



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность  $2^\circ$  и начинающуюся с угла  $143^\circ$ . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенству  $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения  $x^2 + y^2 + z^2$ .
3. [4 балла] Из множества  $M$ , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть  $p$  и  $q$  – две из таких сумм. Найдите множество  $M$ , если  $p^2 - q^2 = 792$ .
4. [5 баллов] Диагонали  $BD$  и  $AC$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $M$ , а отношение оснований  $AD : BC = 1 : 2$ . Точки  $I_1$  и  $I_2$  – центры окружностей  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , вписанных в треугольники  $BMC$  и  $AMD$  соответственно. Прямая, проходящая через точку  $M$ , пересекает  $\omega_1$  в точках  $X$  и  $Y$ , а  $\omega_2$  – в точках  $Z$  и  $W$  ( $X$  и  $Z$  находятся ближе к  $M$ ). Найдите радиус окружности  $\omega_1$ , если  $I_1I_2 = 13/2$ , а  $MZ \cdot MY = 5$ .
5. [5 баллов] Что больше:  $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$  или  $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$ ?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости  $\alpha$ , а остальные 5 расположены вне плоскости  $\alpha$ . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость –  $\alpha$ . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида  $SABCDEF$  ( $S$  – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка  $X$  лежит на прямой  $SF$ , точка  $Y$  – на прямой  $AD$ , причём отрезок  $XY$  параллелен плоскости  $SAB$  (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $XY$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

выпуклый  $n$ -угольник

$$\alpha_1 = 143^\circ$$

$$\alpha_i = \alpha_1 + 2^\circ \cdot (i-1) = 143^\circ + 2^\circ \cdot (i-1)$$

Пусть вершин  $n$

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n = (n-2) \cdot 180^\circ$$

$$143 \cdot n + 2 + 4 + \dots + 2 \cdot (n-1) = 180n - 360$$

$$143n + \frac{2n \cdot (n-1)}{2} = 180n - 360$$

$$n^2 - n + 143n - 180n + 360 = 0$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

142	180
180	142
	38

По м. Виета

$$n = 18$$

$$n = 20 \quad \text{— наибольший}$$

Ответ: 20 вершин



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$$

$$\ln (16^x \cdot 8^y \cdot 24^z) = \ln 6$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6$$

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 2^{3z} \cdot 3^z = 2 \cdot 3, \text{ т.к. } x, y, z - \text{целые, то } z = 1$$

$$2^{4x+3y+3} \cdot 3 = 2 \cdot 3$$

$$2^{4x+3y+3} = 2$$

$$4x + 3y + 3 = 1$$

$$4x + 3y = -2$$

$$y = \frac{-4x-2}{3}, \text{ т.к. } x, y, z - \text{целые, то } -4x-2 \div 3 \Rightarrow$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = x^2 + \frac{16x^2 + 16x + 4}{9} + 1 = \frac{25x^2 + 16x + 13}{9}$$

Найдем мин. значение функции  $f(x) = \frac{25x^2}{9} + \frac{16x}{9} + \frac{13}{9}$

Т.к. это парабола с ветвями направлены вверх

$$-4x - 2 = 3k \quad -4x \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow -x \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow$$

$$x \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow x = 3k + 1 \Rightarrow y = \frac{-12k - 4 - 2}{3} = -4k - 2,$$

где  $k$  - целое



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда  $x^2 + y^2 + z^2 = (3k+1)^2 + (-4k-2)^2 + 1 = 9k^2 + 6k + 1 + 16k^2 + 16k + 4 + 1 = 25k^2 + 22k + 6$ , где  $k$  - целое

Тогда функция  $f(k) = 25k^2 + 22k + 6$  парабола с ветвями вверх, где вершина параболы находится в точке  $-\frac{22}{50}$ , т.е. при  $k \geq 1$  она только увеличивается и при  $k \leq -1$  тоже только увеличивается (имеется ввиду значение)

Значит мин. значение при  $k \geq 1$  это хотя бы 53, мин. значение при  $k \leq -1$  это хотя бы 9, мин. значение при  $k=0$  это 6. Значит мин. значение функ.  $f = 25k^2 + 22k + 6 = x^2 + y^2 + z^2$  это 6, если смотреть в целых значениях.

