



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 4

1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{\frac{13x - 35}{(x + 1)^3}}$, тринадцатый член равен $5 - x$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{(13x - 35)(x + 1)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколько способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~1

$\{a_i\}$ - геометрическая прогрессия.

$$a_7 = \sqrt{\frac{13x - 35}{(x+1)^3}}$$

$$a_{13} = 5 - x$$

$$a_{15} = \sqrt{(13x - 35)(x+1)} \quad \left| \begin{array}{l} (x - \frac{35}{13})(x+1) \geq 0 \\ x+1 \neq 0 \end{array} \right. \quad \text{ОДЗ: } \left. \begin{array}{l} x \neq -1 \\ x \in (-\infty; -1) \cup (\frac{35}{13}; +\infty) \end{array} \right. \quad \text{!!}$$

Пусть d - знаменатель геометрической прогрессии a_i :

$$a_{15} = a_7 \cdot d^8$$

$$\sqrt{(13x - 35)(x+1)} = \sqrt{\frac{13x - 35}{(x+1)^3}} \cdot d^8$$

~~$$(13x - 35)(x+1)^2$$~~

~~$\sqrt{13x - 35}$~~ ~~$\sqrt{x+1}$~~

$$d^8 = \frac{(13x - 35)(x+1)(x+1)^3}{(13x - 35)} = (x+1)^4$$

~~$$d^4 = \sqrt[4]{(x+1)^2} = \sqrt[4]{(x+1)^2} \cdot \cancel{(x+1)^2} = \cancel{(x+1)^2}$$~~

~~$$d^6 = \sqrt[6]{(x+1)^5}, x \geq -1 \quad (1)$$~~

~~$$d^6 = \sqrt[6]{-(x+1)^3}, x \leq -1 \quad (2)$$~~

$$\textcircled{1} \therefore a_{15} = a_7 \cdot d^8 \Rightarrow 5 - x = \sqrt{\frac{13x - 35}{(x+1)^3} \cdot (x+1)^3} = \sqrt{13x - 35}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается чёрновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - x = \sqrt{3x - 35}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \leq 5 \\ 25 - 10x + x^2 = 13x - 35 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \leq 5 \\ x^2 - 23x + 60 = 0 \\ D = 529 - 240 = 289 = 17^2 \\ x = \frac{23 \pm 17}{2} \end{array} \right. \begin{array}{l} // 20 > 5 \\ \downarrow \\ x = 3, \text{ноги} \end{array}$$

$x = 3 \geq 1, \text{ ноги.}$

$$\textcircled{2} \quad x \leq -1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \leq 5 \\ 25 - 10x + x^2 = 35 - 13x \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \leq 5 \\ x^2 + 3x - 10 = 0 \\ x = -5, \text{ ноги, } x \leq 5 \\ x = 2, \text{ не ноги, } x > -1 \end{array} \right.$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2}: \begin{cases} x = 3 \\ x = -5 \end{cases}$$

Ответ: 3; -5;



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~2.

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{9-x-2} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+2} \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-x^2} \end{cases}$$

Рассм. $f(y) = |y+1| + 3|y-12|$

1) $y \geq 12 : f(y) = 4y - 35$

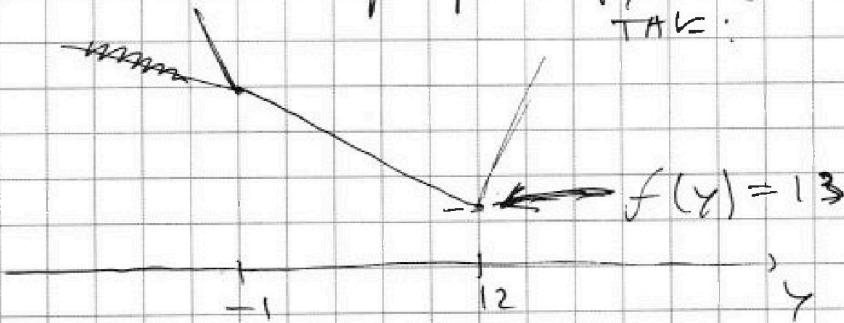
2) $y \in [-1; 12] : f(y) = -2y + 37$

3) $y < -1 : f(y) = -4y + 35$

На промежутке $y \in (-1; 12)$ $f(y)$ принимает в силу своей монотонности значения от

$f(12) = -24 + 37 = 13$ до $f(-1) = 39$.

