



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x+4y^2}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть разность прогрессии равна a . Тогда

$$2a = (x^2 + 4x)^2 - (12 - 4x)$$

$$6a = (-6x^2) - (12 - 4x)$$

$$\text{В)} \quad 2a = -2x^2 - 4 + 4x$$

$$(x^2 + 4x)^2 - 12 + 12x = -2x^2 + 4x - 4$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 12 + 12x = -2x^2 + 4x - 4$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$(x+2)^2 (x^2 + 4x - 2) = 0$$

$$x_1 = -2$$

$$x_{2,3} = -2 \pm \sqrt{6}$$

При любом натуральном x $a_1^2 - a_2^2 = a_3 - a_4 \Rightarrow$ эти

числа — члены а.п.

$$\text{Ответ: } \{-2; -2 + \sqrt{6}; -2 - \sqrt{6}\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

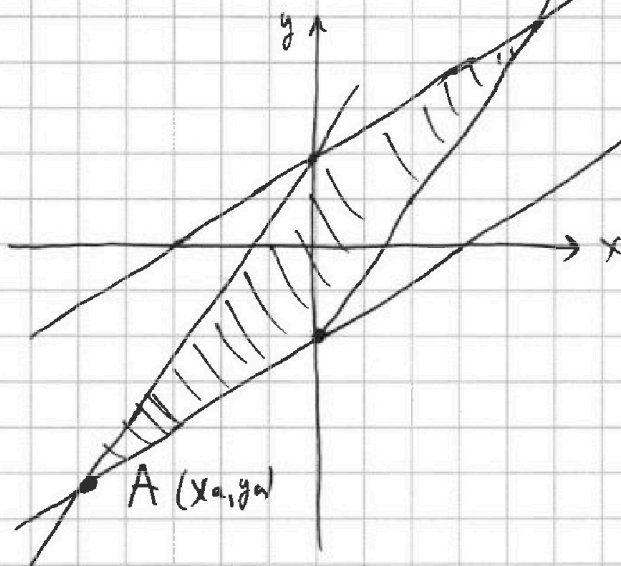
$$|2x-3y| \leq 6, |3x+2y| \leq 4$$

~~$$2x-3y$$~~

$$-6 \leq 2x-3y \leq 6; -4 \leq 3x+2y \leq 4$$

$$\frac{2x+6}{3} \geq y \geq \frac{2x-6}{3}$$

$$\frac{3x-4}{2} \geq y \geq \frac{3x+4}{2}$$



Заметим, что у точки A - $\min x$ и $\min y$. \Rightarrow

у неё $\min 10x+5y$, т.к. у любой другой точки координаты будут больше. Пусть её координаты (x_a, y_a) . $\Rightarrow y_a = \frac{2x_a+6}{3}$

$$y_a = \frac{3x_a+4}{2}$$

$$2x_a + y_a = -14,8$$

$$\frac{3}{2}x_a + 2 = \frac{2}{3}x_a - 2$$

$$10x_a + 5y_a = -74$$

$$\frac{5}{6}x_a = -4$$

Ответ: -74.

$$x_a = -\frac{24}{5}$$

$$y_a = \frac{3(-\frac{24}{5})+4}{2} = -\frac{26}{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m-2n-2)$$

$$m-2n=t$$

$$A = t(t+13)$$

Площадь
→ $A = 15 \text{ г}^2$.

t и $t+13$ взаимно простые, $\Rightarrow t(t+13) : 2 \Rightarrow q=2$.

$$A = 15 \cdot 4 = 60$$

$$t(t+13) = 60$$

$$t^2 + 13t - 60 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{-13 \pm \sqrt{409}}{2} \notin \mathbb{Z}, \text{ т.к. } \sqrt{409} - \text{нечетно.}$$