Пример:  $x = 3 \cdot 0 + 1 = 1$ ,  $y = -4 \cdot 0 - 2 = -2$ ,  $z = 1$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1 + 4 + 1 = 6$$

Ответ: 6

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$M = \{n, n+1, \dots, n+6\}$$

Сумма шестерок принимает вид от  $6n+15$

до  $6n+21$ , т.к.  $n \geq 1$ , то  $6n+15 \geq 21$ , т.е.

~~шестерку~~ сумма шестерок хотя бы 21.

$$p^2 - q^2 = 792 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$$

$$(p-q)(p+q) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$$

Т.к. сумма шестерок это от  $6n+15$  до  $6n+21$ ,

то  $p-q$  принимает значение от 1 до 6, т.е.

делитель 11 не входит в скобку  $p-q$ , значит

входит в скобку  $p+q : 11$ .

$p-q$  и  $p+q$  не могут вообще делиться на

3, т.к. иначе  $2p : 3 \Rightarrow p : 3$ , а, т.к.  $p \geq 21$

и оно простое, то такое невозможно. Значит

только одно число из  $p-q$  и  $p+q$  делится на

3, т.е. на 9 (иначе множителя 9 не будет),

а т.к.  $p-q \leq 6$ , то  $p+q : 9$ .

При этом и  $p-q$ , и  $p+q$  делится на 2, т.к. они  $p$  и  $q$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

простые, которые больше 20, т.е. нечетные, тогда их сумма и разность четные. Значит из множителей  $2^3 \cdot 3^2 = 36$  осталась только 2. Рассмотрим два случая:

1)  $p - q = 2$

$$p + q = 4 \cdot 9 \cdot 11 = 396$$

$$2p = 398; \quad p = 199; \quad q = 197$$

Тогда  $q = 6n + 15, \dots, 6n + 19$  это-то из этого

~~$p = 6n + 17, \dots, 6n + 21$~~  это-то из этого

$$\left. \begin{aligned} 6n + 15 &\leq 197 \leq 6n + 19 \\ 6n + 17 &\leq 199 \leq 6n + 21 \end{aligned} \right\} n = 30$$

Тогда ии-во  $M = \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$

2)  $p - q = 4$

$$p + q = 2 \cdot 9 \cdot 11 = 198$$

$$2p = 202; \quad p = 101; \quad q = 97, \text{ как и в 1 случае получаем:}$$

$$\left. \begin{aligned} 6n + 15 &\leq 97 \leq 6n + 19 \\ 6n + 17 &\leq 101 \leq 6n + 21 \end{aligned} \right\} \text{нет такого } n.$$

Ответ:  $M = \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$

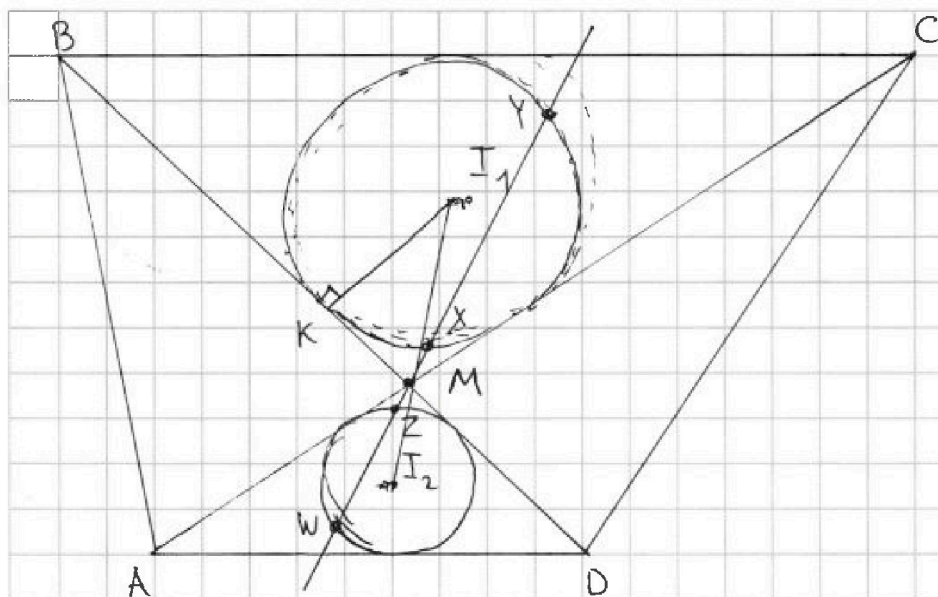
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$I_1 I_2 = \frac{13}{2}$$

