



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



- [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .
- [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

- [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q – простые числа.
- [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
- [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y. \end{cases}$$

- [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
- [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

№ 1

$$\left| \begin{array}{l} a_5 = a_1 + 4d \\ a_7 = a_1 + 6d \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 6x + 18 = a_1 + 6d \\ (x^2 - 4x)^2 = a_1 + 6d \\ -3x^2 = a_1 + 10d \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} 6x + 18 + 3x^2 = -6d \\ (6x + 18) - (x^2 - 4x)^2 = -2d \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x + 6 + x^2 = -2d \\ (6x + 18) - x^2(x - 4)^2 = -2d \end{array} \right.$$

$$x^2 + 2x + 6 = 6x + 18 - x^2(x^2 - 8x + 16)$$

$$x^2 + 4x - 12 + x^2(x^2 - 8x + 16) = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x^4 - 2x^3 - 6x^3 + 12x^2 + 5x^2 - 10x + 6x - 12 = 0$$

$$x^3(x-2) - 6x^2(x-2) + 5x(x-2) + 6(x-2) = 0$$

$$(x-2)(x^3 - 6x^2 + 5x + 6) = 0$$

$$(x-2)(x^3 - 2x^2 - 4x^2 + 8x - 3x + 6) = 0$$

$$(x-2)(x^2(x-2) - 4x(x-2) - 3(x-2)) = 0$$

$$(x-2)^2(x^2 - 4x - 3) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x^2 - 4x - 3 = 0 \end{array} \right. \quad (1)$$

$$(1) \quad x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$\Delta_1 = 2^2 + 3 = 4 + 3 = 7.$$

$$x = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 2 \pm \sqrt{7} \end{array} \right.$$

Ответ: 2; $2 \pm \sqrt{7}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - 3y \leq 6 \\ 4x - 3y \geq -6 \\ -3x + 4y \leq 8 \\ -3x + 4y \geq -8 \end{cases} \quad | \cdot 4 \quad | \cdot (-3)$$

$$\begin{cases} -24 \leq 16x - 12y \leq 24 \\ -24 \leq -9x + 12y \leq 24 \end{cases} \quad | \oplus$$

$$\begin{aligned} -48 &\leq 7x \leq 48 \\ -\frac{48}{7} &\leq x \leq \frac{48}{7}. \end{aligned}$$

$$\begin{cases} -6 \leq 4x - 3y \leq 6 \\ -8 \leq 3x - 4y \leq 8 \end{cases} \quad | \cdot 3 \quad | \circ (-4)$$

$$\begin{cases} -18 \leq 12x - 9y \leq 18 \\ -32 \leq -12x + 16y \leq 32 \end{cases} \quad | \ominus$$

$$\begin{aligned} -50 &\leq 2y \leq 50 \\ -\frac{50}{7} &\leq y \leq \frac{50}{7}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -48 \cdot 2 &\leq 14x \leq 48 \cdot 2 \\ -96 &\leq 7y \leq 96 \end{aligned} \quad | \oplus$$

$$-146 \leq 14x + 7y \leq 146$$

$$(4x + 7y)_{\min} = -146$$

Ответ: -146.

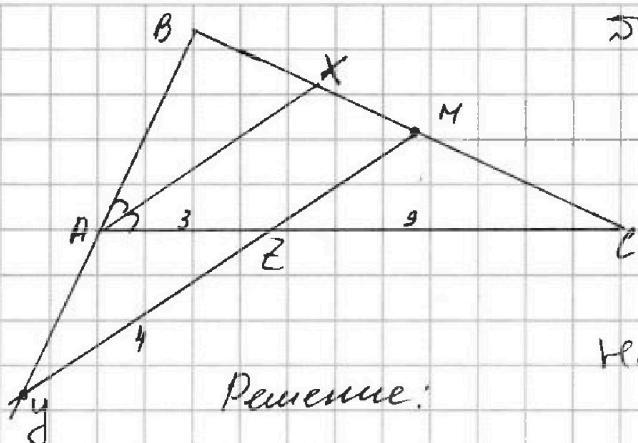
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



54

Дано:

$\triangle ABC$, AX - бисс $\angle A$,

M - середина BC .