$$\Rightarrow A = 17 \text{ п}^2$$

$A = t(t+13)$ - взаимно простые, $\Rightarrow p=2$

$$A = 4 \cdot 17 = 68$$

$$t(t+13) = 68$$

$$t^2 + 13t - 68 = 0$$

$$(t-4)(t+17) = 0$$

$$t_1 = 4, t_2 = -17$$

$$B = mn(t-2)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение

$$1) t = 9t - 17$$

$$B = mn \cdot (-19) < 0.$$

$$\text{По } B = 15q^2 > 0, \Rightarrow t = 17$$

$$t = 4$$

$$B = 2mn : 2. \Rightarrow q = 2, B = 15 \cdot 4 = 60$$

$$2mn = 60$$

$$m - 2n = 4$$

$$m = 2n + 4$$

$$2(2n + 4)n = 60$$

$$(m - 2)n = 15$$

$$n^2 + 2n - 30 = 0$$

$$(n - 3)(n + 5) = 0$$

$$n > 0, \Rightarrow n = 3.$$

$$m = 2 \cdot 3 + 4 = 10$$

$$\text{Итого } A = 60, B = 60.$$

$$\text{Ответ: } B(10, 3).$$

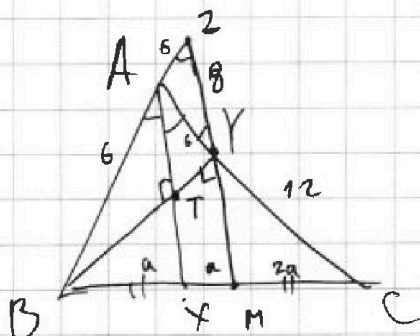
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$YC = AC - AY = 12$$

$$\angle AZY = \angle BAX = \angle CAK = \angle AYZ, \Rightarrow$$

$$\triangle AYZ \text{ - } \text{ис} \text{ и } AY = AZ = 6.$$

~~Положим~~ $\angle A = \alpha$. Y - лежит на AK , \Rightarrow

M - лежит на отрезке XC .

По $MK = a$.

По теореме Фалеса $\frac{MC}{XM} = \frac{12}{6} = 2, \Rightarrow MC = 2a$.

$$BX = BM - MY = CM - MX = a$$

$$\Rightarrow \text{по м. Фалеса } \frac{AB}{AZ} = \frac{BX}{XM} = 1, \Rightarrow AB = 6, \Rightarrow \angle BYZ = 90^\circ,$$

и.и. $AY = \frac{BZ}{2}$. AX - ср. линия в $\triangle MBZ$, \Rightarrow \angle (Точка перес. AX и BY)

$$\angle ATB = 90^\circ. AT = \frac{ZY}{2} = 4. \text{ По м. Пифагора } BT^2 = 6^2 - 4^2 = 36 - 16 = 20.$$

$$TX^2 = BX^2 - BT^2 = a^2 - 20.$$

$$AX = 4 + \sqrt{a^2 - 20}.$$

$$\text{По м. Лагранжа } AX^2 = 6^2 + AB \cdot AC - BX \cdot XC = 6^2 + 18 - 3a^2$$

$$(4 + \sqrt{a^2 - 20})^2 = 6^2 + 18 - 3a^2$$

$$16 + a^2 - 20 + 8\sqrt{a^2 - 20} = 18 - 3a^2$$

$$8\sqrt{a^2 - 20} = -4a^2 + 12$$

$$2\sqrt{a^2 - 20} = -a^2 + 3 \quad 28$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4(a^2 - 20) = (a^2 - 80)^2$$

$$4a^2 - 80 = a^4 - 160a^2 + 6400$$

$$a^4 - 160a^2 + 6400 = 0$$

$$\frac{D \pm}{4} = 900 - 864 = 36$$

$$(a^2)_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm 6. > 0 \Rightarrow a^2 = 6 - \frac{1}{2} = \frac{11}{2}$$

$$a = \sqrt{\frac{11}{2}}$$

$$BC = 4a = 2\sqrt{22}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Печать QR-кода недопустима!

