$$

$$14\pi=-4 \text{ - корней нет}$$

$$9) m=q^2$$

$$q^2=15$$

$$q^2=19 \text{ - нет решений}$$

$$q^2=4 \cdot 15$$

$$q^2=19 \text{ - нет решений}$$

$$q^2=13 \text{ - нет решений}$$

$$2) m=5$$

$$3q^2=1 \text{ - корней нет}$$

$$5) m=3q$$

$$5\pi=3q\pi$$

$$q=2 \text{ - корень}$$

$$9) m=3q^2$$

$$3q^2=4$$

$$q^2=3 \text{ - нет решений}$$

$$3) m=15$$

$$11=9\pi \text{ - корней нет}$$

$$6) m=5q$$

$$41\pi=15q$$

$$q=5 \text{ - корень}$$

$$10) m=5q^2$$

$$5q^2=7 \text{ - нет решений}$$

$$11) m=15\pi^2 \quad 15\pi^2=5 \text{ - нет решений.} \quad n=7, m=10, q=2$$

$$q=2 \cdot 2 \cdot 7=2 \cdot 2 \cdot 2=14 \text{ - решений нет.}$$

Вернёмся к $B=17\pi^2$

$$1) m=1.$$

$$2) m=1 \quad m(m-4)=17\pi^2$$

$$-2\pi^2-1=17\pi^2$$

$n \in N \Rightarrow$ решений нет

$$1. m=1$$

$$-5=17\pi^2 \text{ - реш. нет.}$$

$$2. m=17$$

$$13=p^2 \text{ - реш. нет.}$$

$$3. m=p$$

$$p=17\pi$$

$$16\pi=4 \text{ - реш. нет.}$$

$$4. m=17\pi \quad 17\pi=4 \text{ -}$$

$17\pi=4 \text{ - решений нет}$

$$5. m=p^2$$

$$p^2\pi^2-4=17\pi^2$$

$$p^2=4 \cdot 17$$

$$p^2=21 \text{ - решений нет}$$

$$6. m=17\pi^2$$

$$17\pi^2=5 \text{ - нет решений.}$$

Ответ: нет таких чисел.

$$m-2n-2 > 0, \text{ т.к. } m > 2n+2 \quad (17\pi^2 \in N, 15\pi^2 \in N)$$

$$3) n=17, m=p^2$$

$$p^2-36=1, \quad p^2=37 \text{ - решений нет.}$$

$$5) m=p, n=p$$

$$41\pi=p, \quad n=p$$

$$15\pi-2=1, \quad 15\pi=3 \text{ - решений нет.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Вернійська 1 $B=15q^2$

