



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x+4y^2}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть a_x — член арифметической прогрессии с шагом d , тогда $a_2 = 12 - 12r$, $a_4 = (r^2 + 4r)^2$, $a_8 = (-6r^2)$. $r \neq 0$, иначе $a_2 = 12$, $a_4 - a_8 = 0$, противоречие условию арифметической прогрессии.

П.с. арифметическая прогрессия, то:

$a_4 = a_2 + 2d$, $a_8 = a_2 + 6d$, где d — шаг арифметической прогрессии

$$\begin{cases} (r^2 + 4r)^2 = 12 - 12r + 2d \\ r^2 + 8r^3 + 16r^2 = 12 - 12r + 6d \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} -6r^2 = 12 - 12r + 6d \cdot (-1) \\ -2r^2 = 4 - 4r + 2d \end{cases} \quad (2)$$

подставим значение $2d$ из 2 уравнения в 1

$$2d = -2r^2 + 4r - 4$$

$$r^4 + 8r^3 + 16r^2 = 12 - 12r - 2r^2 + 4r - 4$$

$$r^4 + 8r^3 + 18r^2 + 8r - 8 = 0$$

$$r = -2 \text{ — корень: } (-2)^4 + 8 \cdot (-2)^3 + 18 \cdot (-2)^2 + 8 \cdot (-2) - 8 = 16 - 32 + 72 - 16 - 8 = 0$$

$$\begin{array}{r} r^4 + 8r^3 + 18r^2 + 8r - 8 \quad | r+2 \\ \underline{r^4 + 2r^3} \\ 6r^3 + 18r^2 \end{array} \quad \begin{array}{r} r^3 + 6r^2 + 6r - 4 \quad | r+2 \\ \underline{r^3 + 2r^2} \\ 4r^2 + 6r \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6r^3 + 18r^2 \\ \underline{-6r^3 + 12r^2} \\ 6r^2 + 6r \\ \underline{-6r^2 + 12r} \\ -4r - 8 \\ \underline{-4r - 8} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} r^3 + 6r^2 + 6r - 4 \quad | r+2 \\ \underline{-r^3 + 2r^2} \\ 4r^2 + 6r \\ \underline{-4r^2 + 8r} \\ -2r - 4 \\ \underline{-2r - 4} \\ 0 \end{array}$$

$$(r+2)^2 (r^2 + 4r - 2) = (r+2)^2 (-2 + \sqrt{6}) (-2 - \sqrt{6})$$

подставим:

1) $r = -2$, $a_2 = 36$, $a_4 = 16$, $a_8 = -24$, $d = 10$, $36 - 2 \cdot 10 = 16$, $16 - 4 \cdot 10 = -24$, — прогрессия

2) $r = -2 + \sqrt{6}$, $a_2 = 36 - 2\sqrt{6}$, $a_4 = 4$, $a_8 = -60 + 24\sqrt{6}$, $d = 6\sqrt{6} - 16$, $36 - 2\sqrt{6} + 2d = 4$, $4 + 4d = -60 + 24\sqrt{6}$ — прогрессия.

3) $r = -2 - \sqrt{6}$, $a_2 = 36 + 12\sqrt{6}$, $a_4 = 4$, $a_8 = -60 - 24\sqrt{6}$, $d = -6\sqrt{6} - 16$, $a_4 = 2d + 36 + 12\sqrt{6}$, $a_8 =$

$$= a_4 + 4d = 4 - 24\sqrt{6} - 64 = -60 - 24\sqrt{6}$$

Ответ: $r = -2$, $r = -2 + \sqrt{6}$, $r = -2 - \sqrt{6}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

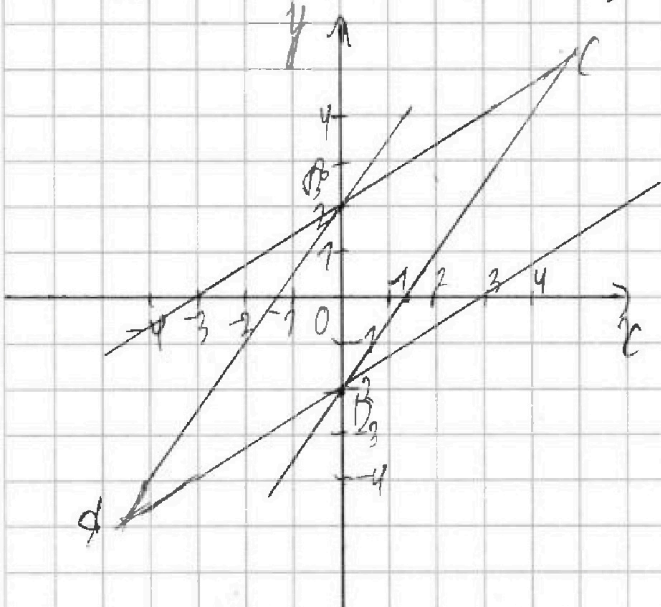
СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 & (1) \\ |3x-2y| \leq 4 & (2) \end{cases}$$
 Построим на координатной плоскости:

$$\begin{aligned} 2x-3y &= -6 & 2x-3y &= 6 \\ x=0 & y=2 & y &= -2 \\ y=0 & x=-3 & x &= 3 \end{aligned}$$

