



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 7

1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1 \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9tn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14 + 5x - y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a_4 = 6 - 9x \\ a_6 = (x^2 - 2x)^2 \\ a_{10} = 9x^2 \end{cases}$$

(Пусть $\{a_n\}$ — эта арифм.)
погр., d — её разность)

$$\begin{cases} a_1 + 3d = 6 - 9x \\ a_1 + 5d = (x^2 - 2x)^2 \\ a_1 + 9d = 9x^2 \end{cases}$$

Заметим, что $a_{10} - a_6 = 4d$, а $a_6 - a_4 = 2d$,
запомним:

$$2(a_6 - a_4) = a_{10} - a_6$$

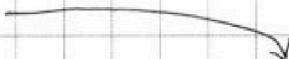
$$2(x^2(x-2)^2 - 6 + 9x) = 9x^2 - x(x-2)^2$$

$$2x^4 + 8x^2 - 8x^3 - 12 + 18x = 9x^2 - x^4 - 4x^2 + 4x^3$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

Схема Горнера:

Возм. корни: $\pm 1; \pm 2; \pm 4$.



$$1 \quad -4 \quad 1 \quad 6 \quad -4$$

$$\textcircled{1} \quad 1 \quad -3 \quad -2 \quad 4 \quad 0$$

корень.

$$(x-1)(x^3 - 3x^2 - 2x + 4) = 0$$

Схема Горнера:

↓ си. си. стр.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1 \quad -3 \quad -2 \quad 4$$

(1) ~~1~~ 1 -2 -4 0
корень

$$(x-1)^2(x^2-2x-4)=0$$

$$\boxed{x=1}$$

$$\boxed{x^2-2x-4=0}$$

$$\boxed{x=1}$$

$$\boxed{x=\pm\sqrt{5}+1}$$

$$x = \boxed{1; 1 \pm \sqrt{5}}$$

$$\left| \begin{array}{l} x^2-2x-4=0 \\ D=20 \\ x_{1,2} = \frac{\pm\sqrt{5}+2}{2} = \pm\sqrt{5}+1 \\ x \end{array} \right.$$

Ответ: $x = 1; 1 \pm \sqrt{5}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

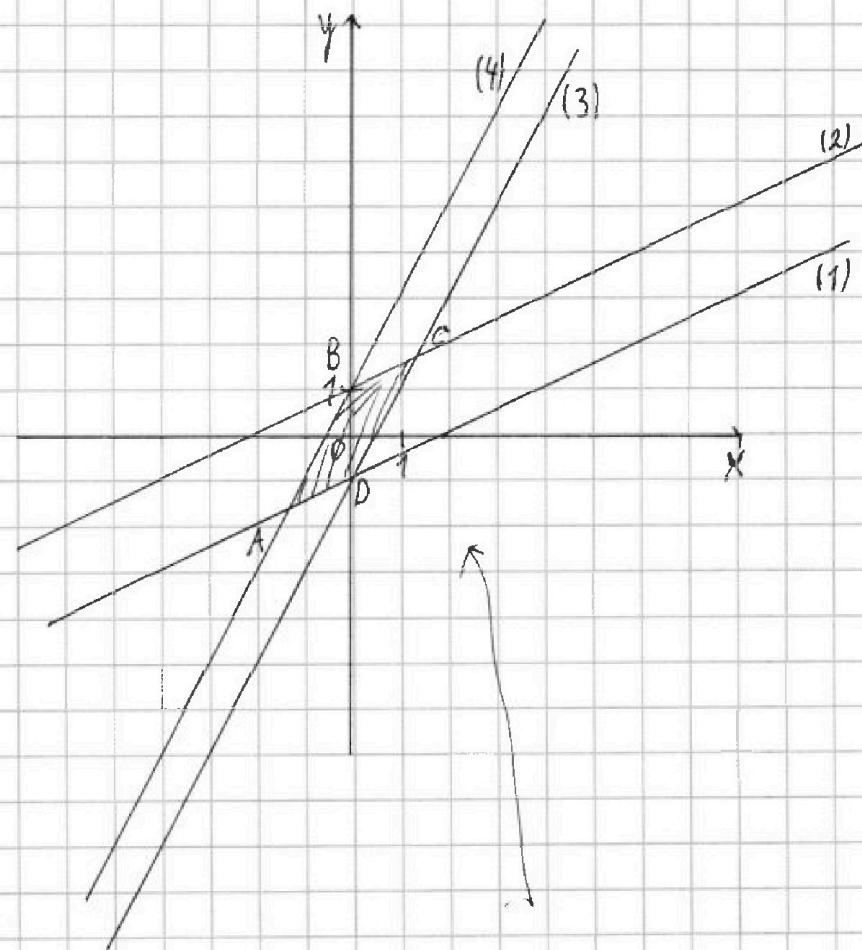
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-2y \leq 2 \\ x-2y \geq -2 \\ 2x-y \leq 1 \\ 2x-y \geq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq \frac{x}{2} - 1 & (1) \\ y \leq \frac{x}{2} + 1 & (2) \\ y \geq 2x - 1 & (3) \\ y \leq 2x + 1 & (4) \end{cases}$$