$$AD : BC = 1 : 2$$

$$MZ \cdot MY = 5$$

$$AD \parallel BC$$

$\angle MAD = \angle MCB$  (вн.н.п.у.  $AD \parallel BC$ )

$\angle MDA = \angle MCB$  (вн.н.п.у.  $AD \parallel BC$ )

$\angle AMD = \angle BMC$  (вертик. у.)

$\triangle AMD \sim \triangle BMC$ , при этом коэф. подобия 2, т.к.  $\frac{BC}{AD} = 2$

Также можно Т.е. при шестении в точке  $M$   $\triangle AMD$

переходим в  $\triangle BMC$ . Соответственно  $w_2$  переходим

в  $w_1$  (т.к.  $M \in I_1 I_2$ , ведь  $\angle BMD = 180^\circ$ , а  $\angle I_1 M I_2 = \frac{\angle BMD}{2}$

$+ \angle CMD + \frac{\angle AMD}{2} = \angle BMD = 180^\circ$ ).

Тогда  $\frac{MX}{MZ} = 2 \Rightarrow MX \cdot MY = 2 \cdot MZ \cdot MY = 10$ , а  $MK^2 = MX \cdot MY$

$I_1 M = 2 I_2 M$  и  $I_1 I_2 = \frac{13}{2} \Rightarrow I_1 M = \frac{13}{3}$ . Тогда по м. Пиф.

$$R = I_1 K = \sqrt{I_1 M^2 - MK^2} = \sqrt{\frac{169}{9} - 10} = \frac{\sqrt{79}}{3}. \text{ Ответ: } \frac{\sqrt{79}}{3}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 8 \sin \frac{\pi}{14} \cos^2 \frac{\pi}{14} - 4 \cos^2 \frac{\pi}{14} \sin \frac{\pi}{14} + 4 \sin^3 \frac{\pi}{14} - 4 \cos^2 \frac{\pi}{14} + 4 \sin^2 \frac{\pi}{14}$$

$$+ 5 \sin \frac{\pi}{14} \quad \vee \quad 0$$

$$16 \sin^3 \frac{\pi}{14} + 8 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 7 \sin \frac{\pi}{14} + 1 \quad \vee \quad 0$$

Если  $\sin \frac{\pi}{14} < \frac{1}{4}$ , то правая часть больше, если

$\sin \frac{\pi}{14} > \frac{1}{4}$ , то левая часть больше

Т.к.  $\frac{\pi}{16} < \frac{\pi}{14}$ , то  $\sin \frac{\pi}{16} < \sin \frac{\pi}{14}$ . Сравним  $\sin \frac{\pi}{16}$

и  $\frac{1}{4}$ . Для этого найдем  $\sin \frac{\pi}{16}$ .