$MY \parallel AX$; $MY \cap AC = Z$,

$MY \perp AB$.

$YZ = 4$, $AZ = 3$, $AC = 12$.

Найти: $BC \rightarrow$

Решение:

$$1. \angle C = AC - AZ = 12 - 3 = 9.$$

$$2. \text{ по } CB\text{-by бисс. умнож } \Delta \frac{BY}{YC} = \frac{AB}{AC}$$

3. Δ т-е Менделеев док ΔABC и секущей ум:

$$\frac{AZ}{ZC} \cdot \frac{CM}{MB} \cdot \frac{BY}{AY} = 3, \quad \frac{BY}{AY} = 3.$$

$$\frac{3}{9} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{BY}{AY} = 1 \quad AB = \frac{2}{3} BY.$$

4. $\Delta AYX \sim \Delta YBM$ и 2-е умнож ($\angle BAY = \angle BYM$ -коэф при $AX \parallel MY$
 $\angle B$ -одинак)

$$\text{Тогда } \frac{BY}{BM} = \frac{AB}{BY} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{т.к. } BM = \frac{1}{2} BC, \text{ то } BY = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} BC = \frac{1}{3} BC.$$

$$\text{Тогда } \frac{BY}{YC} = \frac{1}{2}.$$

$$5. \frac{AB}{AC} = \frac{BY}{YC} = \frac{1}{2}; \quad AB = \frac{1}{2} AC = 6.$$

$$BY = \frac{3}{2} AB = 9.$$

6. Δ т-е Менделеев док ΔYBM и секущей AC :

$$\frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{CM}{CB} \cdot \frac{BA}{AY} = 1.$$

$$\frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = 1; \quad ZM = YZ = 4.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

7. $\frac{AY}{AX} = \frac{BY}{AB} = \frac{3}{2}$, $AZ = \frac{2}{3} \cdot 9 = \frac{2}{3} \cdot 8 = \frac{16}{3}$.

7. $AY = BY - AB = 9 - 6 = 3$.
 $AZ = 3$.

$YZ = 4$ Пусть $\angle YAZ = \alpha$. $\angle AZY = \beta$.

Тогда по теореме косинусов для $\triangle YAZ$:

$$AY^2 = YZ^2 + AZ^2 - 2 \cdot YZ \cdot AZ \cdot \cos \alpha$$

$$9 = 16 + 9 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos \alpha$$

$$16 = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cos \alpha \quad \cos \alpha = \frac{2}{3}$$

8. По теореме косинусов для $\triangle AMC$:

($\angle MZC = \angle AZY = \angle$ вертикальные)

$$MC^2 = AM^2 + ZC^2 - 2 \cdot AM \cdot ZC \cdot \cos \alpha =$$

$$= 16 + 81 - 2 \cdot 4 \cdot 9 \cdot \frac{2}{3} = 16 + 81 - 48 = 49$$

$$MC = 7$$

$$\text{Д.р } MC = \frac{1}{2} BC, \text{ т. } BC = 14.$$

Ответ: $BC = 14$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} \quad (2) \\ 4x^2 + x - 5\sqrt{y} = 4y^2 - 5\sqrt{x} + y. \quad (1) \end{array} \right.$$

$$(1) \quad 4x^2 + 5\sqrt{x} + x = 4y^2 + 5\sqrt{y} + y.$$

ОДЗ: $x \geq 0, y \geq 0$ т.к корни четной степени.

Тогда надо $x > y$.

Тогда т.к. $x \geq 0, y \geq 0, x > y$

$$\begin{aligned} x^2 &\geq y^2 \\ 4x^2 &> 4y^2 \end{aligned}$$

Так же $5\sqrt{x} > 5\sqrt{y}$.

Тогда $4x^2 + 5\sqrt{x} + x > 4y^2 + 5\sqrt{y} + y$

значит x не может быть больше y .

