



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен  $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$ , десятый член равен  $x+4$ , а двенадцатый член равен  $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $9 : 25$ , считая от вершины  $C$ .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $150 \times 200$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:
- $a > b$ ,
  - число  $a - b$  не кратно 3,
  - число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
  - выполняется равенство  $a + b^2 = 820$ .
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_n - \text{наша прогрессия}; \quad b_4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}; \quad b_{10} = x+4;$$

$$b_{12} = \sqrt{(15x+6)(x-3)} \quad \text{По определению геом. прогрессии} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b_{10} = b_4 \cdot q^6; \quad b_{12} = b_4 \cdot q^8 = b_{10} \cdot q^2; \quad \text{где } q - \text{знаменатель прогрессии}$$

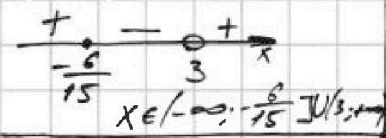
$$1) \frac{b_{10}}{b_4} = \frac{(x+4) \cdot \sqrt{(x-3)^3}}{\sqrt{15x+6}} = q^6 \quad \text{Перепишем в более удобном виде:}$$

$$\frac{b_{12}}{b_{10}} = \frac{\sqrt{15x+6} \cdot \sqrt{x-3}}{x+4} = q^2 \quad \frac{b_{10}}{b_4} = \frac{(x+4) \cdot (x-3)^{\frac{3}{2}}}{(15x+6)^{\frac{1}{2}}} = q^6 = (q^2)^3$$

$$\frac{b_{12}}{b_{10}} = \frac{(15x+6)^{\frac{1}{2}} \cdot (x-3)^{\frac{1}{2}}}{x+4} = q^2$$

Обз:

$$\frac{15x+6}{(x-3)^3} \geq 0$$



(2) Заметим, что, т.к.  $q^6 = (q^2)^3$ , то

$$\left(\frac{b_{12}}{b_{10}}\right)^3 = \frac{b_{12}}{b_4} \Rightarrow \frac{(15x+6)^{\frac{3}{2}} \cdot (x-3)^{\frac{3}{2}}}{(x+4)^3} = \frac{(x+4) \cdot \sqrt{(x-3)^3}}{(15x+6)^{\frac{1}{2}}}$$

Получаем, что:  $(x+4)^4 = (15x+6)^2$

$$(1) (x+4)^2 = (15x+6)$$

$$(2) (x+4)^2 = -(15x+6)$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$D = 49 - 4 \cdot 10 = 3^2$$

$$x_1 = \frac{7+3}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{7-3}{2} = 2 \quad (\text{не вл-т в Обз})$$

$$x \geq -\frac{6}{15} \quad \text{но по Обз: } x \geq 3$$

$$x^2 + 23x + 22 = 0$$

По Th. Виета:

$$\left. \begin{aligned} x_3 + x_4 &= -23 \\ x_3 \cdot x_4 &= 22 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} x_3 &= -1 \\ x_4 &= -22 \end{aligned}$$

Ответ: -1; -22; 5

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

**Черновик.**  $x \geq -7$   $5 \geq x+3 \geq -2+3 \geq \Rightarrow z \leq 4$   $\frac{CB}{EB} = ?$

$y \geq 35$   $45 \geq 15z$   $z \in [-15; 15]$   $y + z \geq 2x + x^2 \geq 49 - 14 = 35$   $y \geq 31$   $\frac{CO}{OE} = \frac{9}{25}$

$z \in [-15; 15]$   $5 - x - 3z \leq 4$   $5 \leq 45 \leq 2\sqrt{4} + \sqrt{5-x-3z}$   $x \leq 7$

$CB^2 = CB \cdot CE$   $4y^2 - 54y + 800 = 225 - z^2$   $z \geq -15$   $-z \leq 15$

**Похожие фигуры:**  $AC = \frac{9 \cdot EB}{90 + 16 \cdot EB}$

$\frac{CO}{OE} = \frac{AO}{OB} = \frac{AC}{EB} = \frac{9}{25}$   $AC^2 = AO \cdot OB = BO \cdot OE$   $\frac{CB}{EB} = \frac{AC}{CB}$   $\frac{CB}{BB} = \frac{AC}{CB}$

