



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

СИ

$$\begin{cases} a_5 = a_1 + 4d \\ a_7 = a_1 + 6d \\ a_{11} = a_1 + 10d \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x + 18 = a_1 + 4d \\ (x^2 - 4x)^2 = a_1 + 6d \\ -3x^2 = a_1 + 10d \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x + 18 + 3x^2 = -6d \\ (6x + 18) - (x^2 - 4x)^2 = -2d \end{cases} \quad | : 3$$

$$\begin{cases} 2x + 6 + x^2 = -2d \\ (6x + 18) - x^2(x - 4)^2 = -2d \end{cases}$$

$$x^2 + 2x + 6 = 6x + 18 - x^2(x^2 - 8x + 16)$$

$$x^2 + 4x - 12 + x^2(x^2 - 8x + 16) = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x^4 - 2x^3 - 6x^3 + 12x^2 + 5x^2 - 10x + 6x - 12 = 0$$

$$x^3(x-2) - 6x^2(x-2) + 5x(x-2) + 6(x-2) = 0$$

$$(x-2)(x^3 - 6x^2 + 5x + 6) = 0$$

$$(x-2)(x^3 - 2x^2 - 4x^2 + 8x - 3x + 6) = 0$$

$$(x-2)(x^2(x-2) - 4x(x-2) - 3(x-2)) = 0$$

$$(x-2)^2(x^2 - 4x - 3) = 0$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ x^2 - 4x - 3 = 0 \quad (1) \end{cases}$$

$$(1) \quad x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$D_1 = 2^2 + 3 = 4 + 3 = 7$$

$$x = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ x = 2 \pm \sqrt{7} \end{cases}$$

Ответ: 2; $2 \pm \sqrt{7}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

22

$$\begin{cases} |14x - 3y| \leq 6 \\ |13x - 4y| \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 14x - 3y \leq 6 & | \cdot 4 \\ -8 \leq 3x - 4y \leq 8 & | \cdot (-3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -24 \leq 16x - 12y \leq 24 \\ -24 \leq -9x + 12y \leq 24 \end{cases} | \oplus$$

$$\begin{aligned} -48 &\leq 7x \leq 48 \\ -\frac{48}{7} &\leq x \leq \frac{48}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} -6 \leq 4x - 3y \leq 6 & | \cdot 3 \\ -8 \leq 3x - 4y \leq 8 & | \cdot (-4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -18 \leq 12x - 9y \leq 18 \\ -32 \leq -12x + 16y \leq 32 \end{cases} | \oplus$$

$$\begin{aligned} -50 &\leq 7y \leq 50 \\ -\frac{50}{7} &\leq y \leq \frac{50}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -48 \cdot 2 &\leq 14x \leq 48 \cdot 2 \\ -50 &\leq 7y \leq 50 \end{aligned} | \oplus$$

$$-146 \leq 14x + 7y \leq 146$$

$$(14x + 7y)_{\min} = -146$$

Ответ: -146

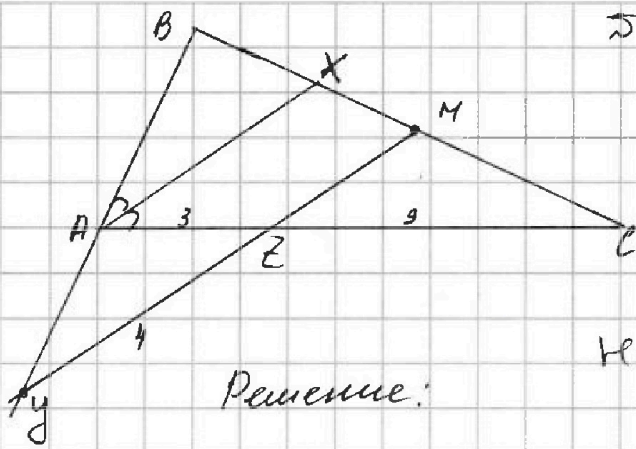


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



54

Дано:

$\triangle ABC$, AX — биссектриса $\angle A$,
 M — середина BC ,
 $YZ \parallel AX$; $YZ \cap AC = Z$,
 $YZ \cap AB = Y$.

