



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$, десятый член равен $x+4$, а двенадцатый член равен $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:
- $a > b$,
 - число $a - b$ не кратно 3,
 - число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
 - выполняется равенство $a + b^2 = 820$.
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_n - \text{наша прогрессия}; \quad b_4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}; \quad b_{10} = x+4;$$

$$b_{12} = \sqrt{(15x+6)(x-3)} \quad \text{По определению геом. прогрессии} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b_{10} = b_4 \cdot q^6; \quad b_{12} = b_4 \cdot q^8 = b_{10} \cdot q^2; \quad \text{где } q - \text{знаменатель прогрессии}$$

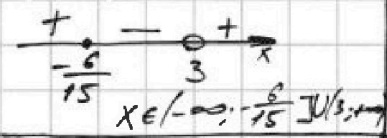
$$1) \frac{b_{10}}{b_4} = \frac{(x+4) \cdot \sqrt{(x-3)^3}}{\sqrt{15x+6}} = q^6 \quad \text{Перепишем в более удобном виде:}$$

$$\frac{b_{12}}{b_{10}} = \frac{\sqrt{15x+6} \cdot \sqrt{x-3}}{x+4} = q^2 \quad \frac{b_{10}}{b_4} = \frac{(x+4) \cdot (x-3)^{\frac{3}{2}}}{(15x+6)^{\frac{1}{2}}} = q^6 = (q^2)^3$$

$$\frac{b_{12}}{b_{10}} = \frac{(15x+6)^{\frac{1}{2}} \cdot (x-3)^{\frac{1}{2}}}{x+4} = q^2$$

Обз:

$$\frac{15x+6}{(x-3)^3} \geq 0$$



(2) Заметим, что, т.к. $q^6 = (q^2)^3$, то

$$\left(\frac{b_{12}}{b_{10}}\right)^3 = \frac{b_{12}}{b_4} \Rightarrow \frac{(15x+6)^{\frac{3}{2}} \cdot (x-3)^{\frac{3}{2}}}{(x+4)^3} = \frac{(x+4) \cdot \sqrt{(x-3)^3}}{(15x+6)^{\frac{1}{2}}}$$

Получаем, что: $(x+4)^4 = (15x+6)^2$

(1) $(x+4)^2 = (15x+6)$

(2) $(x+4)^2 = -(15x+6)$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$x \geq -\frac{6}{15}$
но по обз: $x > 3$

$$x^2 + 23x + 22 = 0$$

$x \leq -\frac{6}{15}$

По Th. Виета:

$$\left. \begin{aligned} x_3 + x_4 &= -23 \\ x_3 \cdot x_4 &= 22 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} x_3 &= -1 \\ x_4 &= -22 \end{aligned}$$

$$x_1 = \frac{7+3}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{7-3}{2} = 2 \quad (\text{не вл-т в Обз})$$

Ответ: -1; -22; 5

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик. $x \geq -7$

$y \geq 35$
 $45 \geq 153$
 $\sqrt{225 - z^2}$

$z \in [-15; 15]$

$y + z \geq 2x + x^2 \geq 49 - 14 = 35$
 $y \geq 31$

$5 - x - z \geq 4$
 $x + 3z \geq 21$

$CB^2 = CB \cdot CE$

$y - 2x - x^2 + z \leq 5 - x - z$
 $y^2 - 54y + 800 = 225 - z^2$
 $8y^2 - z^2 \geq -15$
 $-z \leq 15$

Похожие фигуры:

$AC = \frac{9 \cdot \epsilon B}{31 + 14 - 49 + 4 + 5 + 35 + 45}$
 $90 + 16 - 49$

$\frac{CO}{OE} = \frac{AO}{OB} = \frac{AC}{\epsilon B} = \frac{9}{25}$

$AO \cdot OB = BO \cdot OE$

$\frac{AC^2}{\epsilon B^2} = \frac{9^2}{25^2} \frac{CB \cdot \epsilon B}{\epsilon B} = \frac{9 \cdot \epsilon B}{25 \cdot \epsilon B}$
 $t^3 - 4t + 6t - 6t$

$\frac{AC^2}{\epsilon B^2} \cdot CB^2 = \frac{9^2}{25^2} \cdot CB \cdot CE$
 $25CB^2 = 9\epsilon B^2$