$AO \cdot OB = BO \cdot OE$   $\frac{AC^2}{EB^2} = \frac{9^2}{25^2} \cdot \frac{CB}{EB} = \frac{9 \cdot EB}{25 \cdot CB}$   $AO \cdot OB \cdot \frac{AO}{OB} = \frac{BO \cdot OE \cdot CO}{OE}$   $540^2 - 36 \cdot (8875 + z^2)$

$\frac{AC^2}{EB^2} \cdot CB^2 = \frac{9^2}{25^2} \cdot CB \cdot CE$   $AC^2 = BO \cdot CO$   $CB \cdot BO \cdot \sin$

$\frac{CB^2}{EB^2} = \frac{9^2}{25^2} \cdot CB \cdot CE$   $5CB = 3EB$   $OB \cdot OC = \frac{CB \cdot BO \cdot \sin \alpha}{2} = S_1 = \frac{h \cdot CO}{L}$

$CO = CE - OE$   $\frac{EB}{CB} = \frac{5}{3}$   $CB^2 = BK \cdot BA$   $BS \cdot BE \cdot \sin \alpha = S_2$

$4t^2 - 3t - 6t^2 + 6 - p = 0$   $5 - x - 3z \geq 4$   $S_1 = \frac{BB \cdot BC}{2} \cdot \sin \beta = \frac{h \cdot CB}{2}$   $x + 3z \leq 1$

$\frac{CE - OE}{OE} = \frac{CE}{OE} - 1 = \frac{9}{25}$   $S_2 = \frac{BS \cdot BE \cdot \sin \beta}{2} = \frac{h \cdot BE}{2}$

$\frac{CE}{OE} = \frac{34}{25}$   $\frac{CB + BE}{OE}$

$\frac{S_1}{S_2} = \frac{CB}{BE} = \frac{BB \cdot BK}{BE \cdot BS} = \frac{CB}{EB} \cdot \frac{BB}{BE}$   $\frac{CB}{EB} = \frac{CB}{BB}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
(из 2)

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+z} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{cases}$$

Обз:  $x \geq -7$

$5 \geq x+3z \geq -7+3z$

$z \leq 4 \quad -z \geq -4$

$y \geq 2x+x^2-z \geq -14+$

$+49-4=31$

$225-z^2 \geq 0$

$z \in [-15; 4]$

$x \geq -7$

$y \geq 31$

(1) Заметим, что если  $y \geq 35$ , то

$$\sqrt{225-z^2} \geq |35-20| + 2|35-35| =$$

$$= 15, \text{ что неверно, т.к. } -z^2 \leq 0.$$

(2) Если все  $y=35$ , то  $z=0$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$$

$$-x^2-2x+35 = -(x^2+2x-35) = -(x+7)(x-5)$$

$\sqrt{x+7} = a$       $a - b + 6 = 2\sqrt{ab}$   
 $\sqrt{5-x} = b$       $a - b - ab + 6 = 0$   
 $-7 \leq x \leq 5$       $\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{(x+7)(5-x)}$

$$x+7+5-x - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4(x+7)(5-x) - 24\sqrt{(x+7)(5-x)} + 36$$

$$\sqrt{(x+7)(5-x)} = t \geq 0$$

$$12 - 2t = 4t^2 - 24t + 36$$

$$4t^2 - 22t + 24 = 0$$

$$D = 22^2 - 4 \cdot 4 \cdot 24 = 4 \cdot 11^2 - 4^2 \cdot 6 \cdot 4 = 4(11^2 - 24 \cdot 4) =$$

$$= 4(121 - 96) = 100 = 10^2$$

$$t_1 = \frac{22+10}{8} = 4; \quad t_2 = \frac{22-10}{8} = \frac{3}{2}$$

См. на од. ме  $\rightarrow$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(1) (x+7)(5-x) = 16$$