$YZ = 4$, $AZ = 3$, $AC = 12$.

Найти: BC ?

Решение:

1. $ZC = AC - AZ = 12 - 3 = 9$.

2. по св-ву биссектрисы $\triangle ABX \sim \triangle ACZ$ $\frac{BX}{XC} = \frac{AB}{AC}$

3. По т-ме Менелая для $\triangle ABC$ и секущей YM :

$$\frac{AZ}{ZC} \cdot \frac{CM}{MB} \cdot \frac{BY}{AY} = 1; \quad \frac{BY}{AY} = 3.$$

$$\frac{3}{9} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{BY}{AY} = 1 \quad AB = \frac{2}{3} BY.$$

4. $\triangle ABX \sim \triangle YBM$ по 2-м углам ($\angle BAX = \angle BYM$ — соотв. при $AX \parallel YZ$, $\angle B$ — общий).

Тогда $\frac{BX}{BM} = \frac{AB}{BY} = \frac{2}{3}$.

т.к. $BM = \frac{1}{2} BC$, то $BX = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} BC = \frac{1}{3} BC$.

Тогда $\frac{BX}{XC} = \frac{1}{2}$.

5. $\frac{AB}{AC} = \frac{BX}{XC} = \frac{1}{2}$; $AB = \frac{1}{2} AC = 6$.

$BY = \frac{3}{2} AB = 9$.

6. По т-ме Менелая для $\triangle YBM$ и секущей YZ :

$$\frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{CM}{CB} \cdot \frac{BY}{YM} = 1.$$

$$\frac{4}{ZM} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{ZM} = 1; \quad ZM = YZ = 4.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

7. ~~$\frac{AY}{AZ} = \frac{BY}{BZ} = \frac{3}{2}$; $AZ = \frac{2}{3} \cdot 9 = 6$; $BZ = \frac{2}{3} \cdot 8 = \frac{16}{3}$.~~

7. $AY = BY - AB = 9 - 6 = 3$.
 $AZ = 3$.

$YZ = 4$

Пусть $\angle AZY = \alpha$. $\angle AZY = \alpha$.

Тогда по т. косинусов для $\triangle AZY$:

$$AY^2 = YZ^2 + AZ^2 - 2 \cdot YZ \cdot AZ \cdot \cos \alpha$$

$$9 = 16 + 9 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos \alpha$$

$$16 = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cos \alpha \quad \cos \alpha = \frac{2}{3}$$

8. По теореме косинусов для $\triangle ZMC$:
($\angle MZC = \angle AZY = \alpha$ - вертикальный)

$$MC^2 = ZM^2 + ZC^2 - 2 \cdot ZM \cdot ZC \cdot \cos \alpha =$$

$$= 16 + 81 - 2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot \frac{2}{3} = 16 + 81 - 48 = 49$$

$$MC = 7$$

т.к. $MC = \frac{1}{2} BC$, то $BC = 14$.

Ответ: $BC = 14$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

25

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} \quad (2)$$

$$4x^2 + x - 5\sqrt{y} = 4y^2 - 5\sqrt{x} + y \quad (1)$$

$$(1) \quad 4x^2 + 5\sqrt{x} + x = 4y^2 + 5\sqrt{y} + y$$

ОДЗ : $x \geq 0, y \geq 0$ т.к. корни четной степени.

Тогда пусть $x > y$.

Тогда т.к. $x \geq 0, y \geq 0$, то

$$x^2 > y^2 \\ 4x^2 > 4y^2$$

Так же $5\sqrt{x} > 5\sqrt{y}$.

Тогда $4x^2 + 5\sqrt{x} + x > 4y^2 + 5\sqrt{y} + y$

Значит x не может быть больше y .