Схематично график функции выглядит так:



~~Доказать, что $f(y) \in [13; +\infty)$~~

Рассм. $g(z) = \sqrt{169-z^2} \in (0; 13]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & (y+1) + 3|y-12| = \sqrt{169 - z^2} \\ & \in (13; +\infty) \quad \text{II} \quad \in (0; 13) \\ \left\{ \begin{array}{l} (y+1) + 3|y-12| = 13 \\ \sqrt{169 - z^2} = 13 \end{array} \right. & \Leftrightarrow \begin{cases} y = 12 \\ z = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

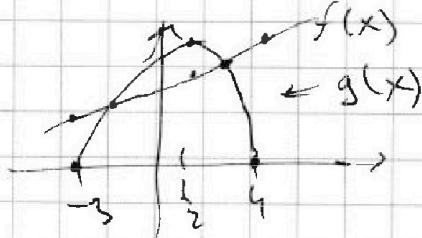
$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{4+x-x^2} \\ y = 12 \\ z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2} \\ 0 = 148 = 7^2 \\ t = \frac{1 \pm 7}{2} = -3 \end{cases}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{-(x-4)(x+3)}$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} (x+4)(x+3) \leq 0 \\ x+3 \geq 0 \\ x-4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3 \geq 0 \\ x-4 \leq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -3 \\ x \leq 4 \end{cases} \Rightarrow x \in [-3; 4]$$

Это уравнение имеет два решения,



Отвр: (x_1, y, z) : $(x_1; 12; 0)$
 $(x_2; 12; 0)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~3.

$$\cos^3 x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos^2 x - 3 + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3 = p$$

ЗАМЕНА: $\cos x = t \in [-1; 1]$

НУЧГИ: $f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3$

$$f'(t) = 12t^2 + 12t + 3 = 3(4t+1)^2 \geq 0$$

\downarrow
 $f(t)$ монотонно возраст.

т.к. $f(t)$ монотонно возрастает, то она принимает все ~~значения~~ значения от своего минимума при $t = -1$ до ^{на $t \in (-1; 1)$} максимума при $t = 1$.

$$t = -1: f(-1) = -4 + 6 - 3 - 3 = -4$$

$$t = 1: f(1) = 4 + 6 + 3 - 3 = 10$$

$$t \in (-1; 1) \Rightarrow f(t) \in [-4; 10]$$

$$f(t) = p \in [-4; 10]$$

Ответ: $p \in [-4; 10]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

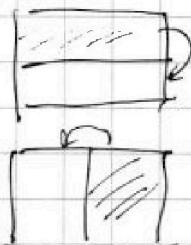
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~5.

$$200 \cdot 250 = 50000 \text{ клеток}$$



симметрии от средних линий

$$C_{25000}^4 + C_{25000}^4$$

Среди них встречаются такие, которые симметричны относительно обеих линий.

2	1
3	4

1 зеркально с 2,
4 зеркально с 3,
1 зеркально с 4

\Rightarrow 2 зеркально с 3 \Rightarrow

\Rightarrow нет пары 1, 2, 3, 4 является одна-
кою, но по разному повернуты
пластинка или же зеркало. Всего
таких симметрий $\frac{1}{2} \cdot C_4^2$ от средних
линий возможных:

$$C_2^2$$

$$C_2^2 \cdot 12500$$

И есть $2 \cdot C_{2500}^4 - C_{12500}^2$. Здесь первые
слева все четырехугольники симметричны,
ниже не пар ТАКИХ