Аналогично и y не может быть больше x .
значит уравнение равенство верно только, если

$$\begin{cases} x=y \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Тогда подставим $y=x$ в ур-е (1):

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2} \\ x \geq 0 \end{array} \right. \quad (2')$$

(2')

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{(x+6)(5-x)}$$

$$\text{Пусть } \sqrt{x+6} = a, \text{ тогда } \sqrt{5-x} = \sqrt{a^2 + 11} \\ a - \sqrt{a^2 + 11} + 5 = 2 \cdot a \sqrt{(-a^2 + 11)}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(2') \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{(x+6)(5-x)}.$$

$$\text{OBS: } \begin{aligned} x+6 &\geq 0 & 5-x &\geq 0 \\ x &\geq -6 & x &\leq 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Думать } \sqrt{x+6} &= a \\ \sqrt{5-x} &= b \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a-b+5=2ab \\ a^2=11-b^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b+5=2ab \\ (a+b)^2-11=2ab \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a-b)^2=(2ab-5)^2 \\ a^2+b^2=11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2-2ab+b^2=(2ab-5)^2 \\ a^2+b^2=11 \end{cases}$$

$$11-2ab=(2ab-5)^2$$

$$11-b=c^2-10c+25.$$

$$c^2-11c+14=0$$

$$D=11^2-4 \cdot 14=121-56=65.$$

$$c=\frac{11 \pm \sqrt{65}}{2} \quad (\text{т.к. } a>0, b>0, \text{ то } c=2ab>0).$$

$$(a+b)^2-2c=11$$

$$(a+b)^2=\pm \sqrt{65} \quad \text{т.к. } (a+b)^2 \geq 0, \text{ то}$$

$$(a+b)^2=\sqrt{65}.$$

$$a+b=\sqrt{65}$$

$$b=\sqrt{65}-a.$$

$$a=\sqrt{65}+a+5=2a(\sqrt{65}-a).$$

$$2a+5-\sqrt{65}=2a\sqrt{65}-2a^2.$$

$$2a^2+2a(1-\sqrt{65})+5-\sqrt{65}=0.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Там же укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$D_1 = (1 - \sqrt{65})^2 - 20 + 2\sqrt{65} = \\ = 1 - 2\sqrt{65} + \sqrt{65} - 10 + 2\sqrt{65} = \sqrt{65} - 9. \\ a = \frac{\sqrt{65} - 1 + \sqrt{65} - 9}{2} \quad \text{т.к. } a \geq 0.$$

$$\sqrt{x+6} = \frac{\sqrt{65} + \sqrt{65} - 9 - 1}{2} \\ x+6 = \frac{(\sqrt{65} + \sqrt{65} - 9 - 1)^2}{4} = \\ = \frac{\sqrt{65} + 2\sqrt{65}(\sqrt{65} - 9 - 1) + \sqrt{65} - 9 - 2\sqrt{65} - 9 + 1}{4} = \\ = \frac{2\sqrt{65} + 2\sqrt{65}(\sqrt{65} - 9 - 1)}{4} = 8 - 2\sqrt{65} - 9 = \\ = \frac{\sqrt{65} + (\sqrt{65} - 1)\sqrt{65} - 9 - \sqrt{65} - 9}{2} = \\ x = \frac{\sqrt{65} + (\sqrt{65} - 1)\sqrt{65} - 9 - \sqrt{65} - 9}{2} = \\ \text{Ответ: } \frac{\sqrt{65} + (\sqrt{65} - 1)\sqrt{65} - 9 - \sqrt{65} - 9}{2} = 16$$

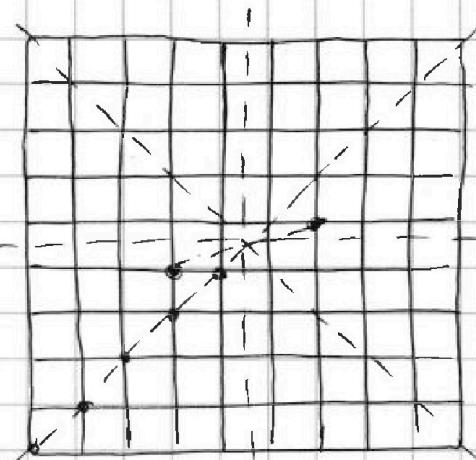


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



№6
Всего 6 квадратов
 9×9
 $10 \cdot 10 = 100$ узлов.