Аналогично и y не может быть больше x .
Значит уравнение ~~то~~ равенство верно только, если

$$\begin{cases} x=y \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Тогда подставим $y=x$ в ур-е (1):

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2} \\ x \geq 0 \end{cases} \quad (2')$$

(2')

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{(x+6)(5-x)}$$

Пусть $\sqrt{x+6} = a$, тогда $\sqrt{5-x} = \sqrt{a^2+11}$

$$a - \sqrt{(-a^2+11)} + 5 = 2 \cdot a \sqrt{(-a^2+11)}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(2') \quad \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{(x+6)(5-x)}$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x+6 \geq 0 \\ x \geq -6 \end{cases} \quad \begin{cases} 5-x \geq 0 \\ x \leq 5 \end{cases}$$

$$\text{Пусть } \begin{cases} \sqrt{x+6} = a \\ \sqrt{5-x} = b \end{cases}$$

Тогда

$$\begin{cases} a - b + 5 = 2ab \\ a^2 = 11 - b^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - b + 5 = 2ab \\ (a+b)^2 - 2ab = 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - b + 5 = 2ab \\ (a+b)^2 - 11 = 2ab \end{cases}$$

$$a - b + 5 = (a+b)^2 - 11$$

$$a^2 + 2ab + b^2 - a + b - 16 = 0$$

$$a^2 + a(2b-1) + b^2 + b - 16 = 0$$

$$D = (2b-1)^2 - 4(b^2 + b - 16) = 4b^2 - 4b + 1 - 4b^2 - 4b + 64 = -8b + 65$$

$$\begin{cases} (a-b)^2 = (2ab-5)^2 \\ a^2 + b^2 = 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 - 2ab + b^2 = (2ab-5)^2 \\ a^2 + b^2 = 11 \end{cases}$$

$$11 - 2ab = (2ab-5)^2$$

$$\text{Пусть } 2ab = c$$

$$11 - c = c^2 - 10c + 25$$

$$c^2 - 11c + 14 = 0$$

$$D = 11^2 - 4 \cdot 14 = 121 - 56 = 65$$

$$c = \frac{11 \pm \sqrt{65}}{2} \quad \left(\begin{array}{l} \text{так } a \geq 0 \\ b \geq 0, \text{ то } c = 2ab \geq 0 \end{array} \right)$$

$$(a+b)^2 - 2c = 11$$

$$(a+b)^2 = \pm \sqrt{65}$$

$$\text{г.к. } (a+b)^2 \geq 0, \text{ то}$$

$$(a+b)^2 = \sqrt{65}$$

$$a+b = \sqrt{\sqrt{65}}$$

$$b = \sqrt{\sqrt{65}} - a$$

$$a = \sqrt{\sqrt{65}} + a + 5 = 2a(\sqrt{\sqrt{65}} - a)$$

$$2a + 5 - \sqrt{\sqrt{65}} = 2a\sqrt{\sqrt{65}} - 2a^2$$

$$2a^2 + 2a(1 - \sqrt{\sqrt{65}}) + 5 - \sqrt{\sqrt{65}} = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$D_1 = (1 - \sqrt{65})^2 - 20 + 2\sqrt{65} =$$

$$= 1 - 2\sqrt{65} + \sqrt{65} - 10 + 2\sqrt{65} = \sqrt{65} - 9.$$

$$a = \frac{\sqrt{65} - 1 + \sqrt{\sqrt{65} - 9}}{2} \quad \text{т.к. } a \geq 0.$$

$$\sqrt{x+6} = \frac{\sqrt{65} + \sqrt{\sqrt{65} - 9} - 1}{2}$$

$$x+6 = \frac{(\sqrt{65} + \sqrt{\sqrt{65} - 9} - 1)^2}{4}$$

$$= \frac{\sqrt{65} + 2\sqrt{65}(\sqrt{\sqrt{65} - 9} - 1) + \sqrt{65} - 9 - 2\sqrt{\sqrt{65} - 9} + 1}{4}$$

$$= \frac{2\sqrt{65} + 2\sqrt{65}(\sqrt{\sqrt{65} - 9} - 1) - 8 - 2\sqrt{\sqrt{65} - 9}}{4}$$

$$= \frac{\sqrt{65} + (\sqrt{65} - 1)\sqrt{\sqrt{65} - 9} - \sqrt{65} - 2}{4}$$

$$x = \frac{\sqrt{65} + (\sqrt{65} - 1)\sqrt{\sqrt{65} - 9} - \sqrt{65} - 2}{2}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{65} + (\sqrt{65} - 1)\sqrt{\sqrt{65} - 9} - \sqrt{65} - 2}{2}$