$$2x^5 + 4x^2 - \sqrt{3x} = 2y^5 - \sqrt{3y} + 4y^2.$$

$$\sqrt{3x} \text{ и } \sqrt{3y} - \text{члн.} \Rightarrow x, y \geq 0.$$

$$f(x) = 2x^5 + 4x^2 + \sqrt{3x}$$

$$f(x) \uparrow, \text{ при } x \geq 0.$$

$$\Rightarrow f(x) = f(y), \quad x, y \geq 0.$$

$$\Rightarrow x = y.$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3x} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} = 2\sqrt{4+3x}$$

$$a = \sqrt{3x}$$

$$b = \sqrt{3x}$$

$$a \neq b, \quad a^2 + b^2 = 7. \quad a \neq b$$

$$a - b + 5 = 2ab.$$

$$a^2 + b^2 - 2ab = 7 - 5 - (a - b).$$

$$a - b = t$$

$$t^2 + t - 2 = 0.$$

$$t_{1,2} = 1, -2.$$

$$1.) t = 1, \quad a - b = 1, \quad a = b + 1$$

$$a^2 + (b+1)^2 + b^2 = 7$$

$$2b^2 + 2b + 1 = 7$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b^2 + b = 3$$

$$b^2 + b - 3 = 0$$

$b \geq 0$, т.к. это ~~сторона~~ пл. корень

$$\Rightarrow b_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$b = \frac{\sqrt{13} - 1}{2}$$

$$x = (b^2 + b)^2 - 3 - b^2 = 3 - \left(\frac{13+1-2b}{4}\right) = 3 - 3,5 + 2 \frac{\sqrt{13}}{2} = \frac{\sqrt{13} - 1}{2}$$

$$2.) \quad t = a - 2, \quad a - b = -2, \quad a = b - 2.$$

$$(b - 2)^2 - b^2 = 7$$

$$b^2 - 4b + 4 - b^2 = 7$$

$$-4b + 4 = 7$$

$$-4b = 3$$

$$D = 16 + 4 \cdot 3 = 40.$$

$$b_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{40}}{4}, \quad b \geq 0, \Rightarrow$$

$$b = \frac{4 + \sqrt{40}}{4} = 1 + \sqrt{10}$$

$$x = 3 - b^2 = 3 - (10 + 1 + 2\sqrt{10}) = 2\sqrt{10} - 8$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{\sqrt{13} - 1}{2}; \frac{\sqrt{13} - 1}{2} \right); \quad (2\sqrt{10} - 8; 2\sqrt{10} - 8)$$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В квадрате 7×7 — вк $8^2 = 64$ узла.

1.) Посчитаем, сколько из них переходят в себя при повороте на 90° . Мы можем заполнить угловой квадрат 4×4 2^{16} способами. А затем, остальные 4×3 угловых квадрата нужно будет заполнить так же, т.е. чтобы при повороте 90° наш квадрат 4×4 перешел в себя.
 \Rightarrow таких квадратов 2^{16} .

2.) Посчитаем, сколько из них переходят в себя при повороте на 180° . Аналогично нужно заполнить 32 узла,
 \Rightarrow таких 2^{32} . Но тогда мы посчитали и те, которые переходят в себя при повороте на 90° , \Rightarrow таких $2^{32} - 2^{16}$.

\Rightarrow всех остальных $2^{64} - (2^{32} - 2^{16}) - 2^{16} = 2^{64} - 2^{32}$.

Тогда первое мы посчитали 1 раз, второе 2 раза, а третье четыре раза. \Rightarrow всего таких квадратов $2^{16} + \frac{2^{32} - 2^{16}}{2} +$

$$+ \frac{2^{64} - 2^{32}}{4} = 2^{16} + 2^{31} + 2^{15} + 2^{62} - 2^{50}$$

Ответ: $2^{16} + 2^{31} - 2^{15} + 2^{62} - 2^{50}$.

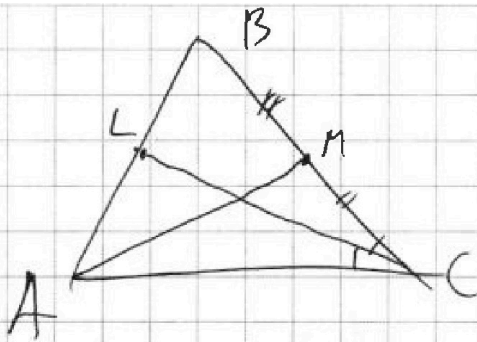


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$PQ \parallel$ касательная к $\Omega_1 \Rightarrow PQ \perp AC$.

O_1 - центр Ω_1 - середина AM .

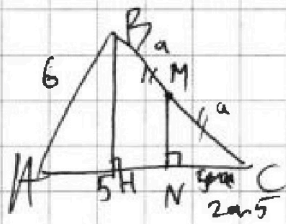
O_2 - центр ω - середина CL .