Задачу способом выбрать 2 из них,
 $100 \cdot 99 = 9900$

Но каждый узел посчитан дважды, т.к.
он занимает место 1-го узла и место 2-го
узла в паре с другим узлом.

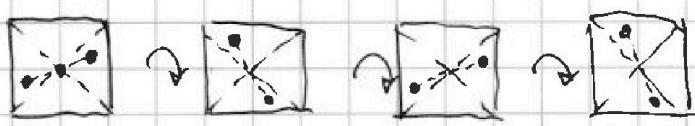
$$\text{Тогда всего } \frac{9900}{2} = 4950$$

Для любых двух узлов, находящихся на
одной диагонали квадрата 9×9 и
равнодistantных от его центра при
поворотах квадрата существует только 2
расположения:



Соответственно все ~~точки~~ пары точек, расположенные

для любых 2-х точек, имеющие одинаковые
относительно центра квадрата при 4-х
поворотах квадрата существует только 2 распо-
ложени:



Соответственно для
100 ^{пар} точек име-
ются ~~точки~~ один и те же
расположения (с относи-
тельно центра квадрата) для



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дни всех мы оставляем пар тоже все 4 поварота задач разное расположение. Соответствующий для оставших тоже мы можем посчитать одну и две страницы 4 раза.

Тогда весь способ покрасить 290 раз.

$$\frac{4950 - 50}{4} + \frac{50}{2} = \frac{4900}{4} + 25 = 1225 + 25 = 1250 \text{ способов.}$$

Ответ: 1250

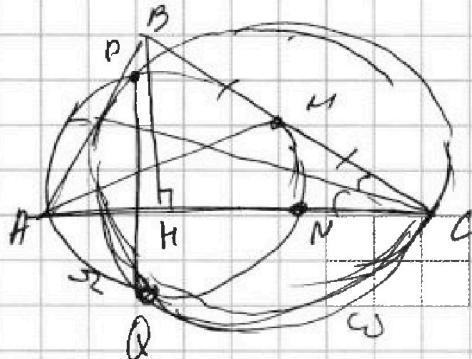


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} \\ x \geq -6, -25 \leq -y^2 \leq 0 \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} y &\leq 5, 5 \leq 30-y^2 \leq 30 \\ 5 &\leq 30-y^2 \\ -x &\leq 6, 80-x-y^2 \geq 0 \\ 30-x &\leq 36, 36 \geq 80-x \geq y^2 \end{aligned}$$

$$30 \geq 80-y^2 \geq 30$$

$$\begin{cases} -6 \leq x \leq 30 \\ -6 \leq y \leq 6 \end{cases}$$

$$-6 \leq y \leq 1$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}.$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{2-(x+6)(x-5)}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{(x+6)(5-x)}.$$

$$4(x^2-y^2) + x-y + 5(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0.$$

$$4x^2 + 5\sqrt{x} + x = 4y^2 + 5\sqrt{y} + y.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\begin{array}{r} x^2 - 6x^2 + 5x + 6 \\ 2 \\ \hline 3 - 2x^2 \\ - 7x^2 + 5x \\ - 4x^2 + 8x \\ \hline - 3x + 6 \\ 2x + 6 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} x^2 - 4x - 3 = 0 \\ \text{D}_1 = 4^2 + 3 \cdot 2 = 28 \\ x = \frac{4 \pm \sqrt{28}}{2} \\ x = 2 \pm \sqrt{7} \end{array}$

$\frac{Bx}{xC} = \frac{AB}{AC} = \frac{AB}{12}$

$\frac{BZ}{ZC} \cdot \frac{CH}{MB} \cdot \frac{BY}{AY} = 1$

$\frac{3}{9} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{BY}{AY} = 1$

$\begin{array}{r} x^3 - 6x^2 + 5x + 6 = 0 \\ \frac{4}{16} - \frac{2}{8} - \frac{6}{4} + \frac{6}{2} + 24 = \\ 30 \\ 16 \downarrow -14 \\ -12 \downarrow \end{array}$