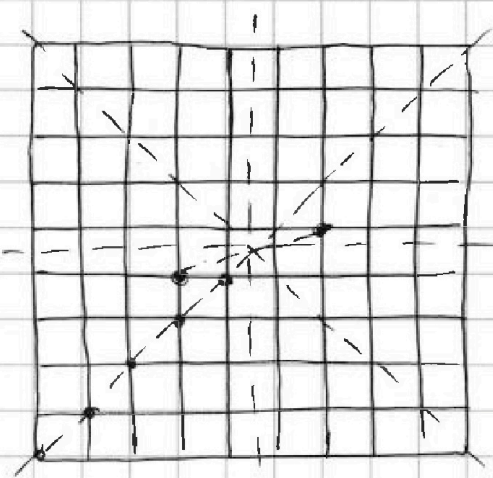


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Всего $9 \times 9 = 10 \cdot 10 = 100$ в квадрате узлов.

Значит способов выбрать 2 из них,
 $100 \cdot 99 = 9900$

Но каждый узел посчитан дважды, т.к. он занимает место 1-го узла и место 2-го узла в паре с др. узлом.

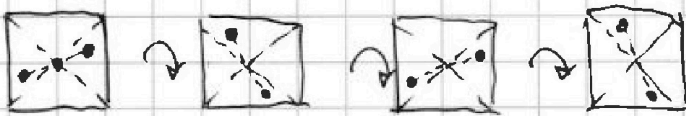
Тогда всего пар $\frac{9900}{2} = 4950$

Для любых двух узлов, находящихся на одной диагонали квадрата 9×9 и равнобедренных от его центра при поворотах квадрата существуют только 2 расположения.



Соответственно все пары точек, распо-

Для любых 2-х точек, симметричных относительно центра квадрата при 4-х поворотах квадрата существуют только 2 расположения:



Соответственно для $\frac{100 \cdot 99}{2}$ точек мы посчитали одну и ту же ситуацию (с точкой в центре квадрата) 2 раза



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Для всех из остальных пар точек все 4 набора дают разное соотношение. Соответственно для остальных точек мы посчитаем одну и ту же ситуацию 4 раза.

Тогда всего способов покрасить 2 точки:

$$\frac{4950-50}{4} + \frac{50}{2} = \frac{4900}{4} + 25 = 1225 + 25 = 1250 \text{ способов.}$$

Ответ: 1250

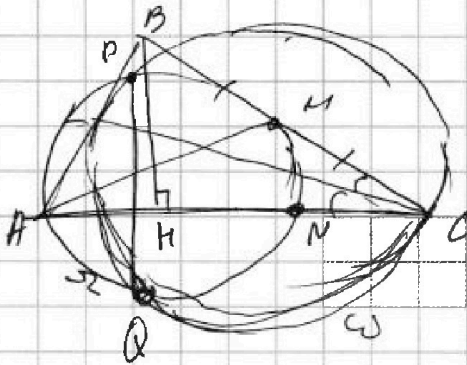


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{x+6} + \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}$$

$$\begin{aligned} x &\geq -6, & -25 \leq -y^2 \leq 0 \\ & & 5 \leq 30-y^2 \leq 30 \\ y &\leq 5, & 5 \leq 30-y^2 \leq x \\ & & 30-x-y^2 \geq 0 \\ -x &\leq 6, & 30-x \leq 36 \\ 30-x &\leq 36. & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 36 &\geq 30-x \geq y^2 \\ & & y^2 \leq 36 \\ & & -6 \leq y \leq 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 30 &\geq 30-y^2 \geq 0 \\ & & -6 \leq x \leq 30 \\ & & -6 \leq y \leq 6 \end{aligned}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{2-(x+6)(x+5)}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{(x+6)(5-x)}$$

$$4(x^2-y^2) + x-y + 5(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$4x^2 + 5\sqrt{x} + x = 4y^2 + 5\sqrt{y} + y$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x^2 - 6x^2 + 5x + 18$
 $3 - 2x^2$
 $-4x^2 + 5x$
 $-4x^2 + 8x$
 $-3x + 6$