$\frac{CB^2}{\epsilon B^2} = \frac{9^2}{25^2} \cdot CB \cdot CE$
 $5CB = 3\epsilon B$
 $CB^2 = CB \cdot CE$

$CO = CE - OE$
 $4t^2 - 3t - 6t^2 + 6 - p = 0$

$\frac{CE - OE}{OE} = \frac{CE}{OE} - 1 = \frac{9}{25}$

$\frac{CE}{OE} = \frac{34}{25}$

$\frac{CB + BE}{OE}$

$\frac{S_1}{S_2} = \frac{CB}{BE} = \frac{BS \cdot BK}{BE \cdot BS} = \frac{CB}{\epsilon B} \cdot \frac{BS}{BE}$
 $\left. \frac{CB}{\epsilon B} = \frac{CB}{BS} \right\}$

$S_1 = \frac{BS \cdot BC}{2} \cdot \sin \beta = \frac{h \cdot CB}{2}$
 $S_2 = \frac{BS \cdot BE}{2} \cdot \sin \beta = \frac{h \cdot BE}{2}$

$5 - x - z \geq 4$

$x + 3z \leq 1$

$540^2 - 36 \cdot (8875 + z^2)$
 $\frac{CB}{BB} = \frac{AC}{CB}$

$5 - x - 3z \leq 4$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
(из 2)

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+z} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{cases}$$

Обз: $x \geq -7$
 $5 \geq x+3z \geq -7+3z$
 $z \leq 4 \quad -z \geq -4$
 $y \geq 2x+x^2-z \geq -14+$
 $+49-4 = 31$
 $225-z^2 \geq 0$
 $z \in [-15; 4]$
 $x \geq -7$
 $y \geq 31$

(1) Заметим, что если $y \geq 35$, то
 $\sqrt{225-z^2} \geq |35-20| + 2|35-35| =$
 $= 15$, что неверно, т.к. $-z^2 \leq 0$.

(2) Если все $y = 35$, то $z = 0$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$$

$$-x^2 - 2x + 35 = -(x^2 + 2x - 35) = -(x+7)(x-5)$$

$\sqrt{x+7} = a$ $a - b + 6 = 2\sqrt{ab}$
 $\sqrt{5-x} = b$ $a - b - ab + 6 = 0$
 $-7 \leq x \leq 5$ $\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{(x+7)(5-x)}$

$$x+7 + 5-x - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4(x+7)(5-x) - 24\sqrt{(x+7)(5-x)} + 36$$

$$\sqrt{(x+7)(5-x)} = t \geq 0$$

$$12 - 2t = 4t^2 - 24t + 36$$

$$4t^2 - 22t + 24 = 0$$

$$D = 22^2 - 4 \cdot 4 \cdot 24 = 4 \cdot 11^2 - 4^2 \cdot 6 \cdot 4 = 4(11^2 - 24 \cdot 4) =$$