Данная система задаёт фигуру ABCD на плоскости. В точке x принимает максимальное значение,



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

и училишься максимизировать значение, а значит, что и $3y + 6x$ максимизирует максимальное значение.

Пусть координаты этой точки $(x_0; y_0)$.

Она лежит на прямых $y = 2x - 1$ и $y = \frac{x}{2} + 1$, а значит, удовлетворяет их уравнениям:

$$\begin{cases} y_0 = 2x_0 - 1 \\ y_0 = \frac{x_0}{2} + 1 \end{cases}$$

$$2x_0 - 1 = \frac{x_0}{2} + 1 \quad | \cdot 2$$

$$4x_0 - 2 = x_0 + 2$$

$$3x_0 = 4$$

$$x_0 = \frac{4}{3}$$

$$y_0 = \frac{x_0}{2} + 1 = 1\frac{2}{3}$$

Тогда, максимальное значение $3y + 6x = 3y_0 + 6x_0 = 3 \cdot \frac{5}{3} + 6 \cdot \frac{4}{3} = 13$

Ответ: 13.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

③ Предположим, что $B = 11p^2$, тогда:

$$B = m^2n + 2mn^2 + 3mn = mn(m + 2n + 3) = 11p^2$$

П.к. $m, n \in \mathbb{N}$, $m + 2n + 3 \geq 12$.

Поскольку 11 и p - простые, какие-то 2 из множителей m , n и $m + 2n + 3$ равны p. т.к. $m \neq m + 2n + 3$, $n \neq m + 2n + 3 \Rightarrow$
 $\Rightarrow m = n = p$. Тогда $m + 2n + 3 = 11 \geq 12$ (?!).

Значит, выше предположение было неверно. Тогда, $A = 11p^2$, $B = 75q^2$

$$\left\{ \begin{array}{l} m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = 11p^2 \quad (1) \\ mn(m + 2n + 3) = 75q^2 \quad (2) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = 11p^2 \quad (1) \\ mn(m + 2n + 3) = 75q^2 \quad (2) \end{array} \right.$$

~~Если $m = 3$: Если $q \neq 2$: Решим (2).~~

~~$4(12 + 2n) =$ Если $q \neq 2$: т.к. m и $m + 2n + 3$~~

~~Н.з. нечетна~~ ~~и четна~~ четной разноту

нечетности, т.к. $\frac{2n+3}{2} \equiv 1$.

Тогда правая часть $\vdash 2 \Leftrightarrow 75q^2 \vdash 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow q = 2$ (т.к. $q \in \mathbb{P}) \Rightarrow$

$$\Rightarrow mn(m + 2n + 3) = 3 \cdot 5^2 \cdot 2^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается чёрновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & (m+2n+9) \geq m \\ & m + 2n + 9 \geq m \end{aligned}$$

Поскольку $m+2n+9 \geq m$; и ~~$n > 0$~~ .

Задача свелась к оценке m и n ,
далее для которого ~~было~~ случая
распределения $3 \cdot 5^2 \cdot 2^2$ на 3 множества
и подстановке в (1).