$$\cos \frac{\pi}{8} = \frac{\cos \frac{\pi}{4} + 1}{2} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} + 1}{2} = \frac{\sqrt{2} + 2}{4}$$

$$\cos \frac{\pi}{16} = \frac{\cos \frac{\pi}{8} + 1}{2} = \frac{\frac{\sqrt{2} + 2}{4} + 1}{2} = \frac{\sqrt{2} + 2 + 4}{8} = \frac{\sqrt{2} + 6}{8}$$

$$\sin \frac{\pi}{16} = \sqrt{1 - \cos^2 \frac{\pi}{16}} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{2} + 6}{8}\right)^2} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2} + 2}}{2}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Т.к.  $\frac{\pi}{14} < \frac{\pi}{12}$ , то  $\sin \frac{\pi}{14} < \sin \frac{\pi}{12}$ . Сравним  $\sin \frac{\pi}{12}$  и  $\frac{1}{4}$

$$\sin \frac{\pi}{12} = \sin \left( \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} \right) = \sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

$$\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} > \frac{1}{4}$$

$$\sqrt{6} - \sqrt{2} > 1$$

$$6 + 2 - 2\sqrt{12} > 1$$

$$7 > 2\sqrt{12}$$

49 > 48, значит  $\frac{1}{4}$  ~~меньше~~ меньше, но не сильно.

Значит вернее  $\frac{\pi}{14}$  меньше  $\frac{1}{4}$ , ведь  $\sin \frac{\pi}{16}$  мен-

ше  $\frac{1}{4}$ , но не сильно  $\left( \sin \frac{\pi}{16} = \frac{\sqrt{12^2 + 2^2} + 2}{2} \right)$

Следовательно,  $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$  больше.

$$\text{Ответ: } 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Кол-во пирамид, когда 4 точки какие-то точки из 7 в плоскости  $\alpha$  явл-ся основанием:

$$5 \cdot (C_7^3 + C_7^4 + C_7^5 + C_7^6 + C_7^7) = 5 \cdot (2^7 - C_7^2 - C_7^1) = 5 \cdot (128 - 21 - 7) = 500$$

Кол-во пирамид, когда какие-то точки из 5 вне плоскости  $\alpha$  явл-ся основанием пирамиды:

Т.к. они вне плоскости  $\alpha$ , то выбрав любые 3 в этой плоскости не будет 4-ой точки.

$$C_5^3 \cdot C_{12}^1 = 10 \cdot 12 = 120$$

Кол-во пирамид, когда 2 точки из вне, 2 из плоск.,

$$C_5^2 \cdot C_{12}^2 = 10 \cdot 66 = 660$$

$$\text{Всего } 500 + 120 + 660 = 1280$$

Ответ: 1280



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$x(\ln 4 + \ln 4) + y(\ln 4 + \ln 2) + z(\ln 4 + \ln 6) = \ln 6$$

$$\ln 4 ($$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$$

$$\ln(16^x \cdot 8^y \cdot 24^z) = \ln 6$$

$$9k^2 + 6k + 1 + 16k^2 + 16k + 4 + 1$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6$$

$$25k^2 + 22k + 6$$

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 2^{3z} \cdot 3^z = 2 \cdot 3$$

$$\frac{-22}{50} \quad \frac{+22^2}{50 \cdot 2} = \frac{22 \cdot 22}{50} + 6$$

$$2^{(4x+3y+3z)} \cdot 3^z = 2 \cdot 3, \text{ т.к. целое, то } z = 1 \quad \frac{-22^2}{100} + 6$$

$$2^{4x+3y+3} = 2$$

$$x = 3k + 1 \quad 1$$

$$y = -4k - 2 \quad -2$$

$$4x + 3y + 3 = 1$$

$$12k + 4 - 12k - 6 = -2 \quad \checkmark$$

$$4(3k+1) + 3(-4k-2)$$

$$\begin{array}{r} 22 \cdot 22 \\ \sqrt{22} \\ 44 \quad 1044 \quad 5 \\ 484 \quad - \\ \quad -14 \\ \quad \quad 09 \\ \quad \quad \quad 54 \end{array}$$

$$4x + 3y = -2$$

$$12k + 4 = -3y - 2$$

$$12k + 6 = -3y$$

$$y = -4k - 2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = x^2 + \frac{16x^2 + 16x + 4}{9} + 1 \neq 9$$

$$1300 - 256 = \frac{1044}{100 \cdot 9}$$

$$9x^2 + 16x^2 + 16x + 4 + 9$$

$$= \frac{116}{100} > 1$$

$$\frac{25x^2 + 16x + 13}{9}$$

т.к.  $ax^2 + bx + c$  и  $a > 0$  наим. зн.