$$-x^2 - 2x + 35 = 16$$

$$x^2 + 2x - 19 = 0$$

$$D = 4$$

$$(2) (x+7)(5-x) = \frac{9}{4}$$

$$-4x^2 - 8x + 140 = 9$$

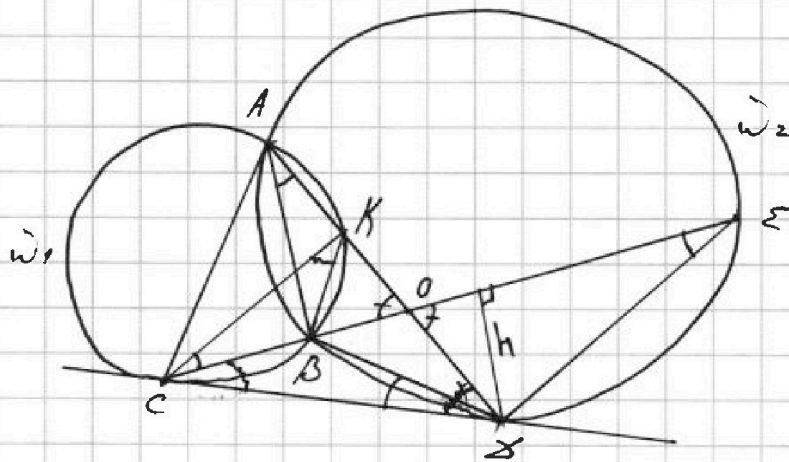


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{EB}{CB} = ?$$

$$\frac{CO}{OE} = \frac{9}{25}$$

(1) Пусть  $\omega_1$  пересекает  $\omega_2$  в точке  $K (K \neq A)$ , тогда из вписанности  $KACB \Rightarrow \angle KAB = \angle KCB$ , но  $\angle KAB = \angle BAB$ , а т.к.  $ABBE$  - вписан, то  $\angle BAB = \angle BEB \Rightarrow \angle KCB = \angle BEB \Rightarrow \Rightarrow KC \parallel EB$ . Т.к.  $\angle KOC = \angle BOE$ , как вертикальные, то  $\triangle KOC \sim \triangle BOE$  (признак под-я по двум равным углам).

Тогда, получается, что:  $\frac{CK}{BE} = \frac{CO}{OE}$ . ~~(i)~~ (i)

(2) Теперь посмотрим на  $\triangle CBB$  и  $\triangle BBE$ :  $S_{CBB} = S_1 = \frac{BB \cdot BC}{2} \cdot \sin \angle$ ;

Т.к.  $Cb$  - кас-я, то  $\angle BCB = \angle BEB = \angle$ ;  $S_{BBE} = S_2 = \frac{EB \cdot CB}{2} \cdot \sin \angle$ ;

С другой ст-ны:  $S_1 = \frac{h \cdot CB}{2}$ ;  $S_2 = \frac{h \cdot BE}{2}$ .

Т-е, что  $\frac{S_1}{S_2} = \frac{BC}{BE} = \frac{BB \cdot BC}{EB \cdot CB} \Rightarrow \frac{BC}{BB} = \frac{CB}{EB}$ . (ii)

(3) Теперь заметим, что  $\triangle KCB \sim \triangle CBB$  ( $\angle CKB = \angle BCB$ ,

т.к.  $Cb$  - касательная;  $\angle KCB = \angle BEB = \angle BCB$ )  $\Rightarrow \frac{CB}{BB} = \frac{KC}{CB}$ .

Подставим в (ii):  $\frac{CB}{BB} = \frac{KC}{CB} = \frac{CB}{EB} \Rightarrow CB^2 = EB \cdot KC$ .

См. на ~~рисунке~~ ~~рисунке~~  $\Rightarrow$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пр.-е №4: Теперь выразим СК из (i):  $СК = \frac{CO}{OE} \cdot BE$

$$CB^2 = EB \cdot KC = EB \cdot \frac{CO}{OE} \cdot EB = EB^2 \cdot \frac{CO}{OE} \Rightarrow \frac{EB^2}{CB^2} = \frac{OE}{CO}$$

П.-се, что  $\frac{EB}{CB} \sqrt{\frac{OE}{CO}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$ . Ответ:  $\frac{5}{3}$

(Если  $BA$  касается  $\omega_1$ , то р.-е будут аналогичными, только на первом шаге точно так же будет д-но, что  $CA \parallel EB$  и дальнейшие расс.-е будут для тр.-в:  $CAB, CAO$  и тех которые не изменились).



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(1) Найдем, что раз мы выбираем 8 <sup>клеток</sup> точек и они должны быть симметричны относительно средней линии, то по 4 <sup>клетки</sup> точки будет лежать в каждой из областей.