Δ в CD-области в которой x и y принимают минимальные значения $10x+5y$ в точке A.



$$\begin{cases} 3x-2y = -4 \\ 2x-3y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x-4y = -8 \\ 6x-9y = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5y = 26 \\ 3x-2y = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} y = -5\frac{1}{5} \\ x = -\frac{1}{5} - \frac{52}{15} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -5\frac{1}{5} \\ x = -\frac{49}{15} \end{cases} \quad \begin{cases} y = -5\frac{1}{5} \\ x = -\frac{24}{5} \end{cases}$$

$$10x+5y = -48-26 = -74$$

 Ответ: -74



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)(m-2n+13)$
 $B = m^2n - 2m^2 - 2mn = mn(m-2n-2)$
 1) $p = 17p^2$, тогда m или равно 17 .
 1. $m = 17, n = p$
 $17p(17-2p-2) = 17p^2 \Rightarrow p = 17-2p-2, 3p = 15, p = 5$
 $A = 7 \cdot 20 = 5 \cdot 4 \cdot 4$, т.к. q простое
 $A = 15q^2$, то $3q^2 = 4 \cdot 4 \Rightarrow q$ не простое.
 2) $B = 15q^2$
 1. $m = 3, n = 5$ $q^2 = -9$ - нет решений
 2. $m = 5, n = 3$ $q^2 = -3$ - нет решений
 3. $m = 15, n = q$
 $q = m - 2n - 2$
 $q = 15 - 2q$
 $3q = 13 - q$ не простое
 4. $n = 15, m = q$
 $q = m - 2n - 2$
 $q = q - 32$ - нет решений
 5. $m = 1$
 $n(n-2) = 15q^2$
 $-2n^2 - n = 15q^2$
 $n \in \mathbb{N}$, т.с.
 $(-2n-1) > 1$
 $(n^2 > n)$
 $-2n^2 - n < 0$
 $15q^2 < 0$ - нет решений
 6. $n = 1$
 $m(m-4) = 15q^2$
 $m^2 - 4m = 15q^2$
 1) $m = 3$
 $15q^2 = -3$ - корней нет
 2) $m = 5$
 $3q^2 = 1$ - корней нет
 3) $m = 15$
 $11 = 9q^2$ - корней нет
 4) $m = q, 15q = q - 4$
 $14q = -4$ - корней нет
 5) $m = 3q$
 $5q = 3q - 4$
 $q = 2$ не простое
 6) $m = 5q$
 $3q = 5q - 4$
 $q = 2$ простое
 7) $m = 15q$
 $19q = 4$ не простое
 8) $m = q^2$
 $q^2 - 4 = 15$
 $q^2 = 19$ - нет решений
 9) $m = 3q^2$
 $3q^2 - 4 = 5$
 $q^2 = 3$ - нет решений
 10) $m = 5q^2$
 $5q^2 = 7$ - нет решений
 11) $m = 15q^2, 15q^2 = 5$ - нет решений. $n = 1, m = 10, q = 2$
 $A = 8 \cdot 21 = 3 \cdot 4 \cdot 2^3 = 17p^2$ - решение нет.
 Вернёмся к $B = 17p^2$
 1) $m = 1$
 $-2n^2 - n = 17p^2$
 $n \in \mathbb{N} \Rightarrow$ решение нет
 2) $n = 1, m(m-4) = 17p^2$
 1. $m = 1$
 $-5 = 17p^2$ - реш. нет
 2. $m = 17$
 $13 = p^2$ - реш. нет.
 3. $m = p$
 $p - 4 = 17p$
 $16p = -4$ - реш. нет.
 4. $m = 17p, 17p - 4 = p$
 $16p = 4$ - решение нет
 5. $m = p^2$
 $p^2(p^2 - 4) = 17p^2$
 $p^2 - 4 = 17$
 $p^2 = 21$ - решение нет
 6. $m = 17p^2$
 $17p^2 = 5$ - реш. нет.
 Ответ: ~~нет таких m, n~~
 $m - 2n - 2 > 0$, т.е. $m > 2n + 2$ ($17p^2 \in \mathbb{N}, 15q^2 \in \mathbb{N}$)
 3) $n = 17, m = p^2$ $p^2 - 36 = 1, p^2 = 37$ - решение нет.
 4) $m = 17p, n = p$ $15p - 2 = 1, 15p = 3$ - реш. нет.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Версия 1 $P=15q^2$

1. $m=5, n=q$

$3-2q=3q$

$5q=3$ - реш. нет.