$\begin{array}{r} 6x + 18 + 3x^2 = -6d \\ 1^2 d x + 6 = -2d \\ (x^2 - 4x)^2 - (6x + 18) = 2d \\ 4 \cdot 16 - 4 \cdot 8 - 2^2 \cdot 6 - 6 \cdot 2 + 24 = \\ = 64 - 32 - 8 + 24 = \\ 6x + 18 - x^2(x-4)^2 = x^2 + 2x + 6 \end{array}$

$Bx = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} BC = \frac{1}{3} BC \cdot \frac{1}{12}$

$-x^2(x^2 - 4)^2 = x^2 - 4x - 12$

$-x^2(x-4)^2 = (x-6)(x+2)$

$42 = -6d \rightarrow d = -7$

$16 - 30 = 2d$

$-14 = -14$

$x^2(x^2 - 8x + 16) = x^2 - 4x - 12$

$-x^4 + 8x^3 - 16x^2 = x^2 - 4x - 12$

$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$

$8 - 24 + 10 + 6 = 0$

$x^3 - 6x^2 + 5x + 6 = 0$

$\begin{array}{r} x^7 - 8x^5 + 17x^2 - 4x - 12 \\ \hline x^4 - 2x^3 \\ 16 \downarrow -14 \\ -28 \\ \hline -6x^6 + 17x^4 \\ -6x^3 + 12x^2 \\ \hline -5x^2 - 4x \\ -5x^2 - 10x \\ \hline 6x - 12 \\ -6x - 12 \\ \hline 0 \end{array}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a+5 - \sqrt{11-a^2} = 2a\sqrt{11-a^2}$$

$$\leq 2\sqrt{55} \leq$$

$$(a+5)^2 - 2(a+5)\sqrt{11-a^2} + 11-a^2 = 4a^2(11-a^2)$$

Пусть $\sqrt{a+6} = a$

$$\sqrt{5-x} = b. \quad a \geq 0, \quad b = \frac{a+5}{2a+1}, \quad 0 \leq 2\sqrt{(a+6)(5-a)} \leq 2\sqrt{55}$$

$$\begin{cases} a+b+5 = 2ab \\ a^2 = -b^2 + 1 \end{cases}$$

$$b^2 = a^2 + 1, \quad (a+5)^2 = (2a+1)^2(a^2+1), \quad 0 \leq x \leq 5$$

$$\begin{cases} a+b+5 = 2ab \\ a^2 = 1-b^2 \end{cases} \quad | a = \frac{b-5}{1-2b} =$$

$$(a+5-2a^2-a)(a+5+2a^2+a) = (2a+1)^2.$$

$$\frac{(b-5)^2}{(1-2b)^2} = 1-b^2, \quad (-2a^2+5)(2a^2+2a+5) = (2a+1)^2.$$

$$-2a^2 \leq -12.$$

$$b^2 - 10b + 25 = (a-4b+4b^2)(1-b^2)$$

$$b^2 - 10b + 25 = 1-b^2 - 4b + 4b^3 + 4b^2 - 4b$$

$$4b^4 - 4b^3 - 2b^2 - 6b + 24 = 0$$

$$a^2 \geq 6.$$

$$a \geq \sqrt{6}, \quad 0 \leq x \leq 5$$

$$b \leq \sqrt{6}, \quad 0 \leq b \leq 11$$

$$(a+5)^2 = (2a+1)^2 \cdot (11-a^2)$$

$$(a+5)^2 = 11(2a+1)^2 - (2a^2+4a+1)^2$$

$$a^2 + 10a + 25 = 11(4a^2 + 4a + 1) - (4a^4 + 4a^3 + a^2)$$

$$a^2 + 10a + 25 = 44a^2 + 44a + 11 - 4a^4 - 4a^3 - a^2$$

$$4a^4 + 4a^3 - 42a^2 - 34a + 14 = 0. \quad 6 \leq a^2 + b^2 \leq 16$$

$$2a^4 + 2a^3 - 21a^2 - 17a + 7 = 0.$$

$$= 2 \cdot 49 \cdot 7 (7+1) - 21 \cdot 49 - 17 \cdot 7 + 7 = 49(14 \cdot 8 - 21) - 17 \cdot 7 + 7 = 49 \cdot 97 - 16 \cdot 7 =$$