$x^2 - 4x - 3 = 0$
 $D_1 = 2^2 + 3 = 7$
 $x = \frac{2 \pm \sqrt{7}}{2}$

$x^2 - 6x^2 + 5x + 18 = 0$
 $30 \downarrow -14$
 $-12 \downarrow$
 $6x + 18 + 3x^2 = -2d$
 $x^2 + 2x + 6 = -2d$
 $(x^2 - 4x)^2 - (6x + 18) = 2d$
 $4 \cdot 16 - 4 \cdot 0 - 2 \cdot 4 - 6 \cdot 2 + 24 =$
 $= 64 - 32 - 8 + 24 =$

$6x + 18 - x^2(x-4)^2 = x^2 + 2x + 6$
 $-x^2(x^2 - 4x)^2 = x^2 - 4x - 12$
 $-x^2(x-4)^2 = (x-6)(x+2)$
 $42 = -6d \rightarrow d = -7$
 $16 - 30 = 2d$
 $-14 = -14$

$x^2 - 4x - 12 = 0$
 $-x^2 + 8x^3 - 16x^2 = x^2 - 4x - 12$
 $x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$
 $8 - 24 + 10 + 6 = 0$
 $x^3 - 6x^2 + 5x + 6 = 0$

$\frac{BX}{XC} = \frac{AB}{AC} = \frac{AB}{12}$
 $\frac{AZ}{ZC} \cdot \frac{CM}{MB} \cdot \frac{BY}{AY} = 1$
 $\frac{3}{9} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{BY}{AY} = 1$
 $\frac{BY}{AY} = 3$
 $\frac{BX}{BM} = \frac{AB}{BY} = \frac{2}{3}$
 $\frac{BX}{XC} = \frac{1}{2} = \frac{AB}{12} \rightarrow AB = 6$
 $\frac{1}{3} BY = AB = \frac{2}{3} BY$
 $BY = \frac{3 \cdot 6}{2} = 9$

$x^2 - 6x^2 - 5x + 18$
 $x^2 - 4x - 3$
 $-4x^2 - 5x$
 $-4x^2 - 8x$
 $3x + 6$

$x^7 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12$
 $x^4 - 2x^3$
 $-6x^3 + 17x^2$
 $-6x^3 + 12x^2$
 $5x^2 - 4x$
 $-5x^2 - 10x$
 $6x - 12$
 $6x - 12$
 0



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a+5 - \sqrt{11-a^2} = 2a\sqrt{11-a^2}$$

$$\leq 2\sqrt{55} \leq$$

$$(a+5)^2 - 2(a+5)\sqrt{11-a^2} + 11-a^2 = 4a^2(11-a^2)$$

Пусть $\sqrt{x+6} = a$ $\begin{matrix} x \geq 0 \\ x+6 \geq 6 \\ a \geq \sqrt{6} \end{matrix}$ $\sqrt{5-x} = b$ $\begin{matrix} \sqrt{6} \leq \sqrt{x+6} \leq \sqrt{11} \\ 0 \leq \sqrt{5-x} \leq \sqrt{5} \end{matrix}$

$b = 2a+1$ $0 \leq 2\sqrt{(x+6)(5-x)} \leq \sqrt{55}$

$\begin{cases} a+b+5 = 2ab \\ a^2 = -b^2 + 11 \end{cases}$ $b^2 = a^2 + 1$ $(a+5)^2 = (2a+1)^2(a^2+1)$ $0 \leq x \leq 5$