Всего таких симметрий

$$2 \cdot C_{2500}^4 + 2 \cdot C_{12500}^3 \cdot 12500 +$$

$$+ C_{12500}^2 \cdot (C_{12500}^2 - 1)$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего симметрий будет:

$$2 \cdot C_{50000}^4 - C_{12500}^2 + 2C_{12500}^4 + \\ + \cancel{12500} \frac{25000}{2} C_{12500}^3 + (C_{12500}^2)^2 - \\ - C_{12500}^4$$

Отвр.: $2 \cdot C_{50000}^4 + 2C_{12500}^4 + 25000 C_{12500}^3 + \\ + (C_{12500}^2)^2 - 2C_{12500}^4$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~6.

$$(\alpha, b, c) \in \mathbb{Z} : \begin{aligned} 1) \quad & \alpha > b \\ 2) \quad & \alpha - b \not\equiv 3 \\ 3) \quad & (\alpha - c)(b - c) = p^2 \\ 4) \quad & \alpha + b^2 = 560 \end{aligned}$$

3) $(\alpha - c)(b - c) = p^2$, p - простое, значит PA 300 чём ма случаи:

$$\begin{cases} \alpha - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases} \Rightarrow b - c > \alpha - c \quad b > \alpha - \text{не получится}$$

$$\begin{cases} \alpha - c = b - c = p \Rightarrow \alpha = b = t \end{cases}$$

$$\text{б3 4)} \quad t^2 + t - 560 = 0$$

$$D = 1 + 2240 = 2241 =$$

$$= 9 \cdot 249 =$$

$$= 9 \cdot 3 \cdot 83$$

$$t = \frac{-1 \pm 3\sqrt{3 \cdot 83}}{2} - \text{непра-}$$

-чесимые числа,
~~значит~~ не получится, т.к.

$$\alpha, b \in \mathbb{Z}$$

$$p^2 - 1 \not\equiv 0 \pmod{3} \quad p^2 \not\equiv 1 \pmod{3}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (p-1)(p+1) \not\equiv 0 \pmod{3} \\ p-1 \not\equiv 0 \pmod{3} \\ p+1 \not\equiv 0 \pmod{3} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} p \not\equiv 1 \pmod{3} \\ p \not\equiv 2 \pmod{3} \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{c} \Downarrow \\ p \equiv 0 \pmod{3} \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha - c = 9 \\ b - c = 1 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \alpha = 9+c \\ b = c+1 \end{array} \right.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{н} 3 \quad 4) \quad a + b^2 = 560$$

$$g + c + (1+c)^2 = 560$$

$$g + c + 1 + 2c + c^2 = 560$$

$$c^2 + 3c - 550 = 0$$

$$D = g + 2200 = 2209 = 47^2$$

$$c = \frac{-3 \pm 47}{2} \quad \begin{matrix} \nearrow -25 \\ \searrow 22 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} a = g - 25 = -16 \\ b = -25 + 1 = -24 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow a = g + 22 = 31$$

$$b = 1 + 22 = 23$$

Математичні тройки

$$(a, b, c) : \begin{pmatrix} 31, 23, 22 \\ -16, -24, -25 \end{pmatrix}$$

$$4) \quad a - c = -1 \quad a < c > b - c \rightarrow a > b, \text{ тауx.}$$

$$b - c = -p^2$$

$$a - b = (a - c) + (b - c) = -1 + p^2 \quad \cancel{\text{з}}$$

Але я змінив після

$$3: \quad p = 3$$

$$\begin{cases} a = c - 1 \\ b = c - 9 \end{cases} \Rightarrow \text{н} 3 \quad 4) \quad a + b^2 = 560$$

$$c - 1 + c^2 - 18c + 81 = 560$$

$$c^2 - 17c + 80 - 560 = 0$$

$$c^2 - 17c - 480 = 0$$

$$D = 17^2 + 1920 =$$

$$= 289 + 1920 = 2209 = 47^2$$

$$c = \frac{17 \pm 47}{2} \quad \cancel{\text{з}} \quad \begin{matrix} \nearrow 32 \\ \searrow -15 \end{matrix}$$

$$c = 32: \quad b = 32 - 9 = 23 \quad c = -15: \quad b = -15 - 9 = -24$$

$$c = -15: \quad a = -15 - 1 = -16 \quad (-16, -24, -15)$$

Математичні тройки: (a, b, c) :
 $(31, 23, 22)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5) a - c = b - c = -p \Rightarrow a = b = t$$