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

④ Дано: $\triangle ABC$

M - середина BC

AX - бисс. $\angle A$

$M \in l$

$l \parallel AX$

$\angle A B Z = Z$

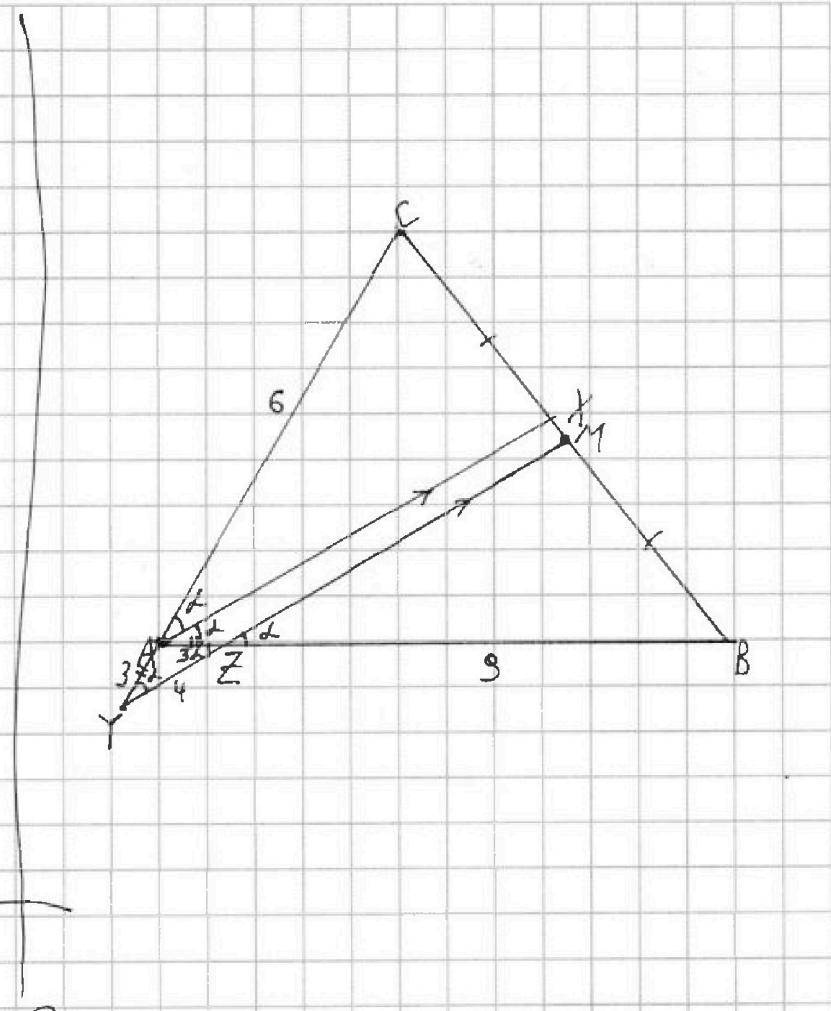
$\angle A C Y = Y$

$AC = 6$

$AZ = 3$

$YZ = 4$

Найти: $BC - ?$



Решение:

$$\left. \begin{array}{l} \angle XAZ = \angle AZY \text{ (mark. лем.)} \\ \angle CAZ = \angle CYM \text{ (состр.)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle YAZ - \mu/\sigma \text{ (по признаку)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AY = 3$$

Пусть $\angle CAZ = \angle Z$, тогда по т. косинусов $\triangle YAZ$

$$8 = 8 + 16 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos Z$$

$$\cos Z = \frac{2}{3}$$

П.к. Z - острый (п.к. $\angle CAB = 2Z$), $\sin Z = \sqrt{1 - \cos^2 Z} =$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$= \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9},$$

Пт. к. $AX \parallel YM$, $\triangle ACX \sim \triangle YCM \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{AC}{CY} = \frac{CX}{CM}$$

$$\frac{6}{5} = \frac{CX}{CM}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{CX}{CM} \Rightarrow CX = \frac{2}{3} CM$$

$$BX = BC - CX = 2 CM - \frac{2}{3} CM = \frac{4}{3} CM$$

Пт. к. $AX \parallel MY$, $\triangle ZMB \sim \triangle AXB \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{BZ}{AB} = \frac{BM}{BX}$$

$$\frac{BZ}{BZ+3} = \frac{CM}{\frac{4}{3} CM}$$

$$(BZ+3) \cdot 3 = 4BZ$$

$BZ = 9$ по т. косинусов $\triangle ABC$:

$$BC = \sqrt{AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cdot \cos 2\alpha} = \sqrt{36 + 144 + 2 \cdot 12 \cdot \frac{1}{9}} = \\ = \boxed{14}$$

Ответ: 14.

* - м. к. AX - дно;



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

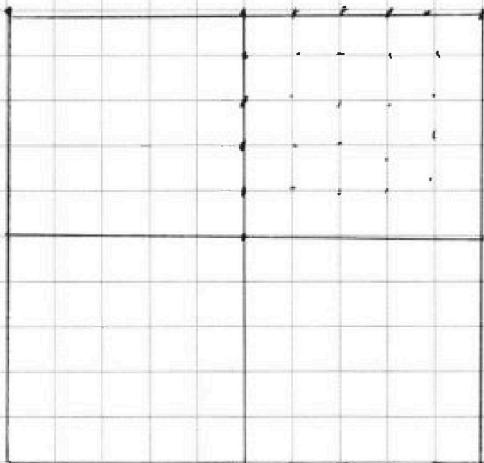
6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(6)



Ответ: $4 \cdot C_{15}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\text{Дано: } \triangle ABC$

AM -медиана
 CL - высота

~~Ω~~ Ω (AM -диам.)