Т.к. всего клеток:  $150 \cdot 200$ , то в прямоугольниках, которые получатся после проведения ср-х линий, будет:  $\frac{150 \cdot 200}{2} = 15000$  точек. Тогда число способов раскрасить симметрично

относительно ср-х линий это:  $C_{15000}^4 + C_{15000}^4 = 2C_{15000}^4$ ,

т.к., если мы выбрали 4 точки по одну сторону от ср-й линии то сим-я строится однозначно.

Число способов раскрасить симметрично относительно центра:

$C_{15000}^4$ , но в это к-во войдет раскраски симметричные относительно ~~центра~~ ср-х линий.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a > b$   $a, b, c \in \mathbb{Z}$

$a - b \neq 3$

$(a-c) \cdot (b-c) = p^2, p \in \mathbb{P}$  (1) Найдем, что, т.к.  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ ,

$a + b^2 = 820$

то  $(a-c) \cdot (b-c) = p^2$  может быть верно

не очень часто а именно:

1.  $a-c=1$   $b-c=p^2$
2.  $a-c=p^2$   $b-c=1$
3.  $a-c=\pm p$   $b-c=\pm p$
4.  $a-c=-1$   $b-c=-p^2$
5.  $a-c=-p^2$   $b-c=-1$

1. невозможно, т.к.  $a > b$ .

3. невозможно, т.к.  $a \notin \mathbb{Z}$ .

5. невозможно, т.к.  $a > b$ .

4.  $a-c=-1$   $b-c=-p^2$

5.  $a-c=-p^2$   $b-c=-1$

Тогда, у нас остались 2 случая:  $a-c=p^2$   $b-c=1$  (i)  
 $a-c=-1$   $b-c=-p^2$  (ii)

Заметим, что  $a-b = (a-c) - (b-c) = p^2 - 1 = -1 - (-p^2)$

Рассмотрим  $p > 3$ ; найдем, что тогда  $p = 4k+1$  или  $p = 4k+3$ , где некоторого  $n$ -го  $k$ . Тогда

Рассмотрим  $p > 3$ , тогда  $(p, 3) = 1 \Rightarrow$  по МТФ:  $p^2 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow p^2 - 1 = (a-b) \equiv 3$ , но по усл-ю это не так.

Значит  $p=2$  или  $p=3$ .

Рассмотрим 2 случая вначале для  $p=2$ :  $a-c=4$   $b-c$

(i)  $a-c=4$

$b-c=1$

$a-b=3$

Т.к.  $a+b^2=820$ ,  $b^2+b=817$

$a-b=3 \Rightarrow b^2+b-817=0$

$b = 1 + 4 \cdot 817 = 3269$ , но

$3249 = 57^2 < 3269 < 58^2 = 3364$ , значит

корни не будут целыми, пр-е.

(ii)

Наконец, что для  $p=3$  случай  $a-c$  расс-е.

См. на фороте  $\rightarrow$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

→ Теперь рассмотрим 2 случая для  $p=5$

$$(i) \begin{cases} a-c=p^2 \Rightarrow a-b=8 \\ b-c=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b^2=820 \\ b^2+b-812=0 \end{cases}$$

$$b=28: a=36; c=27$$

$$b=-29: a=-21; c=-30$$

$$b = 1 + 4 \cdot 812 = 57^2 = 3249$$

$$b_1 = \frac{-1+57}{2} = 28$$

$$b_2 = \frac{-1-57}{2} = -29$$

$$(ii) \begin{cases} a-c=-1 \\ b-c=-p^2 \end{cases}$$

$$b_1 = 28$$

$$b_2 = -29$$

$$a-b = 1+p^2 = 8$$

$$a+b^2 = 820$$

$$b=28: a=36; c=37$$

$$b=-29: a=-21; c=-20$$

ответ:  $(a, b, c)$   
 $(36; 28; 27)$   
 $(-21; -29; -30)$   
 $(36; 28; 37)$   
 $(-21; -29; -20)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