$$= 4(121 - 96) = 100 = 10^2$$

$$t_1 = \frac{22+10}{8} = 4; \quad t_2 = \frac{22-10}{8} = \frac{3}{2}$$

См. на од. ме
→



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(1) (x+7)(5-x) = 16$$

$$-x^2 - 2x + 35 = 16$$

$$x^2 + 2x - 19 = 0$$

$$D = 4$$

$$(2) (x+7)(5-x) = \frac{9}{4}$$

$$-4x^2 - 8x + 140 = 9$$

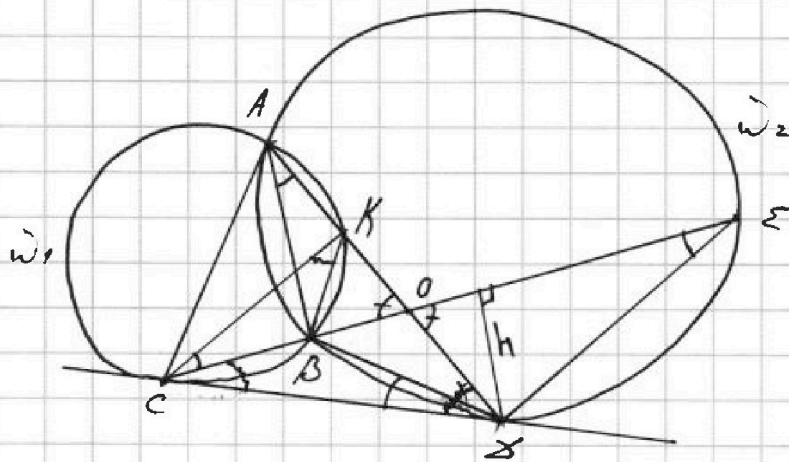


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{EB}{CB} = ?$$

$$\frac{CO}{OE} = \frac{9}{25}$$

(1) Пусть CA пересекает ω_2 в точке $K (K \neq A)$, тогда из вписанности $KACB \Rightarrow \angle KAB = \angle KCB$, но $\angle KAB = \angle CAB$, а т.к. $ABCE$ - вписан, то $\angle CAB = \angle CEB \Rightarrow \angle KCB = \angle CEB \Rightarrow \Rightarrow KC \parallel EB$. Т.к. $\angle KOC = \angle BOE$, как вертикальные, то $\triangle KOC \sim \triangle BOE$ (признак под-я по двум равным углам).

Тогда, получается, что: $\frac{CK}{BE} = \frac{CO}{OE}$. (i)

(2) Теперь посмотрим на $\triangle CKB$ и $\triangle BBE$: $S_{CKB} = S_1 = \frac{KB \cdot BC}{2} \cdot \sin \angle K$;

Т.к. CB - кас-я, то $\angle BCB = \angle BEB = \angle K$; $S_{BBE} = S_2 = \frac{EB \cdot CB}{2} \cdot \sin \angle K$;

С другой ст-ны: $S_1 = \frac{h \cdot CB}{2}$; $S_2 = \frac{h \cdot BE}{2}$.

Т-е, что $\frac{S_1}{S_2} = \frac{BC}{BE} = \frac{KB \cdot BC}{EB \cdot CB} \Rightarrow \frac{BC}{KB} = \frac{CB}{EB}$. (ii)

(3) Теперь заметим, что $\triangle KCB \sim \triangle CBB$ ($\angle CKB = \angle BCB$,

т.к. CB - касательная; $\angle KCB = \angle BEB = \angle BCB$) $\Rightarrow \frac{CB}{KB} = \frac{CB}{EB}$.

Подставим в (ii): $\frac{CB}{KB} = \frac{CB}{EB} = \frac{CB}{EB} \Rightarrow CB^2 = EB \cdot KB$.

См. на ~~рисунке~~ \Rightarrow



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пр.-е №4: Теперь выразим СК из (i): $СК = \frac{CO}{OE} \cdot BE$

$$CB^2 = EB \cdot KC = EB \cdot \frac{CO}{OE} \cdot EB = EB^2 \cdot \frac{CO}{OE} \Rightarrow \frac{EB^2}{CB^2} = \frac{OE}{CO}$$

П.-се, что $\frac{EB}{CB} \sqrt{\frac{OE}{CO}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$. Ответ: $\frac{5}{3}$

(Если BA касается ω_1 , то р.-е будут аналогичными, только на первом шаге точно так же будет д-но, что $CA \parallel EB$ и дальнейшие расс.-е будут для тр.-в: CAB, CAO и тех которые не изменились).



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(1) Найдем, что раз мы выбираем 8 ^{клеток} точек и они должны быть симметричны относительно средней линии, то по 4 ^{клетки} точки будет лежать в каждой из областей.

Т.к. всего клеток: $150 \cdot 200$, то в прямоугольниках, которые получатся после проведения ср-х линий, будет: $\frac{150 \cdot 200}{2} =$

$= 15000$ точек. Тогда число способов раскрасить симметрично

относительно ср-х линий это: $C_{15000}^4 + C_{15000}^4 = 2C_{15000}^4$,

т.к., если мы выбрали 4 точки по одну сторону от ср-й линии то сим-я строится однозначно.