ω (CL -диам.)

$\Omega \cap \omega = P; Q$

~~BH~~ BH - высота

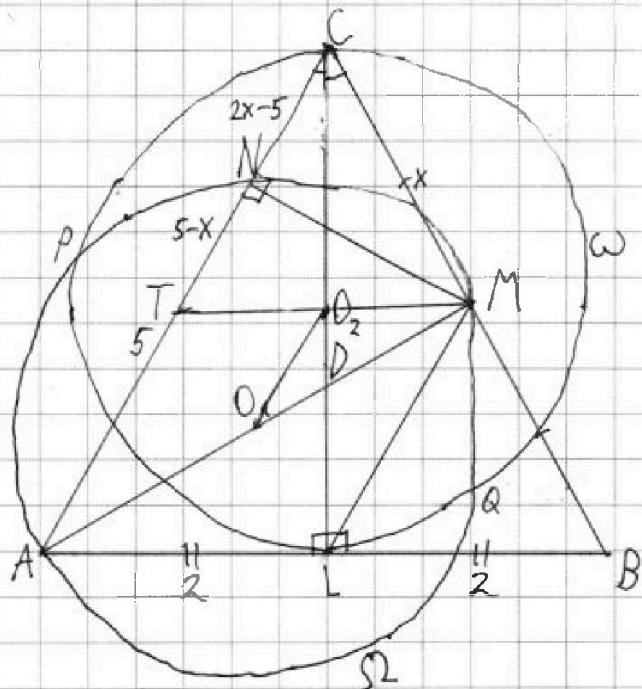
$PQ \parallel BH$

~~$\Omega \cap AC = N$~~

$AB = 4$

$AN = 5$

$AC; BC - ?$



Решение:

Пусть O_1, O_2 - центры Ω и ω соответ., тогда
 ~~$PQ \perp O_1O_2$~~ ($PQ \perp O_1O_2$ по свойству пересек. окр.)

$PQ \parallel BH$ (по усл.) $\Rightarrow BH \perp O_1O_2 \Rightarrow O_1O_2 \parallel AC$

$AO_1 = O_1M$ (как радиусы)

$(O_2 = O_2L)$

$(L \perp AM = D)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Проверим ML.

Рассмотрим 4-ку ACML:

O_1O_2 - отрезок, соединяющий середины диагоналей

$O_1O_2 \parallel AC$

$\Rightarrow ACML$ -трапеция $\Rightarrow AC \parallel ML$, тогда

ML -ср. линия $\triangle ABC \Rightarrow AL=LB \Rightarrow$

$\Rightarrow CL$ -^{биссектр.} высота, медиана, \Rightarrow ^{высота} $\triangle ABC$ -параллелограмм

Проверим MN:

$\angle ANM = 90^\circ$ (н.к. опир. на гипотенузу)

$$AL=LB=\frac{AB}{2}=2$$

Пусть $\frac{AC}{2}=\frac{BC}{2}=x$, тогда:

$$AC=2x, CN=2x-5$$

Проверим MT-ср. линию $\triangle ABC$ ($T \in AC$),

$$\text{тогда } NT=5-x$$

$$TM=\frac{AB}{2}=2$$

По н.п. Проверим: $\triangle TNM$ и $\triangle MNC$:

$$MN=4-(5-x)^2=x^2-(x-2-5)^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4 - 25 - x^2 + 10x = 7 - 3x^2 - 25 + 20x$$

$$2x^2 - 10x + 4 = 0$$

$$x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$D = 14$$

$$x_{1,2} = \frac{\pm\sqrt{14} + 5}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{14}}{2}$$

Пусть $AC > AB$, $\triangle ABC$ о/у $\Rightarrow 2x - 5 > 0 \Rightarrow \pm\sqrt{14} > 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x = \frac{5 + \sqrt{14}}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow AC = BC = [5 + \sqrt{14}]$$