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-16}{50}$$

$$\frac{16^2}{50 \cdot 2 \cdot 9} - \frac{16^2}{50 \cdot 9} + \frac{13}{9} = -\frac{16^2}{50 \cdot 2 \cdot 9} + \frac{13}{9}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{\pi}{14} - 4 \cos \frac{\pi}{7} \sin \frac{\pi}{14} - 4 \cos \frac{\pi}{7} + 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$\sin \frac{\pi}{7} = 2 \sin \frac{\pi}{14} \cos \frac{\pi}{14}$$

$$\cos \frac{\pi}{7} = \cos^2 \frac{\pi}{14} - \sin^2 \frac{\pi}{14}$$

$$\sqrt{\frac{\cos 45 + 1}{2}} = \sqrt{\frac{\sqrt{2} + 2}{4}}$$

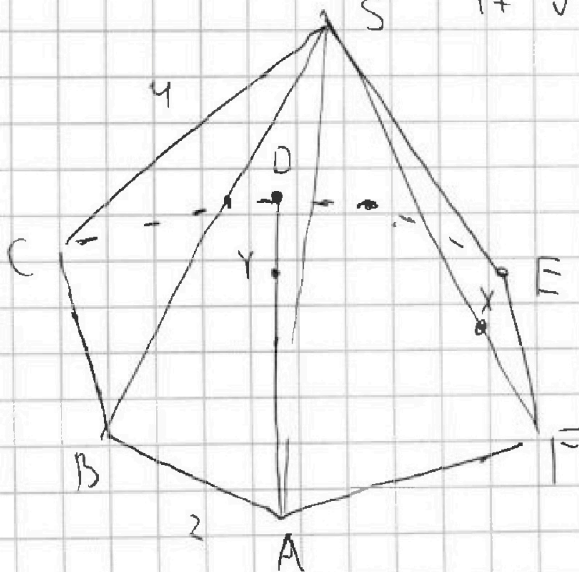
$$\cos 11,25 = \sqrt{\frac{\sqrt{2} + 2}{4} + 1}$$

$$5 - 8 \sin \frac{\pi}{14} \cos^2 \frac{\pi}{14} - 4 \cos^2 \frac{\pi}{14} \sin \frac{\pi}{14} + 4 \sin^3 \frac{\pi}{14} - 4 \cos^2 \frac{\pi}{14} + 4 \sin^2 \frac{\pi}{14} + 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 8 \sin \frac{\pi}{14} (1 - \sin^2 \frac{\pi}{14}) - 4 (1 - \sin^2 \frac{\pi}{14}) \sin \frac{\pi}{14} + 4 \sin^3 \frac{\pi}{14} - 4 + 4 \sin^2 \frac{\pi}{14} + 4 \sin^2 \frac{\pi}{14} + 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$8 \sin^3 \frac{\pi}{14} + 4 \sin^3 \frac{\pi}{14} + 4 \sin^2 \frac{\pi}{14} + 8 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 8 \sin \frac{\pi}{14} - 4 \sin \frac{\pi}{14} + 5 \sin \frac{\pi}{14} + 1$$

$$16 \sin^3 \frac{\pi}{14} + 8 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 7t + 1 < 0$$



геометрия

$$17 \sqrt{16 \sqrt{2}} + \frac{1}{8}$$



$$2 + 2 - 3,5 + 1$$

$$16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 < 0$$

$$\frac{1}{4} \sqrt{\frac{2}{4}} \frac{7+4}{4} \frac{1}{4}$$

$$\frac{180}{x} = 15$$

$$\frac{120}{15} = x \cdot 12$$

$$\frac{45}{2} = 22,5$$

$$11,25$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$16t^3 + 8t^2 - 7t + 1$$