Число способов раскрасить симметрично относительно центра:

C_{15000}^4 , но в это к-во войдет раскраски симметричные относительно ~~центра~~ ср-х линий.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a > b \quad a, b, c \in \mathbb{Z}$$

$$a - b \neq 3$$

$$(a-c) \cdot (b-c) = p^2, \quad p \in \mathbb{P} \quad (1) \text{ Найдем, что, т.к. } a, b, c \in \mathbb{Z},$$

$$a + b^2 = 820$$

то $(a-c) \cdot (b-c) = p^2$ может быть верно

не очень часто а именно:

1. $a-c=1 \quad b-c=p^2$
2. $a-c=p^2 \quad b-c=1$
3. $a-c=\pm p \quad b-c=\pm p$
4. $a-c=-1 \quad b-c=-p^2$
5. $a-c=-p^2 \quad b-c=-1$

1. невозможен, т.к. $a > b$.

3. невозможен, т.к. $a \notin \mathbb{Z}$.

5. невозможен, т.к. $a > b$.

Тогда, у нас остались 2 случая:

- (i) $a-c=p^2 \quad b-c=1$
- (ii) $a-c=-1 \quad b-c=-p^2$

Заметим, что $a-b = (a-c) - (b-c) = p^2 - 1 = -1 - (-p^2)$

Рассмотрим $p > 3$; найдем, что тогда $p = 4k+1$ или $p = 4k+3$, где некоторого n -го k . Тогда

Рассмотрим $p > 3$, тогда $(p, 3) = 1 \Rightarrow$ по МТФ: $p^2 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow p^2 - 1 = (a-b) \equiv 3$, но по усл-ю это не так.

Значит $p=2$ или $p=3$.

Рассмотрим 2 случая вначале для $p=2$: $a-c=4 \quad b-c$

$$\begin{cases} a-c=4 \\ b-c=1 \\ a-b=3 \end{cases}$$

Т.к. $a+b^2=820$, $b^2+b=817$
 $a-b=3 \Rightarrow b^2+b-817=0$

$b = 1 + 4 \cdot 817 = 3269$, но $3249 = 57^2 < 3269 < 58^2 = 3364$, значит корни не будут целыми, пр-е.

(ii)

Наконец, что для $p=3$ случай $a-c$ расс-е.

см. на фороте \rightarrow



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

→ Теперь рассмотрим 2 случая для $p=5$

$$(i) \begin{cases} a-c=p^2 \Rightarrow a-b=8 \\ b-c=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b^2=820 \\ b^2+b-812=0 \end{cases}$$

$$b=28: a=36; c=27$$

$$b=-29: a=-21; c=-30$$

$$b = 1 + 4 \cdot 812 = 57^2 = 3249$$

$$b_1 = \frac{-1+57}{2} = 28$$

$$b_2 = \frac{-1-57}{2} = -29$$

$$(ii) \begin{cases} a-c=-1 \\ b-c=-p^2 \end{cases}$$

$$b_1 = 28$$

$$b_2 = -29$$

$$a-b = 1+p^2 = 8$$

$$a+b^2 = 820$$

$$b=28: a=36; c=37$$

$$b=-29: a=-21; c=-20$$

ответ: (a, b, c)
 $(36; 28; 27)$
 $(-21; -29; -30)$
 $(36; 28; 37)$
 $(-21; -29; -20)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$a_1 + d \quad a_4 \quad a_4 + 6d \quad a_4 \cdot q^6 = a_{10}$$

(1)

$$a_4 \cdot q^6 = a_{10}$$

$$15x + 6 = 3(5x + 2)$$

$$a_4 \cdot q^8 = a_{10} \cdot q^2 = a_{12}$$

$$a_4 \cdot a_{12} = \sqrt{\frac{(15x+6)^2}{(x-3)^2}} = \left| \frac{15x+6}{x-3} \right|$$

$$a_4^2 \cdot q^8 = \left| \frac{15x+6}{x-3} \right|$$

$$a_4 \cdot q \quad \frac{a_{12}}{a_{10}} = d^2$$

$$a_4 \cdot q^6 = |15x+6|$$

$$\frac{x+4}{\sqrt{15x+6}} \cdot \sqrt{x-3}^3 = q^6 \quad \frac{a_{12}}{a_4} = d^8$$