Ответ: $5 + \sqrt{14}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

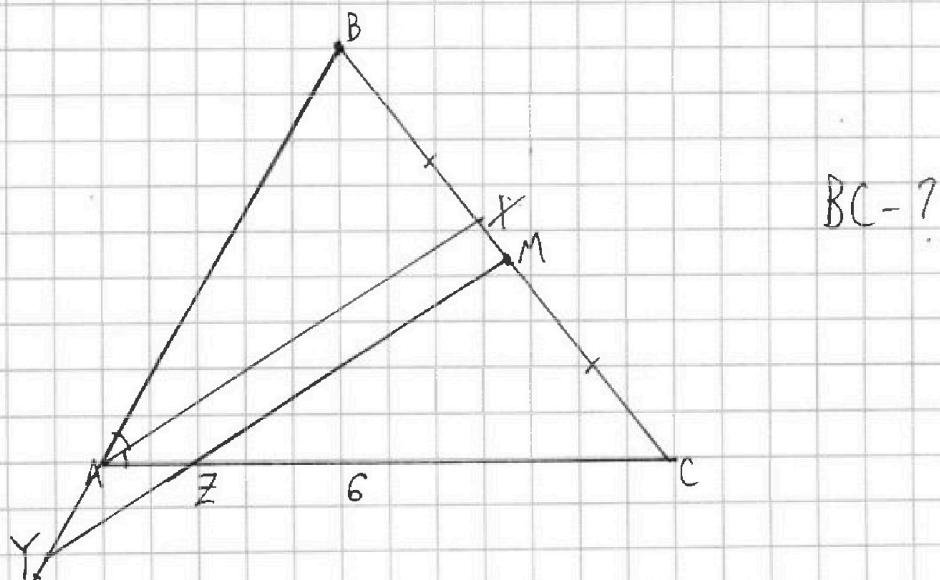
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} m^2 + 4mn + n^2 - 7(m+2n) = 11p^2 \\ mn(m+2n+3) = 75q^2 = 3 \cdot 5^2 q^2 \end{cases}$$

1

~~3mn(m+2n)~~

$$\begin{array}{r} 75 \\ 25 \\ \hline 1 \end{array} \left| \begin{array}{r} 83 \\ 5^2 \\ \hline \end{array} \right.$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

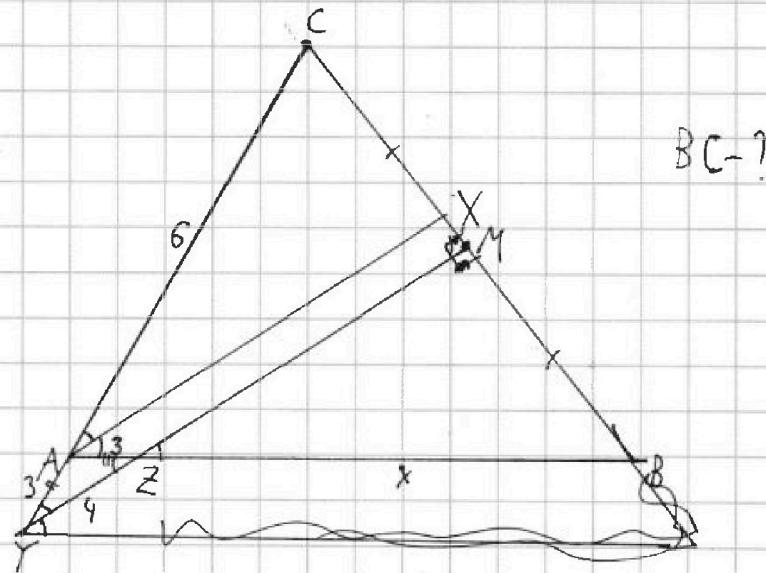
5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



BC - ?

$$\frac{CX}{XB} = \frac{6}{x+3}$$

$$XB = BC - CX$$

~~3/6~~

$$\frac{6}{3} = \frac{CX}{CM}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{CX}{CM}$$

$$\frac{2}{3} CM$$

$$BC - CX$$

~~14
3/6
10~~

$$\sqrt{180 + 16} = \sqrt{196}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