$\Rightarrow O_1O_2 \perp PQ$

$\Rightarrow O_1O_2 \parallel AC$. \Rightarrow по т.о. перпендикуляр. $ML \parallel AC$.

$\Rightarrow ML$ - ср. линия, т.к. M - середина BC . $\Rightarrow L$ - середина

AB , т.к. CL - диаметр. $\Rightarrow \triangle ABC$ - равнобедренный, $AC = BC$.



N - середина AC , $\Rightarrow \angle ANM = 90^\circ$,

т.к. $MN \parallel AC$.

$AC = BC = 2a$.

$BM = MC = a$.

BH - высота $\triangle ABC$.

По т. Пифагора $NC = a \cdot 2a - 5$

По т. Пифагора $HN = NC = 2a - 5$, $AH = 5 - (2a - 5) = 10 - 2a$

По т. Пифагора $BH^2 = 6^2 - (10 - 2a)^2 = (2a)^2 - (2 \cdot (2a - 5))^2$.

$$3^2 - (5 - a)^2 = a^2 - (2a - 5)^2$$

$$9 - 25 + 10a - a^2 = a^2 - 4a^2 + 20a - 25$$

$$2a^2 + 30a - 49 = 0$$

$$\frac{D}{a} = \frac{2 \cdot 41 \pm \sqrt{147}}{2} = 25 \pm \sqrt{36.75}$$

Ответ: $AC = 4a = \frac{\sqrt{147} + 20}{2}$
 Ответ: $\sqrt{147} + 20$
 $\frac{\sqrt{147} - 20}{2}$
 $a > 0 \Rightarrow a = \frac{-30 + \sqrt{147}}{4}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$616 - 3a^2 = Ax^2$
 $36 - 10a^2$
 $\sqrt{a^2 - 20} + 4 =$
 $2x - 2y = 6$
 $x = 6$
 $y = 2$
 $3y - 2x \leq 6$
 $3600 - 4 \cdot 664$
 $964 + 160 = 864$
 $964 =$
 $7 \cdot 25 + 21$
 $784 \frac{14}{196}$
 1750
 $36 \cdot 6^2$
 $900 - 664 = 236$
 $B = 12$
 $-1 \pm \frac{12}{2}$
 $11,5$
 $3x - 2y \leq 4$
 $x = 3$
 $3x - 2y = 4$
 $4 \cdot 2 \cdot 4 = 32$
 $110 - 4 \cdot 113$
 $28^2 = 900 + 4 - 30 \cdot 4$
 $900 - 1104$
 4
 964
 $PQ \perp O_1O_2 \Rightarrow M'O_1O_2 \parallel AC$
 $ML \parallel AC$
 $36 - (10a)^2 = 4(a^2 - (2a-5)^2)$
 $36 - 100 - 4a^2 + 40a = 4(a^2 - 4a^2 + 20a)$
 $5 - 2a^2$
 $D = 100 - 4 \cdot 16 = 8$
 $9 \cdot 2$
 $-16 - a^2 + 10a = 3a^2 - 26a + 20a$
 $2a^2 - 10a + 9 = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper. The page contains several problems and solutions, including:

- Problem 1:** Solving the equation $\sqrt{x+4} - \sqrt{3x} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$. The student uses substitution $a = \sqrt{x+4}$, $b = \sqrt{3x}$ and derives a system of equations: $a-b = -2$ and $a-b = 1$. They find $x = 12$ and $y = 2$.
- Problem 2:** Solving $\sqrt{x+4} - \sqrt{3x} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$ for $x \geq 0$ and $3-y \leq 3$. They find $x = 12$ and $y = 2$.
- Problem 3:** Solving $\sqrt{x+4} - \sqrt{3x} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$ for $x \geq 0$ and $3-y \leq 3$. They find $x = 12$ and $y = 2$.
- Problem 4:** Solving $\sqrt{x+4} - \sqrt{3x} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$ for $x \geq 0$ and $3-y \leq 3$. They find $x = 12$ and $y = 2$.
- Problem 5:** Solving $\sqrt{x+4} - \sqrt{3x} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$ for $x \geq 0$ and $3-y \leq 3$. They find $x = 12$ and $y = 2$.
- Problem 6:** Solving $\sqrt{x+4} - \sqrt{3x} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$ for $x \geq 0$ and $3-y \leq 3$. They find $x = 12$ and $y = 2$.
- Problem 7:** Solving $\sqrt{x+4} - \sqrt{3x} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$ for $x \geq 0$ and $3-y \leq 3$. They find $x = 12$ and $y = 2$.