$$1. M=5, N=q$$

$$3=2q \rightarrow q=3$$

$$5q=3 \rightarrow \text{реш. нем.}$$

$$4. M=15, N=15, M=q^2$$

$$1=q^2-32$$

$$q^2=33 \rightarrow \text{реш. нем.}$$

$$q=5 \rightarrow M=25, N=25$$

$$5=q^2-8$$

$$q^2=13 \rightarrow \text{реш. нем.}$$

$$q=3 \rightarrow M=9, N=9$$

$$3=q^2-12$$

$$q^2=15 \rightarrow \text{реш. нем.}$$

$$3=3q \rightarrow q=1$$

$$q=1 \rightarrow M=1, N=1$$

$$M=1, N=1$$

$$1=q^2-2$$

$$q=1 \rightarrow M=1, N=1$$

$$M=1, N=1$$

$$1=q^2-1$$

$$q=1 \rightarrow M=1, N=1$$

$$M=1, N=1$$

$$1=q^2-0$$

$$q=1 \rightarrow M=1, N=1$$

$$M=1, N=1$$

$$1=q^2-1$$

$$q=1 \rightarrow M=1, N=1$$

$$M=1, N=1$$

$$1=q^2-0$$

$$q=1 \rightarrow M=1, N=1$$

$$M=1, N=1$$

$$1=q^2-1$$

$$q=1 \rightarrow M=1, N=1$$

$$M=1, N=1$$

$$1=q^2-0$$

$$q=1 \rightarrow M=1, N=1$$

$$M=1, N=1$$

$$1=q^2-1$$

$$q=1 \rightarrow M=1, N=1$$

$$M=1, N=1$$

$$1=q^2-0$$

$$q=1 \rightarrow M=1, N=1$$

$$M=1, N=1$$

$$2. M=5, N=q^2$$

$$3=5q \rightarrow q=3$$

$$5q=3 \rightarrow \text{реш. нем.}$$

$$6. N=3, M=4$$

$$5q=8 \rightarrow q=8$$

$$4q=8 \rightarrow q=2$$

$$q=2 \rightarrow M=4, N=4$$

$$8. N=3, M=5q^2$$

$$1=5q^2-8$$

$$5q^2=9 \rightarrow \text{реш. нем.}$$

$$1=3q^2-12$$

$$3q^2=12 \rightarrow q=2$$

$$q=2 \rightarrow M=16, N=16$$

$$12. N=5, M=3q^2$$

$$1=3q^2-12$$

$$3q^2=12 \rightarrow q=2$$

$$q=2 \rightarrow M=16, N=16$$

$$14. N=5q, M=q$$

$$3=3q-2$$

$$q=1 \rightarrow M=1, N=1$$

$$15. M=15q, N=q$$

$$1=13q-2$$

$$13q=2 \rightarrow q=2$$

$$q=2 \rightarrow M=30, N=2$$

$$17. N=15, M=q^2$$

$$1=3q^2-12$$

$$3q^2=12 \rightarrow q=2$$

$$q=2 \rightarrow M=16, N=16$$

$$19. M=15q^2, N=q$$

$$1=13q^2-2$$

$$13q^2=2 \rightarrow q=2$$

$$q=2 \rightarrow M=64, N=2$$

$$21. M=15q^2, N=q$$

$$1=13q^2-2$$

$$13q^2=2 \rightarrow q=2$$

$$q=2 \rightarrow M=64, N=2$$

$$23. M=15q^2, N=q$$

$$1=13q^2-2$$

$$13q^2=2 \rightarrow q=2$$

$$q=2 \rightarrow M=64, N=2$$

Ответ: $M=10, N=3$.

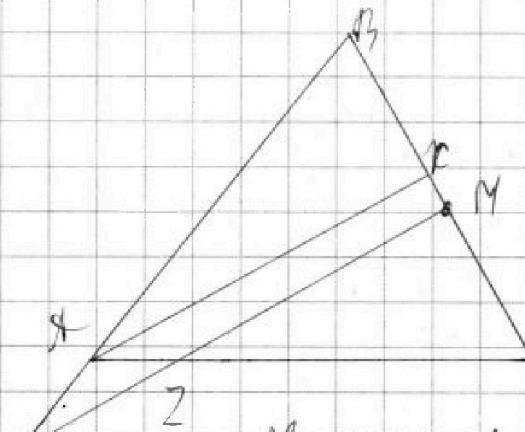


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1. $AX \parallel YM$ як діссектриса \Rightarrow
 $\angle AYX = \angle YMZ = \angle MZC = \angle CYM$
 $\angle CYM = \angle CYZ$ так як сумб. при $\angle CYM$ як схильна
 та $\angle CYZ$ ділячою $\angle YMZ = \angle MZC$.

2. $\angle MZC = \angle CYM$ - вертикальні
 $\angle CYM = \angle CYZ \Rightarrow \angle CYZ - \angle CYM = 12^\circ$,
 $\angle C = \angle C - \angle Y = 12^\circ$

3. $YM \parallel CZ \Rightarrow \frac{CY}{YZ} = \frac{CM}{MZ} = 2$

4. M -середина BC , $MC = BM$, $\frac{MC}{MX} = 2$, $XM = \frac{1}{2} MC$, $BX = \frac{1}{2} MC$.

5. YM -діссектриса $\Rightarrow \frac{CY}{YZ} = \frac{MC}{MZ}$, т.е. $\frac{CY}{YZ} = \frac{3MC}{MZ} = \frac{3}{2}$, $\angle B = 60^\circ$.