4. $m=15, n=15, m=q^2$

$1=q^2-32$

$q^2=33$ - реш. нет.

4. $m=3, m=q^2$

$5=q^2-8$

$q^2=13$ - реш. нет.

11. $n=5, m=q^2$

$3=q^2-12$

$q^2=15$ - реш. нет.

13. $m=3q, n=q$

$5=q-2$

$q=7$

$m=21, n=7$

$31=7 \cdot 20=44q^2$

Ответ: $m=10, n=3$.

2. $m=5, n=q^2$

$3=5-2q^2$

$q=0$ - не подходит.

5. $n=3, m=4$

$5q=q-8$

$4q=-8$ - реш. нет.

8. $n=3, m=5q^2$

$1=5q^2-8$

$5q^2=9$ - реш. нет.

12. $n=5, m=3q^2$

$1=3q^2-12$

реш. нет.

14. $m=5q, n=q$

$3=3q-2$

реш. нет.

3. $m=15, n=q^2$

$1=43-q^2$

$12=q^2$ - не подх.

6. $n=3, m=5q$

$q=5q-8$

$4q=8, q=2, m=10, n=3$

4. $17=17q^2, p=2$ - подх. допуст.

9. $n=5, m=q$

$3q=q-12$ - реш. нет.

10. $n=5, m=3q$

$q=3q-12$

$q=6$ - не подх.

13. $n=q, m=q$

$1=q^2-32$

реш. нет.

15. $m=15q, n=q$

$1=13q-2$

реш. нет.

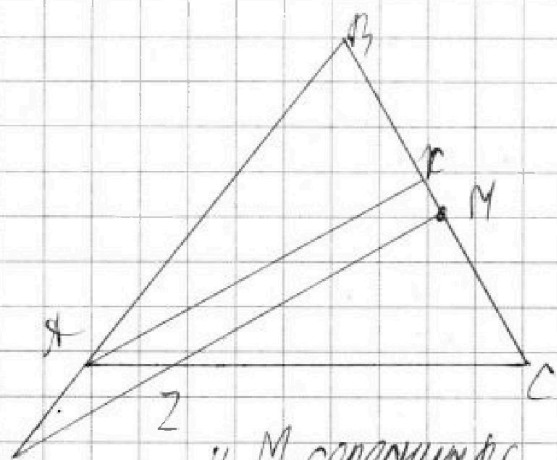
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1. $AX \parallel XM$, AX - биссектриса \Rightarrow
 $\angle BAX = \angle XAC = \angle MZC = \angle BYM$
 $\angle BXC = \angle BYM$ как соотв. при $AX \parallel XM$ и секущей AY , аналогично $\angle XAC = \angle MZC$.
 2. $\angle MZC = \angle AZY$ - вертикальные
 $\angle AZY = \angle BYM \Rightarrow \triangle XYZ$ - \triangle $\triangle YZ = b$,
 $ZC = AC - AZ = 12$
 3. $AX \parallel XM \Rightarrow \frac{AZ}{AZ} = \frac{CM}{MX} = 2$

4. M - середина BC , $MC = BM$, $\frac{MC}{MX} = 2$, $MX = \frac{1}{2} MC$, $BX = \frac{1}{2} MC$.

5. AX - биссектриса $\Rightarrow \frac{BX}{XC} = \frac{AB}{AC}$, т.е. $\frac{16x}{18} = \frac{24}{18}$, $x = 6$.

6. По т. косинусов $\triangle AZY$:
 $4^2 + 4^2 - 2 \cos \angle YAZ \cdot 4 \cdot 4 = YZ^2$
 $4^2 - 2 \cos \angle YAZ \cdot 36 = 64$
 $\cos \angle YAZ = \frac{4}{9} = \frac{1}{9}$, $\cos \angle = -\cos(180 - \angle)$