~~$a_1 + d$~~   ~~$a_4$~~   ~~$a_4 + 6d$~~   ~~$a_4 + 9d$~~

(1)

$$a_4 \cdot q^6 = a_{10}$$

$$15x + 6 = 3(5x + 2)$$

$$a_4 \cdot q^8 = a_{10} \cdot q^2 = a_{12}$$

$$a_4 \cdot a_{12} = \sqrt{\frac{(15x+6)^2}{(x-3)^2}}$$

$$= \left| \frac{15x+6}{x-3} \right|$$

$$a_4^2 \cdot q^8 = \left| \frac{15x+6}{x-3} \right|$$

$$a_4 \cdot q \quad \frac{a_{12}}{a_{10}} = d^2$$

$$a_4 \cdot q^6 = |15x+6|$$

$$\frac{x+4}{\sqrt{15x+6}} \cdot \sqrt{x-3}^3 = q^6 \quad \frac{a_{12}}{a_4} = d^8$$

$$\frac{\sqrt{15x+6} \cdot \sqrt{x-3}}{\sqrt{15x+6}} = q^2$$

$$\frac{(x+4) \cdot (x-3)^{\frac{3}{2}}}{(15x+6)^{\frac{1}{2}}} = \frac{(15x+6)^{\frac{3}{2}} (x-3)^{\frac{3}{2}}}{(x+4)^3}$$

$$(x+4)^4 = (15x+6)^2$$

$$\frac{15x+6}{(x-3)^3} = \sqrt{\frac{-9}{-64}}$$

$$(x+4)^2 = 15x+6 \Rightarrow x \geq -\frac{6}{15}$$

$$= \frac{3}{8} = \frac{6}{8}$$

$$(x+4)^2 = -15x-6 \Rightarrow x \leq -\frac{6}{15}$$

$$\frac{6}{8} = \frac{3}{3} \cdot 8 \cdot 8 = 9^6$$

$$x^2 + 8x + 16 - 15x - 6 = 0$$

$$x^2 + 8x + 16 + 15x + 6 = 0 \quad q = \sqrt{2}$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$x^2 + 23x + 22 = 0$$

$$D = 49 - 40 = 9$$

$$x_1 + x_2 = -21$$

$$x = \frac{7+3}{2} = 5$$

$$x_1 x_2 = 22$$

$$x = \frac{7-3}{2} = 2$$

$$\boxed{x_1 = -1}$$

$$\boxed{x_2 = -22}$$

Ответ: 5; 2; -1; -22



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

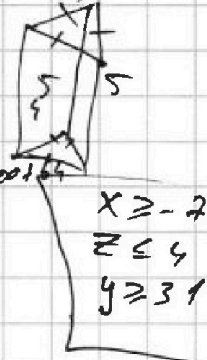
СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.  $(4k+1)^2 = 16k^2 + 8k + 1 \stackrel{?}{=} k^2 + 2k + 1 \stackrel{?}{=} (k+1)^2 \stackrel{?}{=} 0,!$

$$(2) \begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{cases}$$

$$\begin{matrix} \sqrt{3} & \sqrt{2} & 1.\sqrt{1} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2e & 35 & y \end{matrix} \quad \begin{matrix} a-b-p^2+2500+2015 \\ 5+2 & 58^2 \\ 58^2 & x+3z \end{matrix}$$



(1.)  $y-20+2y-70 = \sqrt{225-z^2}$   $5-x-3z \geq 0$

$$3y-90 = \sqrt{225-z^2} \quad -7+3z \leq x+3z \leq 5 \quad x \geq -7$$

$$9y^2 - 540y + 8100 = 225 - z^2 \quad 3z \leq 12 \quad z \leq 4 \quad -z \geq -4 \quad 3$$

$$y-2x-x^2+z \geq 0 \quad (a-c)-(b-c) \cdot 3 \quad a-c > b-c \quad 2(15-z)(15+z) \quad k \quad k^2$$

$$y \geq 2x+x^2-z \geq 2(-7)+19-4 = -15+15 = 0 \quad \begin{matrix} - & + \\ -15 & 15 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} 0 \\ 4k+3 \\ 0 \\ 1 \end{matrix}$$