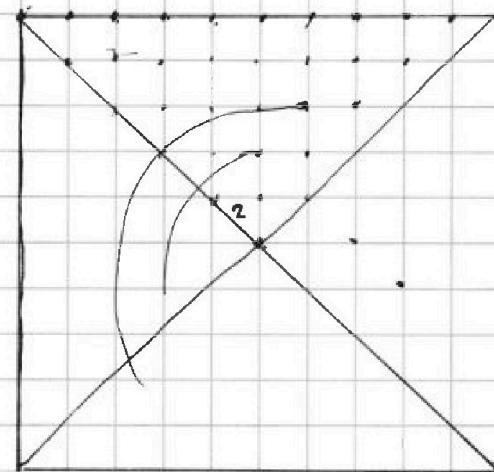
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~(не решено)~~ ⑥

$$x^3 + 3x + \cancel{2x^2} = y^3 + 3y + \sqrt{2}y^2$$



$$15 \cdot 14 =$$

$$C_{15}^2 = \frac{15!}{2!}$$

{

$$mn(2n+3+m) = 11\varphi^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\alpha_4 = 6 - 9x$$

$$\alpha_6 = x^2(x-2)^2$$

$$\alpha_{10} = 9x^2$$

$$2(x^4 + 4x^2 - 4x^3 - 6 + 9x) = 8x^2 - x^4 - 4x^2 + 4x^3$$

$$2x^4 + 8x^2 - 8x^3 - 12 + 18x = 9x^2 - x^4 - 4x^2 + 4x^3$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$1 \quad -4 \quad 1 \quad 6 \quad -4$$

$$\textcircled{1} \quad 1 \quad -3 \quad -2 \quad 4 \quad 0$$

корень

$$(x-1)(x^3 - 3x^2 - 2x + 4)$$

$$1 \quad -3 \quad -2 \quad 4$$

$$\textcircled{1} \quad 1 \quad -2 \quad -4 \quad 0$$

корень

$$(x-1)^2(x^2 - 2x - 4)$$

$$\mathcal{D} = 4 + 16 = 20$$

$$\frac{\pm\sqrt{57}+2}{2} = \boxed{\pm\sqrt{57}+1}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{1} \quad a_4 = 6 - 3x = a_1 + 3d$$

$$a_6 = (x^2 - 2x)^2 = a_1 + 5d$$

$$a_{10} = 9x^2 = a_1 + 9d$$

$$x = ?$$

$$a_6 - a_4 = 2d$$

$$a_{16} - a_6 = 4d$$

$$9x^2 - (x^2 - 2x)^2 = 2((x^2 - 2x)^2 - (6 - 3x))$$

$$9x^2 - x^2(x-2)^2 = 2(x^2(x-2)^2 - 6 + 3x)$$

$$9x^2 - x^4 + 4x^3 - 4x^2 = 2(x^4 - 4x^3 - 6 + 3x)$$

$$\underline{9x^2} - \underline{x^4} + \underline{4x^3} - \underline{4x^2} = \underline{-2x^4} + \underline{8x^3} - \underline{8x^2} + 12 - 18x = 0$$

$$3x^4 - 12x^3 + 3x^2 - 18x + 12 = 0$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 - 6x + 4 = 0 \quad 1 \quad -4 \quad 1 \quad -6 \quad 4$$

$$-1 \quad 1 \quad -5 \quad 6 \quad -12$$

$$2 \quad 1 \quad -2 \quad 5 \quad 4$$

$$-2 \quad 1 \quad -6 \quad 13 \quad .$$

$$4 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad -2$$

$$-4 \quad 1 \quad -8 \quad 33$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(y+2x)_{\max} - ?$$

~~x-2y=2~~

$$y \geq \frac{x}{2} - 1$$

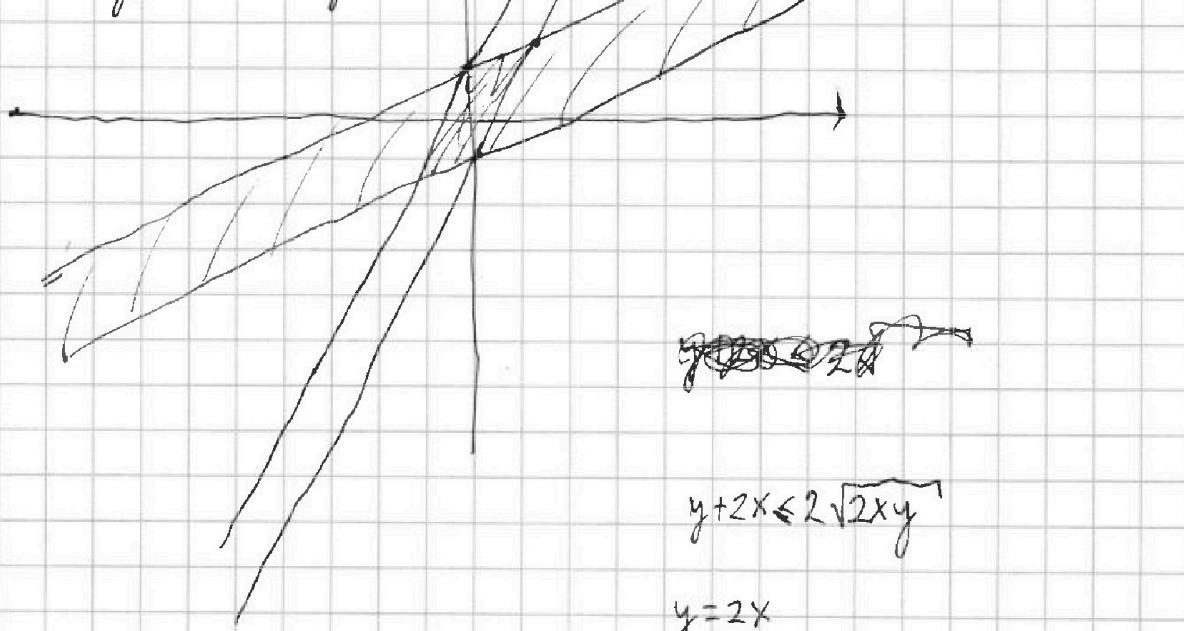
$$\begin{cases} x-2y \leq 2 \\ x-2y \geq -2 \end{cases}$$