$(a+5)^2 = (2a^2+a)^2 + (2a+1)^2$ $2\sqrt{55} + \sqrt{5} =$

$a(1-2b) = b-5$ $a = \frac{b-5}{1-2b}$

$a^2 = 1-b^2$ $a^2 = 1-b^2$

$(a+5-2a^2-a)(a+5+2a^2+a) = (2a+1)^2$

$\frac{(b-5)^2}{(1-2b)^2} = 1-b^2$ $(-2a^2+5)(2a^2+2a+5) = (2a+1)^2$

$\begin{matrix} a^2 \geq 6 \\ -2a^2 \leq -12 \end{matrix}$

$b^2 - 10b + 25 = (1-4b+4b^2)(1-b^2)$ $a^2 \geq 6$

$b^2 - 10b + 25 = 1 - b^2 - 4b + 4b^3 + 4b^2 - 4b$ $0 \leq b^2 \leq 5$

$4b^3 - 4b^2 - 2b - 6b + 24 = 0$ $a \geq \sqrt{6}$

$(a+5)^2 = (2a+1)^2 \cdot (11-a^2)$ $\sqrt{6} \leq a \leq \sqrt{11}$

$(a+5)^2 = 11(2a+1)^2 - (2a^2+a)^2$ $6 \leq a^2 \leq 11$

$a^2 + 10a + 25 = 11(4a^2 + 4a + 1) - (4a^4 + 4a^3 + a^2)$ $0 \leq b^2 \leq 5$

$a^2 + 10a + 25 = 44a^2 + 44a + 11 - 4a^4 - 4a^3 - a^2$

$4a^4 + 4a^3 - 42a^2 - 34a + 14 = 0$ $6 \leq a^2 + b^2 \leq 16$

$2a^4 + 2a^3 - 21a^2 - 17a + 7 = 0$

$2 \cdot 49 \cdot 7(7+1) - 21 \cdot 49 - 17 \cdot 7 + 7 =$

$= 49(14 \cdot 8 - 21) - 17 \cdot 7 + 7 = 49 \cdot 7 - 16 \cdot 7 =$

$= 7(49 - 16) = 7 \cdot 33!$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_n = a_1 + d(n-1) \quad \begin{aligned} (x^2 - 4x)^2 - 3x^2 &= \dots \\ (x^2 - 4x)^2 - x^2 &= \dots \\ (x^2 - 4x - x)(x^2 - 4x + x) &= \dots \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a_5 = a_1 + 4d \\ a_7 = a_1 + 6d \\ a_{11} = a_1 + 10d \end{cases} \quad \begin{cases} 6x + 18 = a_1 + 4d \quad (1) \\ (x^2 - 4x)^2 = a_1 + 6d \quad (2) \\ -3x^2 = a_1 + 10d \quad (3) \end{cases}$$

$$(2) - (1): \quad 2x^2(x-4)^2 + 3x^2 = -4d$$

$$(x^2 - 4x)^2 - 6x - 18 = 2d \quad | \cdot 3 \quad x^2(x^2 - 8x - 16 + 3) = -4d$$

$$(3) - (1): \quad -3x^2 - 6x - 18 = 6d \quad x^2(x^2 - 8x - 13) = -4d$$

$$-3x^2 - 6x - 18 = 6d$$

$$x^2 + 2x + 6 = -2d$$

$$x^2(x^2 - 8x - 13) = 2x^2 + 4x + 12$$

$$\begin{cases} 3(x^2 - 4x)^2 - 3 \cdot (6x + 18) = 6d \\ -3x^2 - 6x - 18 = 6d \end{cases}$$

$$\ominus \quad x(x-1)(x-5) = -6$$

$$x^3 - 6x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$3(x^2 - 4x)^2 - 3(6x + 18) = -3x^2 - 6x - 18 \quad | :3$$

$$(x^2 - 4x)^2 - (6x + 18) = -x^2 - 2x - 6$$

$$6(x-3) - x^2(x-4)^2 = x^2 + 2x + 6$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x + 24 = 0$$

$$6x - 18 - x^2(x^2 - 8x + 16) = x^2 + 2x + 6$$

$$x^3(x-4) - 4x^2(x-4) + x(x-4) = -24$$

$$6x - 18 - x^4 + 8x^3 - 16x^2 = x^2 + 2x + 6$$

$$(x-4)(x^3 - 4x^2 + x) = -24$$

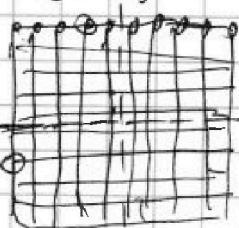
$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 24 = 0$$