7. $\angle YAZ$ и $\angle CAB$ - смежные, т.е. $\angle CAB = 180 - \angle YAZ$
 По т. косинусов $\triangle ABC$:
 $BC^2 = 36 + 324 + 2 \cdot \frac{1}{9} \cdot 36 = 36 + 324 + 2 \cdot 4 = 384 = 4^3 \cdot 6 = 2^6 \cdot 6 = 8^2 \cdot 6$
 $BC = 8\sqrt{6}$
 Ответ: $BC = 8\sqrt{6}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-xy} \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt{3y} = 2y^5 - \sqrt{3x} + 4y^2 \end{cases}$$

1. $\sqrt{3}$ - за подкоренных выражений: $3 \cdot xy \geq 0$ $xy \geq 0$; x, y - не отрицательные

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-xy} \quad (1) \\ 2x^5 + 4x^2 + \sqrt{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt{3y} \quad (2) \end{cases}$$

из 2 уравнения т.к. x - не отр., y - не отр. следует, что $x=y$, т.к. $3 \cdot xy \geq 0$, $3 \cdot xy \geq 0$

$$(1) \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2}$$

$\sqrt{x+4} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2} + \sqrt{3-x}$ т.к. x - не отр. $\sqrt{x+4}$ - возрастает на $[0; +\infty)$, $\sqrt{12-x-x^2}$ - убывает на $[0; +\infty)$, $\sqrt{3-x}$ - убывает на $[0; +\infty)$, то уравнение имеет только 1 корень.

Заметим, что при $x=0$ справа максимальное значение, если оно меньше левого, y которого на промежутке $[0; +\infty)$ имеет максимальное значение, то корней нет: $x=0$

$$2+5 \neq \sqrt{2 \cdot \sqrt{12}} + \sqrt{3}$$

$$\neq \sqrt{4\sqrt{3}} + \sqrt{3}$$

$\neq \sqrt{5\sqrt{3}} \quad \sqrt{3} > 1,5, 1,5 \cdot 2 = 3$, т.е. корень есть - возведем уравнение в квадрат, т.к. $x \neq 0$ часть больше 0

$$\sqrt{x+4} + 5 + 10\sqrt{12-xy} = 4x - 4x^2 + 4\sqrt{(3-x)(4-x)} + 3-x$$

$$4x^2 + 6x - 22 + 10\sqrt{x+4} = 4\sqrt{(3-x)(4-x)}$$

$$\sqrt{x+4} = \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{(3-x)(4-x)}$$

$$5 + \sqrt{x+4} = \sqrt{3-x} \cdot (2\sqrt{x+4} + 1)$$

$$25 + 10\sqrt{x+4} + x + 4 = (3-x)(4x+16 + 4\sqrt{x+4} + 1)$$

$$29 + x + 10\sqrt{x+4} = 12x + 4x^2 + 12\sqrt{x+4} + 3 - 4x^2 - 16x - 4x\sqrt{x+4} - x$$

$$4x\sqrt{x+4} - 2\sqrt{x+4} = -4x^2 - 6x + 22$$

$$\sqrt{x+4}(4x-2) = -4x^2 - 6x + 22 \quad x > 0,5 \text{ число отр.} = \text{пол. не может быть}$$

$$\sqrt{x+4}(12x-11) = -2x^2 - 3x + 11 \quad x < \frac{11+\sqrt{121}}{24} \quad (-2x^2 - 3x + 11 = 0, D=97, x = \frac{3 \pm \sqrt{97}}{4}) \text{ число отр.} = \text{пол.}$$

$$4x^3 + 12x^2 - 15x + 4 = 4x^4 + 12x^3 - 35x^2 - 66x + 11$$

$$4x^4 + 8x^3 - 47x^2 - 52x + 11 = 0$$

x - не целое число, y - не целое число. Определить можно Кельвэ

$x, y \approx 1,7$ (при $x=1, y=1$ примерно: $6,76 = 5,2 \quad 7,56 = 7,2$)

Ответ: $x \approx 1,7, y \approx 1,7$

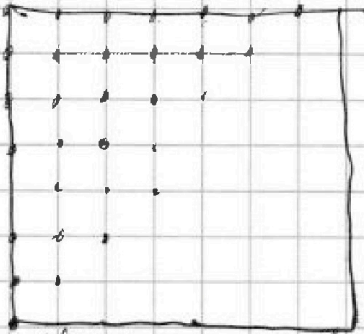
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Услов $8 \cdot 8 = 64$ — все черные, способ раскрасить 2 узла в белый без повторов и повторов:
 $\frac{64 \cdot 63}{2} = 32 \cdot 63 = 2016$, заметим что количество раскрасок получаются поворотом и краше сущее, где 2 точки имеют симметрию относительно центра, так их 2.