Аналогично что пункту a^2 t не может быть иррациональным числом из $\{b - b\}$.

$$6) a - c = -p^2 \quad b - c > a - c \\ b > a, \text{ не могут} \\ b - c = -1$$

Ответ: (a, b, c) :

$$(31, 23, 22), (-16, -24, -25)$$

$$(-16, -24, -15), (31, 23, 32)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2 \cdot \sqrt{12+x-x^2}$$

$$x^2 - x - 12 = 0 \Rightarrow x_1 = 4, x_2 = -3$$

$$x \leq 4$$

$$D = 1 + 48 - 7 = 42$$

$$t = \frac{1 \pm \sqrt{42}}{2} = -3, 7$$

$$-(x+3)(t-4) \geq 0$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{-(x-4)} + 5 = 2 \cdot \sqrt{-3}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2 \sqrt{ab}$$

$$ab = \frac{4+3}{2} = \frac{7}{2}$$

$$ab(4+3\sqrt{ab}+9) = 2\sqrt{ab}(2\sqrt{ab}+1)$$

$$a - b + 5 = 2ab \Rightarrow a \cdot b(2a+1) = a+b$$

$$x=4 : \sqrt{7} + 5 = 20 \quad b = \frac{a+5}{2a+1} = \frac{1}{2} \left(\frac{2a+30}{2a+1} \right)$$

$$2\sqrt{3,5} + 5 = 2\sqrt{\frac{49}{4}} = 2 \cdot \frac{7}{2} = 7 \quad \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{3}{2a+1}$$

$$7 - 2\sqrt{(x+3)(4-x)} = 4(\dots) - 20\sqrt{t+25}$$

$$2 \cdot \frac{7}{2} = 7 \text{ max}$$

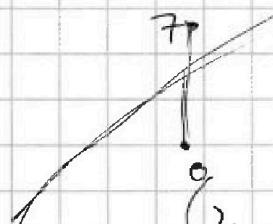
$$|\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5| = \frac{1}{2\sqrt{x+3}} + \frac{1}{2\sqrt{4-x}} = 0$$

$$\sqrt{4-x} + \sqrt{x+3} \geq 0$$

$$4-x = x+3$$

$$x = 2 \frac{1}{2}, \quad 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$(2\sqrt{12+x-x^2})' = \frac{-2x+1}{\sqrt{12+x-x^2}} =$$



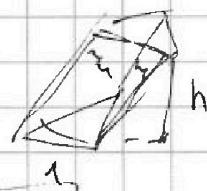


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$a_{17} = \sqrt{\frac{13x - 35}{(x+1)^3}} \quad a_{13} = a_7 \cdot d^6$$

$$a_{13} = 5-x = \sqrt{\frac{13x - 35}{(x+1)^3}} \cdot d^6$$

$$a_{15} = \sqrt{(13x - 35)(x+1)} = \sqrt{\frac{13x - 35}{(x+1)^3} \cdot d^2}$$

$$(5-x) \cdot \sqrt{\frac{(x+1)^3}{13x - 35}} = \left(\sqrt{\frac{13x - 35}{(x+1)}} \cdot \sqrt{\frac{(x+1)^3}{13x - 35}} \right)^3$$

$$(5-x) =$$

$$\sqrt{\frac{(x+1)^3}{13x - 35}} \left(5-x - \left(\sqrt{\frac{13x - 35}{(x+1)}} \cdot \frac{(x+1)^3}{13x - 35} \right)^2 \right) = 0$$