$$2x-y \leq 1$$

$$2x-y \geq -1$$

$$y \geq 2x-1$$

$$y \leq 2x+1$$



$$y+2x \leq 2\sqrt{2xy}$$

$$y = 2x$$

$$(m, n) - ?$$

$$-4(m+2n)$$

$$m^2 + 4mn + n^2 - 4m - 4n$$

$$m^2n + 2mn^2 + 9m^2n =$$

$$= mn(m+2n+3)$$

$$m = n = p$$

$$m+2n = 2$$

$$\frac{11p^2}{75} - q^2$$

p/q - дробь

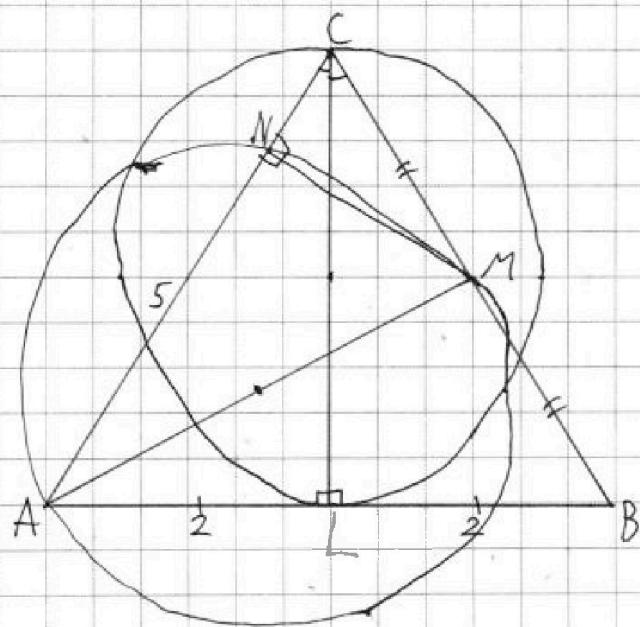


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

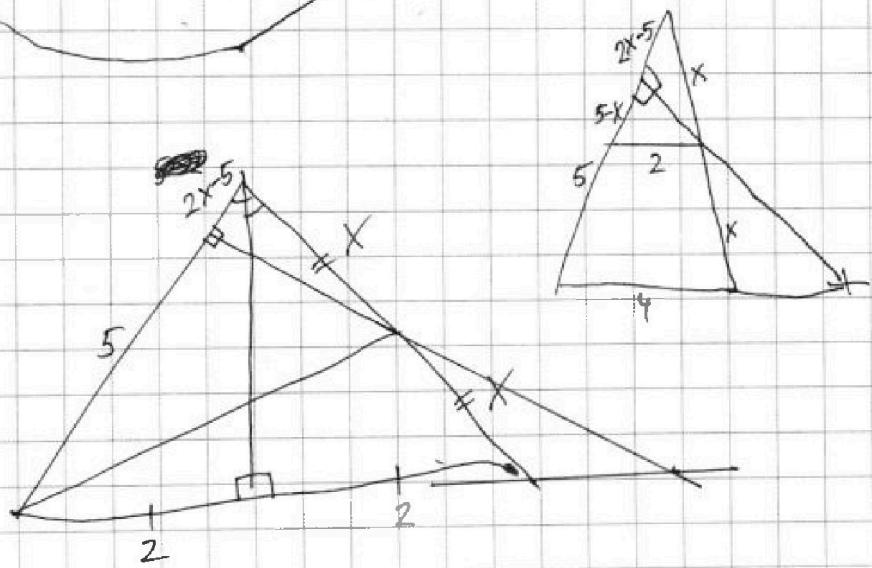
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$AC, BC - ?$