Найдем количество раскрасок, где 2 точки симметричны относительно центра: отмерим на рисунке узлы, каждому из них соответствует по симметрии всего 1 узел, т.е. таких раскрасок: $32 \cdot 2 = 64 \cdot 32$.
 получим что: $2016 - 32 + 16 = 496 + 16 = 512$
 Ответ: 512 раскрасок.

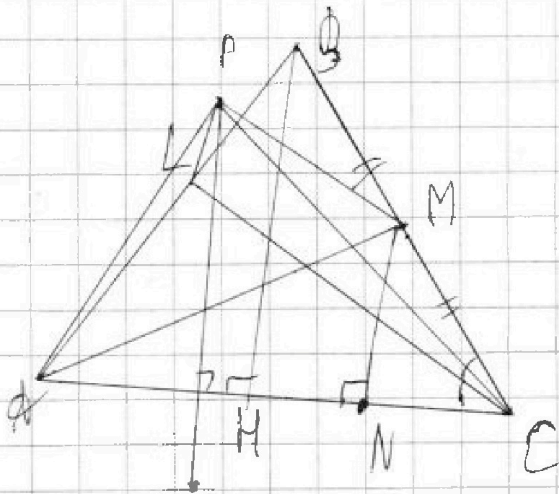
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



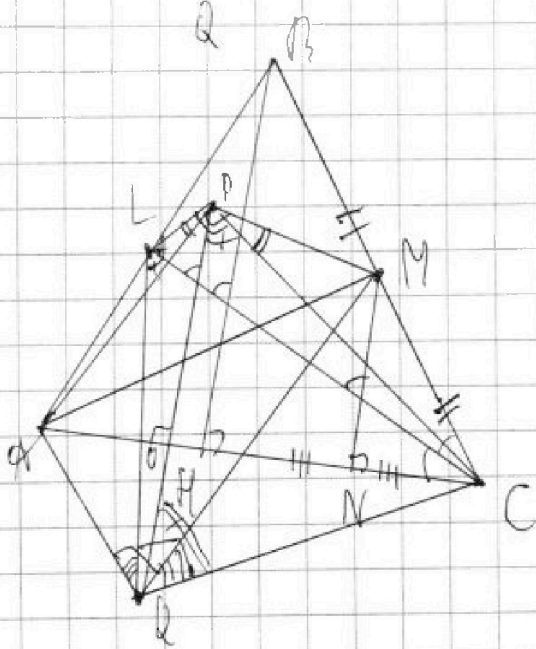
- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1. $\angle ANM = 90^\circ$, т.к. отщипывается на диаметры AM , $PQ \perp AC$, $BH \perp AC$, $NM \perp AC \Rightarrow NM \parallel BH \parallel PQ$
2. $\angle LPC = \angle QPM = 90^\circ$ - отщипывается на диаметры; $\angle QPM = \angle LQC = 90^\circ$ - отщипывается на диаметры.
3. $BH \parallel MN$, H - середина AC , $HN = NC$
4. Пусть $AN = x$, $HN = 5 - x$, $NC = 5 - x$
5. по т. Пифагора в $\triangle ANH$
 $NH = \sqrt{5^2 - x^2}$
6. MN - средняя линия $\Rightarrow MN = 18 - x^2$
7. P и Q - симметричны относительно AC , $PQ = OQ$
8. $QC = PC$; $AP = AQ$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+4} \sqrt{3-x} - 1 + \sqrt{3-x} (\sqrt{x+4} + 1) = 5 \quad | \sqrt{3-x} + 1$$

$$\sqrt{x+4} (2-x) + \sqrt{3-x} (\sqrt{x+4} + 1) \sqrt{3-x} + 1 = 5 \sqrt{3-x} + 5$$

$$\sqrt{x+4} (2-x) + \sqrt{3-x} (\sqrt{3-x}(2+x) + \sqrt{3-x} + \sqrt{x+4} - 4) = 5$$