6. По м.косинусов $\cos 12^\circ$:
 $92^2 + 45^2 - 2 \cdot 92 \cdot 45 \cdot \cos 12^\circ = 52^2$

$$472 - 2 \cos 12^\circ \cdot 36 = 64$$

$$\cos 12^\circ = \frac{4}{\sqrt{92}} = \frac{1}{\sqrt{23}}$$

7. $\angle KAZ = \angle CAZ$ - схильне, т.е. $\angle CAZ = 180^\circ - \angle KAZ$

По м.косинусов $\cos \angle KAZ$ в $\triangle ABC$:

$$BC^2 = 36 + 324 + 2 \cdot \frac{1}{9} \cdot 36 = 36 + 324 + 72 = 384 = 4^3 \cdot 6 = 2^6 \cdot 6 = 8^2 \cdot 6$$

$$BC = 8\sqrt{6}$$

Овбем: $BC = 8\sqrt{6}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3x} + 5 = 2\sqrt{3(x-y)^2} \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt{3x} = 2y^5 - \sqrt{3x} + 4y^2 \end{cases}$$

1. Из-за подобренных выражений $x \geq 0$, $y \geq 0$, x, y -не отрицательные
 $\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3x} + 5 = 2\sqrt{3(x-y)^2} \quad (1) \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt{3x} \quad (2) \end{cases}$ из 2 уравнения (т.к. x -не отр., y -не отр.)
 следует, что $x=y$, т.к. $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x+y \geq 0$

$$(1) \sqrt{x+4} - \sqrt{3x} + 5 = 2\sqrt{3(x-y)^2}$$

$\sqrt{x+4} + 5 = 2\sqrt{3(x-y)^2} + \sqrt{3x}$ т.к. x -не отр. $\sqrt{3x}$ -возрастает на $[0; +\infty)$,
 $\sqrt{3(x-y)^2}$ -убывает на $[0; +\infty)$, $\sqrt{3x}$ -убывает на $[0; +\infty)$, то уравнение
 имеет только 1 корень не больше 1 корня.

запишем, что при $x=0$ с равна максимальное значение, если оно меньше этого
 у которого на промежутке $[0; +\infty)$ нет максимального значения, то есть
 нет. $x=0$

$$2+5=\sqrt{2 \cdot 12} + \sqrt{3}$$

$$4 \sqrt{4 \sqrt{3}} + \sqrt{3}$$

$\sqrt{4 \sqrt{3}} \geq 1,5, 1,5 \cdot 5 > 7$, т.е. корень есть - восьмой уравнение в квадрате.

если оно не имеет

$$x^2 + 4x^2 + 10\sqrt{3x+4} = 4x^2 - 4x^2 + 4\sqrt{(3-x)^2(4x^2)} + 3x$$

$$9x^2 + 6x - 22 + 10\sqrt{3x+4} = 4\sqrt{3(x^2+4x+4)}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3x} + 5 = 2\sqrt{3(x-y)^2}$$

$$5 + \sqrt{3x} = \sqrt{3x} \cdot (2\sqrt{x+4} + 1)$$

$$25 + 10\sqrt{3x+4} + x+4 = (3-x)(4x+16 + 4\sqrt{3x+4} + 1)$$

$$29 + x + 10\sqrt{3x+4} = \underline{\underline{12x+48+12\sqrt{3x+4}}} + \underline{\underline{3-x^2-16x-4x\sqrt{3x+4}-x}}$$

$$4x\sqrt{3x+4} - 2\sqrt{3x+4} = -4x^2 - 6x + 22$$

$$\sqrt{3x+4}(4x-2) = -4x^2 - 6x + 22 \quad x > 0,5, \text{ иначе отр.} = \text{пол. не может быть}$$

$$\sqrt{3x+4}(2x-1) = -2x^2 - 3x + 11 \quad x < \frac{-3+\sqrt{97}}{4} (-2x^2 - 3x + 11 = 0, D = 97, x = \frac{-3+\sqrt{97}}{4}, \text{ иначе отр.} = 0).$$

$$4x^3 + 12x^2 - 15x + 4 = 4x^4 + 12x^3 - 35x^2 - 66x + 91$$

$$4x^4 + 8x^3 - 47x^2 - 51x + 117 = 0$$

x -не целое число, y -не целое число. Определить можно x и y .