$$x = -1$$

$$5-x - (x+1)^4 \cdot \sqrt{\frac{13x - 35}{(x+1)}} = 0$$

$$7 \quad 13 \quad 15$$

$$\cos^3 x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\cos^3 x + 3 \cos^2 x + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 3(2 \cos^2 x - 1) + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos^2 x - 3 + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3 = p$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается чёрновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \in \mathbb{R}: a_7 = \sqrt[3]{\frac{13x - 35}{(x+1)^3}} = ad^{\frac{6}{3}} \quad \text{---} \quad b \cancel{d^6}$$

$$a_{13} = 5 - x = ad^{\frac{12}{3}} = b \cancel{d^6}$$

$$a_{15} = \sqrt[3]{(13x - 35)(x+1)^3} = ad^{\frac{18}{3}} = b \cancel{d^8}$$

$$(5 \cancel{x}) \quad d = \sqrt[3]{\frac{1}{x+1}} \quad d^6 = \frac{1}{(x+1)^3}$$

$$d^8 = \frac{bd^8}{5} = \sqrt{(x+1)(x+1)^3} = (x+1)^2$$

$$d^4 = x+1 \Rightarrow d^6 = \pm (x+1)\sqrt{x+1}$$

$$(13x - 35)(x+1) \geq 0 \quad 1) \oplus :$$



$$x \in (-\infty; -1) \cup \left[\frac{35}{13}; +\infty\right)$$

$$-x \in \left(-\infty; -\frac{35}{13}\right] \cup (1; +\infty) \quad 5-x = \sqrt[3]{13x-35}$$

$$5-x \in \left(-\infty; +\frac{35}{13}\right) \cup (6; +\infty) \quad 5-x \geq 0$$

$$5-x = \sqrt[3]{13x-35} \quad x \leq 5$$

~~5~~

$$25 - 10x + x^2 = 35 - 13x$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$D = 9 + 40 = 49$$

$$-3 \pm 7$$

$$x = \frac{-3 \pm 7}{2} = \cancel{-5}$$

$$\begin{aligned} 5 - x &= \sqrt[3]{13x-35} \\ 25 - 10x + x^2 &= 13x - 35 \\ x^2 - 23x + 60 &= 0 \\ D = 23^2 - 240 &= 529 - 240 = 329 - 40 = 289 = 17^2 \\ x &= \frac{23 \pm 17}{2} = \boxed{17} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страшицы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{1-x} + 5 = 2 \sqrt{(-x-4)(x+3)}$$

\leftarrow now how???

$$(-3; 4)$$

$$f(x) \in [5 - \sqrt{7}, 5 + \sqrt{7}] \quad f(4) = 5 + \sqrt{7}$$

$$g(x) \in \{0, 1\} \quad g(\frac{1}{2}) = 1 \quad g(4) = 0$$

$$a - b + \sqrt{5} = 2ab$$

$$a + b + \sqrt{5} = -2ab$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 4ab$$

$$(a - b)^2 = 4ab$$

$$\begin{aligned} u - b + 5 &= 2 \cancel{ab} \\ \cancel{ab} &\quad ab + b - 2,5 = -ab + a + 2,5 = \\ m(b) &\quad m(a) \\ u k + k - 2,5 &= -ab + a + 2,5 \\ u k + -ab + a + 5 &= \\ k = \frac{-ab + a + 5}{a + 1} \end{aligned}$$

$$a(-b+1) + 2, 5 = - (ab - a - 2, 5)$$

$\neg \sqrt{x} \neq \sqrt{-x}$

$$DE + \text{[Diagram]} = a - b = 2\sqrt{b} \quad Ba^2 - x^3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a, b, c) \in \mathbb{Z} : \begin{array}{l} 1) a > b \\ 2) a - b \neq 3 \\ 3) (a-c)(b-c) = p^2 \\ 4) a+b = 560 \end{array}$$