$$\sqrt{6} - 1 + 5 = 2\sqrt{6}$$

$$\sqrt{6} = 4$$

$$4x^4 + 8x^3 - 4x^2 - 5x + 11 = 0$$

$$\begin{array}{r} 11x^3 \\ - 9x^3 \\ \hline 2x^3 \end{array}$$

$$x = 1, 1$$

$$x^2(4x^2 + 8x - 1) = 0$$

$$x = y = \sqrt{2}$$

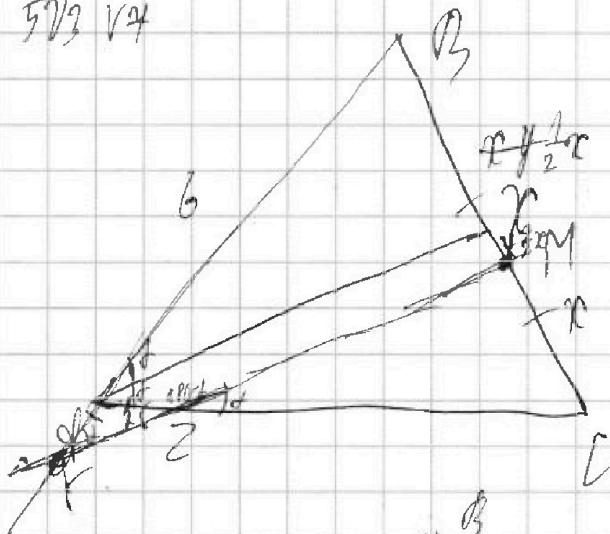
$$\sqrt{\sqrt{2}+4} - \sqrt{3-\sqrt{2}} + 5 = 2\sqrt{10-\sqrt{2}}$$

$$\times \sqrt{10-\sqrt{2}} + \sqrt{3-\sqrt{2}} = 5 + \sqrt{5+4}$$

$$\sqrt{8,6} + \sqrt{1,6} = 5 + \sqrt{5,6}$$

$$3 + 1,3$$

$$\frac{4\sqrt{3} + \sqrt{3}}{5\sqrt{3} \sqrt{4}}$$



$$AC = 18, BC = 6, AB = 8 \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{AC}{\sin 150^\circ} = \frac{BC}{\sin 30^\circ} = \frac{AB}{\sin 120^\circ}$$

$$18 = \frac{6}{\frac{1}{2}} = \frac{8}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

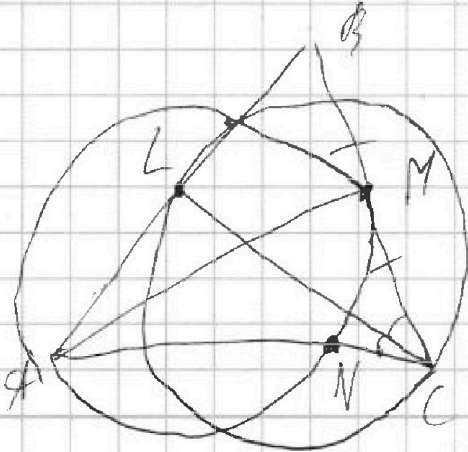
$$8 \cdot 8 = 64$$

$$36 \quad \angle C = 12$$

$$BM = MC$$

$$\frac{x}{y} = \frac{12}{6} = 2$$

$$y = \frac{1}{2}x$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-64 + 96 - 24 - 4 =$$

$$-8 + 24 - 12 - 4 = 0$$

$$x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$D = 16 + 16 = 32 = (2\sqrt{8})^2$$

$$x = \frac{-4 \pm 2\sqrt{8}}{2} = -2 \pm \sqrt{8}$$

$$\sqrt{5} - \sqrt{2} + 5 = 2\sqrt{10}$$

$$\sqrt{2} + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} = 5 + \sqrt{5}$$

$$1,4 + 2 \cdot 1,4 \cdot 2,2 = 5 + 2,2$$

$$2,8 \cdot 2,2 + 1,4 = 5 + 2,2$$

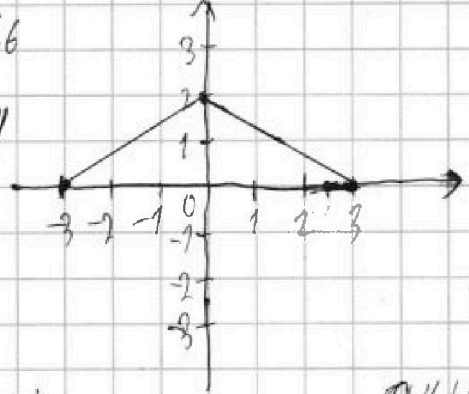
$$6,16 + 1,4 = 5 + 2,2$$

~~$$\begin{array}{r} \times 23 \\ 23 \\ \hline + 69 \\ \hline 529 \end{array}$$~~

$$12 - 2 \cdot (-2 + \sqrt{6}) = 12 - 36 - 12\sqrt{6}, \quad (-2 + \sqrt{6})^2 = 4 + 6 - 4\sqrt{6} = 10 - 4\sqrt{6} \quad 4 \cdot (-2 + \sqrt{6}) = -8 + 4\sqrt{6}$$