$$x, y \approx 1,7 \quad (\text{или } x=1,7 \Rightarrow \text{при } x=0,6, y=5,2 \Rightarrow 56=7,2)$$

Ответ: $x \approx 1,7, y \approx 7,2$

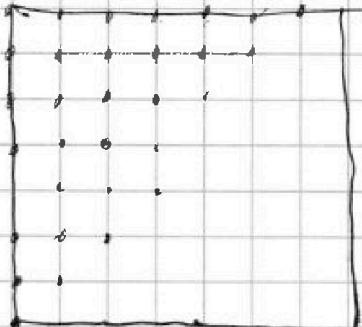


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Учеб. 8.8=64 - все узлы. способом засчитать 2 узла в первый раз, повернуть и повторить:
 $\frac{64 \cdot 63}{2} = 32 \cdot 63 = 2016$, замечено что количество раскрасок при уменьшении поверточки бывает вдвое, где 2 точки имеют симметрическое относительного центра, там их 2.

Найдем количество раскрасок, где 2 точки симметрически относительно центра: отмечены на рисунке узлы, находящиеся из них соответствуют по симметрии всего 14 узл., т.е. таких раскрасок $32 \cdot 2 = 64$ 32.
получим общ.: $2016 - 32 + 16 = 196 + 16 = 512$
Ответ: 512 раскрасок.

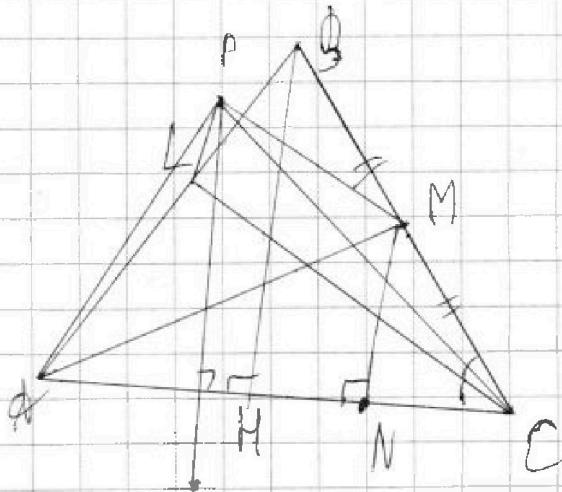


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1. $\angle NPM = 90^\circ$, т.к. опущен отсюда на
диаметр BC , $PQ \parallel BC$, $BN \parallel BC$, $NM \parallel BC \Rightarrow$
 $\Rightarrow NM \parallel NC \parallel PQ$

2. $\angle LPC = \angle RPM = 90^\circ$ - опущены отсюда на
диаметры. $\angle QCM = \angle QC = 90^\circ$ - опущены
на диаметры.