$$x(x-4)(x^2 - 4x + 1) = -24$$

$$6(x-3) = x^2 \quad 100 \cdot 100 \quad 4(x-8)$$

$$x^2 - 4x - 12$$

$$x^4 - 8x^3 + 16x^2$$



$$-x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12$$

$$x^2(x-4)^2 + (x-6)(x+2) = 0$$

$$-x^4 - 2x^3$$

$$x^3 - 6x^2 + 5x + 6 \quad | :2$$

$$-6x^3 + 17x^2$$

$$-6x^3 + 12x^2$$

$$-5x^2 - 4x$$

$$-5x^2 - 10x$$

$$5.5 \quad 10 \cdot 10 = 100$$

$$100 \rightarrow 2$$

$$x(x^2 - 6x + 5) = -6$$

$$100 \cdot 100 - 100 = 100$$

$$\frac{100}{4} + \frac{100}{2} = 25.5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

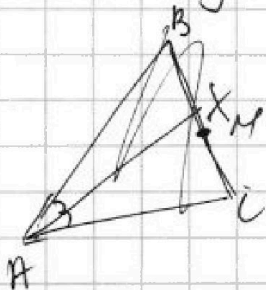
СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 & (1) \\ |3x - 4y| \leq 8 & (2) \end{cases} \quad \begin{cases} 4x - 3y \leq 6 & / \cdot 4 \\ 4x - 3y \geq -6 & / \cdot 4 \\ 3x - 4y \leq 8 & / \cdot 3 \\ 3x - 4y \geq -8 & / \cdot 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x - 3y \geq -6 & / \cdot (-1) \\ 4x - 3y \leq 6 \\ 3y - 4x \leq 6 \\ 4x - 3y \leq 6 \end{cases}$$

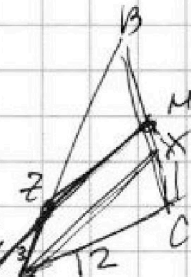
$$\begin{cases} 16x - 12y \leq 24 & / \cdot (-1) \\ 16x - 12y \geq -24 & / \cdot (-1) \\ 9x - 12y \leq 24 \\ 9x - 12y \geq -24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12y - 16x \geq -24 & (1) \\ 12y - 16x \leq 24 & (2) \\ 9x - 12y \leq 24 & (3) \\ 9x - 12y \geq -24 & (4) \end{cases}$$



$$\begin{aligned} (1) + (4) \\ -16x + 9x &\geq -48 \\ -7x &\geq -48 \\ x &\leq \frac{48}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) + (3) \\ 9x - 16x &\leq 48 \\ -7x &\leq 48 \\ x &\geq -\frac{48}{7} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} -\frac{48}{7} \leq x \leq \frac{48}{7} \quad -2 \cdot 48 \leq 14x \leq 48 \cdot 2 \\ -50 \leq 7y \leq 50 \\ -9y + 16y \leq 18 + 32 \\ 7y \leq 50 \\ -\frac{50}{7} \leq y \leq \frac{50}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 12x - 9y \leq 18 \\ 12x - 9y \geq -18 \\ -12x + 16y \geq -32 \\ -12x + 16y \leq 32 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (x^2 - 4x)^2 - (6x + 18) &= 2d \\ -3x^2 - (x^2 - 4x)^2 &= 4d \\ 3x^2 + 6x + 18 &= -6d \\ x^2 + 2x + 6 &= -2d = 6x + 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = \\ &= (m-n)^2 + 9(m-n) = \\ &= (m-n)(m-n+9) \\ B &= m^2n - mn^2 + 3mn = \end{aligned}$$

$$x^2 - 4x - 12 = (x-6)(x+2) = -x^2(x-4)^2$$

$$-x^2 - 2x - 6 = 2d$$

$$-3x^2 + x^2 + 4x - 12 = 4d$$

$$(x-6)(x+2) + x^2(x-4)^2 = 0$$

$$-2x^2 - 4x - 12 = 4d$$

$$-4 \cdot 4 + 4 \cdot 4 = 0$$