~~1) $a > b$~~

~~2) $a - b \neq 3$~~

~~3) $(a-c)(b-c) = p^2$~~

~~4) $a + b = 560$~~

$p^2 + r - 560 = 0$

$p = 1 + 2 + 40 = 2249$

$\Rightarrow 3 - 2 = 49$

$(a-c)(b-c) = p^2$

$a \rightarrow b$

$a - c > b - c$

1) $a - c = 1$

2) $b - c = p^2$

3) $a - c = b - c = p$

3) $b - c = p$

$a - c = p$

$a - b = (a-c) - (b-c) \neq 3 \Rightarrow p^2 - 1 \neq 3$

$3 - 1 \neq 3$

$0 - 1 \neq 3$

~~$p = 23$~~

$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2 \sqrt{(x+3)(4-x)}$

$f(x) - g(x) + 5 = 2 f(x) \cdot g(x)$

$\sqrt{x+3}(4-x) = k \cdot b$

$k \cdot b = ab$

$k = a$

$b = b$

$f(x+3)(\sqrt{4-x} - 1) = -\sqrt{4-x}(f+3+1)$

$a - b + 5 = 2ab$

$ab + b = 2ab + a + 5$

$x_0 = x_0 - 2(x_0 - 1)$

$x_0 = -x_0 + 1$

$\sqrt{x_0+3} + 5 = \sqrt{(x_0+3)(4-x_0)}$

$\sqrt{ab} - b = 2ab$

$\frac{a}{b} - 1 = 2n$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{t+3} - \sqrt{-x} + 5 = 2\sqrt{a(-a+7)}$$

$$a+b-5 = 2ab$$

$$a^2 + b^2 + ab - 5 = (a+b)^2 - \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

$$(a + \frac{1}{2})^2 + (b + \frac{1}{2})^2 + \frac{9}{4} = (a+b)^2$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{-a+7} + 5 = 2\sqrt{a(-a+7)}$$

$$a - a + 7 = 7$$

$$a - \sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2\sqrt{ab}$$

$$(\sqrt{a} + \frac{1}{2})^2 + (\sqrt{b} - \frac{1}{2})^2 + \frac{9}{4} = (a+b)^2$$

$$(\sqrt{a} + \frac{1}{2})^2 + (a -$$

3) 7)

6,5

0,5

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 12 = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$$

3) 7)

4)

$$\frac{13}{2} \cdot \frac{1}{7} = \frac{13}{14} \cdot \frac{1}{2} : \left(\begin{array}{l} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{array} \right)$$

$$\boxed{3} = \boxed{7} \Rightarrow \boxed{3}$$

$$2 - \sqrt{3} + 5 = 2\sqrt{12} = 4\sqrt{3}$$

$$2 \cdot \sqrt{5} - \sqrt{2} + 5 = 2\sqrt{10}$$

$$3: \quad 6 \quad 1$$

$$\sqrt{6} \cdot 4 = 2\sqrt{6}$$

$$+ 6 (10,7)$$

$$\sqrt{t} - \sqrt{-t+7} + 5 = 2\sqrt{t(-t+7)}$$

$$\boxed{3} = \boxed{7}$$

$$a + 10\sqrt{a} + 25 = 4ab + b + 4\sqrt{ab^2}$$

$$\sqrt{a}(10 - 4b) = 4ab + b - a - 25$$

$$a(10 - 4b) =$$

$$\cancel{\sqrt{a}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\because a, b, c \in \mathbb{R}: a > b$$