3. $BH = MN$ - середина BC , $HN = NC$

4. Пусть $HN = 2r$, $NC = 3r$

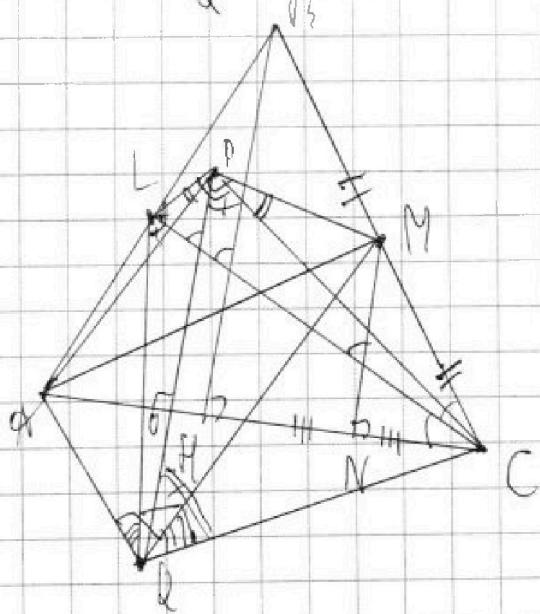
5. по т. Тиофалора $\triangle ABC$

$AB^2 = 36 - C^2$

6. MN - средняя линия $\Rightarrow MN = 18 - \frac{C^2}{2}$

7. $PQ \parallel BC$ - они параллельны относительно
 BC , $PQ = QC$

8. $QC = PC$, $PQ = QC$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач пумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \sqrt{r^2+4\sqrt{3}r^2}-7r+\sqrt{3-r^2}(\sqrt{r^2+4}+7) &= 5 \\ \sqrt{r^2+4}(2-r)+\sqrt{3-r^2}(\sqrt{r^2+4}+1)(\sqrt{3-r^2}+7) &= 5\sqrt{3-r^2}+5 \\ \sqrt{r^2+4}(2-r)+\sqrt{3-r^2}(\sqrt{r^2+4}+2\sqrt{3-r^2}+\sqrt{r^2+4}-4) &= 5 \\ 9r^4+8r^3-47r^2-51r+97r &= 0 \\ r = 1,1 \end{aligned}$$

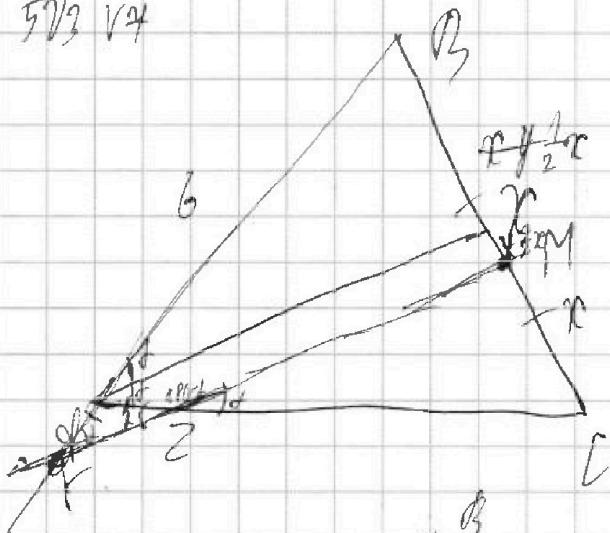
$$\begin{aligned} \sqrt{6}-1+5 &= 2\sqrt{6} \\ \sqrt{6} &= 4 \end{aligned}$$

$$17r \quad r-y=\sqrt{2},$$

$$\begin{aligned} r^2(4r^2+8r- & \\ 2\sqrt{2r+4}-2\sqrt{2r}+5 &= 2\sqrt{10-2r} \\ 2\sqrt{10-2r}+\sqrt{2r} &= 5+2\sqrt{5+4} \\ \sqrt{8,6}+\sqrt{2,6} &= 5+2\sqrt{5,6} \\ 3+7,3 & \end{aligned}$$

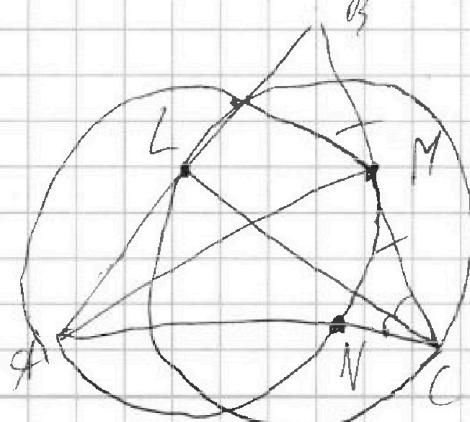
$$4\sqrt{3}+\sqrt{3}$$

$$5\sqrt{3}\sqrt{4}$$



$$\begin{aligned} \angle C &= 18, \angle B = 6, \angle A = 8 \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cancel{\angle A} - \cancel{\angle C} - \cancel{\angle B} &= 6 \quad \cos 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \angle B &= 64 \\ 36 & \angle C = 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BM &= MC \\ \frac{x}{y} &= \frac{12}{6} = 2 \\ y &= \frac{1}{2}x \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-64 + 96 - 24 \cdot 4 =$$