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 4 \sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{\pi}{14} - 4 \cos \frac{\pi}{7} \sin \frac{\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 8 \sin \frac{\pi}{14} \cos^2 \frac{\pi}{14} - 4 \cos^2 \frac{\pi}{14} \sin \frac{\pi}{14} + 4 \sin^3 \frac{\pi}{14} \quad \vee$$

$$4 \cos^2 \frac{\pi}{14} - 4 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 5 \sin \frac{\pi}{14} = 4 - 8 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$1 - 12 \sin \frac{\pi}{14} + 16 \sin^3 \frac{\pi}{14} \quad \vee \quad -8 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$1 - 7 \sin \frac{\pi}{14} + 16 \sin^3 \frac{\pi}{14} \quad \vee \quad -8 \sin^2 \frac{\pi}{14}$$

$$1 - \sin \frac{\pi}{14} (7 - 16 \sin^2 \frac{\pi}{14})$$

$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$   
 $2\cos^2 \alpha - 1$

$$\sin \frac{\pi}{12} = \sin \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{3} \right) = \frac{\sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{3} - \cos \frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{3}}{2} \quad \cos \alpha = \sqrt{\frac{\cos 2\alpha + 1}{2}}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sin 2\alpha}{2 \cos \alpha} \quad \frac{\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}}{2} \quad \vee \quad \frac{1}{4}$$

$$\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$\sin \frac{\pi}{14} > \sin \frac{\pi}{7} > \sin \frac{\pi}{10}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin \frac{\pi}{16}$$

$$\vee \frac{1}{4}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\frac{\sqrt{2 - \sqrt{2+2}}}{2}$$

$$\vee \frac{1}{4}$$

 $\uparrow^2$ 

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

$$\frac{2 - \sqrt{2+2}}{4}$$

$$\vee \frac{1}{16}$$

 $/ \times 4$ 

$$1 - \sqrt{1 - \dots}$$

$$2 - \sqrt{2+2}$$

$$\vee \frac{1}{4}$$

$$\sin \frac{\pi}{12} = \sin \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{3} \right) =$$

$$\sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{3} - \cos \frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{3}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{7}{4}$$