8



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

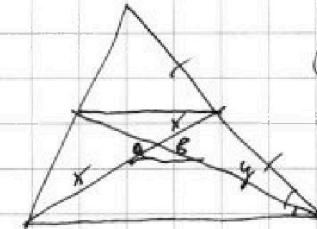
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{(1-t)x}{(1-t)y}$$

$$B$$



$$\frac{x}{2} - a =$$

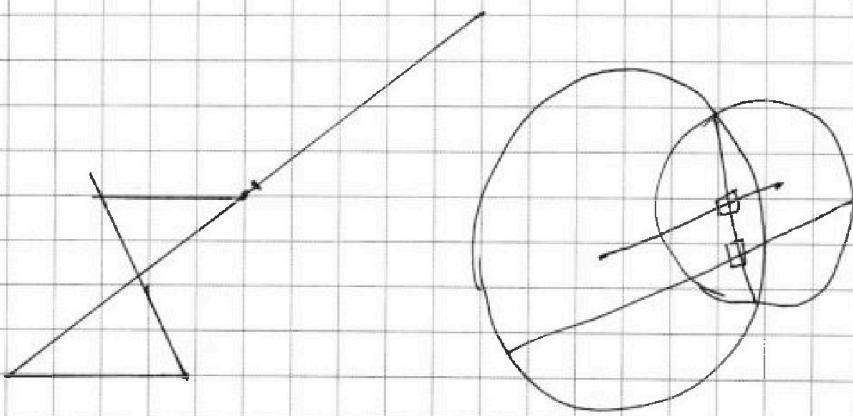
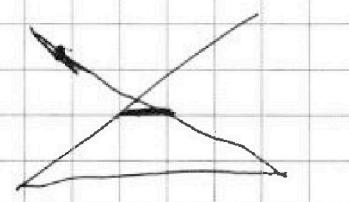
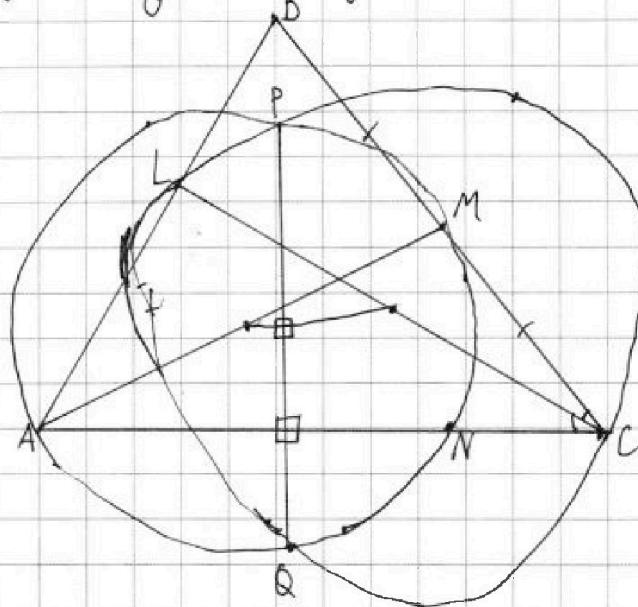
$$= \frac{x-2a}{y-2b} =$$

$$= \frac{x-2a}{y-2b} =$$

$$AC, BC - ?$$

$$AB = 4$$

$$AN = 5$$





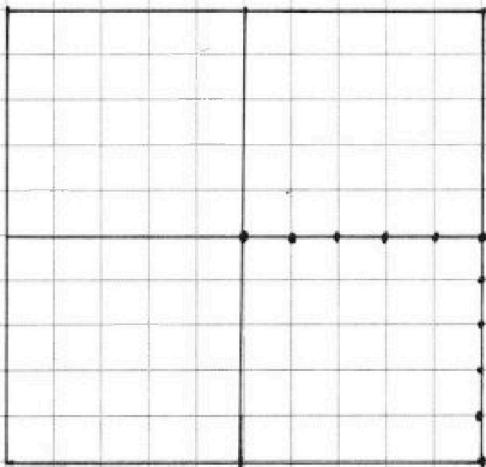
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(6)



Проведём 2 ср. линии, которые разделят квадрат на 4 части



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6