$$\approx 7(49-16) \approx 7 \cdot 33.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$\begin{aligned} a_5 &= a_1 + 4d \\ a_7 &= a_1 + 6d \\ a_{11} &= a_1 + 10d \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x^2 - 4x)^2 - 3x^2 &= \dots \\ (x^2 - 4x - 8)(x^2 - 4x + x) &= \dots \\ 6x + 18 &= a_1 + 4d \quad (1) \\ (x^2 - 4x)^2 &= a_1 + 6d \quad (2) \\ -3x^2 &= a_1 + 10d \quad (3) \end{aligned}$$

$$x^3 - 6x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$(2) - (1): \quad 8x^2(x-4)^2 + 3x^2 = -4d$$

$$(x^2 - 4x)^2 - 6x - 18 = 2d \quad | \cdot 3 \quad x^2(x^2 - 8x - 16 + 3) = -4d$$

$$(3) - (1): \quad x^2(x^2 - 8x - 13) = -4d$$

$$-3x^2 - 6x - 18 = 6d$$

$$x^2 + 2x + 6 = -2d$$

$$x^2(x^2 - 8x - 13) = 2x^2 + 4x + 12$$

$$\begin{cases} 3(x^2 - 4x)^2 - 3(6x + 18) = 6d \\ -3x^2 - 6x - 18 = 6d \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &\textcircled{1} \quad x(x-1)(x-5) = -6 \\ &x^3 - 6x^2 + 5x + 6 = 0 \\ &x^3 - 2x^2 - 4x^2 + 2x + 3x + 6 = 0 \end{aligned}$$

$$3(x^2 - 4x)^2 - 3(6x + 18) = -3x^2 - 6x - 18 \quad | : 3$$

$$(x^2 - 4x)^2 - (6x + 18) = -x^2 - 2x - 6$$

$$6(x-3) - x^2(x-4)^2 = x^3 + 2x + 6$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x + 24 = 0$$

$$6x - 18 - x^2(x^2 - 8x + 16) = x^3 + 2x + 6$$

$$x^3(x-4) - 4x^2(x-4) + x(x-4) = -24$$

$$6x - 18 - x^4 + 8x^3 - 16x^2 = x^2 + 2x + 6$$

$$(x-4)(x^3 - 4x^2 + x) = -24$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 18 = 0$$

$$x(x-4)(x^2 - 4x + 1) = -24$$
~~$$x^2 - 4x - 12$$~~

$$6(x-3) = x^2 \cdot \frac{100 \cdot 100}{100 \cdot 100} 4(x-8)$$

$$- \frac{x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12}{x^4 - 2x^3} \cdot \frac{x^2(x-4)^2 + (x-6)(x+2)}{x^3 - 6x^2 + 5x + 6} = 0$$

$$- \frac{-6x^3 + 17x^2}{-6x^3 + 12x^2} \cdot \frac{100 \cdot 100}{2} = 0$$

$$5.5 \quad \frac{10 \cdot 10 = 100}{100 \text{ über } 2} = 2 \cdot \frac{5 \cdot 5}{2} = 25$$

$$-\frac{5x^2 - 4x}{5x^2 - 10x} \cdot \frac{x(x^2 - 6x + 5)}{x(x^2 - 6x + 5)} = -\frac{6}{6} = -1$$

$$\frac{100 \cdot 50 - 100}{4} \cdot \frac{50}{2} = 25 \cdot 5 = 125$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