The work includes various algebraic manipulations, substitutions, and checks for extraneous solutions. There are also some numerical calculations and a small table at the bottom right.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1

$a_2 = 12 - 2y \geq 0 \quad y \leq 6$

$a_4 = (x^2 + 4y) \geq 0$

$\min 10xy \quad a_5 = (-6x^2) \leq 0 \quad 3x \leq 4 \quad x \leq \frac{4}{3}$

$|2x - 3y| \leq 6$

$(3x - 2y) \leq 4$

$x = 6$
 $y = 2$

$3x - 2y = 4$
 $3y - 2x = 6$

$1 - 6x + 16 = 9 \quad 16 - 33 = -17$
 $1 - 6 + 16 = 11 \quad 12 - 12 = 0$

$3(x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 12x - 12) = -6x^2 + 12x - 12$

$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 12x - 12 = -2x^2 + 4x - 4$

$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 6x - 8 = 0$

$16 - 64 + 16 \cdot 4 - 16 - 20 = -16$

$x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 16 = 0$

$16 \pm 46 = 62$

$3x + 12x + 10 = 4 \quad 5y = 24 \quad 10 - \frac{24}{5} = 8 \quad 9 - 12 = -3$

$3x - 2y \leq 0 \quad y = \frac{3x}{2}$

$3y - 2x \geq -6$

$4 = 5x - 2y = -4$

$10 \geq x + y = 10$
 $2z + x \geq 2z$

$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 6x - 8 \mid x^4 + 2x^3$

$-6x^3 + 16x^2 + 6x - 8$

$-6x^3 + 12x^2 \mid x^2 + 4x - 2$

$-4x^2 + 6x - 8$

$-4x^2 + 16x - 8 \mid 4x^2 + 16x$

$8x - 8$

$8x - 8 \mid 8x - 8$

0



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

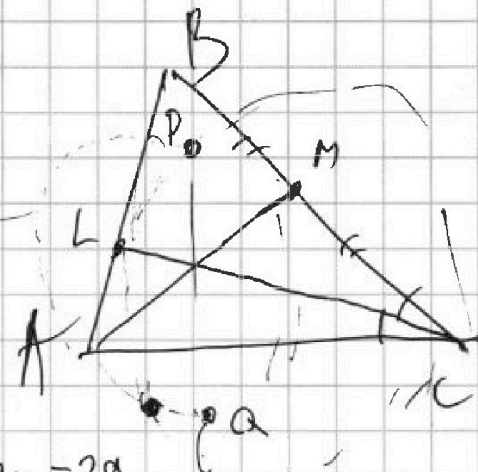
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2 \quad 12-2x \quad (x^2+4x)^2 \quad -6x^2$$

$$2((x^2+4x)^2 - 12+2x) =$$

$$\begin{aligned} a &= 20 \\ b+20 &= 10 \\ 3a+30-2a &= 10 \end{aligned}$$

$$3ax^2 + 2(15+10)x + 4x^2 + 8x^3 + 16x^2 - 12 + 2x = 2a$$



$$\begin{cases} |2x-3y| = |3y-2x| \leq 6 \\ |3x-2y| = |2y-3x| \leq 6 \end{cases} \quad 6x^2 - 12 + 2x = 6a$$

$$\begin{aligned} mn &= 30 \\ m-2n &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{71} \\ i^2 \\ 32.7 \end{aligned}$$

$$10(3x-2y) + 5(3y-2x) - 8x^2 = -x^2 - 2 + \frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned} \max m \min n \\ 2m = 30 \\ m = 15 \end{aligned}$$

$$56 = 9 \cdot 8 =$$

$$1A \cdot 4 =$$

- 900
- 400
- 300
- 200
- 100

$$30x - 10x - 8x$$

$$\begin{aligned} -x + \frac{1}{3}x - 2 &= a \\ -2x^2 + \frac{2}{3}x - 4 &= 2a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2m) \cdot n = 30 \\ (m-2)n = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 224 \cdot 4 \\ 560 = 56 \end{aligned}$$