$$(2 + \sqrt{6})^2 = 10 + 4\sqrt{6} \quad (-2 - \sqrt{6})^2 = 10 - 4\sqrt{6}$$

$$\begin{cases} |12x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$$



$$x = 2, y =$$

$$-4 \quad x = 2$$

$$4 - 3y = -6$$

$$3y = 10$$

$$y =$$

$$x = 4$$

$$8 - 3y = 6$$

$$3y = 2$$

$$y =$$

$$x < -3$$

$$x + 4 + 10\sqrt{x+4} + 25 = 4 \cdot (12 - x - x^2) + 4\sqrt{3x(12 - x - x^2)} + 3x$$

$$12 - x - x^2 = 0$$

$$x^2 + x - 12 = 0$$

$$D = 1 + 48 = 49$$

$$x_1 = \frac{-1 + 7}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{-1 - 7}{2} = -4$$

$$(4 + x)(3x)$$

$$(-2x^2 - 3x + 11)$$

$$2x^2 + 3x - 11 < 0$$

$$D = 9 + 88 = 97$$

$$x = \frac{-3 + \sqrt{97}}{4}$$

~~$$\begin{array}{r} \times 28 \\ 28 \\ \hline + 56 \\ \hline 84 \end{array}$$~~

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x^2} \\ 2x^2 + 4x^2 = \sqrt{3x} \end{cases}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{(3-x)(x+4)}$$

$$\sqrt{3-x} \cdot (2\sqrt{x+4} + 1) = 5 + \sqrt{x+4}$$

$$3-x \cdot (4x+8+1+4\sqrt{x+4}) = 25 + 10\sqrt{x+4}$$

$$(4x^2 - 4x + 1)(x+4) =$$

$$= 4x^3 - 4x^2 + x + 16x^2 - 16x + 4 =$$

$$= 4x^3 + 12x^2 - 15x + 4$$

$$\begin{array}{r} 304 \ 14 \\ -36 \ 196 \\ \hline 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 96 \ 14 \\ -8 \ 124 \\ \hline 76 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \ 14 \\ -24 \ 16 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$4x^2 + 6x - 22 = 0$$

$$2x^2 + 3x - 11 = 0$$

$$D = 9 + 88$$

$$(-2x^2 - 3x + 11)(2x^2 - 3x + 11) =$$

$$= 4x^4 + 6x^3 - 22x^2 + 6x^2 + 9x^2 - 33x + 11 =$$

$$= 4x^4 + 6x^3 - 15x^2 - 66x + 121$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

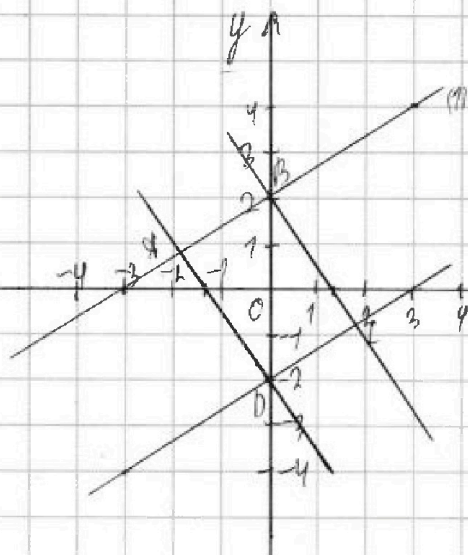
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 2x - 3y \leq 6 & (1) \\ 3x - 2y \leq 4 & (2) \end{cases}$$

построим на координатной плоскости графики и найдём пересечение



$$\begin{aligned} 2x - 3y &= 6, 2x - 3y = 6 \\ x=0, y &= -2, y = -2 \\ y=0, x &= 3, x = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x - 2y &= 4, 3x - 2y = -4 \\ x=0, y &= -2, y = 2 \\ y=0, x &= \frac{4}{3}, x = -\frac{4}{3} \end{aligned}$$

ABCD - область пересечения

Найдём минимальное значение z

$$z_{min} = -2(x=0), 2x - 3y = 6, 3x - 2y = 4$$

$$\begin{cases} 6x - 9y = 18 \\ 6x - 4y = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} -5y = 10 - 26 \\ 6x - 4y = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} y = -2 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y=2, x=0: 10x+5y &= 10 \\ x=-\frac{1}{2}, y=0: 10x+5y &= -5 \\ y=-1, x &= \end{aligned}$$

$$\times \frac{10}{19}$$

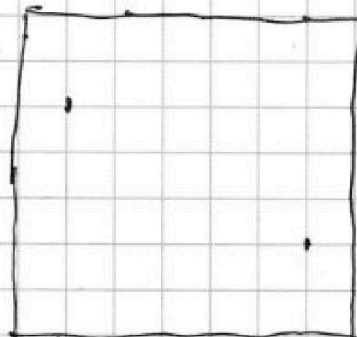
$$\begin{cases} 3x - 2y = -4 & \cdot 2 \\ 2x - 3y = 6 & \cdot 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x - 4y = -8 \\ 6x - 9y = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5y = 26 \\ 3x - 2y = -4 \end{cases} \quad \begin{cases} -4 + 2 \cdot \frac{26}{5} \\ \frac{3}{5} \end{cases}$$