$$\vee \sqrt{2+2}$$

 $\uparrow^2$ 

$$\frac{49}{16}$$

$$\vee \sqrt{2+2}$$

$$\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

$$\vee \frac{1}{4}$$

$$\frac{17}{16}$$

$$\vee \sqrt{2}$$

$$\sqrt{6} - \sqrt{2} \quad \vee \quad 1$$

$$6 + 2 - 2\sqrt{12} \quad \vee \quad 1$$

$$\sin \frac{\pi}{12} > \frac{1}{4}$$

$$\vee \frac{\sin \frac{\pi}{12}}{14}$$

$$\frac{7}{4} \quad \vee \quad 2\sqrt{12}$$

$$49 \quad \vee \quad 48$$

$$\sin \frac{\pi}{16}$$

$$\sin^2 \frac{\pi}{4} = 1 - \cos$$

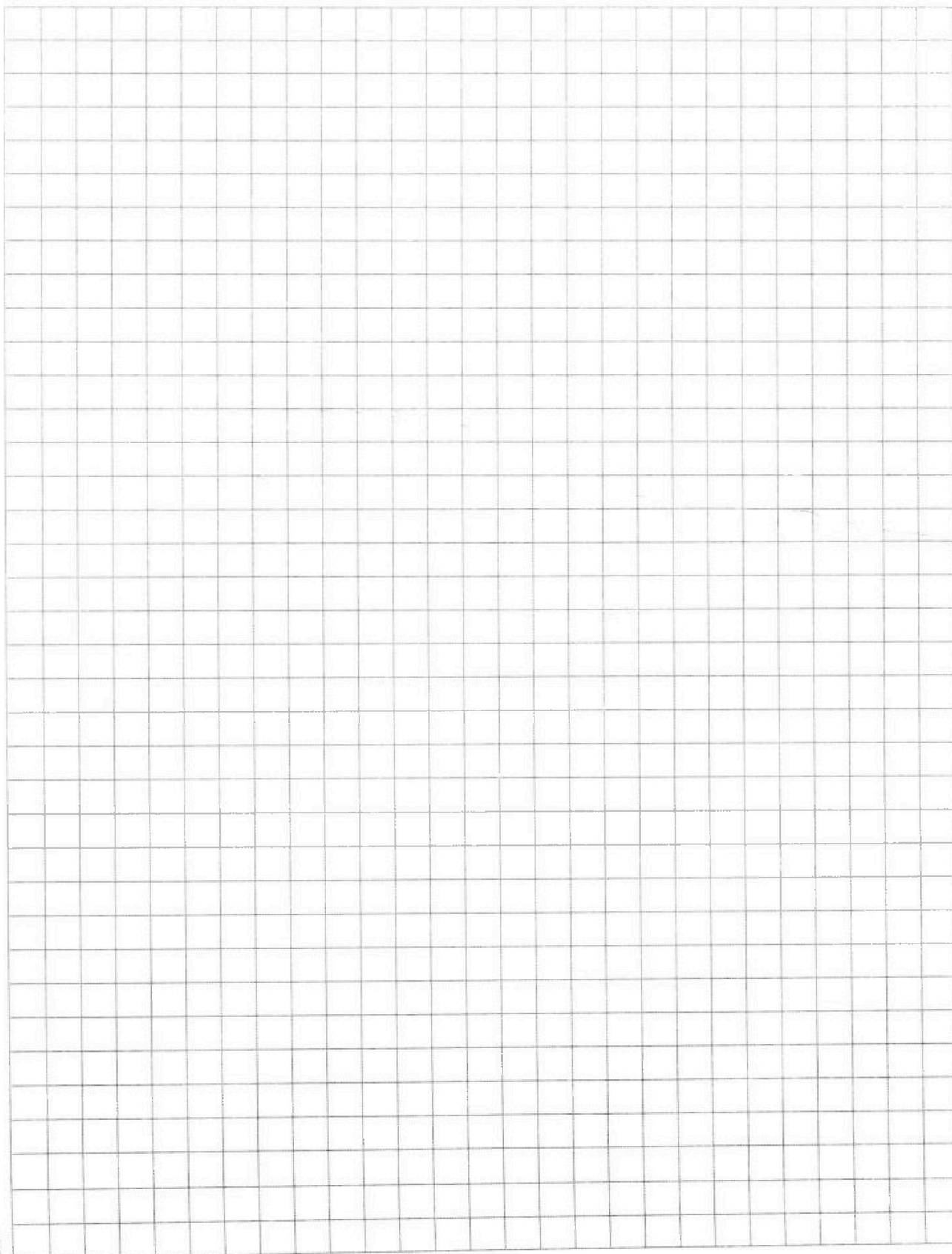


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$16 \quad 17 \quad 22$$

$$n, n+1, \dots, n+6$$

$$(p-q)(p+q) = 792$$

$$7n+21 \quad \frac{16}{112} \quad 133$$

$$89 \quad 6n+21 \quad 59$$

$$82 \quad 6n+20 \quad 90$$

$$81 \quad 6n+19 \quad 97 \quad \cancel{105}$$

$$80 \quad 6n+18 \quad 96 \quad \cancel{104}$$

$$87 \quad 6n+17 \quad 95 \quad \cancel{103}$$

$$88 \quad 6n+16 \quad 94 \quad \cancel{102}$$

$$87 \quad 6n+15 \quad 93 \quad \text{все} \quad \text{сумма} \geq 21 \quad \frac{16}{36} \quad \cancel{114}$$

$$5-4 \sin 3d \quad p-q = 1 \dots 6 \quad 1, 2, 3, 4, 6 \quad 4$$

$$4 \cos 2d - 5 \sin d \quad p+q = 12n + 31 \dots 41 \quad \geq 43 \quad \div 9 : 2 : 11$$

$$5 \cdot C_{12}^3 + C_{12}^{12} \quad 2p = 12n + 32 \dots 47 \quad p-q \quad \div 3$$