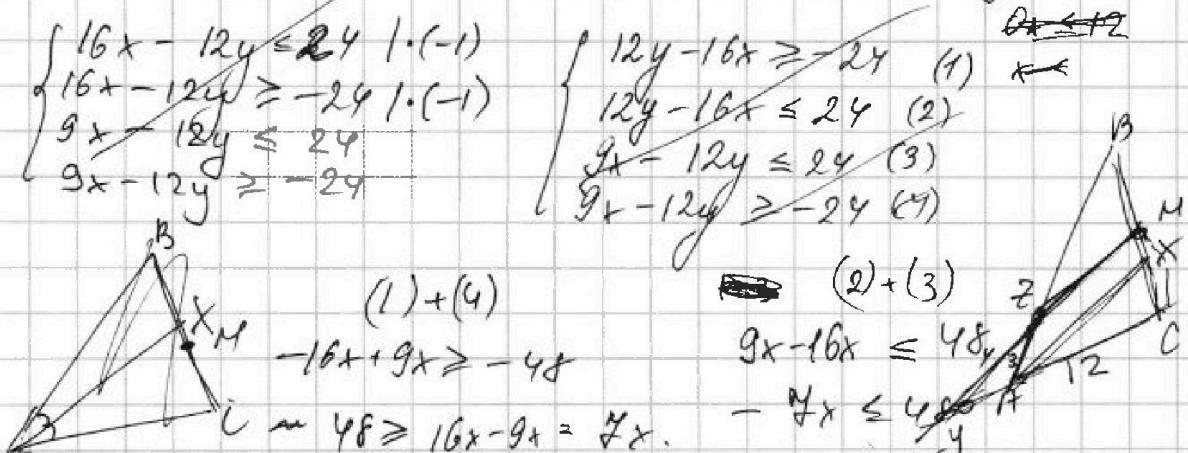
$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 \quad (1) \\ |3x - 4y| \leq 8 \quad (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{cases} 4x - 3y \leq 6 & | \cdot 4 \\ 4x - 3y \geq -6 & | \cdot 4 \end{cases} \\ \begin{cases} 3x - 4y \leq 8 & | \cdot 3 \\ 3x - 4y \geq -8 & | \cdot 3 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16x - 12y \leq 24 & | \cdot (-1) \\ 16x - 12y \geq -24 & | \cdot (-1) \\ 9x - 12y \leq 24 \\ 9x - 12y \geq -24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12y - 16x \geq -24 & (1) \\ 12y - 16x \leq 24 & (2) \\ 9x - 12y \leq 24 & (3) \\ 9x - 12y \geq -24 & (4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 14x - 3y \geq -6 & | \cdot (-1) \\ 4x - 3y \leq 6 & \cancel{\text{---}} \\ 3y - 4x \leq 6 & | \oplus \\ 4x - 3y \leq 6 & | \oplus \end{cases}$$



$$A \quad k \leq \frac{48}{7} \quad t \geq -\frac{48}{7}$$

$$\begin{cases} 12x - 9y \leq 18 \\ 12x - 9y \geq -18 \\ -12x + 16y \geq -32 \\ -12x + 16y \leq 32 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -\frac{48}{7} \leq x \leq \frac{48}{7} & \quad -24 \leq 14x \leq 48 \cdot 2 \\ -9y + 16y \leq 18 + 32 & \quad -50 \leq 7y \leq 50 \\ 7y \leq 50 & \quad -248 - 50 \leq 14x + 7y \leq 48 \cdot 2 + 50 \\ -\frac{50}{7} \leq y \leq \frac{50}{7} & \quad 48 \cdot 2 + 50 = \\ (x^2 - 4x)^2 - (6x + 18)^2 = 2d & \quad = 96 + 50 = 146 \quad (-190) \\ -3x^2 - (x^2 - 4x)^2 = 4d & \quad A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = \\ 3x^2 + 6x + 18 = -6d & \quad = (m-n)^2 + 9(m-n) = \\ x^2 + 2x + 6 = -2d = 6x + 18 - (x^2 - 4x)^2 & \quad = (m-n)(m-n+9) \\ x^2 - 4x - 12 = & \quad \beta = m^2n - mn^2 + 3mn = \\ (x-6)(x+2) = -x^2(x-4)^2 & \quad = m^2n - mn^2 + 3mn = \\ -3x^2 + x^2 + 4x - 12 = 4d & \quad (x-6)(x+2) + x^2(x-4)^2 = 0 \\ -2x^2 + 4x - 12 = 4d & \quad x=2 \text{ - корень} \quad -4 \cdot 4 + 4 \cdot 4 = 0. \end{aligned}$$

1-

1-