$a \cdot p^{-1} = 1 \quad (a, p) = 1$   
 $p = 49 - 16 - 4 = 31$

$$(3y-90)^2 + z^2 = 225 \quad a-c = p^2 \quad p=31 \quad 35 \rightarrow y \quad a-b-p^2-1 \quad 16k^2+24k+5$$

$$9y^2 - 540y + 7875 + z^2 = 0$$

$$b = 540^2 \quad a-c = -1 \quad b-c = -p^2 \quad \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 \geq 0 \quad x(k+1)^2 \stackrel{?}{=} 1 \text{ или } 0$$

$a, b, c \in \mathbb{Z} \quad a-b = (36; 28) \quad a-b = 8 \quad a+b^2 = 820$

$a > b \quad (-21; -28) \quad 28^2 = 400 + 320 + 64 = 784 \quad a-b = 3k-1 \quad 53^2 = 2500 + 100 + 9$

$\beta \leq 28 \quad (d-c)(b-c) = p^2 \quad a-b = 8 \quad a-b = 3k-2 \quad 57^2 = 2500 + 700 + 9$

(1)  $(a-b) = 3k-2 \quad a > b > c \quad b=28; a=36$

$(36-c)(28-c) = p^2 \quad b = 1 + 4 \cdot 812 = 3245 \quad b = -\frac{1+57}{2} = -28$

$c^2 + 64c + 444 = 0 \quad = 57 - 4 \cdot 4 \cdot 12849 - 3245 = 57^2 \quad 36-28 = 8 \neq 3b = -\frac{1-57}{2} = -29$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\sqrt{y-2x-x^2}$$

$$\cos 3x + 6\cos x = 3\cos^2 x + p$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos x - 3(2\cos^2 x - 1) = p$$

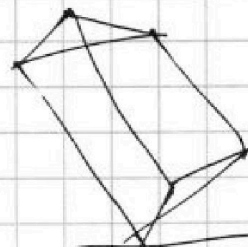
$$4\cos^3 x + 3\cos x - 6\cos^2 x + 3 - p = 0$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}$$

$$y-20 + 2y-70 = \sqrt{225-z^2}$$

$$3y-90 = \sqrt{225-z^2}$$

$$4y - 8x - 4x^2 + z$$



$$z \leq 4$$

$$-x \leq 7$$

$$y \geq 31$$

$$z \geq -4\pi$$

$$z \leq 15$$

$$225 - z^2 \geq 0$$

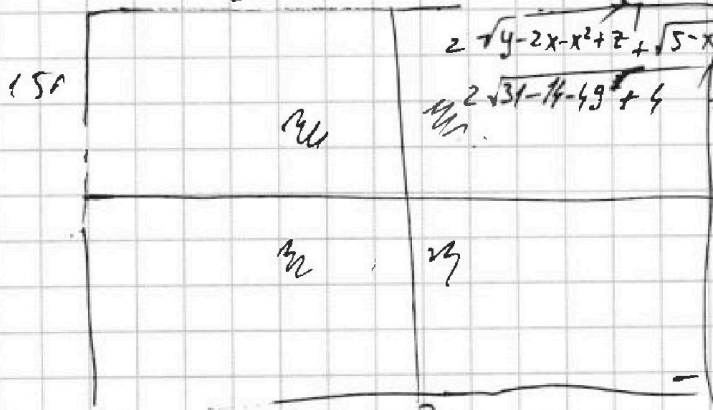
$$2\sqrt{y-2x-x^2+z} \leq 2\sqrt{y-14-45+z}$$

$$x+7 + (5-x-3z) - 2 \cdot \sqrt{(x+7)(5-x-3z)} = 4\sqrt{y-2x-x^2+z} - 24\sqrt{y-2x-x^2+z}$$

$$\sqrt{x+7} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} + \sqrt{5-x-3z}$$

$$5-x-3z \geq 0$$

$$200 \cdot 150$$

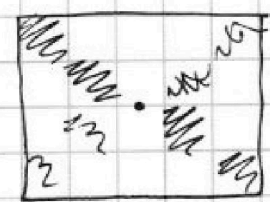


$$2\sqrt{y-2x-x^2+z} + \sqrt{5-x-3z} \leq 6$$

$$2\sqrt{31-14-49+z} + 4 + \sqrt{5+7-3 \cdot 15/4}$$

$$= 15000$$

$$3 \cdot 15000 - 2 \cdot 7500$$



$$3 \cdot 15000 - 2 \cdot 7500$$