$$\sqrt{5} - \sqrt{2} + 5 = 2\sqrt{10}$$

$$-8 + 24 - 12 \cdot 4 = 0$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} = 5 + \sqrt{5}$$

$$x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$1,4 + 2 \cdot 1,4 \cdot 2,2 = 5 + 2,2$$

$$\varnothing = 16 + 8 = 24 = (2)\sqrt{16}$$

$$2,8 \cdot 2,2 + 1,4 = 5 + 2,2$$

$$D = \frac{-4 \pm 2\sqrt{6}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

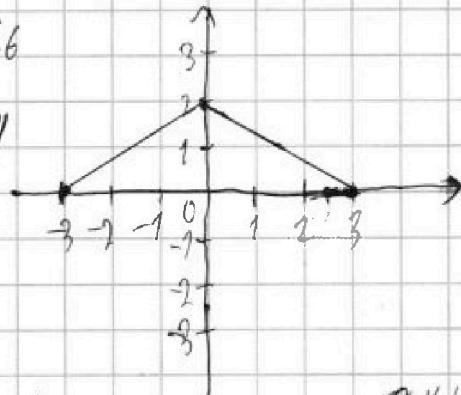
$$6,16 + 1,4 = 5 + 2,2$$

$$\begin{array}{r} \cancel{\times 23} \\ \cancel{\times 23} \\ \hline \cancel{+ 69} \\ \cancel{+ 46} \\ \hline 529 \end{array}$$

$$12 - 32 \cdot (-2 + \sqrt{6}) = 42 - 36 - 12\sqrt{6}, \quad (-2 + \sqrt{6})^2 = 4 + 6 - 4\sqrt{6} = 10 - 4\sqrt{6} \quad 4 \cdot (-2 + \sqrt{6}) = -8 + 4\sqrt{6}$$

$$(2 + \sqrt{6})^2 = 10 + 4\sqrt{6} \quad (-2 - \sqrt{6})^2 = 8 - 4\sqrt{6}$$

$$\begin{cases} 12x - 3y \leq 6 \\ 13x - 2y \leq 4 \end{cases}$$



$$x = -2, y =$$

$$-4 \quad x = 2$$

$$4 - 3y = -6$$

$$3y = 10$$

$$y =$$

$$r = 4$$

$$8 - 3y = 6$$

$$3y = 2$$

$$y =$$

$$\sqrt{r+4} - \sqrt{3-r} + 5 = 2\sqrt{3-r}(r+4)$$

$$\sqrt{3-r} \cdot (2\sqrt{r+4} + 1) = 5 + \sqrt{r+4}$$

$$(4r^2 - 4r + 1)(r+4) =$$

$$= 4r^3 - 4r^2 + r + 16r^2 - 16r + 4 =$$

$$= 4r^3 + 12r^2 - 15r + 4$$

$$\begin{array}{r} 304 \ 14 \\ -36 \ 196 \\ \hline 24 \ 16 \\ -8 \ 16 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{r+4} + 10\sqrt{r+4} + 25 = 4 \cdot (12 - r - r^2) + 4\sqrt{3r(12 - r - r^2)} + \\ & 12 - r - r^2 = 0 \quad | +r \quad (3r+1) + 8r \\ & r^2 + r - 12 = 0 \quad | -r^2 - 3r + 11 \\ & \varnothing = 4r^2 = 49 \\ & r_1 = \frac{-1 + \sqrt{49}}{2} = 3 \\ & r_2 = \frac{-1 - \sqrt{49}}{2} = -4 \quad | -3 + \sqrt{49} \\ & 2r^2 + 3r - 11 = 0 \\ & \varnothing = 9 + 88 = 97 \end{aligned}$$