$$\frac{\sqrt{15x+6} \cdot \sqrt{x-3}}{\sqrt{15x+6}} = q^2$$

$$\frac{(x+4) \cdot (x-3)^{\frac{3}{2}}}{(15x+6)^{\frac{1}{2}}} = \frac{(15x+6)^{\frac{3}{2}} (x-3)^{\frac{3}{2}}}{(x+4)^3}$$

$$(x+4)^4 = (15x+6)^2$$

$$\frac{15x+6}{(x-3)^3} = \sqrt{\frac{-9}{-64}} = \frac{3}{8} = \frac{b_1}{b_4}$$

$$(x+4)^2 = 15x+6 \Rightarrow x \geq -\frac{6}{15}$$

$$= \frac{3}{8} = \frac{b_1}{b_4}$$

$$(x+4)^2 = -15x-6 \Rightarrow x \leq -\frac{6}{15}$$

$$\frac{b_{10}}{b_4} = \frac{3}{3} \cdot 8 \cdot 8 = 9^2 = 81$$

$$x^2 + 8x + 16 - 15x - 6 = 0$$

$$x^2 + 8x + 16 + 15x + 6 = 0 \quad q = \sqrt{81}$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$x^2 + 23x + 22 = 0$$

$$D = 49 - 40 = 9$$

$$x_1 + x_2 = -21$$

$$x = \frac{7+3}{2} = 5$$

$$x_1 x_2 = 22 \quad \boxed{x_1 = -1}$$

$$\boxed{x_2 = -22}$$

$$x = \frac{7-3}{2} = 2$$

Ответ: 5; 2; -1; -22



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

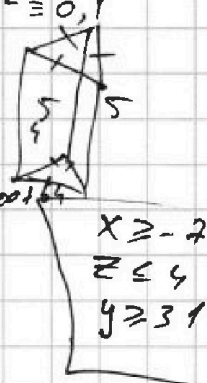
Черновик. $(4k+1)^2 = 16k^2 + 8k + 1 \stackrel{?}{=} k^2 + 2k + 1 \stackrel{?}{=} (k+1)^2 \stackrel{?}{=} 0,!$

$$(2) \begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{cases}$$

$16k^2 + 24k + 9$
 k^2
 $500 + 200k + 100$

$3e$ $2.$ $1.V$ $a-b-p^2+2500+200k+100$

$5+2$ 58^2
 58^2 $x+3z$



$x \geq -2$
 $z \leq 4$
 $y \geq 31$

(1.) $y-20+2y-70 = \sqrt{225-z^2}$ $5-x-3z \geq 0$

$3y-90 = \sqrt{225-z^2}$ $-7+3z \leq x+3z \leq 5$ $x \geq -7$

$9y^2 - 540y + 8100 = 225 - z^2$ $3z \leq 12$
 $z \leq 4$ $-z \geq -4$ 3

$y-2x-x^2+z \geq 0$ $(a-c)-(b-c) \cdot 3$
 $a-c > b-c$ $2(15-z)(15+z)$ k k^2

$y \geq 2x+x^2-z \geq 2(-7)+19-4 = -15$ 15 $4k+3$ 0 1

$a \cdot p^{-1} = 1$ $(a, p) = 1$ -1 p^2
 $p = 49 - 16 - 4 = 31$ p^2 1

$(3y-90)^2 + z^2 = 225$ $a-c = p^2$ $p=31$ 35 $a-b-p^2-1$ $16k^2+24k+9$

$9y^2 - 540y + 7875 + z^2 = 0$ $\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 \geq 0$ $\frac{1}{3}k^2 - k + 4$
 $x(k+1)^2 \stackrel{?}{=} 1$ $4 \cdot 0$

$b = 540^2 - \dots$ $a \cdot c = -1$ $b-c = -p^2$ $a-p^2 = p^2-1$
 $x+7+12\sqrt{x+7}+36 \geq 5-x-3z$

$2x+38+12\sqrt{x+7}+3z \geq 0$ $a-b=8$ $a+b^2=820$

$a, b, c \in \mathbb{Z}$ $a-b = (36; 28)$ $a-b = 3k-1$ $a+b^2=820$
 $a > b(-21; -25)$ $28^2 = 400 + 320 + 64 = 784$ $53^2 = 2500 + 100 + 9$