$$(a-b) \neq 3$$

$$(a-c)(b-c) = p^2, p \in \mathbb{P}$$

$$a+b^2 = 560$$

$$a > b:$$

$$b \in [1; 23]$$

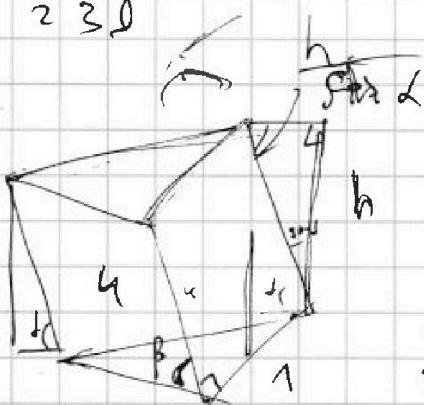
$$x = \frac{1}{2} \cdot 5 = 5 + 57$$

$$5 - 57 < 3$$

$$h = \sin \alpha$$

$$3k+1$$

$$\begin{matrix} 51 \\ 47 \\ 32 \\ 18 \\ 22 \end{matrix}$$



$$\begin{array}{r} 23 \\ 23 \\ 69 \\ 529 \\ 24 \\ 24 \\ 96 \\ 576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ 576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2500 \\ 9 = 9 \\ 8 = 4 \\ 7 = 9 \end{array}$$

$$S_3 = a \cdot 1 = \frac{h}{\sin \alpha} = 3$$

$$S_4 = a \cdot 1 \cdot \sin \beta = 4 \quad \text{mm}$$

$$h \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = 4$$

$$3 \sin \alpha \cdot 3 \sin \beta \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = 4$$

$$4t^3 + 6t^3 + 3t - 3 - p \sin \beta = \frac{4}{3}$$

$$y(t) = p \Rightarrow t = f^{-1}(p)$$

$$\text{out}$$

$$\cos \gamma = \sin \alpha \cos \gamma + \sin \gamma \sin \alpha \cos \alpha = \sin \alpha \cos \gamma + 2 \sin \alpha \cos \alpha =$$

$$= 2 \sin \alpha \cos^2 \alpha = \sin \alpha + 2 \sin \alpha \cos^2 \alpha = \sin \alpha (\cos^2 \alpha - 1)$$

$$\cos \gamma = \cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \sin \gamma = \cos^2 \alpha - \cos \alpha = 2 \sin^2 \alpha \cos \alpha$$

$$= 2 \cos^2 \alpha - \cos \alpha - 2 \cos \alpha + 2 \cos^2 \alpha$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

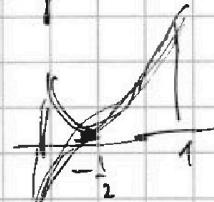
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(t) = 4t^3 + 6 \cos t^2 + 3 \cos t - 3 = p$$

$$f'(t) = 12t^2 + 12t + 3 = 0$$

$$4t^2 + 4t + 1 = 0$$

$$(2t+1)^2 = 0 \Rightarrow t = -\frac{1}{2}$$



$$t=1 : f(1) = 4+6+3-3=10$$

$$t=-\frac{1}{2} : f(-\frac{1}{2}) = -\frac{4}{8} + \frac{6}{4} + \frac{3}{2} - 3 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{3}{2} - 3 = -\frac{7}{2}$$

$$t=-1 : f(-1) = -4+6-3-3 = -4 < -\frac{7}{2}$$

$p \in (-4; 10]$ має країн.

$\forall \cos t \in [-1; 1] \quad \exists p \in [-4; 10]$ може.

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-z^2} \\ (y+1) + 3(y-12) = \sqrt{(6z-z^2)^2} \\ z^2 - 3 \end{cases}$$

$$(6z-z^2) \geq 0$$

$$z^2 \leq 13^2 \rightarrow z \in [-13; 13]$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-z^2} \\ 4-(x+z) \geq 0 \rightarrow (x+z) \leq 4 \end{cases}$$

$$-t^2 + z = d^2$$

$$t^2 + z^2 = d^2$$

+

$$\begin{aligned} & x^2 + z^2 = d^2 \\ & -13 \leq z \leq 13 \\ & -13 + x \leq x + z \leq 13 + x \leq 4 \end{aligned}$$

$$-13 \leq z \leq 13$$

$$-13 + x \leq x + z \leq 13 + x \leq 4$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$200 \times 250$$