$$3r \cdot (4r + 8 + 1 + \sqrt{r+4}) = 825 + 10\sqrt{r+4}$$

$$\begin{aligned} & 4r^2 + 6r - 22 = 0 \quad | -2r^2 - 3r + 11 \quad (2r^2 + 3r + 11) \\ & \bullet 2r^2 + 3r - 11 = 0 \quad | -4r^4 + 6r^3 - 22r^2 + 16r^4 + 9r^3 - 22r^2 \\ & \varnothing = 9 + 88 \quad | -22r^2 - 33r + 11 \\ & -12r^4 + 11r^3 - 35r^2 - 66r + 11 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

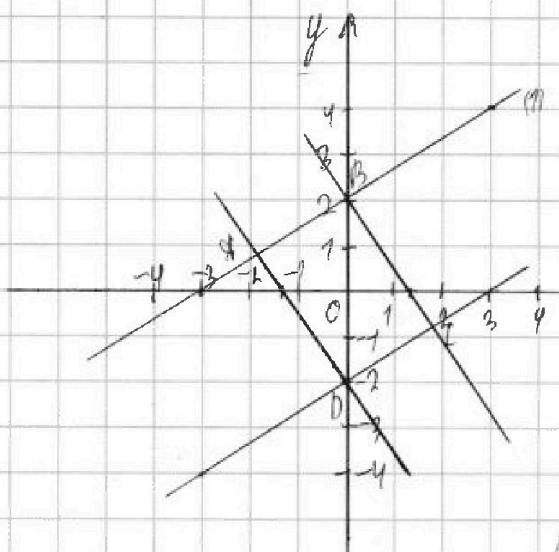
- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 12x - 3y \leq 6 & (1) \\ 13x - 2y \leq 4 & (2) \end{cases}$$

построили координатной плоскости графики и нашли пересечение



$$12x - 3y = 6, 2x - y = 2 \\ x = 0, y = 2, y = -2 \\ y = 0, x = -3, x = 3$$

$$13x - 2y = 4, 3x - y = 2 \\ x = 0, y = 2, y = -2 \\ y = 0, x = \frac{4}{3}, x = -\frac{12}{3}$$

△BCD - область пересечения

Найди минимальное значение $x+y$

$$y_{min} = -2 (x=0), 2x - y = 2, 3x - y = 4$$

$$\begin{cases} 6x - 9y = 18 \\ 6x - 9y = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} -5y = 10 - 26 \\ 6x - 9y = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} y = ? \\ y = 2, x = 0; 10x + 5y = 20 \\ y = -1, x = -\frac{1}{3}; 10x + 5y = -10 \end{cases}$$

$$y = 2, x = 0; 10x + 5y = 20 \\ y = -1, x = -\frac{1}{3}; 10x + 5y = -10$$

$$\times \frac{10}{19}$$

$$\begin{cases} 3x - 2y = -4 & (1) \\ 2x - 3y = 6 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x - 4y = -8 \\ 6x - 9y = 18 \end{cases}$$

$$-4 = \frac{52}{3}$$

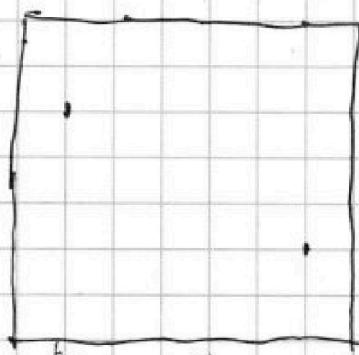
$$\begin{cases} 6x - 4y = -8 \\ 6x - 9y = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5y = 26 \\ 3x - 2y = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5y = 26 \\ 3x - 2y = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5y = 26 \\ 3x - 2y = -4 \end{cases}$$