$a > b$ $(a+b) \cdot c + c^2 = 9$ $a-b=8$ $a-b = 3k-2$
 $\beta \leq 28$ $(d-c)(b-c) = p^2$ $36-28+64c+c^2-9=0$ $\beta^2 + b = 812$ $57^2 = 2500 + 700 + 49$

(1) $(a-b) = 3k-2$ $a > b > c$ $b=28; a=36$
 $b=64^2 - 4 \cdot 444 + 2 + b - 712 = 0$ $256 - 111$ $b = \frac{-4 \cdot 57}{2} = -28$

$(36-c)(28-c) = p^2$ $b = 1 + 4 \cdot 812 =$ $36-28 = 8 \cdot 3 \cdot b = \frac{-1-57}{2} = -29$
 $c^2 + 64c + 444 = 0$ $= 57 - 4 \cdot 4 \cdot 112 + 9 - 3249 = 57^2$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\sqrt{y-2x-x^2}$$

$$\cos 3x + 6\cos x = 3\cos^2 x + p$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos x - 3(2\cos^2 x - 1) = p$$

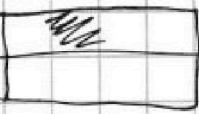
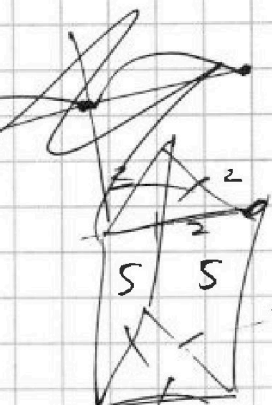
$$4\cos^3 x + 3\cos x - 6\cos^2 x + 3 - p = 0$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}$$

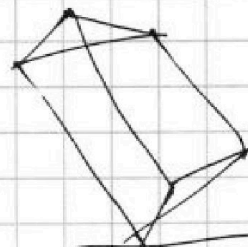
$$y-20 + 2y-70 = \sqrt{225-z^2}$$

$$3y-90 = \sqrt{225-z^2}$$

$$4y - 8x - 4x^2 + z$$



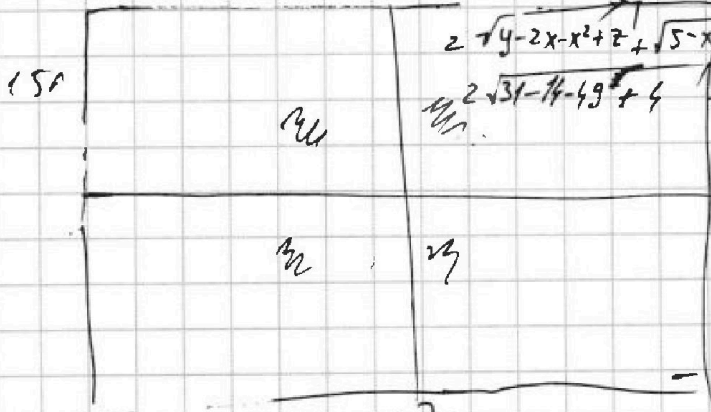
$$\begin{aligned} z &\leq 4 \\ -x &\leq 7 \\ y &\geq 31 \\ z &\geq -4\pi \\ -z &\leq 15 \\ 225 - z^2 &\geq 0 \end{aligned}$$



$$x+7 + (5-x-3z) - 2 \cdot \sqrt{(x+7)(5-x-3z)} = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} - 24\sqrt{y-2x-x^2+z}$$

$$\sqrt{x+7} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} + \sqrt{5-x-3z}$$

$$\begin{aligned} 5-x-3z &\geq 0 \\ 200 \cdot 150 & \end{aligned}$$



$$2\sqrt{y-2x-x^2+z} + \sqrt{5-x-3z} \leq 6$$

$$2\sqrt{31-14-49} + 4 + \sqrt{5+7-3 \cdot 15} = 4 + \sqrt{5+7-45} = 4 + \sqrt{-33}$$

$$\begin{aligned} &= 15000 \\ &2 \cdot 7500 \\ &32z-35 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &4 \cdot 5 - x \geq 3z \\ &C_{15000} \quad x \leq 50 \end{aligned}$$

$$3 \cdot C_{15000} - C_{15000} = 7500$$