260

50000

□

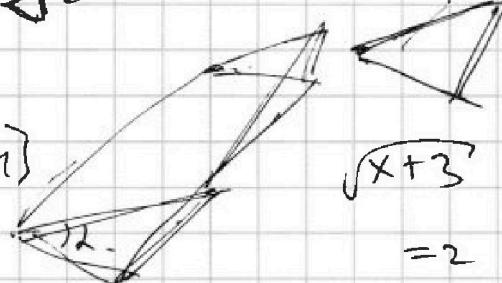


членов, оставших

$$S_1 \quad S_2$$

$$\begin{matrix} \square \rightarrow \square \\ \triangle \rightarrow \triangle \\ \square \leftarrow \square \end{matrix}$$

$$x \in (-3; 4)$$



$$\begin{matrix} (y+1) + 3(y-12) \\ -1 \quad 12 \end{matrix}$$

$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{69 - z^2}$$

≥ 13

$$\begin{matrix} \sqrt{69 - z^2} \geq 0 \\ z = -13 \end{matrix}$$

$$x+3 = -(-x+4-7)$$

$$\sqrt{7-4}$$

$$\textcircled{1}: 4y - 35 \rightarrow +4$$

$$\textcircled{2}: -2y + 37 \in [13; 40] \quad y = 12 \quad -3; 4 \quad \textcircled{6}: 7 \quad 14$$

$$\textcircled{3}: -4y + 35 \quad -3; 4 \quad \textcircled{4}: 7 \quad 14$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{2+x+x^2} -$$

$$\textcircled{5}: \sqrt{6+4} = 2\sqrt{2}$$

$$\textcircled{2}: 5 - 5\sqrt{2}$$

$$\textcircled{4}: 5 + 5\sqrt{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x=3 \quad a_7 = \sqrt{\frac{4}{4^3}} = \frac{1}{4} \quad x=2 \quad a_7 = \frac{1}{\log_3}$$

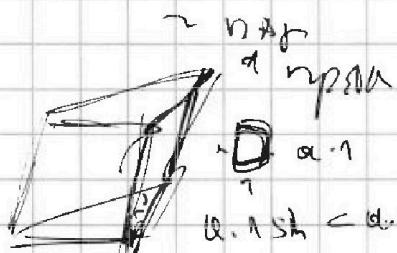
$$a_{13} = 2$$

$$a_{15} = 4$$

$$k=-5$$

$$a_7 = \sqrt{\frac{100}{4^3}} = \sqrt{\frac{25}{4^2}} = \frac{5}{4}$$

$$a_{13} = 10 \quad ?$$



$$a_{15} = \sqrt{100 \cdot 9} = 30$$

$$d^6 = 2^3 = 8$$

$$\left(\sqrt{x+3} - \sqrt{4-(x+2)} \right)^2 + 5 = 2 \sqrt{4+x-x^2+2}$$

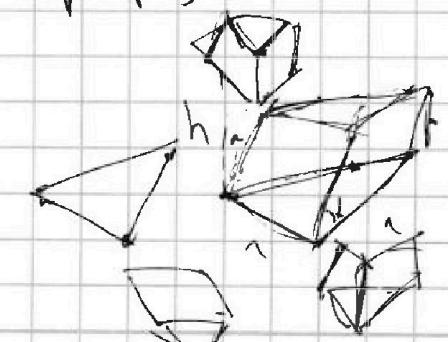
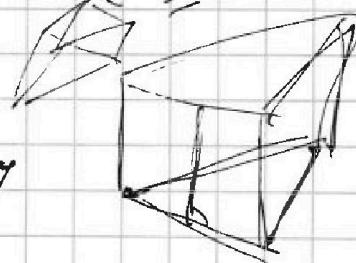
$$|4+1| + 3(y-n) = \sqrt{3^2 - 2^2}$$

$$(\sqrt{x+3} - 5)^2 = (2\sqrt{4+x-x^2+2} + \sqrt{9-x-2})^2$$

$$x+3+25+10\sqrt{x+3}=4(4+x-x^2-2)+4-x-2$$

$$x+y+z^2 - x \geq 20$$

$$x+y+z^2 \geq x^2 \geq 20$$



$$x^2 = x - (4+z) \sim 0$$

$$D = 1 + 4y + 4z$$

2 прав.
1 пар.