$$\frac{-4 - \frac{52}{5}}{3}$$

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m - 2n)^2 + 13(m - 2n) = (m - 2n)(m - 2n + 13)$$



$$\begin{array}{r} \times 63 \\ 32 \\ \hline 126 \\ 489 \\ \hline 2016 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1984 \cdot 4 \\ \hline 16 \quad 1496 \\ \hline 38 \\ \hline -36 \\ \hline 24 \\ \hline -24 \end{array}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3x^2+5} = \sqrt{2-x} \cdot \sqrt{x+4} + \sqrt{3-x} \cdot \sqrt{x+4}$$

$$\sqrt{x+4}(\sqrt{3-x^2-1}) + \sqrt{3-x^2-1}(\sqrt{x+4}+1) = 5$$

$$\begin{array}{r} \times 98 \\ 104 \\ \hline 10352 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 18 \\ 6 \\ \hline 108 \end{array} \quad \begin{array}{r} -10819 \\ 9172 \end{array}$$



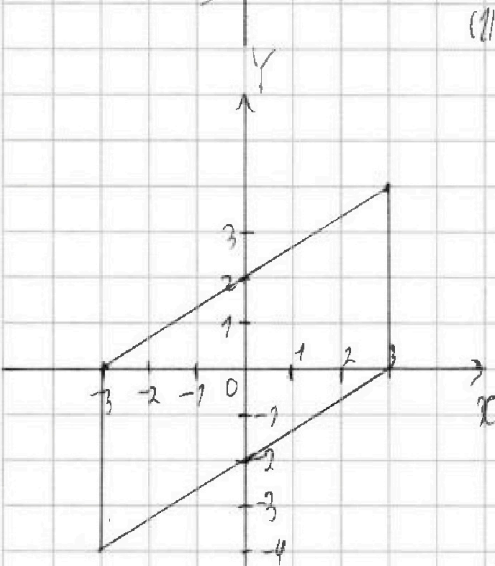
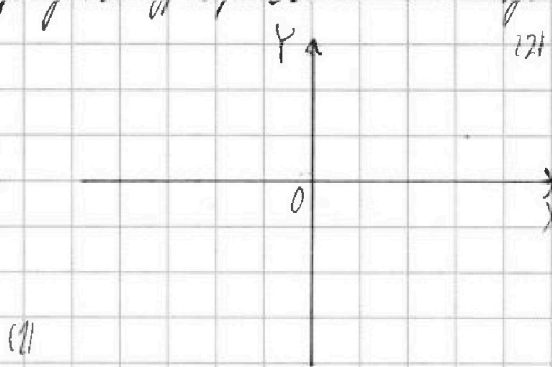
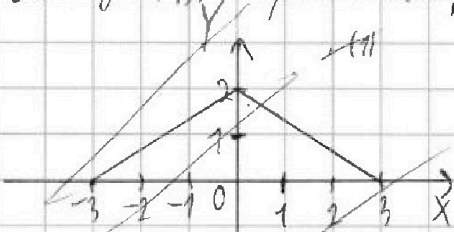
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$|2x-3y| \leq 6$ (1) Выделим на координатной оси XY область, где значения x и y удовлетворяют
 $|3x-2y| \leq 4$ (2) условиям 1 и 2. Решим эти неравенствами отдельно.



$$\begin{aligned} 2x-3y &= 4 & 3x-2y &= 4 \\ 3x-2y &= -4 & 2y &= 3x-4 \\ 2y &= 3x+4 \end{aligned}$$

$x=1 \quad |2-3y| \leq 6$
 $2-3y = -6, \quad 3y = 8, \quad y = 2\frac{2}{3}$
 $x=2, \quad |4-3y| \leq 6, \quad 3y = 10, \quad y = 3\frac{1}{3}$
 $-3 \leq x \leq 3$

$$\begin{aligned} 2x-3y &= -6 \quad | \quad x=3 \\ 3x-2y &= 4 \quad | \quad \cdot 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6x-9y &= -18 \\ -6x+4y &= -8 \\ -5y &= -26 \\ y &= \end{aligned}$$

$$-\frac{40}{5} = -8$$

$$-\frac{3}{2} \cdot 10 + 0,25 \cdot 5 = -15 + 1,25 = -13,75$$