$$d = M^2 - 4MN + 4N^2 + 13MN - 26N = (M-2N)^2 + 13(M-2N) = (M-2N)(M-2N+13)$$



$$\begin{array}{r} 63 \\ \times 32 \\ \hline 126 \\ + 189 \\ \hline 1984 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1984/14 \\ - 16 \\ \hline 38 \\ - 36 \\ \hline 24 \\ - 24 \\ \hline \end{array}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{x+4} + \sqrt{3-x} \cdot \sqrt{x+4}$$

$$\begin{array}{r} 98 \\ \times 18 \\ \hline 196 \\ + 18 \\ \hline 172 \end{array} \quad \begin{array}{r} 19 \\ \times 6 \\ \hline 108 \\ - 9 \\ \hline 12 \end{array}$$

$$6\sqrt{x+4}(\sqrt{3-x}-1) + (\sqrt{3-x})(\sqrt{x+4}+1) = 5$$



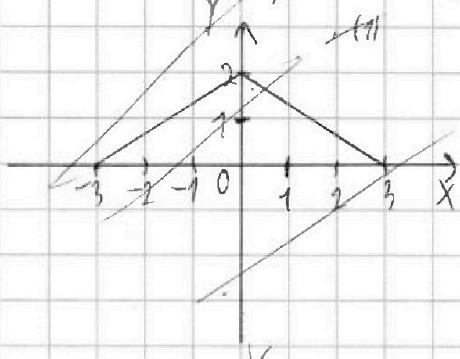
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

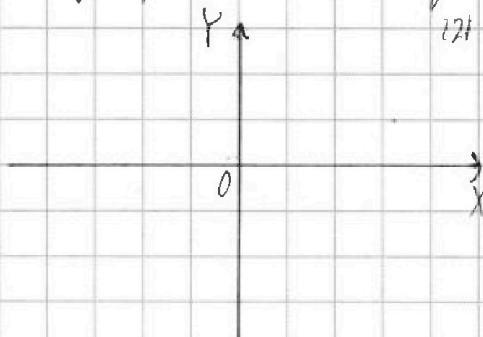
СТРАНИЦА
1 ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

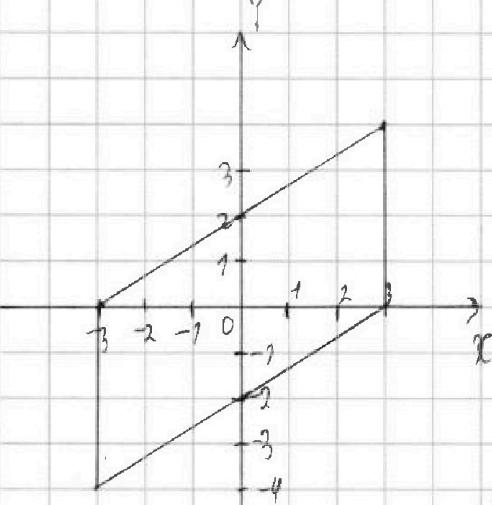
$2x - 3y \leq 6$ (1) Вседелли на координатной плоскости отмечь где уменьшить и умножить
 $2x - 3y = 4$ (2) Вседелли 1 и 2 расположить отдельно



(1)



(2)



$$C=1 \quad |2-3y| \leq 6$$

$$2-3y = -6, \quad 3y = 8, \quad y = 2\frac{2}{3}$$

$$2-3y = 6, \quad 3y = -4, \quad y = -\frac{4}{3}$$

$$-3 \leq x \leq 3$$

$$-\frac{40}{3} = -13\frac{1}{3}$$

$$-\frac{40}{3} \cdot 10 + 0,25 \cdot 5 = -133\frac{1}{3} + 1,25 = -132\frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned} 2x - 3y &= 4 \\ 2x - 3y &= -4 \\ 2y &= 3x - 4 \\ 2y &= 3x + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x - 3y &= -6 \quad |+3y \\ 2x &= -6 + 3y \\ -6x + 10y &= -18 \\ -6x + 10y &= -8 \\ -5y &= -26 \\ y &= 5,2 \end{aligned}$$