$$5(2^{12} - C_{11}^2 - C_{11}^1) = 6n + 16 \dots 24 \quad p+q \quad \div 3$$

$$C_5^3 \cdot 12 \quad p-q = 4 \quad 2p \quad \div 3$$

$$p+q = 198$$

$$77 \quad 12$$

$$82 \quad 13$$

$$2p = 202$$

$$p = 101$$

$$q = 97$$

$$n = 16$$

$$6n + m$$

$$6n + k$$

$$792 \mid 2$$

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 792} \\ \underline{6} \phantom{0} \\ 19 \phantom{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \phantom{0} \overline{) 198} \\ \underline{18} \phantom{0} \\ 18 \phantom{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \phantom{0} \overline{) 180} \\ \underline{18} \phantom{0} \\ 0 \end{array}$$

$$12 \quad 18 \quad 78$$

$$16$$

$$2 \mid 396$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 396} \\ \underline{2} \phantom{0} \\ 198 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 198 \overline{) 198} \\ \underline{198} \\ 0 \end{array}$$

$$18 \quad 99$$

$$78$$

$$2 \mid 33$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 33} \\ \underline{2} \phantom{0} \\ 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \overline{) 16} \\ \underline{16} \\ 0 \end{array}$$

$$8$$

$$264$$

$$16 \cdot 49 = 792$$

$$8 \cdot 99 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$$

$$1 \cdot 792$$

$$2 \cdot 396$$

$$3 \cdot 264$$

$$4 \cdot 198$$

$$6 \cdot 132$$

$$8 \cdot 99$$

$$9 \cdot 88$$

$$12 \cdot 66$$

$$18 \cdot 44$$

$$36 \cdot 22$$

$$72 \cdot 11$$

$$36 \cdot 22$$

$$24 \cdot 33$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p - q = 2$$

$$p + q = 396$$

$$2p = 398$$

$$p = 199 \quad q = 197$$

$$6n + 15 \dots 21$$

$$n = 30$$

$$6n + 15 \quad 195$$

$$196$$

$$197$$

$$198$$

$$199$$

$$200$$

$$201$$

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \quad \vee 4 \cos \frac{\pi}{7}$$

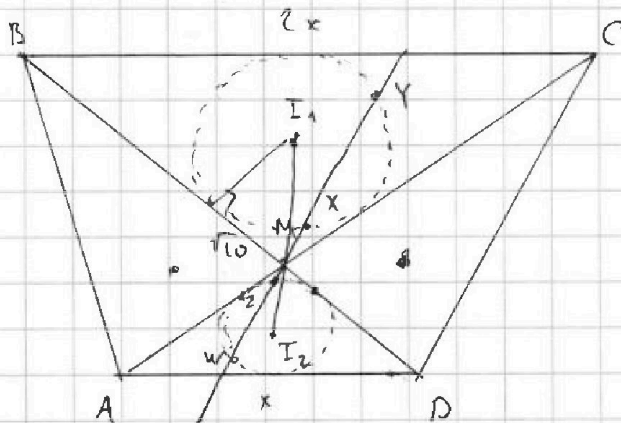
$$\sin \frac{3\pi}{14} = \sin \left( \frac{\pi}{7} + \frac{\pi}{14} \right)$$

$$\sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{\pi}{14} + \cos \frac{\pi}{7} \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 4 \sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{\pi}{14} - 4 \cos \frac{\pi}{7} \sin \frac{\pi}{14}$$

$$2 \sin^2 \frac{\pi}{7} + 2 \cos^2 \frac{\pi}{7} + 2 \sin^2 \frac{\pi}{14} + 2 \cos^2 \frac{\pi}{14}$$

$$\left( 2 \sin \frac{\pi}{7} - \cos \frac{\pi}{14} \right)^2$$



$$I_1 M : I_2 M = 2 : 1$$

$$13/2 = 3 I_2 M$$

$$\frac{13}{6} = I_2 M$$

$$R^2 + 10 = I_1 M^2 = \left( \frac{13}{3} \right)^2$$

$$MZ \cdot MW = MZ \cdot \frac{MY}{2} = \frac{5}{2} = 2,5$$

$$R^2 = \frac{169}{9} - 10 = \frac{169 - 90}{9} = \frac{79}{9}$$

$$\frac{-169}{90} = \frac{79}{9}$$