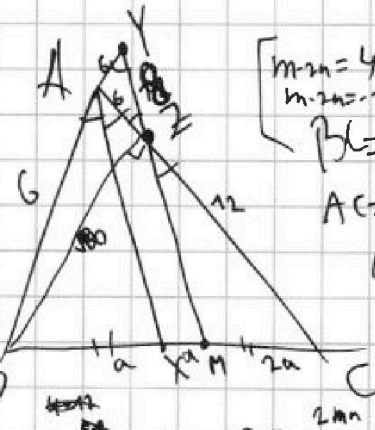
$$\begin{aligned} a^2 + 12a - 60 = 0 \\ 12^2 - 60 = 144 - 60 = 84 \\ 4\sqrt{21} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m-n &= 4 \\ m-2n &= 17 \\ B &= 7 \end{aligned}$$

$$60 \times 144 = 224$$

$$\begin{aligned} \sqrt{224} = \\ 4\sqrt{14} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n \\ &= (m-2n)^2 + 13(m-2n) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} AC &= 16 \\ A &= 6 \\ Y &= 11 \end{aligned}$$

$$a(a+1) = 20$$

$$\begin{aligned} (m-2n)(m-2n+13) \\ 13 \cdot 4 = 52 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= mn(m-2n-2) \\ 103 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 113 \\ 113 \\ 113 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

148

$\frac{148}{10} \cdot 5 = \frac{148}{2} = 74$

$y=4$
 $(2x) \leq 4$

miny

$x^3 + 6x^2 + 6x - 4 \mid x+2$
 $-x^3 + 2x^2$

 $4x^2 + 6x$
 $-4x^2 + 6x$

 $-2x - 4$

$x^2 + 4x - 2$
 $D = 16 + 8 = 24$
 $x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{6}$

$x^4 + 6x^3 + 18x^2 + 6x - 6 \mid x+2$
 $-x^4 + 2x^3$

 $6x^3 + 16x^2$
 $-6x^3 + 12x^2$

 $6x^2 + 6x$
 $-6x^2 + 12x$

 $6x - 6$
 $-6x + 12$

 6

$|x+y| \leq 10 \quad (x \leq 0)$
 $|x-y| \leq 6$
 $\frac{10+\frac{2}{3}}{2} = 5 + \frac{1}{3} = 4\frac{2}{3}$
 $10 \quad \frac{2}{3} \quad 4\frac{2}{3}$
 $\frac{2 \cdot 4\frac{2}{3} + 5 \cdot 2}{3} = \frac{16 + 10}{3} = \frac{26}{3}$

$(4\frac{2}{3}, \frac{1}{3})$

$(-4, 4\frac{1}{3}, 5\frac{1}{3})$

$x+y = a-b$
 $x-y = \frac{a+b}{3}$
 $3x-2y = a$
 $2x-3y = b$
 $x = \frac{a-b + \frac{a+b}{3}}{2} = \frac{2a-2b+a+b}{6} = \frac{3a-b}{6}$

$\frac{3a-b}{5}$
 $\frac{24}{6}$
 $x = 4\frac{2}{3}$
 $y = 5\frac{1}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|2x - 3y| \leq 6; \quad |3x - 2y| \leq 4$$

$$-6 \leq 2x - 3y \leq 6$$
$$-4 \leq 3x - 2y \leq 4$$

$$\frac{3}{3} |3x - 2y| \leq \frac{12}{3} = \frac{3}{3} \cdot 4$$

$$| \frac{9}{3}x - \frac{6}{3}y | \leq \frac{12}{3}$$

$$\frac{2}{3} |3y - 2x| \leq \frac{8}{3} = \frac{2}{3} \cdot 4$$

$$| \frac{6}{3}y - \frac{4}{3}x | \leq \frac{8}{3}$$

~~Или по формуле $\Delta - a$:~~

$$| (\frac{9}{3}x + \frac{-6}{3}y) + (\frac{6}{3}y - \frac{4}{3}x) | \leq$$